ACS

RHOMBUS PUBLICATIONS

পদার্থবিজ্ঞান

Experience The Best Approach

১ম পত্র

শতভাগ গোছানো প্রস্তুতি

সুপার কম্প্যাক্ট ফরম্যাট

সর্বোচ্চ কোয়ালিটির নিশ্চয়তা

HSC
কম্প্যাক্ট সিরিজ
FULL SYLLABUS

পদার্থবিজ্ঞান
১ম পত্র
Experience The Best Approach

এক নজরে আমাদের বই

- বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের সৃজনশীল এবং বহুনির্বাচনী প্রশ্নমালা বিশ্লেষণ করে আমরা এমনভাবে একেকটি অধ্যায় সাজিয়েছি যেন একজন HSC পরীক্ষার্থী স্বল্প সময়ে সর্বোচ্চ প্রস্তুতি নিতে পারে।
- অধ্যায়ের শুরুতে Topic-wise সৃজনশীল প্রশ্নের Analysis দেওয়া [illegible]। প্রতিটি অধ্যায়ে একনজরে ঐ অধ্যায়ের সূত্রাবলী দেওয়া হয়েছে।
- প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তর আমাদের কন্টেন্ট টিম কর্তৃক এমন[illegible] করা হয়েছে যেন একজন শিক্ষার্থী পরীক্ষায় সর্বোচ্চ নম্বর অর্জন করতে পারে। প্র[illegible]জনশীল অংশের সমাধান তোমরা QR কোড স্ক্যান করে দেখতে পারবে।
- MCQ প্রশ্নের জন্য প্রয়োজনীয় ব্যাখ্যা প্রদান করা হয়েছে। পর্যাপ্ত Shor[illegible]echnique দেখানো হয়েছে যেন পরীক্ষায় দ্রুত উত্তর করতে পারো।
- বইয়ের শেষে বোর্ড স্ট্যান্ডার্ড দুইটি মডেল টেস্ট সংযোজিত হয়েছে যার স[illegible]ান তোমরা QR কোড স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

কীভাবে বইটি অধ্যয়ন করবে?

বোর্ড পরীক্ষার জন্য কোনো অধ্যায়ের চূড়ান্ত প্রস্তুতির অংশ হিসেবে ওই অধ্যায়ের সকল সৃজনশীল এবং বহুনির্বাচনী প্রশ্ন পড়ে ফেল। প্রশ্নগুলো এমন ভাবে বাছাই করা হয়েছে যে এতে তোমার খুব দ্রুত একটি কার্যকর এবং পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতি হয়ে যাবে। প্র্যাকটিস অংশ এবং মডেল টেস্টের প্রশ্ন অবশ্যই প্রথমে নিজে সমাধান করার চেষ্টা করবে।

কপিরাইট: প্রকাশকের লিখিত অনুমতি ব্যতীত এই বই বা বইয়ের কোনো অংশ নকল/ফটোকপি করে বিক্রি করা কপিরাইট আইন, ২০০০ অনুযায়ী দণ্ডনীয় অপরাধ। বই বা বইয়ের কোনো অংশ অনলাইন প্লাটফর্ম যেমন ফেসবুকের কোনো পেইজ/গ্রুপে প্রচার করলে তার বিরুদ্ধে কঠোর আইনগত ব্যবস্থা নেওয়া হবে।

এইচএসসি'২৬ কম্প্যাক্ট সিরিজ

পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র

সার্বিক দিক নির্দেশনায়

নুমেরি সাত্তার অপার
অপূর্ব অপু
মো: মাশরুর হোসেন
অভি দত্ত তুষার
কাজী রাকিবুল হাসান
নাজমুস সাকিব
মোত্তাসিন পাহলভী
সঞ্জয় চক্রবর্তী
হিমেল বড়ুয়া
ডা. তোফায়েল আহমেদ
শেখ হাসনাত জামান শুভ্র
ডা. ফাহাদ ইবনে মাহফুজ

সার্বিক ব্যবস্থাপনায়

মো: সুজাউল ইসলাম
অভি দত্ত তুষার
মঈনুল হাসান

রচনায়

রস্বস পাবলিকেশন্স কনটেন্ট টিম

কৃতজ্ঞতায়

রস্বস পাবলিকেশন্সের সকল সদস্য

রচনা সহযোগিতায়

নাহিদ আহমেদ সোহাগ
MME'17, BUET

শোভন আঢ্য
EEE'14, BUET

আরিফ আওসাফ ঋদ্ধ
CSE'24, BUET

আবু নাছের খান
CE'18, BUET

শাহাদাৎ হোসেন
NAME'18,BUET

তানভীর আহমেদ সাজিদ
IPE'18, BUET

আশিকুর রহমান
CE'18, BUET

হাসান ফেরদৌস মাহি
CSE'22, BUET

মো: মাসুদ মিয়া
MME'16, BUET

প্রকাশনা

রম্বস পাবলিকেশন্স

মিরপুর ডিওএইচএস, ঢাকা - ১২১৬

প্রথম সংস্করণ : ডিসেম্বর, ২০২৪

দ্বিতীয় সংস্করণ : নভেম্বর, ২০২৫

প্রচ্ছদ ও গ্রাফিক্স : ইফরান আহম্মেদ ইউশা
শরীয়ত উল্লাহ

অঙ্গসজ্জা : তাজ হাসান শাহজাদা
রাজন সামি

বর্ণবিন্যাস : হৃদয় বিশ্বাস
রাসেল নয়ন
মো: রফিকুল ইসলাম
বিজয় কুমার

মুদ্রণ ও বাঁধাই : রম্বস পাবলিকেশন্স

সর্বোচ্চ খুচরা মূল্য : ৪৫০.০০(চারশত পঞ্চাশ) টাকা

শিক্ষার্থীদের প্রতি বার্তা

প্রিয় এইচএসসি ২৬ ব্যাচের শিক্ষার্থীরা,

২০১৯ সালের পর এবারই প্রথম ফুল সিলেবাসে এইচএসসি পরীক্ষা অনুষ্ঠিত হতে যাচ্ছে। পাঁচ বছর পর আবার পুরো সিলেবাস মানে কী তা তোমরা প্রতিদিন টের পাচ্ছো। আমরাও তোমাদের এই পরিস্থিতিটা বুঝি। এত বড় সিলেবাস, এত কম সময়, এই পরিস্থিতিতে এমন একটি বই লাগবেই, যেটা ধরে দ্রুত রিভিশন দিতে পারবে, আত্মবিশ্বাস আনতে পারবে। হ্যাঁ, এই কাজটা আমরা তোমাদের জন্য করে দিয়েছি।

আমরা যখন Compact Series এর দ্বিতীয় সংস্করণ নিয়ে কাজ শুরু করলাম, আমাদের লক্ষ্য ছিলো তোমাদের জন্য বিশাল সিলেবাসকে গুছিয়ে দেওয়া। পুরো সিলেবাস ঘেঁটে, বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে আমরা Compact Series এর বইগুলো সাজিয়েছি। আমরা দায়িত্ব নিয়ে বলছি, বাজারে এভাবে পুরো সিলেবাসকে গুছিয়ে দেওয়া আর কোনো বই তোমরা পাবেনা। আমাদের পুরো টিম এজন্য অসামান্য পরিশ্রম করেছে।

এবারের সংস্করণে আমরা আগের সব ভুল ঠিক করেছি, নতুন করে সাজিয়েছি, আরও গুছিয়ে দিয়েছি। ফুল সিলেবাসে ফোকাস করে পুরো বই আপডেট করা হয়েছে। আমরা আশাবাদী যে আমাদের এই বইগুলো তোমাদের প্রস্তুতিকে অন্য মাত্রায় নিয়ে যাবে।

তোমাদের ভবিষ্যৎ জীবনের প্রতি অনেক শুভকামনা।

সূচিপত্র

অধ্যায়	পৃষ্ঠা
ভৌত জগৎ ও পরিমাপ	**০১**
অধ্যায়টির গুরুত্ব — সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০) ০ বার	
গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ	০১
বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর	০২
জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	০৩
বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর	০৪
ভেক্টর	**০৯**
অধ্যায়টির গুরুত্ব — সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০) ৯৬ বার	
গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ	১০
বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর	১২
সৃজনশীল অংশ (Practice)	৩১
জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	৩৪
বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর	৪২
গতিবিদ্যা	**৬১**
অধ্যায়টির গুরুত্ব — সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০১৯) ২৮ বার	
গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ	৬২
বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর	৬৩
সৃজনশীল অংশ (Practice)	৭৯
জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	৮২
বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর	৮৬
নিউটনিয়ান বলবিদ্যা	**১০১**
অধ্যায়টির গুরুত্ব — সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০) ৮৬ বার	
গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ	১০২
বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর	১০৫
সৃজনশীল অংশ (Practice)	১২০
জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	১২২
বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর	১২৮
কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা	**১৪৯**
অধ্যায়টির গুরুত্ব — সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০) ৫৬ বার	
গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ	১৫০
বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর	১৫২
সৃজনশীল অংশ (Practice)	১৭০
জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর	১৭২
বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর	১৭৭

অধ্যায়	পৃষ্ঠা

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ ১৯৩

অধ্যায়টির গুরুত্ব ★★★★
সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০) ৬২ বার

- গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ ১৯৪
- বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ১৯৬
- সৃজনশীল অংশ (Practice) ২১২
- জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ২১৪
- বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর ২১৯

পদার্থের গাঠনিক ধর্ম ২৩১

অধ্যায়টির গুরুত্ব ★★★
সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০) ৬০ বার

- গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ ২৩২
- বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ২৩৪
- সৃজনশীল অংশ (Practice) ২৪৯
- জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ২৫২
- বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর ২৫৮

পর্যাবৃত্ত গতি ২৭১

অধ্যায়টির গুরুত্ব ★★★★★
সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০)

- গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ ২৭২
- বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ২৭৩
- সৃজনশীল অংশ (Practice) ২৯০
- জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ২৯৩
- বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর ২৯৯

তরঙ্গ ৩১৯

অধ্যায়টির গুরুত্ব ★★★
সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০)

- গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ ৩২০
- বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ৩২২
- সৃজনশীল অংশ (Practice) ৩৩৩
- জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ৩৩৫
- বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর ৩৪২

আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব ৩৫৩

অধ্যায়টির গুরুত্ব ★★★★★
সর্বমোট CQ প্রশ্ন এসেছে (২০১০-২০২০)

- গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ ৩৫৪
- বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর ৩৫৬
- সৃজনশীল অংশ (Practice) ৩৬৬
- জ্ঞান-অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর ৩৬৯
- বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর ৩৭৫

মডেল টেস্ট ০১ .... ৩৮৯

মডেল টেস্ট ০২ .... ৩৯১

প্রথম অধ্যায়

ভৌত জগৎ ও পরিমাপ
Physical World and Measurement

ACS

Board Questions Analysis

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	১	–	–	–	–	১	–	–	–
২০২৪	–	–	–	–	২	–	–	২	–
২০২৩	–	–	–	–	–	১	–	–	–
২০২২	–	১	–	–	–	–	–	–	২
২০২১	–	–	–	১	–	–	–	–	–
২০১৯	২	১	৩	১	১	১	২	১	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-১								
২০১৭	১	২	১	৪	–	১	–	২	–
২০১৬	১	১	২	৩	১	৩	১	১	–
২০১৫	২	–	৪	১	১	৩	৩	–	–

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ **স্লাইড ক্যালিপার্স:** • $L = M + V \times VC$	L = পরিমাপকৃত দৈর্ঘ্য M = প্রধান স্কেল পাঠ V = ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ VC = ভার্নিয়ার ধ্রুবক
■ **স্ক্রু-গজ:** • $L = M + C \times K$	K = লঘিষ্ঠ গণন = $\frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা}}$ L = পরিমাপকৃত মান M = রৈখিক স্কেল পাঠ C = বৃত্তাকার স্কেল পাঠ
■ **স্ফেরোমিটার:** • $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$	R = বক্রতার ব্যাসার্ধ d = স্ফেরোমিটারের পা তিনটির মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব h = তিনটি পায়ের তল হতে বক্রতলের উচ্চতা কিংবা নিম্নতা
■ **ত্রুটি:** • $A = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n}{n}$ • $d_1 = \lvert x_1 - A \rvert, d_2 = \lvert x_2 - A \rvert, \ldots\ldots d_n = \lvert x_n - A \rvert$ • $d = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + \ldots\ldots + d_n}{n}$ • $x = A \pm d$ • $\delta x = \frac{d}{A}$ • $\sigma = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \ldots\ldots + d_n^2}{n}}$ • $\% e = \frac{\text{সঠিক মান} \sim \text{পরিমাপকৃত মান}}{\text{সঠিক মান}} \times 100\%$ • $Z = A + B$ হলে, $\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$ • $Z = \frac{A^x B^y}{C^n}$ হলে, $\frac{\Delta Z}{Z} = x\frac{\Delta A}{A} + y\frac{\Delta B}{B} + n\frac{\Delta C}{C}$	$x_1, x_2, \ldots x_n$ = রাশিটির n সংখ্যক বার পরিমাপে প্রাপ্ত মান A = রাশিটির গড় মান। $d_1, d_2, \ldots\ldots d_n$ = পরিমাপে বিচ্যুতি d = গড় বিচ্যুতি x = রাশিটির প্রকৃত মান σ = প্রমাণ বিচ্যুতি δx = আপেক্ষিক ত্রুটি $\%\ e$ = শতকরা ত্রুটি $\frac{\Delta Z}{Z}$ = Z পরিমাপে সম্ভাব্য সর্বোচ্চ ত্রুটি।

TDE EDUCATIONAL TEAM

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১ একটি সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$। কোনো স্থানে g নির্ণয়ের পরীক্ষায় $L = (100 \pm 0.4)$ cm এবং $T = (2.00 + 0.02)$ s পাওয়া গেল। সরল দোলকের ববের ব্যাসার্ধ 2 cm।

(ক) পিচ কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৫; চ. বো. ১৬]

(খ) স্ক্রুমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক 0.01mm বলতে কি বুঝ? [ম. বো. ১৯]

(গ) ববের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1.5% ভুল হলে এর আয়তন নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি কত হবে?

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে উক্ত স্থানে g এর মান নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি কত বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

ক বৃত্তাকার স্কেলকে একবার ঘুরালে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে পিচ বলে।

খ পিচ এবং বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যার অনুপাতকে লঘিষ্ঠ ধ্রুবক বলে। লঘিষ্ঠ ধ্রুবক, $LC = \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা}}$

স্ক্রুমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক হলো সর্বনিম্ন মান যে পর্যন্ত যন্ত্রটি সূক্ষ্মভাবে পরিমাপ করতে পারে। অর্থাৎ, কোনো স্ক্রুমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক 0.01 mm বলতে বোঝায়, স্ক্রুমিটারটি সর্বনিম্ন 0.01 mm পর্যন্ত সূক্ষ্মভাবে পরিমাপ করতে সক্ষম।

গ আমরা জানি, আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} \times 100\% = 3 \times \frac{\Delta r}{r} \times 100\% = 3 \times 1.5\% = 4.5\%$

সুতরাং, আয়তন নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি 4.5%। **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = \frac{L}{4\pi^2 T^2}$

$\therefore$ শতকরা ত্রুটি, $\frac{\Delta g}{g} \times 100\% = \frac{\Delta L}{L} \times 100\% + 2 \times \frac{\Delta T}{T} \times 100\%$

$$= \left(\frac{0.4}{100} + 2 \times \frac{0.02}{2}\right) \times 100\% = 2.4\% \text{ (Ans.)}$$

সুতরাং, উক্ত স্থানে g এর মান নির্ণয়ে শতকরা 2.4% ত্রুটি পাওয়া যাবে।

প্রশ্ন ▶ ২ অমৃতা একদিন পরীক্ষাগারে স্ফেরোমিটার ব্যবহার করে সমতল কাচ প্লেটের উচ্চতার গড় পাঠ 0.1 mm এবং উত্তল লেন্সের উচ্চতার গড় পাঠ 1.24 mm পেল। যন্ত্রের তিন পায়ের গড় দূরত্ব 40 mm।

(ক) ভার্নিয়ার ধ্রুবক কি?

(খ) সাধারণত স্ফেরোমিটারের সাহায্যে পাতের পুরুত্ব নির্ণয়কালে এর যান্ত্রিক ত্রুটি থাকা সত্ত্বেও তা নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না কেন? [সি. বো. ২১]

(গ) উদ্দীপকের লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(ঘ) উদ্দীপকের লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলে বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন হবে কি? তোমার মতামত দাও।

সমাধান:

ক মূল স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান এবং ভার্নিয়ার স্কেলের মোট দাগ সংখ্যার অনুপাতকে ভার্নিয়ার ধ্রুবক বলে।

খ স্ফেরোমিটারের গোলাকৃতি স্কেলের শূন্য দাগ রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের সাথে না মিললে যন্ত্রটিতে ত্রুটি আছে বলে ধরা হয়। তবে এক্ষেত্রে যান্ত্রিক ত্রুটি থাকলেও তা পরিমাপ করার প্রয়োজন হয় না, কেননা স্ফেরোমিটারকে প্রথমে সমতলে রেখে একবার পাঠ নেয়া হয়। আবার বক্রতলের উপর রেখে পুনরায় পাঠ নেয়া হয়। এক্ষেত্রে বক্রতলের উচ্চতা বা গভীরতা হলো প্রাপ্ত মান দুটির বিয়োগফল। দুটি রাশির বিয়োগ করার ফলে, রাশি পরিমাপে ত্রুটি উপস্থিত থাকলেও বিয়োগফলে এ ত্রুটি আর উপস্থিত থাকে না। তাই স্ফেরোমিটারের সাহায্যে পাতের পুরুত্ব নির্ণয়কালে যান্ত্রিক ত্রুটি থাকলেও তা নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না।

গ দেওয়া আছে, সমতল কাচ প্লেটের গড় উচ্চতা, $h_1 = 0.1$ mm

উত্তল লেন্সের গড় উচ্চতা, $h_2 = 1.24$ mm

তিন পায়ের গড় দূরত্ব, $d = 40$ mm

$\therefore$ লেন্সটির উচ্চতা, $h = h_2 - h_1 = 1.24 - 0.1 = 1.14$ mm

বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{40^2}{6 \times 1.14} + \frac{1.14}{2} = 234.488 \text{ mm} = 23.44 \text{ cm}$

$\therefore$ উদ্দীপকে লেন্সটির বক্রতার ব্যাসার্ধ = 23.44 cm **(Ans.)**

ঘ লেন্সটি অবতল হলে, লেন্সটির উচ্চতা, $h = h_1 - h_2 = 0.1 - 1.24 = -1.14$ mm

$\therefore |h| = 1.14$ mm [মান নিয়ে]

$\therefore$ বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R' = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{40^2}{6 \times 1.14} + \frac{1.14}{2} = 23.44$ mm

$\therefore R' = R$

সুতরাং লেন্সটি উত্তল না হয়ে অবতল হলে বক্রতার ব্যাসার্ধের কোনো পরিবর্তন হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ দৃশ্যকল্প-১: একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান 1mm।

দৃশ্যকল্প-২: একজন শিক্ষার্থী একটি উত্তল তলে বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের জন্য যে স্ফেরোমিটারটি ব্যবহার করে তার রৈখিক স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান 1 mm এবং বৃত্তাকার স্কেলের মোট ঘর সংখ্যা 100। স্ফেরোমিটারটিকে সমতলে রাখলে সে রৈখিক ও বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ পায় যথাক্রমে 8 ও 35 এবং উত্তল তলের উপর রেখে পাঠ পায় যথাক্রমে 9 ও 60 স্ফেরোমিটারের তিনটি পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব 0.04 m।

(ক) লব্ধ একক কি? [চ. বো, সি. বো, কু. বো. ১৬]

(খ) কোনো রাশির পরিমাপ প্রকাশে এককের প্রয়োজন হয় কেন? [রা. বো. ১৭]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ এ ভার্নিয়ার স্কেলের 30 ঘর প্রধান স্কেলের 29 ঘরের সমান হলে, ভার্নিয়ার ধ্রুবক নির্ণয় করো।

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এর শিক্ষার্থীর নির্ণীত উত্তল তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ হিসাব করো।

সমাধান:

ক যে সকল রাশি বা একক, মৌলিক রাশি বা একক থেকে উদ্ভূত তাদেরকে লব্ধ রাশি বা লব্ধ একক বলে।

খ প্রত্যেকটি রাশির পরিমাপের জন্য রাশিটির একটি সুবিধাজনক মানকে আদর্শ ধরে নেয়া হয়। এই আদর্শ মানের সাথে তুলনা করে রাশিটির পরিমাপ করা হয়। এই আদর্শ মানকে রাশিটির একক বলে। যেমন: 1 kg ভরের কোনো বস্তুকে 1 ms^{-2} ত্বরণ দিতে যে পরিমাণ বল প্রয়োজন হয় তাকে 1 N বলে। এক্ষেত্রে বলের একক N।

গ দেওয়া আছে, প্রধান স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান = 1 mm

$\therefore$ ভার্নিয়ার স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘর $= \frac{29}{30}$ mm = 0.967 mm

$\therefore$ ভার্নিয়ার ধ্রুবক, VC = (1 – 0.967) mm = 0.033 mm **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, লঘিষ্ঠ গুণন, $VC = \frac{1}{100} = 0.01$ mm

সমতলে পাঠ, h_1 = প্রধান স্কেলের পাঠ + বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ × লঘিষ্ঠ গুণন

$= 8 + 35 \times 0.01 = 8.35$ mm

বক্রতলে পাঠ, h_2 = প্রধান স্কেলের পাঠ + বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ × লঘিষ্ঠ গুণন

$= 9 + 60 \times 0.01 = 9.6$ mm

$\therefore$ বক্রতলের উচ্চতা, $h = h_2 - h_1 = 9.6 - 8.35 = 1.25$ mm

$\therefore$ বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2} = \frac{40^2}{6 \times 1.25} + \frac{1.25}{2} = 213.95$ mm **(Ans.)**

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

১। ধারণা বা প্রত্যয় কাকে বলে?

উত্তর: ধারণা হলো কোনো ভাবনা, চিন্তাধারা বা কোনো সাধারণ অভিমত।

২। সূত্র কাকে বলে?

উত্তর: যখন কোনো তত্ত্ব অনেক পরীক্ষা নিরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণিত হয় এবং এর মূল কথাগুলো একটি উক্তির মাধ্যমে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে বৈজ্ঞানিক সূত্র বলা হয়।

৩। নীতি বলতে কি বুঝ?

উত্তর: যেসব প্রাকৃতিক সত্য সরাসরি স্পষ্টভাবে প্রমাণ করা যায় এবং ঐ সত্যের সাহায্যে অনেক প্রাকৃতিক ঘটনাকে প্রমাণ করা যায় তাকে নীতি বলে।

৪। স্বীকার্য কাকে বলে?

উত্তর: কোনো গাণিতিক মডেল বা সূত্র প্রতিষ্ঠা করার লক্ষ্যে যদি কিছু পূর্বশর্ত স্বীকার করে নেয়া হয় তবে ঐ পূর্বশর্তসমূহকে স্বীকার্য বলে।

৫। অনুকল্প কি? [কু. বো., ব. বো., চ.বো. ১৮]

উত্তর: বিজ্ঞানীরা তাদের পর্যবেক্ষিত ঘটনার কারণ সম্বন্ধে ব্যাখ্যা প্রদানের জন্য অনেক সময় পূর্ব আবিষ্কৃত প্রাকৃতিক নিয়মের সাথে সামঞ্জস্য রেখে কিছু অনুমান করেন। এই অনুমানগুলোকে অনুকল্প বলে।

৬। তত্ত্ব বলতে কি বুঝায়?

উত্তর: পরীক্ষা-নিরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত অনুকল্পকে তত্ত্ব বলে।

৭। মৌলিক একক কাকে বলে? [চ. বো., সি. বো., কু. বো. ১৬]

উত্তর: যে একক অন্য কোনো এককের উপর নির্ভর করে না এবং একবারে সম্পর্কশূন্য বা স্বাধীন তাকে মৌলিক একক বলে।

৮। লব্ধ একক কি? [চ. বো., সি. বো., কু. বো. ১৬]

উত্তর: মৌলিক একক হতে যে একক পাওয়া যায় তাকে লব্ধ একক বা যৌগিক একক বলে।

৯। মাত্রা কাকে বলে?

উত্তর: কোনো একটি রাশি এবং তার মৌলিক এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য যে সংকেত ব্যবহার করা হয় তাকে উক্ত রাশির মাত্রা বলে।

১০। মাত্রা সমীকরণ বলতে কি বুঝ?

উত্তর: যে সমীকরণ মৌলিক একক ও লব্ধ এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে তাকে মাত্রা সমীকরণ বলে।

১১। যান্ত্রিক ত্রুটি কাকে বলে?

উত্তর: ভৌত রাশি পরিমাপে যে সমস্ত যন্ত্র ব্যবহার করা হয় সেগুলো সঠিক এবং সুবেদী না হলে পরিমাপে ত্রুটি দেখা যায়। একে যান্ত্রিক ত্রুটি বলে।

১২। পরম ত্রুটি কাকে বলে?

উত্তর: কোনো একটি রাশির প্রকৃত মান ও পরিমাপকৃত মানের পার্থক্যকে পরম ত্রুটি বলে।

১৩। আপেক্ষিক ত্রুটি কাকে বলে?

উত্তর: গড় পরম ত্রুটি ও সঠিক মানের অনুপাতকে আপেক্ষিক ত্রুটি বলে।

১৪। শূন্য ত্রুটি কাকে বলে?

উত্তর: সাধারণত ভার্নিয়ার স্কেল, স্ক্রুগজ, স্লাইড ক্যালিপার্স, স্ফেরোমিটার ইত্যাদির প্রধান স্কেলের শূন্য দাগ, ভার্নিয়ার বা বৃত্তাকার স্কেলের শূন্য দাগের সাথে না মিললে একে শূন্য ত্রুটি বলে।

১৫। শতকরা ত্রুটি কাকে বলে?

উত্তর: আপেক্ষিক ত্রুটিকে শতকরা হিসাবে প্রকাশ করলে তাকে শতকরা ত্রুটি বলে।

১৬। লঘিষ্ঠ গণন কাকে বলে?

উত্তর: কোনো যন্ত্রের সাহায্যে ন্যূনতম যে পরিমাপ নেয়া সম্ভব তাকে ঐ যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন বলে।

১৭। লম্বন ত্রুটি কাকে বলে? [দি. বো. ১৭]

উত্তর: দৃষ্টির দিক পরিবর্তনের সাথে সাথে কোনো লক্ষ্যবস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের কারণে পরিমাপে যে ত্রুটি হয় তাকে লম্বন ত্রুটি বলে।

১৮। পিচ কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৫; চ. বো. ১৬]

উত্তর: বৃত্তাকার স্কেলকে একবার ঘুরালে এটি রৈখিক স্কেল বরাবর যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে পিচ বলে।

১৯। ভার্নিয়ার ধ্রুবক কি?

উত্তর: মূল স্কেলের ক্ষুদ্রতম এক ঘরের মান এবং ভার্নিয়ার স্কেলের মোট দাগ সংখ্যার অনুপাতকে ভার্নিয়ার ধ্রুবক বলে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

১। বলের একককে মৌলিক এককের মাধ্যমে প্রকাশ করো। [চ. বো. ১৫]

উত্তর: আমরা জানি, $F = ma$; m এর একক kg এবং a এর একক ms^{-2}।

$\therefore$ F এর একক $kgms^{-2}$

২। পরিমাপের সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি থাকবে কি না- ব্যাখ্যা করো [য. বো. ১৭]

উত্তর: যে সকল যন্ত্র নাট-স্ক্রু নীতির উপর ভিত্তি করে তৈরি সে সকল যন্ত্রে পিছট ত্রুটি দেখা যায়। সাধারণত অনেকদিন ব্যবহারের ফলে নাটের গর্ত বড় হয়ে যায় বা স্ক্রু আলগা হয়ে যায়। এর ফলে স্ক্রুকে উভয় দিকে একই পরিমাণ ঘূর্ণনে সমান সরণ হয় না। এর ফলে পরিমাপে যে ত্রুটি দেখা যায় তাকে পিছট ত্রুটি বলে। তবে পাঠ নেয়ার সময় স্ক্রুকে একই দিকে ঘুরালে এ ত্রুটি দূর হয়।

৩। পরিমাপের এককের অন্তর্জাতিক পদ্ধতির প্রয়োজন হয়েছিল কেন? [সি. বো. ১৯]

উত্তর: পৃথিবীর বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন পদ্ধতির এককের প্রচলন রয়েছে। বিভিন্ন দেশ এফ.পি.এস., এম.কে.এস. বা সি.জি.এস. পদ্ধতির একক ব্যবহার করে থাকে। এই ভিন্নতার ফলে পরিমাপে বিভিন্ন অসুবিধার সৃষ্টি হয়। এই অসুবিধা দূর করার জন্য 1960 সালে আন্তর্জাতিক পদ্ধতির এককের প্রচলন ঘটানো হয়। ফলে পৃথিবীর সকল দেশ যে কোনো রাশিকে একই এককে পরিমাপ করতে সক্ষম হয়। এটিই এস.আই. একক নামে পরিচিতি।

৪। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের মাত্রা নির্ণয় করো।

উত্তর: মহাকর্ষীয় বিভব, $V = \frac{W}{m} = \frac{Fs}{m}$ $\quad \therefore [V] = \frac{[MLT^{-2}][L]}{[M]} = [L^2T^{-2}]$

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{F}{m}$ $\quad \therefore [E] = \frac{[MLT^{-2}]}{[M]} = [LT^{-2}]$

৫। $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণে L ও T পরিমাপে ত্রুটি যথাক্রমে 2% ও 3% পাওয়া গেল, g নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি?

উত্তর: $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

$$\therefore \frac{\Delta g}{g}\times 100\% = \frac{\Delta L}{L}\times 100\% + 2\times\frac{\Delta T}{T}\times 100\% = 2\% + 2\times 3\% = 8\%$$

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১। সবচেয়ে ছোট একক কোনটি? [কু. বো. ১৯]

ⓚ মিলি মাইক্রোন ⓛ অ্যাংস্ট্রম
ⓜ এক্সরে-ইউনিট ⓝ অ্যাটো-মিটার

উত্তর: ⓝ অ্যাটো-মিটার

ব্যাখ্যা: $1\ m\mu = 10^{-9}\ m$

$1\ \mathring{A} = 10^{-10}\ m$

$1\ X.U. = 10^{-13}\ m$

$1\ am = 10^{-18}\ m$

২। কোয়ান্টাম তত্ত্বের জনক কে? [চ. বো. ১৯]

ⓚ টমাস ইয়ং ⓛ আর্নেস্ট রাদারফোর্ড
ⓜ ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক ⓝ আলবার্ট আইনস্টাইন

উত্তর: ⓜ ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক

ব্যাখ্যা: কোয়ান্টাম তত্ত্বের জনক ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক।

৩। নিচের কোনটি লব্ধ রাশি? [সি. বো. ১৯]

ⓚ ঘনত্ব ⓛ ভর ⓜ তাপমাত্রা ⓝ সময়

উত্তর: ⓚ ঘনত্ব

ব্যাখ্যা: যে সকল রাশি মৌলিক রাশি হতে উদ্ভূত তাদের লব্ধ রাশি বলে। যেমন: ঘনত্ব, বেগ, কাজ, বল, ক্ষমতা ইত্যাদি।

৪। ঘন কোণের একক কোনটি? [মা. বো. ১৯]

ⓚ রেডিয়ান ⓛ স্টেরেডিয়ান ⓜ ডিগ্রী ⓝ গ্রেডিয়ান

উত্তর: ⓛ স্টেরেডিয়ান

ব্যাখ্যা: কোণের একক রেডিয়ান এবং ঘন কোণের একক স্টেরেডিয়ান।

৫। অভিন্ন একক ও মাত্রার জোড়া হচ্ছে– [চ. বো. ১৯, সি. বো. ১৫]

(i) কাজ ও পৃষ্ঠশক্তি
(ii) পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি
(iii) আনুভূমিক পাল্লা ও সরণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ ii ও iii

ব্যাখ্যা: কাজ $= Fs$

$\therefore$ একক kgm^2s^{-2}

পৃষ্ঠশক্তি $= F$

$\therefore$ একক $kgms^{-2}$।

আবার, পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি একই রাশি।

আনুভূমিক পাল্লা বলতে ভূমি বরাবর সরণ কে বুঝায়।

৬। নিচের কোন রাশি দুটির মাত্রা ভিন্ন- [মা. বো. ১৯]

ⓚ শক্তি ও কাজ ⓛ পীড়ন ও চাপ
ⓜ চাপ ও বল ⓝ ভরবেগ ও প্লাঙ্কের ধ্রুবক

উত্তর: ⓜ চাপ ও বল

ব্যাখ্যা: চাপ, $P = \frac{F}{A}$

$\therefore$ মাত্রা $= ML^{-1}T^{-2}$

এবং বল, $F = ma$

$\therefore$ মাত্রা $= MLT^{-2}$

৭। পাখির উড়া পর্যবেক্ষণ করে উড়োজাহাজের মডেল তৈরি করেন কে? [ঢা. বো. ১৯]

ⓚ রবার্ট হুক ⓛ রজার বেকন
ⓜ লিওনার্দো দ্যা ভিঞ্চি ⓝ আইজ্যাক নিউটন

উত্তর: ⓜ লিওনার্দো দ্যা ভিঞ্চি

৮। চাপ একটি যৌগিক রাশি। এর এস.আই. একক হচ্ছে– [রা. বো. ১৭]

(i) প্যাসকেল
(ii) নিউটন/মিটার^2
(iii) ডাইন/সে.মি.^{2}

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii
ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: চাপ, $P = \frac{F}{A}$ $\therefore$ একক Nm^{-2} বা Pa

৯। মৌলিক রাশি হলো- [ঢা. বো. ১৬]

(i) তড়িৎ প্রবাহমাত্রা
(ii) পদার্থের পরিমাণ
(iii) দীপন তীব্রতা

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: মৌলিক রাশি: দৈর্ঘ্য, ভর, সময়, তাপমাত্রা, বিদ্যুৎ প্রবাহ, দীপন তীব্রতা, পদার্থের পরিমাণ।

১০। নিচের কোনটি দৈর্ঘ্যের SI একক? [সি. বো. ১৭]

ⓚ সেন্টিমিটার ⓛ মাইল ⓜ মিটার ⓝ ফুট

উত্তর: ⓜ মিটার

১১। কোনো কিছু ব্যাখ্যার জন্য যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা তাকে বলে- [কু. বো. ১৬]
বা, পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত অনুকল্পকে কী বলে? [চ. বো. ১৬]

ⓚ স্বীকার্য ⓛ তত্ত্ব ⓜ অনুকল্প ⓝ সূত্র

উত্তর: ⓛ তত্ত্ব

ব্যাখ্যা: কোনো কিছু ব্যাখ্যার জন্য যে আনুষ্ঠানিক চিন্তাধারা, ভাবনা বা ধারণা তাকে তত্ত্ব বলে।

১২। এককের সঠিক ক্রম কোনটি? [ঢা. বো. ১৬]

ⓚ পারসেক > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম > আলোক বছর
ⓛ আলোক বছর > পারসেক > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম
ⓜ পারসেক > আলোক বছর > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম
ⓝ অ্যাংস্ট্রম > পারসেক > মেগামিটার > আলোক বছর

উত্তর: ⓜ পারসেক > আলোক বছর > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম

ব্যাখ্যা: $1\ pc = 3.26\ ly$

$1\ ly = 9.46 \times 10^9\ Mm = 9.46 \times 10^{15}\ m$

$1\ Mm = 10^6\ m$

$1\ \mathring{A} = 10^{-10}\ m$

$\therefore$ পারসেক > আলোকবর্ষ > মেগামিটার > অ্যাংস্ট্রম

১৩। একটি আদর্শ বা যুক্তিপূর্ণ আচরণ ভিত্তি যার সাপেক্ষে অন্যান্য বিষয় তুলনা, বিচার-বিশ্লেষণ ও পরিমাপ করা হয় তাকে কী বলে? [কু. বো. ১৬]

ⓚ সূত্র ⓛ নীতি ⓜ অনুকল্প ⓝ স্বীকার্য

উত্তর: ⓜ অনুকল্প

১৪। আলোকবর্ষ কিসের একক? [ব. বো. ১৬]

ⓚ সময় ⓛ দূরত্ব ⓜ ত্বরণ ⓝ বেগ

উত্তর: ⓛ দূরত্ব

ব্যাখ্যা: আলোকবর্ষ দূরত্বের একক। $1\ ly = 9.46 \times 10^{15}$ m

১৫। কোন দুটি ভৌত জগতের উপাদান? [ব. বো. ১৬]

ⓚ সময় ও ত্বরণ ⓛ ভর ও স্থান

ⓜ স্থান ও বেগ ⓝ ভর ও তাপমাত্রা

উত্তর: ⓛ ভর ও স্থান

ব্যাখ্যা: ভৌত জগতের উপাদান স্থান, কাল, দৈর্ঘ্য ও ভর।

১৬। মৌলিক একক হলো- [সি. বো. ১৬]

(i) মিটার ও কেলভিন

(ii) সেকেন্ড ও অ্যাম্পিয়ার

(iii) ক্যান্ডেলা ও মোল

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: যে সকল একক স্বাধীন বা নিরপেক্ষ, যেগুলো অন্য এককের উপর নির্ভর করে না তাদের মৌলিক একক বলে। মৌলিক এককসমূহ- মিটার, কিলোগ্রাম, সেকেন্ড, কেলভিন, অ্যাম্পিয়ার, ক্যান্ডেলা, মোল।

১৭। নিচের কোনটি লব্ধি রাশি? [ঢা. বো. ১৫; চ. বো. ১৯]

ⓚ তাপমাত্রা ⓛ ভর ⓜ সময় ⓝ কম্পাঙ্ক

উত্তর: ⓝ কম্পাঙ্ক

ব্যাখ্যা: যে সকল রাশি মৌলিক রাশি থেকে লাভ করা যায় না তাদের লব্ধ রাশি বলে। যেমন- বল, কাজ, ঘনত্ব, প্রাবল্য, কম্পাঙ্ক ইত্যাদি।

১৮। কোয়ান্টাম তত্ত্বের ধারণা কোন বিজ্ঞানী সম্প্রসারিত করেন? [দি. বো. ১৬]

ⓚ আইজ্যাক নিউটন ⓛ ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক

ⓜ আলবার্ট আইনস্টাইন ⓝ মাইকেল ফ্যারাডে

উত্তর: ⓜ আলবার্ট আইনস্টাইন

ব্যাখ্যা: ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রবর্তন করেন। আইনস্টাইন কোয়ান্টাম তত্ত্বকে সম্প্রসারিত করেন।

১৯। এক আলোকবর্ষ হলো- [কু. বো. ১৫]

ⓚ 9.4×10^{12} km ⓛ 9.4×10^{15} km

ⓜ 6.7×10^{18} km ⓝ 9.4×10^{21} km

উত্তর: ⓚ 9.4×10^{12} km

২০। পদার্থের পরিমাণের এস.আই. একক হলো- [চ. বো. ১৫]

ⓚ অ্যাম্পিয়ার ⓛ ক্যান্ডেলা ⓜ মোল ⓝ কিলোগ্রাম

উত্তর: ⓜ মোল

২১। 1 GHz ও 1 MHz এর অনুপাত সমান- [চ. বো. ১৫]

ⓚ 10^9 ⓛ 10^6 ⓜ 10^3 ⓝ 10^{-3}

উত্তর: ⓜ 10^3

ব্যাখ্যা: $1\ GHz : 1\ MHz = \frac{10^9\ Hz}{10^6\ Hz} = 10^3$

২২। নিচের কোনটি দ্বারা এক পিকো (1 Pico) বোঝায়? [সি. বো. ১৫; ম. বো. ১৭]

ⓚ 10^{-12} ⓛ 10^{-9} ⓜ 10^9 ⓝ 10^{12}

উত্তর: ⓚ 10^{-12}

ব্যাখ্যা: $1\ Pico = 10^{-12}$

২৩। বিনা প্রমাণে কোনো কিছু মেনে নেয়াকে বলে- [সি. বো. ১৫]

ⓚ তত্ত্ব ⓛ স্বীকার্য ⓜ নীতি ⓝ ধারণা

উত্তর: ⓛ স্বীকার্য

ব্যাখ্যা: যা বিনা প্রমাণে সত্য বলে স্বীকার করে নেয়া হয় তাকে স্বীকার্য বলে।

২৪। বৃত্তাকার স্কেলের পূর্ণ ঘূর্ণন সংখ্যা M, বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা N এবং লঘিষ্ঠ গণন L_C হলে স্ক্রুগজ/স্ফেরোমিটারের সাহায্যে h নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? [ঢা. বো. ১৯]

ⓚ $h = M + L_C$ ⓛ $h = M \times N + L_C$

ⓜ $h = M \times$ পিচ $+ L_C$ ⓝ $h = M \times$ পিচ $+ N \times L_C$

উত্তর: ⓝ $h = M \times$ পিচ $+ N \times L_C$

ব্যাখ্যা: স্ফেরোমিটারের পাঠ, $h = M \times$ পিচ $+ N \times L_C$

২৫। 0.0001 mm, 0.001 mm, 0.01 mm ও 0.1 mm লঘিষ্ঠ ধ্রুবকের মানবিশিষ্ট যথাক্রমে ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ চারটি স্ফেরোমিটার ব্যবহার করলে কোনটি দ্বারা কোনো গোলীয় তলের ব্যাসার্ধ বেশি নির্ভুলভাবে মাপা যাবে? [ঢা. বো. ২৫; সি. বো. ২৫]

ⓚ ১ম ⓛ ২য় ⓜ ৩য় ⓝ ৪র্থ

উত্তর: ⓚ ১ম

ব্যাখ্যা: কোনো যন্ত্রের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক যত ক্ষুদ্র হবে, যন্ত্রটি দ্বারা তত সূক্ষ্মভাবে কোনোকিছু পরিমাপ করা সম্ভব হবে।

২৬। একটি স্ক্রুগজের লঘিষ্ঠ ধ্রুবকের মান 0.01 mm। এটি দ্বারা ন্যূনতম কত বেধ মাপা যাবে? [রা. বো. ১৯]

ⓚ 1 mm ⓛ 0.10 mm ⓜ 0.01 mm ⓝ 0.001 mm

উত্তর: ⓜ 0.01 mm

ব্যাখ্যা: স্ক্রুগজের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক 0.01 mm হলে, যন্ত্রটি সর্বনিম্ন 0.01 mm সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারবে।

২৭। স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবকের মান 0.02 mm হলে, নিচের কোন বেধটি নির্ভুলভাবে মাপা যাবে? [দি. বো. ২৪; রা. বো. ২২; সকল বোর্ড ১৮]

ⓚ 0.005 mm ⓛ 0.001 mm ⓜ 0.01 mm ⓝ 0.03 mm

উত্তর: ⓝ 0.03 mm

২৮। স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা 50। স্কেলটিকে এক পাক ঘুরালে রৈখিক স্কেলে সরণ হয় 0.5 mm। লঘিষ্ঠ গণন কত? [চ. বো. ১৬]

ⓚ 0.01 mm ⓛ 0.01 cm ⓜ 0.25 mm ⓝ 0.50 mm

উত্তর: ⓚ 0.01 mm

ব্যাখ্যা: লঘিষ্ঠ গণন $= \frac{\text{পিচ}}{\text{বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগসংখ্যা}} = \frac{0.5}{50} = 0.01$ mm

২৯। কোন গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করার জন্য কোন সমীকরণটি ব্যবহৃত হয়? [রা. বো. ১৭; চ. বো. ১৭; য. বো. ১৫]

ক $R=\frac{d^2}{6}+\frac{h}{2}$ খ $R=\frac{d^2}{6}+\frac{h}{4}$

গ $R=\frac{d^2}{6h}+\frac{h}{2}$ ঘ $R=\frac{d^2}{12}+\frac{h}{2}$

উত্তর: গ $R=\frac{d^2}{6h}+\frac{h}{2}$

ব্যাখ্যা: বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R=\frac{d^2}{6h}+\frac{h}{2}$

এখানে, d = স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের গড় দূরত্ব

এবং h = তিনটি পায়ের তল হতে বক্রতলের উচ্চতা কিংবা নিম্নতা।

৩০। কোনো তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়- [মা. বো. ১৭]

(i) স্লাইড কালিপার্স

(ii) স্ক্রু গজ

(iii) স্ফেরোমিটার

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii গ i ও ii ঘ i ও iii

উত্তর: খ ii

ব্যাখ্যা: স্ক্রুগজের সাহায্যে তারের ব্যাসার্ধ, সরু চোঙের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা যায়।

৩১। প্রধান স্কেল পাঠ M, ভার্নিয়ার পাঠ V এবং ভার্নিয়ার ধ্রুবক VC হলে দৈর্ঘ্য L নির্ণয়ের সূত্র- [সি. বো. ১৬]

ক $L=M+VC$ খ $L=MV+VC$

গ $L=MVC+V$ ঘ $L=M+V\times VC$

উত্তর: ঘ $L=M+V\times VC$

ব্যাখ্যা: দৈর্ঘ্য = প্রধান স্কেল পাঠ + ভার্নিয়ার পাঠ × ভার্নিয়ার ধ্রুবক।

৩২। প্রকৃত মান ও পরিমাপ্য মানের পার্থক্যকে কোন ত্রুটি বলে? [ঢা. বো. ১৯; কু. বো. ১৫]

ক পরম ত্রুটি খ সামগ্রিক ত্রুটি

গ আপেক্ষিক ত্রুটি ঘ পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি

উত্তর: ক পরম ত্রুটি

ব্যাখ্যা: কোনো রাশির পরিমাপকৃত মান ও প্রকৃত মানের পার্থক্যকে পরম ত্রুটি বলে।

৩৩। সরলদোলকের সাহায্যে কোনো স্থানের g- এর মান পাওয়া গেল $10ms^{-2}$। ঐ স্থানে g-এর প্রকৃত মান 9.81 ms^{-2} হলে পরিমাপের শতকরা ত্রুটি কত? [রা. বো. ১৯]

ক 19.673% খ 19% গ 1.93% ঘ 0.193%

উত্তর: গ 1.93%

ব্যাখ্যা: শতকরা ত্রুটি $=\frac{|\text{প্রকৃত মান} \sim \text{পরিমাপকৃত মান}|}{\text{প্রকৃত মান}}\times 100\%$

$=\frac{|9.81-10|}{9.81}\times 100\%$

$=1.93\%$

৩৪। নিচের কোনটি পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি? [দি. বো. ১৯; য. বো. ১৯; ব. বো. ১৯]

ক লম্বন ত্রুটি খ পিছট ত্রুটি

গ লেভেল ত্রুটি ঘ এলোমেলো ত্রুটি

উত্তর: ক লম্বন ত্রুটি

ব্যাখ্যা: পর্যবেক্ষণজনিত ত্রুটি– ব্যক্তিগত ত্রুটি, প্রান্ত দাগ ত্রুটি, লম্বন ত্রুটি, সূচক ত্রুটি, পরিবেশগত ত্রুটি।

❖ কোনো বস্তুর ভর (100 kg ± 2%) এবং আয়তন ($100\ m^3 \pm 3\%$)। নির্দেশনার আলোকে নিচের প্রশ্ন দুটির উত্তর দাও:

৩৫। ঐ বস্তুর ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি কত? [ব. বো. ১৭]

ক 10v খ 5 গ 0.5 ঘ 0.1

উত্তর: খ 5

ব্যাখ্যা: $\rho=\frac{M}{V}$

$\therefore \frac{\Delta\rho}{\rho}\times 100\%=\frac{\Delta M}{M}\times 100\%+\frac{\Delta V}{V}\times 100\%$

$=2\%+3\%=5\%$

৩৬। ঐ বস্তুটির ঘনত্বের পরম ত্রুটির সঠিক মান কোনটি? [ব. বো. ১৭]

ক $5\ kgm^{-3}$ খ $5\ gmm^{-3}$

গ $0.05\ kgm^{-3}$ ঘ $0.5\ kgft^{-3}$

উত্তর: গ $0.05\ kgm^{-3}$

ব্যাখ্যা: $\rho=\frac{M}{V}=\frac{100}{100}=1\ kgm^{-3}$

$\therefore \frac{\Delta\rho}{\rho}=5\%$

$\Rightarrow \Delta\rho=5\%\times 1=0.05\ kgm^{-3}$

৩৭। লেভেল ত্রুটি কোন যন্ত্রের পরিমাপের জন্য প্রযোজ্য? [ব. বো. ১৭]

ক স্ক্রুগজ খ মিটার স্কেল গ স্থিতি নিক্তি ঘ স্ফেরোমিটার

উত্তর: গ স্থিতি নিক্তি

ব্যাখ্যা: নিক্তি, ট্যানজেন্ট গ্যালভানোমিটার, বিক্ষেপী চৌম্বক মাপক যন্ত্রে লেভেল ত্রুটি দেখা যায়।

৩৮। কোনো গোলকের ব্যাসার্ধের প্রকৃত মান 3 cm এবং পরিমাপ্য মান 2.98 cm। গোলকটির আয়তন পরিমাপে শতকরা ত্রুটি কত? [ব. বো. ১৭; দি. বো. ১০; সি. বো. ১৫; চ. বো. ১০]

ক 0.02% খ 0.066% গ 0.66% ঘ 2%

উত্তর: ঘ 2%

ব্যাখ্যা: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{\Delta V}{V}\times 100\%=3\times\frac{\Delta r}{r}\times 100\%$

$=3\times\frac{3-2.98}{3}\times 100\%$

$=2\%$

৩৯। পরিমাপে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয় প্রকার ত্রুটি হয় কোন কারণে- [ব. বো. ১৬]

ক যন্ত্রের খ পরিবেশগত গ তত্ত্বীয় ঘ ব্যক্তিগত

উত্তর: ক যন্ত্রের

৪০। পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি কোনটি? [ঢা. বো. ১৫]

ক স্ক্রু গজের শূন্য ত্রুটি খ দৃষ্টিভ্রষ্ট ত্রুটি

গ অনিয়মিত ত্রুটি ঘ সামগ্রিক ত্রুটি

উত্তর: ক স্ক্রু গজের শূন্য ত্রুটি

ব্যাখ্যা: মিটার ব্রিজের প্রান্তিক ত্রুটি, পোটেনশিওমিটারের প্রান্তিক ত্রুটি, স্ক্রুগজের শূন্য ত্রুটি- এগুলো পুনরাবৃত্তিক ত্রুটির অন্তর্ভুক্ত।

৪১। আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটির মধ্যে সম্পর্ক- [চ. বো. ১৫]
ⓚ শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি × 100
ⓛ শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি × 100%
ⓜ আপেক্ষিক ত্রুটি = শতকরা ত্রুটি × 100
ⓝ আপেক্ষিক ত্রুটি = শতকরা ত্রুটি × 100%
উত্তর: ⓛ শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি × 100%

৪২। নিম্নের কোন ত্রুটি শুধু স্ক্রু জাতীয় যন্ত্রে থাকে? [চ. বো. ১৫]
ⓚ ব্যক্তিগত ত্রুটি ⓛ নিয়মিত ত্রুটি
ⓜ পিছট ত্রুটি ⓝ লেভেল ত্রুটি
উত্তর: ⓜ পিছট ত্রুটি
ব্যাখ্যা: নাট-স্ক্রু নীতির উপর ভিত্তি করে যেসব যন্ত্র তৈরি হয়, সেসব যন্ত্রে পিছট ত্রুটি দেখা যায়।

৪৩। নিক্তির সাহায্যে ভর পরিমাপে কোন ত্রুটি পরিহার করা হয়? [ব. বো. ১৫]
ⓚ পিছট ত্রুটি ⓛ লেভেল ত্রুটি
ⓜ শূন্য ত্রুটি ⓝ পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি
উত্তর: ⓛ লেভেল ত্রুটি

৪৪। পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিক পরিবর্তনের সাথে লক্ষ্যবস্তুর আপাত পরিবর্তনজনিত পরিমাপের ত্রুটিকে বলে-
ⓚ প্রান্ত দাগ ত্রুটি ⓛ সূচক ত্রুটি
ⓜ লম্বন ত্রুটি ⓝ ব্যক্তিগত ত্রুটি
উত্তর: ⓜ লম্বন ত্রুটি

৪৫। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ r পরিমাপ করা হলো, $r = (10 \pm 0.1)$ cm। এর আয়তনের শতকরা ত্রুটি কত?
ⓚ 1% ⓛ 3% ⓜ 5% ⓝ 0.001%
উত্তর: ⓛ 3%
ব্যাখ্যা: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\frac{\Delta V}{V} \times 100\% = 3 \times \frac{\Delta r}{r} \times 100\%$$
$$= 3 \times \frac{0.1}{10} \times 100\%$$
$$= 3\%$$

৪৬। 10 m দৈর্ঘ্য পরিমাপে ত্রুটির পরিমাণ 10 cm হলে ত্রুটির হার কত?
ⓚ 0.01% ⓛ 0.1% ⓜ 1% ⓝ 10%
উত্তর: ⓜ 1%
ব্যাখ্যা: $ত্রুটির\ হার = \frac{ত্রুটি}{প্রকৃত\ মান} \times 100 = \frac{\frac{10}{100}}{10} \times 100\% = 1\%$

৪৭। একটি দন্ডের পরিমাপকৃত দৈর্ঘ্য 100 cm এবং প্রকৃত মান 100.4 cm হলে, এর পরিমাপের শতকরা ত্রুটি কত?
ⓚ 0.0398% ⓛ 0.398% ⓜ 0.4% ⓝ 0.4016%
উত্তর: ⓛ 0.398%
ব্যাখ্যা: $শতকরা\ ত্রুটি = \frac{|প্রকৃত\ মান \sim পরিমাপকৃত\ মান|}{প্রকৃত\ মান} \times 100\%$

$$= \frac{|100.4 - 100|}{100.4} \times 100\%$$
$$= 0.398\%$$

৪৮। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1.2% ভুল হলে ঐ গোলকের আয়তন পরিমাপে শতকরা কত ভুল হবে?
ⓚ 1.20% ⓛ 3.64% ⓜ 3.60% ⓝ 2.40%
উত্তর: ⓜ 3.60%
ব্যাখ্যা: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} \times 100\% = 3 \times \frac{\Delta r}{r} \times 100\%$$
$$= 3 \times 1.2\%$$
$$= 3.6\%$$

৪৯। স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক হলো- [দি. বো. ২৪]
(i) স্ফেরোমিটারের ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারে
(ii) বৃত্তাকার স্কেলকে একবার ঘুরালে রৈখিক স্কেল বরাবর যে সরণ হয়
(iii) স্ফেরোমিটারের পিচ এবং বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যার অনুপাত
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii
উত্তর: ⓛ i ও iii

❖ উদ্দীপকের আলোকে ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
একটি স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যা 100 এবং পিচ 1 mm। স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব 70.33 mm। যন্ত্রটির সাহায্যে একটি গোলীয় উত্তল তলের উচ্চতা পাওয়া গেল 8 mm।

৫০। গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৪]
ⓚ 1.07048 mm ⓛ 10.7048 mm
ⓜ 107.048 mm ⓝ 1070.48 mm
উত্তর: ⓜ 107.048 mm
ব্যাখ্যা: বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$

$$= \frac{(70.33)^2}{6 \times 8} + \frac{8}{2}$$
$$= 107.048 \text{ mm}$$

৫১। উক্ত স্ফেরোমিটারটি দিয়ে সর্বনিম্ন কত দূরত্ব মাপা যাবে? [রা. বো. ২৪]
ⓚ 0.01 mm ⓛ 0.002 mm ⓜ 0.003 mm ⓝ 0.02 mm
উত্তর: ⓚ 0.01 mm
ব্যাখ্যা: $স্ফেরোমিটারের\ লঘিষ্ঠ\ গণন = \frac{পিচ}{বৃত্তাকার\ স্কেলের\ মোট\ ভাগসংখ্যা}$

$$= \frac{1}{100} = 0.01 \text{ mm}$$

তাই, সর্বনিম্ন 0.01 mm পর্যন্ত মাপা যাবে।

TDE EDUCATIONAL TEAM

নিজেকে যাচাই করো

১। কোয়ান্টাম তত্ত্বের জনক কে?
ⓚ টমাস ইয়ং ⓦ আর্নেস্ট রাদারফোর্ড
ⓖ ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক ⓓ আলবার্ট আইনস্টাইন

২। নিচের কোনটি দৈর্ঘ্যের SI একক?
ⓚ সেন্টিমিটার ⓦ মাইল ⓖ মিটার ⓓ ফুট

৩। মৌলিক একক হলো-
(i) মিটার ও কেলভিন
(ii) সেকেন্ড ও অ্যাম্পিয়ার
(iii) ক্যান্ডেলা ও মোল
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓦ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

৪। স্ক্রুগজের লঘিষ্ঠ ধ্রুবকের মান 0.02 mm হলে, নিচের কোন বেধটি নির্ভুলভাবে মাপা যাবে?
ⓚ 0.005 mm ⓦ 0.001 mm
ⓖ 0.01 mm ⓓ 0.03 mm

৫। কোন দুটি ভৌত জগতের উপাদান?
ⓚ সময় ও ত্বরণ ⓦ ভর ও স্থান
ⓖ স্থান ও বেগ ⓓ ভর ও তাপমাত্রা

৬। কোয়ান্টাম তত্ত্বের ধারণা কোন বিজ্ঞানী সম্প্রসারিত করেন?
ⓚ আইজ্যাক নিউটন ⓦ ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক
ⓖ আলবার্ট আইনস্টাইন ⓓ মাইকেল ফ্যারাডে

৭। নিচের কোনটি দ্বারা এক পিকো (1 Pico) বোঝায়?
ⓚ 10^{-12} ⓦ 10^{-9}
ⓖ 10^{9} ⓓ 10^{12}

৮। বল ও শক্তির মাত্রা–
ⓚ LT^{-2}, MLT^{-2} ⓦ MLT^{-2}, ML^2T^{-2}
ⓖ LT^{-2}, ML^2T^{-2} ⓓ $MLT^{-2}, ML^{-2}T^{-3}$

৯। ত্রিমাত্রিক কোণের একক কোন্‌টি-
ⓚ রেডিয়ান ⓦ স্টেরেডিয়ান
ⓖ ডিগ্রি ⓓ সবক'টি

১০। মৌলিক একক হলো-
(i) kg-m-sec (ii) sec-volt (iii) K-cd-N
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓦ ii ⓖ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

১১। 1 মাইল ও 1 কিলোমিটার দূরত্বের পার্থক্য মিটারে কত হবে?
ⓚ 0.609 m ⓦ 6.09 m ⓖ 60.9 m ⓓ 609 m

১২। একটি সিলিন্ডারের দৈর্ঘ্য $\frac{7}{22}$ মিটার। যদি উহার আয়তন 4 m^3 হয়, তাহলে উহার ব্যাস কত?
ⓚ 1 m ⓦ 4 m ⓖ $\frac{7}{22}$ ⓓ 2 m

১৩। $A = B^nC^m$ এবং A, B ও C এর মাত্রা যথাক্রমে LT, L^2T^{-1} এবং LT^{-2} হয় তবে n, m হবে–
ⓚ $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$ ⓦ 2,3 ⓖ $\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}$ ⓓ $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$

১৪। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের প্রধান স্কেলের 39 ভাগ ভার্নিয়ার স্কেলের 40 ভাগের সমান। প্রধান স্কেলের এক ভাগের মান 1.00mm। ভার্নিয়ার ধ্রুবক-
ⓚ 0.010 mm ⓦ 0.020 mm
ⓖ 0.025 mm ⓓ 0.100 mm

১৫। একটি ভার্নিয়ার ক্যালিপার্সের ভার্নিয়ার স্কেলে 50টি ভাগ আছে যা প্রধান স্কেলের 49 ভাগের সাথে মিলে যায়। ভার্নিয়ার ধ্রুবক কত?
[দেওয়া আছে, প্রতি সে.মি. এ প্রধান স্কেলে 20টি ভাগ।]
ⓚ 100 μm ⓦ 1000 μm ⓖ 10 μm ⓓ 1 μm

১৬। একটি সূক্ষ্ম তারের ব্যাস কোন যন্ত্রটি দিয়ে মাপা হয়?
ⓚ স্লাইড ক্যালিপার্স ⓦ স্ক্রু গজ
ⓖ স্ফেরোমিটার ⓓ সবক'টি

১৭। স্লাইড ক্যালিপার্স দিয়ে ন্যূনতম কত দূরত্ব মাপা যায়?
ⓚ 1 mm ⓦ 0.01 mm
ⓖ 0.1 mm ⓓ ভার্নিয়ার ধ্রুবক

১৮। একটি স্লাইড ক্যালিপার্সের মূল স্কেলের 99 ভাগ ভার্নিয়ার স্কেলের 100 ভাগের সমান। ভার্নিয়ার ধ্রুবকের মান কত?
ⓚ 0.01 ⓦ 0.1 ⓖ 0.001 ⓓ 0.0001

১৯। পাতলা পাতের পুরুত্ব এবং বক্রতলের ব্যাসার্ধ পরিমাপের যন্ত্রের নাম কী?
ⓚ স্ফেরোমিটার ⓦ স্লাইড ক্যালিপার্স
ⓖ স্ক্রু-গজ ⓓ ভার্নিয়ার স্কেল

২০। স্ক্রুগজ দ্বারা ন্যূনতম কত দূরত্ব মাপা যাবে?
ⓚ 1 mm ⓦ 0.01 mm
ⓖ 0.1 mm ⓓ যন্ত্রের লঘিষ্ঠ গণন

২১। কোনো বক্রতলের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়–
(i) স্ক্রু-গজ (ii) স্ফেরোমিটার (iii) স্লাইড ক্যালিপার্স
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓦ ii ⓖ iii ⓓ i, ii ও iii

২২। স্ফেরোমিটারের বৃত্তাকার স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা 100। বৃত্তাকার স্কেলটিকে এক পাক ঘুরালে রৈখিক স্কেলে সরণ হয় 1 mm। লঘিষ্ঠ গণন কত?
ⓚ 0.01 mm ⓦ 0.01 cm ⓖ 0.25 mm ⓓ 0.50 mm

❖ কোনো বস্তুর ভর (100 kg ± 2%) এবং আয়তন (100 m^3 ± 3%)। নির্দেশনার আলোকে নিচের প্রশ্ন দুটির উত্তর দাও:

২৩। ঐ বস্তুর ঘনত্বের শতকরা ত্রুটি কত?
ⓚ 10v ⓦ 5 ⓖ 0.5 ⓓ 0.1

২৪। ঐ বস্তুটির ঘনত্বের পরম ত্রুটির সঠিক মান কোনটি?
ⓚ 5 kgm^{-3} ⓦ 5 gmm^{-3}
ⓖ 0.05 kgm^{-3} ⓓ 0.5 $kgft^{-3}$

২৫। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1.2% ভুল হলে ঐ গোলকের আয়তন পরিমাপে শতকরা কত ভুল হবে?
ⓚ 1.20% ⓦ 3.64% ⓖ 3.60% ⓓ 2.40%

উত্তরপত্র																								
	১	ⓖ	২	ⓖ	৩	ⓓ	৪	ⓓ	৫	ⓦ	৬	ⓖ	৭	ⓚ	৮	ⓦ	৯	ⓦ	১০	ⓚ	১১	ⓚ	১২	ⓦ
১৩	ⓓ	১৪	ⓖ	১৫	ⓖ	১৬	ⓦ	১৭	ⓓ	১৮	ⓚ	১৯	ⓓ	২০	ⓓ	২১	ⓦ	২২	ⓚ	২৩	ⓦ	২৪	ⓖ	২৫ ⓖ

দ্বিতীয় অধ্যায়

ভেক্টর
Vector

ACS

Board Questions Analysis

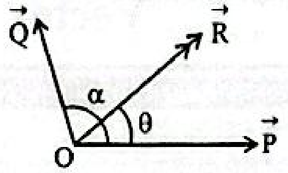
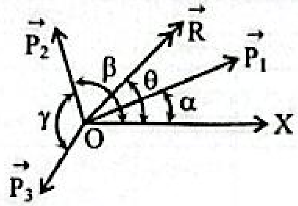
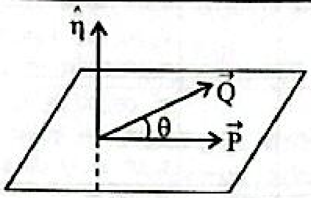
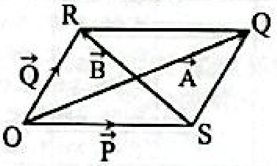
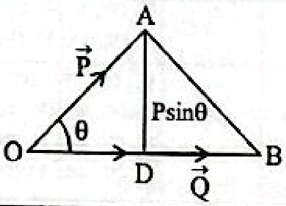
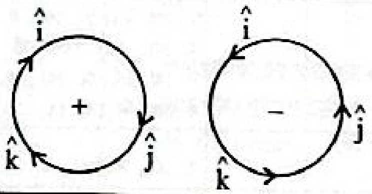
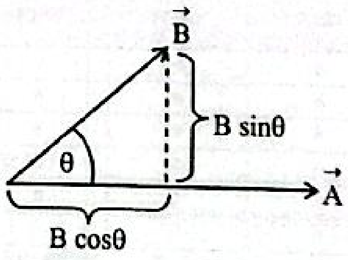
সৃজনশীল প্রশ্ন

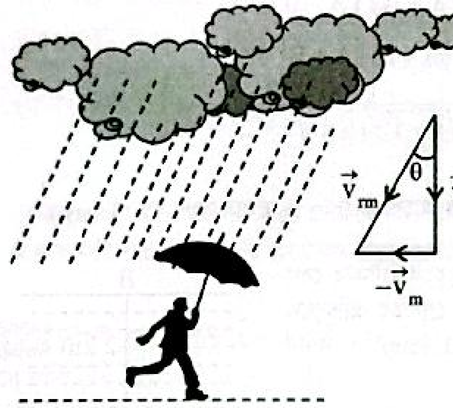
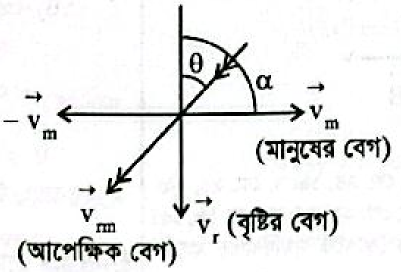
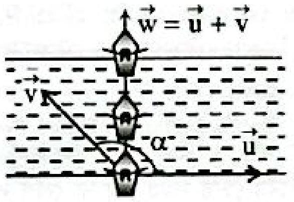
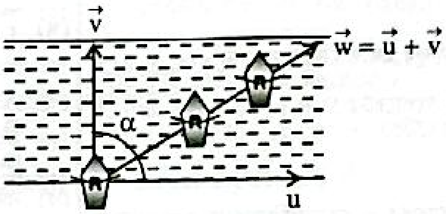
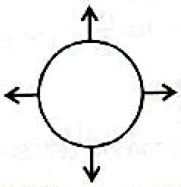
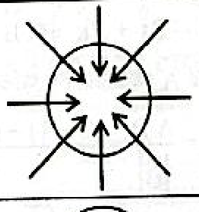
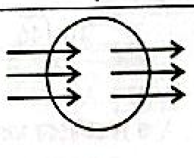
টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
লব্ধি ভেক্টর	★★	৫	৬	ব. বো. ২৩; কু. বো., ব. বো. ২২; দি. বো. ১৯; সকল বো. ১৭	গ → ২৮, ২৯ ঘ → ২৮, ২৯	গ → ২৮ ঘ → ১১
অবস্থান ভেক্টর ও একক ভেক্টর	★★★	৯	৯	দি. বো., চ. বো., ঢা. বো. ২৫; কু. বো., চ. বো., ম. বো. ২৪; সি. বো. ২৩; ঢা. বো., ম. বো. ২২; রা. বো., ম. বো. ২১; য. বো. ১৯; সকল বো. ১৮; কু. বো., ব. বো. ১৭; ঢা. বো. ১৬	গ → ৪, ৫, ৯ ঘ → ১৭, ৩৩	গ → ৩, ৩০ ঘ → ২৬
উপাংশ ও অভিক্ষেপ	★★★	৮	৪	কু. বো., য. বো. ২৫; ঢা. বো., রা. বো., য. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; রা. বো. ২১; য. বো. ১৯; কু. বো. ১৭; সি. বো. ১৬	গ → ১, ১৪, ১৮, ১৯, ৩১ ঘ → ১৫, ১৪, ৩১	গ → ১১, ১৩, ১৮, ২৪, ২৬ ঘ → ৩, ১৩, ২৩, ২৮
নদী ও নৌকা সংক্রান্ত	★★★★★	২০	২৪	কু. বো., ম. বো. ২৫; ঢা. বো., রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. দি. বো., ম. বো. ২৪; ঢা. বো., রা. বো., চ. বো., দি. বো., ম. বো. ২৩; রা. বো., কু. বো., চ. বো., দি. বো. ২২; য. বো., চ. বো., সি. বো., ২১; কু. বো. ১৯; য. বো., চ. বো ১৭	গ → ৬, ১০, ১৩, ২, ২৩, ৩০, ৩২, ৩৭ ঘ → ৬, ১০, ১১, ১৩, ২, ১৮, ৩০, ৩২, ৩৭	গ → ১৪, ১৯, ২০, ৩২ ঘ → ১৪, ১৭, ১৯, ২০
আপেক্ষিক বেগ, বৃষ্টি পড়া	★★★★	৮	৮	ম. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৩. ঢা. বো., সি. বো., ম. বো. ২২; ঢা. বো., রা. বো. ১৯; রা. বো. ১৭; য়া. বো. ১৬	গ → ২০, ২১, ২২, ২৬, ২৭ ঘ → ২০, ২১, ২২, ২৭	গ → ২, ৭, ৯, ১৭, ২১, ৩১ ঘ → ২, ৭, ৯, ২১, ৩১, ৩২
ডট ও ক্রস গুণফল ও ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত	★★★★★	২৮	২৫	কু. বো., দি. বো., ব. বো., সি. বো., য. বো. ঢা. বো. ২৫; য. বো. কু. বো., ঢা. বো. ২৪; রা. বো., য. বো., দি. বো., ম. বো. ২৩; রা. বো., য. বো., ব. বো. দি. বো., ম. বো. ২২; কু. বো., দি. বো., ম. বো. ২১; ঢা. বো., চ. বো. সি. বো., ব. বো., ১৯; সকল বো. ১৮; ঢা. বো., য. বো. ১৭; ঢা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো., দি. বো. ১৬	গ → ৭, ১১, ১২, ১৭, ২৪, ২৫, ৩৩, ৩৫, ৩৬ ঘ → ১, ৫, ৭, ৯, ১২, ১৯, ,২৪, ২৫, ২৬, ৩৪, ৩৫, ৩৬	গ → ১, ৫, ৬, ৮, ১০, ১২, ২৩, ২৫ ঘ → ১, ৫, ৬, ৮, ১০, ১৮, ২৪, ২৫, ৩০, ৩৩, ৩৪
গ্রেডিয়েন্ট, ডাইভারজেন্স, কার্ল	★★★	৮	১০	ব. বো., সি. বো., য. বো., রা. বো. ২৫; সি. বো., দি. বো. ২৪; রা. বো., চ. বো., সি. বো., ব. বো. ২২; চ. বো. ১৯	গ → ১৫, ৩, ৮, ১৬, ৩৪ ঘ → ৪, ৩, ৮, ১৬, ২৩, ৩৪	গ → ৪, ১৫, ১৬, ২২, ২৭, ২৯, ৩৫ ঘ → ৪, ১২, ১৫, ১৬, ২২, ২৭ ,২৯, ৩৫

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৪	৪	৩	৪	৪	৪	৪	৪	৫
২০২৪	৪	৩	৪	৪	৪	৫	৩	৪	৩
২০২৩	২	৪	৪	৩	৪	২	৫	৩	৪
২০২২	৩	২	৪	৩	৪	২	২	৪	৩
২০২১	৬	৪	৪	৩	৫	৫	৫	৩	৫
২০১৯	২	২	৩	২	২	২	১	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-২								
২০১৭	২	২	৩	৪	৩	১	২	২	–
২০১৬	৪	৩	৩	৩	৪	৩	৪	৪	–
২০১৫	৪	২	৪	৪	৪	৬	৪	৩	–

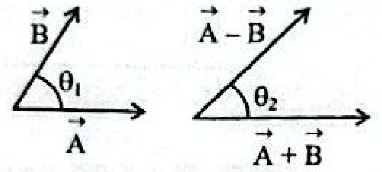
গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ **ভেক্টরের লব্ধি ও দিক নির্ণয়:** • $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$ • $\tan\theta = \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$	 সর্বোচ্চ মান, $R_{max} = P + Q$; যখন, $\alpha = 0°$ সর্বনিম্ন মান, $R_{min} = P \sim Q$; যখন, $\alpha = 180°$
■ **ভেক্টরের বিভাজন ও উপাংশ:** • $R_x = P_1\cos\alpha + P_2\cos\beta + P_3\cos(\gamma + \beta)$ • $R_y = P_1\sin\alpha + P_2\sin\beta + P_3\sin(\gamma + \beta)$ • $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ এবং $\tan\theta = \frac{R_y}{R_x}$	
■ **ভেক্টরের গুণন ও ক্ষেত্রফল সংক্রান্ত:** • $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ\cos\theta$ • $\vec{P} \times \vec{Q} = (PQ\sin\theta)\hat{\eta}$	 একক ভেক্টর, $\hat{\eta} = \frac{\vec{P} \times \vec{Q}}{\lvert\vec{P} \times \vec{Q}\rvert}$
• সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \lvert\vec{P} \times \vec{Q}\rvert$; যেখানে, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ সন্নিহিত বাহু • সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল, $= \frac{1}{2}\lvert\vec{A} \times \vec{B}\rvert$; যেখানে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কর্ণ	 ORQS সামান্তরিকের সন্নিহিত দুই বাহু যথাক্রমে OS এবং OR কে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এবং কর্ণদ্বয় OQ ও SR কে $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে।
• ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\lvert\vec{P} \times \vec{Q}\rvert$; যেখানে, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ত্রিভুজের সন্নিহিত বাহু • $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$	 $\Delta AOB = \frac{1}{2} \times OB \times AD$ $= \frac{1}{2} \times \lvert\vec{Q}\rvert \times \lvert\vec{P}\rvert \sin\theta$
■ **সমান্তরাল ও লম্ব একক ভেক্টর:** • $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$ • $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$ • $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$	 $\hat{i} \times \hat{j} = -(\hat{j} \times \hat{i}) = \hat{k}$ $\hat{j} \times \hat{k} = -(\hat{k} \times \hat{j}) = \hat{i}$ $\hat{k} \times \hat{i} = -(\hat{i} \times \hat{k}) = \hat{j}$
• $\vec{P}$ এর লম্বদিকে $\vec{Q}$ এর উপাংশের মান, $Q\sin\theta = \frac{\lvert\vec{P} \times \vec{Q}\rvert}{P}$ • $\vec{Q}$ এর লম্বদিকে $\vec{P}$ এর উপাংশের মান, $P\sin\theta = \frac{\lvert\vec{P} \times \vec{Q}\rvert}{Q}$ • $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দ্বারা সৃষ্ট তলের, ➤ সমতলে একক ভেক্টর $= \pm\frac{\vec{A} \pm \vec{B}}{\lvert\vec{A} \pm \vec{B}\rvert}$ ➤ লম্বদিকে একক ভেক্টর $= \pm\frac{\vec{A} \times \vec{B}}{\lvert\vec{A} \times \vec{B}\rvert}$	 ➤ $\vec{A}$ এর দিক বরাবর $\vec{B}$ এর অভিক্ষেপ, $B\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A}$ ➤ $\vec{B}$ এর দিক বরাবর $\vec{A}$ এর অভিক্ষেপ, $A\cos\theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{B}$

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ **আপেক্ষিক বেগ:** $\vec{v}_{rm} = \vec{v}_r - \vec{v}_m$ 	 $\tan\theta = \frac{\lvert\vec{v}_m\rvert}{\lvert\vec{v}_r\rvert}$ $v_{rm} = \sqrt{v_r^2 + v_m^2 + 2v_r v_m \cos\alpha}$ বাতাসের বেগ $\vec{v}_a$ থাকলে, $\tan\theta = \frac{\lvert\vec{v}_m \pm \vec{v}_a\rvert}{\lvert\vec{v}_r\rvert}$ $\vec{v}_m$ ও $\vec{v}_a$ একই দিকে থাকলে নেগেটিভ এবং বিপরীত দিকে থাকলে পজিটিভ।
■ **নদী-নৌকা/সাঁতারু বিষয়ক:** • সোজাসুজি/ ন্যূনতম দূরত্বে নদী পারাপারে  ➤ $\cos\alpha = -\frac{u}{v}$; ➤ সময়, $t = \frac{d}{v\sin\alpha}$ ➤ লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{v^2 - u^2}$ • নদীর প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগের উপাংশ $= v\cos\alpha + u$ • আনুভূমিক/ পার বরাবর/উজান বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (v\cos\alpha + u) \times \frac{d}{v\sin\alpha}$	• কম সময়ে নদী পারাপারে:  ➤ $\alpha = 90°$; ➤ $t = \frac{d}{v}$ ➤ $w = \sqrt{v^2 + u^2}$ [স্রোতের বেগ = u, নৌকার বেগ = v] ▪ স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ = v + u ▪ স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ = v − u
■ **ভেক্টর ক্যালকুলাস বিষয়ক:** • $\text{grad}\phi = \vec{\nabla}\phi = \hat{i}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\phi}{\partial z}$ যেখানে, $\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$ ϕ = একটি অন্তরীকরণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষক • $\text{div}\vec{V} = \vec{\nabla}.\vec{V} = \vec{\nabla}.(V_x\hat{i} + V_y\hat{j} + V_z\hat{k})$ • $\frac{d}{dt}(\vec{A}.\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}.\vec{B} + \vec{A}.\frac{d\vec{B}}{dt}$ • $\frac{d}{dt}(\vec{A}\times\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}\times\vec{B} + \vec{A}\times\frac{d\vec{B}}{dt}$ • কার্ল $= \vec{\nabla}\times\vec{V} = \vec{0}$ হলে অঘূর্ণনশীল এবং ভেক্টরটি সংরক্ষণশীল হবে। • কার্ল $= \vec{\nabla}\times\vec{V} \neq \vec{0}$ হলে ঘূর্ণনশীল এবং ভেক্টরটি অসংরক্ষণশীল হবে।	➤ $\vec{\nabla}.\vec{V} = +ve$; আয়তন বৃদ্ধি পায়।  ➤ $\vec{\nabla}.\vec{V} = -ve$; আয়তন সংকোচন ঘটে।   ➤ $\vec{V}$ একটি সলিনয়ডাল/ চৌম্বাকৃতি ভেক্টর হলে ভেক্টরের ডাইভারজেন্স = 0 $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১



$\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

(ক) কার্ল কী? [য. বো., কু. বো. ২৫; দি. বো. ২৪, ১৯; ব. বো. ২৩, ২২; সি. বো. ২২, ১৭; কু. বো. ১৯, ১৫]

(খ) দুটি সমমানের ভেক্টরের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫]

(গ) ভেক্টর $\vec{B}$ বরাবর ভেক্টর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর। [য. বো. ২৫; অনুরূপ কু. বো. ২৫; চ. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; রা. বো. ২১; য. বো. ১৯]

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। [য. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কোনো ত্রিমাত্রিক স্থানে কোনো বিন্দুর যথার্থ ভেক্টর ফাংশন $\vec{v}(x, y, z) = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ হলে, ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla}$ ও $\vec{v}$ এর ভেক্টর গুণনকে কার্ল বলে।

খ ধরি, দুইটি সমমানের ভেক্টর P পরস্পর α কোণে ক্রিয়াশীল এবং লব্ধি R যেকোনো একটির সাথে θ কোণে রয়েছে।

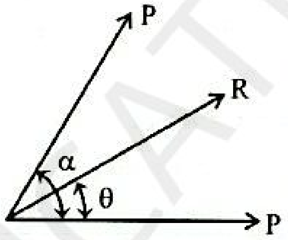
$$\tan\theta = \frac{P\sin\alpha}{P + P\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}.\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\alpha}{2}$$

$$\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$$



অর্থাৎ দুইটি সমমানের ভেক্টরের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

গ $\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

$\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ,

$$A\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{B}|} = \frac{(2\times1)+(-2)\times(-3)+(2\times6)}{\sqrt{1+9+36}}$$

$$= \frac{10\sqrt{46}}{23} \text{ একক (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ θ_1।

এখানে,
$\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$
$\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

$$\therefore \theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}|\,|\vec{B}|}\right)$$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{2+(-2)\times(-3)+(2\times6)}{\sqrt{2^2+(-2)^2+2^2}\times\sqrt{1^2+3^2+6^2}}\right) = 31.65°$$

আবার,

$\vec{A} - \vec{B} = \hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $\vec{A} + \vec{B} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 8\hat{k}$

$(\vec{A}+\vec{B})$ এবং $(\vec{A}-\vec{B})$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ_2

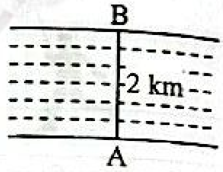
$$\therefore \theta_2 = \cos^{-1}\left\{\frac{(\vec{A}+\vec{B}).(\vec{A}-\vec{B})}{|\vec{A}+\vec{B}|\,|\vec{A}+\vec{B}|}\right\}$$

$$= \cos^{-1}\left\{\frac{3-5-32}{\sqrt{1+1+16}\times\sqrt{9+25+64}}\right\} = 144.05°$$

$\because \theta_1 \neq \theta_2$;

সুতরাং, উদ্দীপকের আলোকে $\theta_1 = \theta_2$ হওয়া সম্ভব নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ স্রোতের অনুকূলে নৌকার বেগ 20 kmh^{-1} এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার বেগ 10 kmh^{-1}। নদীর বিস্তার 2 km।



(ক) ভেক্টর ত্রৈধ গুণন কি?

(খ) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪, অনুরূপ দি. বো. ১৭; চ. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; সি. বো. ২১; দি.বো. ১৭]

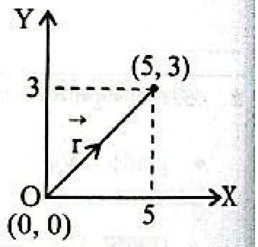
(গ) A হতে সোজা অপর পাড়ের B বিন্দুতে পৌছতে হলে নৌকাটিকে কোন দিকে চালনা করতে হবে? [দি. বো. ২৪; অনুরূপ চ. বো. ২২; রা. বো. ২২; ঢা. বো., সি. বো. ২১; দি. বো. ১৭]

(ঘ) নদী পাড় হওয়ার জন্য নৌকাটি যদি A বিন্দু হতে সোজাসুজি রওনা করতো তাহলে নদী পার হতে পূর্বের চেয়ে সময় কম না বেশি লাগতো? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [দি. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২৫; চ. বো. ২৪, ২২; ব. বো. ২৪; ঢা. বো. ২৩, ২১; য. বো. ২৩, ১৭; রা. বো. ২২, ২১; কু. বো. ২২, ১৯; দি. বো. ২২]

সমাধান:

ক দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফলের সাথে তৃতীয় একটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণনকে ভেক্টর ত্রৈধ গুণন বলে।

খ কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি নির্দিষ্ট থাকে তবে তাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে। আবার, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে। এখন, $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ একটি অবস্থান ভেক্টর কারণ এর পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে এবং মূলবিন্দুর সাপেক্ষে একটি বিন্দুর অবস্থানকে নির্দেশ করে। সুতরাং, $\vec{r}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর। কেননা এর পাদবিন্দু সর্বদা মূলবিন্দুতে এবং এটি অপরিবর্তনীয় বা নিজের ইচ্ছেমত পরিবর্তন করা যায় না।



গ ধরি, নৌকার বেগ, v এবং স্রোতের বেগ, u

প্রশ্নমতে, $v + u = 20$ ......(i) এবং $v - u = 10$ ......(ii)

(i) + (ii) করে, $2v = 30 \quad \therefore v = 15\ kmh^{-1}$

এখন, v এর মান (i) এ বসিয়ে, $u = 5\ kmh^{-1}$

ধরি, A হতে সোজা অপর পাড়ের B বিন্দুতে পৌছাতে নৌকাটিকে স্রোতের দিকের সাথে α কোণে চালনা করতে হবে।

$$\therefore \tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha} \Rightarrow u + v\cos\alpha = 0$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{5}{15}\right) = 109.47° \text{ (Ans.)}$$

ঘ প্রথম ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময়,

$t_1 = \frac{d}{v\sin\alpha}$

$= \frac{2}{15\sin(109.47°)}$

$= 0.141$ hr

'গ' হতে পাই,

১ম ক্ষেত্রে, $\alpha = 109.47°$

নৌকার বেগ, $v = 15\ kmh^{-1}$

স্রোতের বেগ, $u = 5\ kmh^{-1}$

নদীর প্রস্থ, $d = 2$ km

২য় ক্ষেত্রে, $\alpha' = 90°$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময়, $t_2 = \frac{d}{v\sin\alpha'} = \frac{2}{15\sin 90°} = 0.133$ hr

$\therefore t_2 < t_1$

সুতরাং, নদী পার হওয়ার জন্য নৌকাটি যদি সোজাসুজি রওনা করতো তাহলে নদী পার হতে পূর্বের চেয়ে কম সময় লাগতো। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ একটি ভেক্টর রাশি $\vec{A} = 4x^3y^2\hat{i} - 4x^2y^3z\hat{j} - 6xyz^3\hat{k}$ এবং একটি স্কেলার রাশি $\varphi = 3xy^2z + 3xyz^2 + 3y^2z^3$।

(ক) অবস্থান ভেক্টর কাকে বলে?

[য. বো. ২৫; ঢা. বো., ম. বো., রা. বো., দি. বো., সি. বো. কু. বো., চ. বো. ২৪]

(খ) সমান ভেক্টর, সমান্তরাল ভেক্টর কি-না? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২১]

(গ) $\vec{A}$ ভেক্টরটির কার্ল নির্ণয় কর। [য. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, একটি স্কেলার ক্ষেত্রকে একটি ভেক্টর ক্ষেত্রে এবং একটি ভেক্টর ক্ষেত্রকে একটি স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২৫]

সমাধান:

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে যে ভেক্টর দিয়ে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

খ দুই বা ততোধিক ভেক্টর একই রেখা বরাবর বা সমান্তরালে ক্রিয়া করলে তাদেরকে সমান্তরাল ভেক্টর বলে। সমান্তরাল ভেক্টরের সংজ্ঞা থেকে বলা যায়, কেবল দিক একই হলে দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হবে। কিন্তু আমরা জানি, দুটি ভেক্টর সমান হতে হলে তাদের মান ও দিক উভয়ই একই হতে হবে। তাই বলা যায়, সমান্তরাল ভেক্টরের সকল বৈশিষ্ট্য সমান ভেক্টরের মধ্যে বিদ্যমান হওয়ায়, সমান ভেক্টরকে সমান্তরাল ভেক্টর বলা যায়।

গ $\vec{A} = 4x^3y^2\hat{i} - 4x^2y^3z\hat{j} - 6xyz^3\hat{k}$

$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$\therefore \vec{A}$ ভেক্টরটির কার্ল,

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 4x^3y^2 & -4x^2y^3z & -6xyz^3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left(\frac{\partial}{\partial y}(-6xyz^3) - \frac{\partial}{\partial z}(-4x^2y^3z)\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial}{\partial x}(-6xyz^3) - \frac{\partial}{\partial z}(4x^3y^2)\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x}(-4x^2y^3z) - \frac{\partial}{\partial y}(4x^3y^2)\right)$$

$$= \hat{i}(-6xz^3 + 4x^2y^3) - \hat{j}(-6yz^3) + \hat{k}(-8xy^3z - 8x^3y)$$

$$= (-6xz^3 + 4x^2y^3)\hat{i} + 6yz^3\hat{j} - (8x^3y + 8xy^3z)\hat{k}$$ **(Ans.)**

ঘ স্কেলার রাশি, $\varphi = 3xy^2z + 3xyz^2 + 3y^2z^3$

একটি স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রেডিয়েন্ট করলে স্কেলার ক্ষেত্রটি ভেক্টর ক্ষেত্রে রূপান্তরিত হবে।

$$\therefore \vec{\nabla}\varphi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)(3xy^2z + 3xyz^2 + 3y^2z^3)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\hat{i}(3xy^2z + 3xyz^2 + 3y^2z^3) + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j}(3xy^2z + 3xyz^2 + 3y^2z^3) + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}(3xy^2z + 3xyz^2 + 3y^2z^3)$$

$$= (3y^2z + 3yz^2 + 0)\hat{i} + (6xyz + 3xz^2 + 6yz^3)\hat{j} + (3xy^2 + 6xyz + 9y^2z^2)\hat{k}$$

$\therefore$ স্কেলার থেকে ভেক্টর ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়। **(Ans.)**

আবার $\vec{A}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটিকে ডাইভারজেন্স করলে স্কেলার ক্ষেত্র পাওয়া যায়।

$$\therefore \vec{\nabla}.\vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\left(4x^3y^2\hat{i} - 4x^2y^3z\hat{j} - 6xyz^3\hat{k}\right)$$

$$= 12x^2y^2 - 12x^2y^2z - 18xyz^2$$

$\therefore$ একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স করলে ভেক্টর ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ দুইটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{A} = -\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ও $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{D}$ ভেক্টরটি $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরের উপর লম্ব। একটি ভেক্টরক্ষেত্র $\vec{C} = 2x^2yz\hat{i} + y^2z\hat{j} + x^2y^2z^2\hat{k}$

(ক) সমরেখ ভেক্টর কী? [ব. বো. ২৫]

(খ) দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফল সমান হতে পারে কি-না? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৫]

(গ) ভেক্টর $\vec{D}$ বরাবর একক ভেক্টর নির্ণয় কর। [কু. বো. ২৪; অনুরূপ দি. বো. ২৫]

(ঘ) (2, −1, 2) বিন্দুতে $\vec{C}$ ভেক্টরক্ষেত্রটি তরলের উৎস হিসেবে কাজ করবে কি-না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৫]

সমাধান:

ক যদি দুই বা ততোধিক ভেক্টর একই সরলরেখা বরাবর বা পরস্পর সমান্তরালে ক্রিয়া করে তাহলে তাদেরকে সমরৈখিক ভেক্টর বলে।

খ ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি একই জাতীয় ভেক্টর রাশি।

প্রশ্নমতে, $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$

$\Rightarrow 4\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \cos\theta = 0 \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{2}$ হলে এদের ভেক্টর যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হবে।

গ $\vec{D}$ বরাবর একক ভেক্টর অর্থাৎ,

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর লম্ব বরাবর একক ভেক্টর, $\hat{\eta} = \pm\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$

$$\therefore \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(6 + 4) - \hat{j}(2 - 4) + \hat{k}(2 + 6)$$

$$= 10\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k}$$

$\therefore |\vec{A}\times\vec{B}| = \sqrt{10^2+2^2+8^2} = 2\sqrt{42}$

$\therefore \hat{\eta} = \pm\dfrac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|} = \pm\dfrac{1}{2\sqrt{42}}(10\hat{i}+2\hat{j}+8\hat{k})$

$= \pm\left(\dfrac{5}{\sqrt{42}}\hat{i}+\dfrac{1}{\sqrt{42}}\hat{j}+\dfrac{4}{\sqrt{42}}\hat{k}\right)$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, $\vec{C} = 2x^2yz\hat{i} + y^2z\hat{j} + x^2y^2z^2\hat{k}$

$\vec{\nabla} = \dfrac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \dfrac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \dfrac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

(2, – 1, 2) বিন্দুতে $\vec{C}$ ভেক্টরটি তরলের উৎস হিসেবে কাজ করবে যদি (2, – 1, 2) বিন্দুতে $\vec{C}$ ভেক্টরের ডাইভারজেন্সের মান ধনাত্মক হয়।

$\therefore \vec{\nabla}.\vec{C} = \left(\dfrac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \dfrac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \dfrac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\cdot\left(2x^2yz\hat{i} + y^2z\hat{j} + x^2y^2z^2\hat{k}\right)$

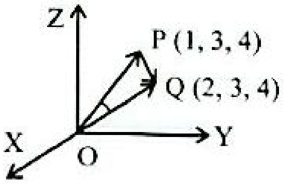
$= 4xyz + 2yz + 2x^2y^2z$

∴ (2, – 1, 2) বিন্দুতে ডাইভারজেন্সের মান,

$(\vec{\nabla}.\vec{C}) = 4\times2\times(-1)\times2 + 2\times(-1)\times2 + 2\times(2)^2\times(-1)^2\times2 = -4 < 0$

যেহেতু ডাইভারজেন্সের মান ঋণাত্মক কাজেই তরলের উৎস হিসেবে কাজ করবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫



উপরের চিত্রটি লক্ষ্য কর।

(ক) অক্ষীয় ভেক্টর কাকে বলে?

(খ) ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৫]

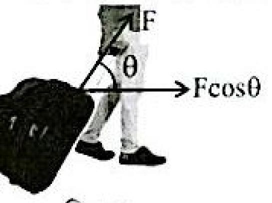
(গ) $\overrightarrow{PQ}$-এর সমান্তরাল একক ভেক্টর নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৫; অনুরূপ সি. বো. ২৩; ব. বো. ২১; কু. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে ∠POQ এবং ∠OPQ এর মান সমান কি-না? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। [চ. বো. ২৫]

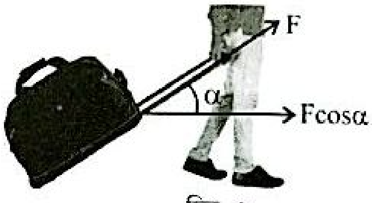
সমাধান:

ক বস্তুর ঘূর্ণনের সঙ্গে যুক্ত ভেক্টরকে অক্ষীয় ভেক্টর বলে।

খ ট্রলি ব্যাগ টানার সময় আপাত ওজন হ্রাস পাবে এইজন্য রোলারের ন্যায় ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ।



চিত্র: ১



চিত্র: ২

একজন ব্যক্তি চিত্র-১ অনুযায়ী ছোট হাতল বিশিষ্ট একটি ট্রলিব্যাগকে টেনে নিয়ে গেলে আনুভূমিক বরাবর Fcosθ বল ক্রিয়া করে এবং চিত্র-২ অনুযায়ী লম্বা হাতল ব্যবহার করলে আনুভূমিক বরাবর Fcosα বল ক্রিয়া করে। যেহেতু বলের আনুভূমিক উপাংশের ক্ষেত্রে আনুভূমিক কোণের মান যত কম তার cosine ততো বেশি। অর্থাৎ এখানে, cosα > cosθ। হাতল যত লম্বা হবে ততো কম বল প্রয়োগ করে ট্রলিকে সামনে অগ্রসর করা সহজ হবে। এজন্য হাতল তুলনামূলক বড় এরূপ ট্রলিব্যাগ ব্যবহার করা সুবিধাজনক।

গ এখানে, $\overrightarrow{OP} = \hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\overrightarrow{OQ} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = (2-1)\hat{i} + (3-3)\hat{j} + (4-4)\hat{k} = \hat{i}$

আবার, $\overrightarrow{PQ}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর $= \pm\dfrac{\hat{i}}{|\hat{i}|} = \pm\dfrac{\hat{i}}{\sqrt{1^2}} = \pm\hat{i}$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, $\overrightarrow{OP} = \hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$; $\overrightarrow{OQ} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\overrightarrow{PQ} = \hat{i}$

∠POQ হলো $\overrightarrow{OP}$ এবং $\overrightarrow{OQ}$ ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ,

$\therefore \angle POQ = \cos^{-1}\left(\dfrac{\overrightarrow{OP}.\overrightarrow{OQ}}{|\overrightarrow{OP}|\,|\overrightarrow{OQ}|}\right)$

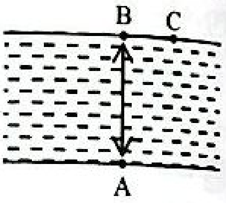
$= \cos^{-1}\left(\dfrac{2+9+16}{\sqrt{1+9+16}\times\sqrt{4+9+16}}\right) = 10.49°$

∠OPQ হলো $-\overrightarrow{OP}$ এবং $\overrightarrow{PQ}$ ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ।

$\therefore \angle OPQ = \cos^{-1}\left(\dfrac{-1\times1}{\sqrt{1^2}\times(\sqrt{(-1)^2+(-3)^2+(-4)^2})}\right) = 101.31°$

উদ্দীপকের আলোকে ∠POQ এবং ∠OPQ এর মান সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ ইঞ্জিনচালিত একটি নৌকার স্রোতের অনুকূলে বেগ 15 kmh^{-1} এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ 5 kmh^{-1}। 5 km প্রস্থবিশিষ্ট একটি নদীতে একজন মাঝি A বিন্দু হতে সোজা অপর পাড়ের B বিন্দুতে পৌছানোর জন্য যাত্রা শুরু করে। B বিন্দু থেকে 5 km দূরের C বিন্দু থেকে একই সময় অপর এক ব্যক্তি 4 kmh^{-1} বেগে B বিন্দুর দিকে অগ্রসর হতে থাকে।



(ক) একক ভেক্টর কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩; কু. বো. ২২, ২১; য. বো. ২২; রা. বো. ১৭]

(খ) বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস কিভাবে নিচে নামে? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২২; ম. বো. ২২]

(গ) B বিন্দুতে পৌছানোর জন্য মাঝি কত কোণে যাত্রা শুরু করেছিল? [কু. বো. ২৫]

(ঘ) মাঝি B বিন্দুতে পৌছালে অপর ব্যক্তির সাথে তার সাক্ষাৎ হয়েছিল কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কোনো ভেক্টরের মান এক একক হলে তাই একক ভেক্টর।

খ বৈদ্যুতিক পাখাগুলোর একটি দিক হালকা বাঁকা রাখা হয়। তাই পাখাগুলো ঘুরলে বাতাসের নিম্নমুখী চাপ সৃষ্টি হয়। ফলে বাতাস নিচের দিকে প্রবাহিত হতে থাকে। যতক্ষণ চাপ বজায় থাকে বাতাস ততক্ষণ নিচের দিকে প্রবাহিত হতে থাকে। এভাবে বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস নিচে নামে।

গ ধরি, B বিন্দুতে পৌছানোর জন্য মাঝি θ কোণে যাত্রা করে।

নৌকার বেগ, u এবং স্রোতের বেগ, v।

প্রশ্নমতে, u + v = 15 ...... (i) এবং u – v = 5 ...... (ii)

(i) ও (ii) সমাধান করে, u = 10 kmh^{-1} এবং v = 5 kmh^{-1}

সোজাসুজি অপর পাড়ে পৌছাতে চাইলে,

$u\cos\theta + v = 0$

$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(-\dfrac{v}{u}\right) = \cos^{-1}\left(-\dfrac{5}{10}\right) = 120°$

সুতরাং, মাঝি 120° কোণে যাত্রা শুরু করেছিল। **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, নৌকার বেগ, $u = 10\ kmh^{-1}$

স্রোতের সাথে নৌকার কোণ, $\theta = 120°$

নদীর প্রস্থ, $d = 5\ km$

প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{u \sin\theta} = \frac{5}{10 \times \sin(120°)} = 0.577\ h$

আবার, ব্যক্তির B বিন্দুতে আসতে প্রয়োজনীয় সময়, $t' = \frac{s}{v} = \frac{5}{4} = 1.25\ h$

অর্থাৎ, $t' > t$

সুতরাং মাঝি B বিন্দুতে পৌঁছালে, আরো $1.25 - 0.577 = 0.673\ h$ পর ব্যক্তির সাথে দেখা হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ $\vec{P} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}, \vec{Q} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + a\hat{k}$

(ক) নাল ভেক্টর কী? [চ. বো. ২৫]

(খ) কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স-এর ভৌত তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৫]

(গ) $\vec{P}$ ও ধনাত্মক x-অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর। [চ. বো. ১৯; অনুরূপ য. বো. ২২]

(ঘ) a এর সম্ভাব্য কোনো মানের জন্য ভেক্টরদ্বয়ের স্কেলার গুণফল ও ভেক্টর গুণফলের মান সমান হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [চ. বো. ২৫]

সমাধানঃ

ক যে ভেক্টরের মান শূন্য কিন্তু দিক অনির্দিষ্ট থাকে, তাকে নাল ভেক্টর বা শূন্য ভেক্টর বলে।

খ ত্রিমাত্রিক ব্যবস্থার কোনো অঞ্চলে একটি ভেক্টর ক্ষেত্র

$\vec{V}(x,y,z) = v_1(x,y,z)\hat{i} + v_2(x,y,z)\hat{j} + v_3(x,y,z)\hat{k}$ হলে ডেল $(\vec{\nabla})$ অপারেটরের সাথে $\vec{V}$ এর স্কেলার গুণনকে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স বলে। এর ভৌত তাৎপর্য নিম্নরূপঃ

(i) ডাইভারজেন্স একটি স্কেলার রাশি।

(ii) $\vec{\nabla}.\vec{V}$ বা div. $\vec{V}$ দ্বারা একক সময়ে কোনো তরলের ঘনত্বের পরিবর্তনের হার বুঝায়।

(iii) div. $\vec{V}$ = ধনাত্মক হলে তরল পদার্থের ঘনত্ব হ্রাস ও আয়তন বৃদ্ধি পায়

(iv) div. $\vec{V}$= ঋণাত্মক হলে তরল পদার্থের ঘনত্ব বৃদ্ধি ও আয়তন হ্রাস পায়

(v) div. $\vec{V} = 0$ হলে সলিনয়ডাল বুঝায়।

গ এখানে, $\vec{P} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

ধনাত্মক x অক্ষের দিকে একক ভেক্টর = $\hat{i}$

∴ $\vec{P}$ ও ধনাত্মক x অক্ষের মধ্যবর্তী কোণ,

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2 \times 1}{\sqrt{2^2+2^2+1^2} \times \sqrt{1^2}}\right) = 48.2°$ **(Ans.)**

ঘ $\vec{P} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + a\hat{k}$

$\vec{P}, \vec{Q}$ এর স্কেলার গুণফল $= \vec{P}.\vec{Q} = 4 + 4 - a = 8 - a$

$\vec{P}, \vec{Q}$ এর ভেক্টর গুণফল $= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & a \end{vmatrix}$

$\vec{P} \times \vec{Q} = \hat{i}(2a+2) - \hat{j}(2a+2) + \hat{k}(4-4) = (2a+2)\hat{i} - (2a+2)\hat{j}$

$\therefore |\vec{P} \times \vec{Q}| = \sqrt{(2a+2)^2 + (2a+2)^2} = \sqrt{2}(2a+2)$

শর্তমতে, $8 - a = \sqrt{2}(2a+2)$

$\Rightarrow 64 - 16a + a^2 = 2(4a^2 + 8a + 4)$

$\Rightarrow 7a^2 + 32a - 56 = 0 \quad \therefore a = \frac{-16 \pm 18\sqrt{2}}{7}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি স্কেলার ক্ষেত্র $\varphi = \varphi(x, y, z)$, একটি ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{v} = (v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k})$ এবং একটি ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$।

(ক) ল্যাপলাসের সমীকরণ কাকে বলে? [রা. বো. ২৫]

(খ) বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত মোটর গাড়ির সামনের কাচকে ভিজায় কিন্তু পিছনের কাচকে ভিজায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

(গ) $\vec{\nabla}.(\vec{\nabla} \times \vec{V})$ এর মান নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৫; অনুরূপ চ. বো. ২১]

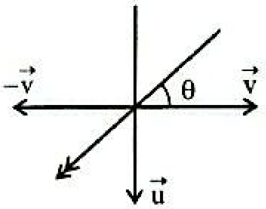
(ঘ) উদ্দীপকের φ এর গ্রেডিয়েন্ট এর কার্ল শূন্য হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২৫; অনুরূপ চ. বো. ১৯]

সমাধানঃ

ক কোনো স্কেলার ফাংশন $\varphi(x, y, z)$ এর ক্ষেত্রে যদি তার দ্বিতীয় ধাপের আংশিক অন্তরকলনগুলোর যোগফল শূন্য হয়, তবে সেই সমীকরণকে ল্যাপলাসের সমীকরণ বলা হয়। অর্থাৎ, $\nabla^2\varphi = 0$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$

খ বৃষ্টির ফোঁটা পৃথিবীর পৃষ্ঠে উল্লম্বভাবে (নিচের দিকে) পড়ে। কিন্তু যখন মোটরগাড়ি সামনের দিকে চলে, তখন গাড়ির সঙ্গে থাকা বাতাস ও এক ধরনের আপেক্ষিক গতি তৈরি করে। মনে করি, বৃষ্টি উল্লম্বভাবে u বেগে পড়ছে এবং গাড়ি



সমানের দিকে v বেগে যাচ্ছে। গাড়ির ভেতর বসা যাত্রীর কাছে বৃষ্টির ফোঁটা মনে হয় θ কোণে তীর্যক পথে গাড়ির সামনের থেকে আসছে। এর ফলে সামনের কাচ সরাসরি বৃষ্টির ফোঁটার আঘাত পায় এবং ভিজে যায় কিন্তু পেছনের কাচ গাড়ির গতির বিপরীতে থাকায় ফোঁটার আপেক্ষিক পথ সেখানে গিয়ে পড়ে না। ফলে পেছনের কাচ শুকনো থাকে।

গ দেওয়া আছে, $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$

$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(v_z) - \frac{\partial}{\partial z}(v_y)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(v_z) - \frac{\partial}{\partial z}(v_x)\right\} + \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(v_y) - \frac{\partial}{\partial y}(v_x)\right\}$$

$$= \hat{i}\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)$$

$$\therefore \vec{\nabla}.(\vec{\nabla} \times \vec{V}) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right).\left[\hat{i}\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\right]$$

$$= \frac{\partial v_z}{\partial x\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial y\partial z} + \frac{\partial v_y}{\partial x\partial z} - \frac{\partial v_x}{\partial y\partial z}$$

$\Rightarrow \vec{\nabla}.(\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, স্কেলার ক্ষেত্র, $\varphi = \varphi(x, y, z)$

গ্রেডিয়েন্ট, $\vec{\nabla}\varphi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\varphi$

$$= \frac{\partial\varphi}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\hat{k}$$

গ্রেডিয়েন্টের কার্ল,

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\varphi) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial x} & \frac{\partial\varphi}{\partial y} & \frac{\partial\varphi}{\partial z} \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)\right] - \hat{j}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\right] + \hat{k}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)\right]$$

$$= \hat{i}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial y\partial z} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial y\partial z}\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}\right)$$

$$= 0\hat{i} - 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\therefore \vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\varphi) = \vec{0}$$

সুতরাং, φ এর গ্রেডিয়েন্টের কার্ল শূন্য হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৯ কোনো একটি বস্তুর উপর $(5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি $(1, -1, 2)$ বিন্দু থেকে $(4, 5, -3)$ বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়।

(ক) একক ভেক্টর কাকে বলে? [দি. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৩; কু. বো. ২২, ২১; য. বো. ২২; রা. বো. ১৭]

(খ) বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস কিভাবে নিচে নামে? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২২; ম. বো. ২২]

(গ) সরণ ভেক্টর বের কর। [ঢা. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে কৃতকাজ বলের পক্ষে কি-না? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ঢা. বো. ২৫]

সমাধানঃ

ক কোনো ভেক্টরের মান এক একক হলে তাই একক ভেক্টর।

খ বৈদ্যুতিক পাখাগুলোর একটি দিক হালকা বাঁকা রাখা হয়। তাই পাখাগুলো ঘুরলে বাতাসের নিম্নমুখী চাপ সৃষ্টি হয়। ফলে বাতাস নিচের দিকে প্রবাহিত হতে থাকে। যতক্ষণ চাপ বজায় থাকে বাতাস ততক্ষণ নিচের দিকে প্রবাহিত হতে থাকে। এভাবে বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস নিচে নামে।

গ উদ্দীপকে বস্তুটি $(1, -1, 2)$ থেকে $(4, 5, -3)$ বিন্দুতে যায়।

সরণ ভেক্টর, $\vec{r} = (4-1)\hat{i} + (5-(-1))\hat{j} + (-3-2)\hat{k}$

$= 3\hat{i} + 6\hat{j} - 5\hat{k}$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, প্রযুক্ত বল, $\vec{F} = (5\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ N

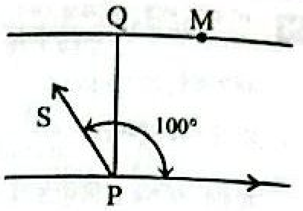
সরণ ভেক্টর, $\vec{r} = 3\hat{i} + 6\hat{j} - 5\hat{k}$

$\therefore$ কৃতকাজ, $W = \vec{F}.\vec{r} = (5\times3) + (6\times2) - (3\times5) = 12$

$\therefore$ যেহেতু কৃতকাজ ধনাত্মক, কাজেই কৃতকাজ বলের পক্ষে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১০ উপরের চিত্রের তমাল 'P' বিন্দু থেকে নৌকা চালিয়ে নদীর অপর পাড়ে যাচ্ছে। সে PS বরাবর 5 kmh^{-1} বেগে নৌকা চালিয়ে নদীর অপর পাড়ের M বিন্দুতে পৌছায়।

[নদীর প্রস্থ PQ = 2 km]



স্রোতের বেগ = 3 kmh^{-1}

(ক) ভেক্টর অপারেটর কী? [ঢা. বো. ২৪; ম. বো. ২২]

(খ) একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যাবে কি? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৩; কু. বো. ২৩]

(গ) QM এর দূরত্ব নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৪]

(ঘ) PS বরাবর নৌকা চালিয়ে 'M' বিন্দুতে পৌছার সময় এবং P থেকে স্রোতহীন অবস্থায় সরাসরি নৌকা চালিয়ে Q-তে পৌছার সময়ের পার্থক্য গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২৪]

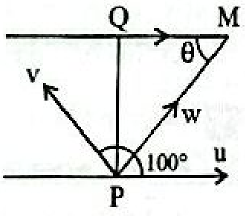
সমাধানঃ

ক যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি ভেক্টর রাশিকে অন্য একটি স্কেলার বা ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনো পরিবর্তনশীল ভেক্টর রাশির ব্যাখ্যা দেয়া যায় তাকে ভেক্টর অপারেটর বলে।

খ দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

আবার, দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই রেখা বরাবর বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে তাহলে তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বলে। যেহেতু বিপ্রতীপ ভেক্টরগুলো একে অপরের সমান্তরাল হয় তাই এদেরকে সমরেখ ভেক্টরও বলা হয়।

গ ধরি, নৌকার বেগ v ও স্রোতের বেগ u লব্ধি বেগ w স্রোতের সাথে θ কোণ সৃষ্টি করে।



$$\therefore \tan\theta = \frac{v\sin100°}{u + v\cos100°}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{5\times\sin100°}{3 + 5\times\cos100°} = 66.59°$$

এখন, ΔPQM এ, $\tan\theta = \frac{PQ}{QM}$

$$\therefore QM = \frac{PQ}{\tan\theta} = \frac{2}{\tan66.50°} = 0.865 \text{ km}$$ **(Ans.)**

ঘ প্রথম ক্ষেত্রে, প্রয়োজনীয় সময়, $t_1 = \frac{d}{v\sin\alpha} = \frac{2}{5\sin100°} = 0.406$ hr

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, প্রয়োজনীয় সময়, $t_2 = \frac{d}{v} = \frac{2}{5} = 0.4$ hr

$\therefore$ সময়ের পার্থক্য $= t_1 - t_2 = 0.406 - 0.4 = 0.006$ hr $= 21$ s

সুতরাং, PS বরাবর নৌকা চালিয়ে M বিন্দুতে পৌছার সময় এবং P থেকে স্রোতহীন অবস্থায় সরাসরি নৌকা চালিয়ে Q তে পৌছার সময়ের পার্থক্য 21s। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ দুটি ভেক্টর $\vec{v} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}$ এবং $\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ পরস্পর লম্ব। $\vec{v}$ এবং $\vec{u}$ এর মান যদি নৌকা ও একটি নদীতে স্রোতের বেগ নির্দেশ করে তবে সর্বনিম্ন পথে নদী পার হতে নৌকাটির 4 মিনিট সময় লাগে।

(ক) ডাইভারজেন্স কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩; কু. বো. ২২, ১৯]

(খ) তিনটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হবে? ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২২]

(গ) উদ্দীপকের 'x' এর মান নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ ম. বো. ২৩; রা. বো. ২৩; দি. বো. ২৩]

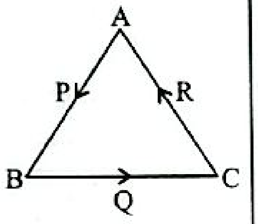
(ঘ) ন্যূনতম সময়ে নদী পার হতে হলে মাঝিকে নদীর প্রস্থ অপেক্ষা বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে কি না– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ ম. বো. ২৩; রা. বো. ২৩; দি. বো. ২৩]

সমাধান:

ক ত্রিমাত্রিক ব্যবস্থায় R অঞ্চলে কোনো একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের অবস্থান ভেক্টর $\vec{V}(x, y, z) = v_1(x, y, z)\hat{i} + v_2(x, y, z)\hat{j} + v_3(x, y, z)\hat{k}$, তা হলে ডেল ($\nabla$) অপারেটরের সাথে $\vec{V}$ এর স্কেলার গুণফলকে ওই ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স বলে।

খ একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি সমতলীয় সমজাতীয় ভেক্টরকে যদি কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একই ক্রমে নির্দেশ করা যায় তবে, ভেক্টর তিনটির লব্ধি শূন্য হবে।

ধরি, ABC ত্রিভুজের বাহু বরাবর $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ ভেক্টরত্রয় একইক্রমে ক্রিয়াশীল।



ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্রানুযায়ী,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 0$$

$\therefore \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$ অর্থাৎ, ভেক্টর তিনটির লব্ধি শূন্য।

গ আমরা জানি, $\vec{u}$ ও $\vec{v}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হলে, $\vec{u}.\vec{v} = 0$

$$\Rightarrow (3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}).(2\hat{i} + 3\hat{j} - x\hat{k}) = 0$$

$$\Rightarrow 6 + 6 - 2x = 0 \quad \therefore x = 6$$

সুতরাং, উদ্দীপকের x এর মান 6। **(Ans.)**

ঘ নৌকার বেগ, $|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2} = 7 \text{ ms}^{-1}$

স্রোতের বেগ, $|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{17} \text{ ms}^{-1}$

সর্বনিম্ন পথে নদী পার হলে, লব্ধি বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ হবে 90°।

$$\therefore \tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

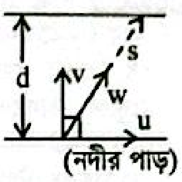
$$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha} \quad \Rightarrow u + v\cos\alpha = 0$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{17}}{7}\right) = 126.087°$$

নদীর প্রস্থ, $d = (v\sin\alpha)t = 7\sin(126.087°) \times (4 \times 60) = 1357.64 \text{ m}$

ন্যূনতম সময়ের ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t' = \frac{d}{v} = \frac{1357.64}{7} = 193.9503\text{s}$$



$\therefore$ লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{u^2 + v^2}$

$$= \sqrt{17 + 7^2} = \sqrt{66} \text{ ms}^{-1}$$

$\therefore$ নৌকা কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = wt = \sqrt{66} \times 193.950 = 1576.65 \text{ m}$

$\because s > d$ সুতরাং, ন্যূনতম সময়ে নদী পার হতে হলে মাঝিকে নদীর প্রস্থ অপেক্ষা বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{C} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু নির্দেশ করে।

(ক) তল ভেক্টর কাকে বলে? [সি. বো. ২৩; সি. বো. ২১]

(খ) দেখাও যে, $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$. [ম. বো. ২৪]

(গ) $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ কে সন্নিহিত বাহু ধরে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২৩; ব. বো. ২২, ২১; ঢা. বো. ২১; সি. বো. ১৯]

(ঘ) উদ্দীপকে ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে কি-না– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ কু. বো. ২৫; দি. বো. ২৫; সি. বো. ২৩; ম. বো. ২২, ২১; ব. বো. ২১, ১৭; য. বো. ১৯]

সমাধান:

ক যখন কোনো ভেক্টর কোনো একটি পৃষ্ঠের বা সমতলের ওপর অভিলম্ব অঙ্কন করলে যে দিক নির্দেশিত হয়, সে দিক বরাবর ক্রিয়া করে এবং যার মান তলটির ক্ষেত্রফলের সমান হয়, তাকে ঐ তলের তল ভেক্টর বলে।

খ দুটি ভেক্টর $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর ভেক্টর গুণন,

$$\hat{i} \times \hat{j} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(1-0) = 0\hat{i} + 0\hat{j} + \hat{k}$$

$\therefore \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$ **(Showed)**

গ আমরা জানি,

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু হলে সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{A} \times \vec{B}|$ বর্গ একক

$$\therefore |\vec{A} \times \vec{B}| = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(-15 + 1) - \hat{j}(10 - 3) + \hat{k}(-2 + 9)$$

$$= -14\hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k}$$

$\therefore$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(-14)^2 + (-7)^2 + 7^2}$

$$= 7\sqrt{6} \text{ বর্গ একক } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকের ত্রিভুজটি সমকোণী হলে যেকোনো দুটি বাহুর মধ্যবর্তী কোণ 90° হতে হবে। এক্ষেত্রে দুটি ভেক্টরের ডট গুণফল শূন্য হতে হবে।

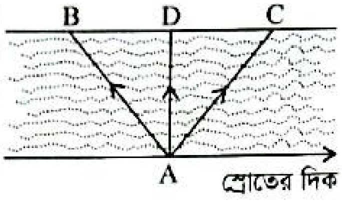
এখন, $\vec{A}.\vec{B} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}).(3\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}) = 6 + 3 + 5 = 14$

$$\vec{B}.\vec{C} = (3\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}).(3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) = 9 - 2 - 20 = -13$$

$$\vec{C}.\vec{A} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}).(2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) = 6 - 6 - 4 = -4$$

সুতরাং, ত্রিভুজটির যেকোনো দুটি বাহুর মধ্যবর্তী কোণ 90° না হওয়ায় ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ চিত্রে 4 kmh^{-1} বেগে প্রবাহিত স্রোতের নদীতে সোহেল 8 kmh^{-1} বেগে AB বরাবর নৌকা চালানো শুরু করে। 10 মিনিটে নদীর প্রস্থ AD বরাবর D বিন্দুতে পৌঁছে।



কিন্তু রোহান AD বরাবর 10 kmh^{-1} বেগে নৌকা চালানো শুরু করে AC বরাবর C বিন্দুতে পৌঁছে।

(ক) আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে?

(খ) ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র বিনিময় সূত্র মেনে চলে।– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

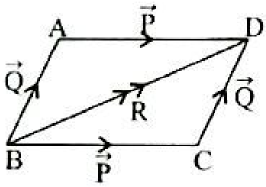
(গ) সোহেলের ক্ষেত্রে নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের লব্ধি বেগের মান নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ কু. বো., চ. বো. ২৪; ঢা. বো. ২৩; কু. বো., ম. বো. ২২; রা. বো., চ. বো., সি. বো., দি. বো., য. বো., ব. বো. ২১; কু. বো. ১৯]

(ঘ) নদীর প্রস্থ AD ও রোহানের দৈর্ঘ্য বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব DC সমান হবে কি-না? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [রা. বো. ২৪]

সমাধান:

ক দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির বেগকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

খ ABCD সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু BC ও CD বরাবর যথাক্রমে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টর ক্রিয়াশীল। আবার সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো সমান ও সমান্তরাল হওয়ায়, CD ও AD বাহু বরাবর যথাক্রমে $\vec{Q}$ ও $\vec{P}$ ক্রিয়াশীল।



ΔBCD এ, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} \Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$ ......(i)

ΔBAD এ, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} \Rightarrow \vec{Q} + \vec{P} = \vec{R}$ ......(ii)

(i) ও (ii) হতে, $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$

সুতরাং, ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র বিনিময় সূত্র মেনে চলে। **(Ans.)**

গ সোহেলের ক্ষেত্রে, নৌকার লব্ধি বেগ, স্রোতের বেগের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে।

এখানে, নৌকার বেগ, $v = 8\ kmh^{-1}$ এবং স্রোতের বেগ, $u = 4\ kmh^{-1}$

$\therefore \tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha} \Rightarrow u + v\cos\alpha = 0$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{4}{8}\right) = 120°$

$\therefore$ লব্ধি বেগ, $w = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$

$= \sqrt{4^2 + 8^2 + 2 \times 4 \times 8 \times \cos(120°)}$

$= 4\sqrt{3}\ kmh^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ সোহেলের ক্ষেত্রে,

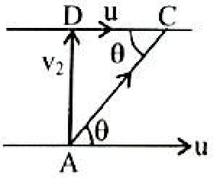
নদীর প্রস্থ, $AD = (v_1\sin\alpha) \times t_1 = 8 \times \sin(120°) \times \frac{10}{60} = 1.154$ km

রোহানের ক্ষেত্রে,

ΔADC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan\theta = \frac{v_2}{u} = \frac{10}{4}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(2.5) = 68.2°$

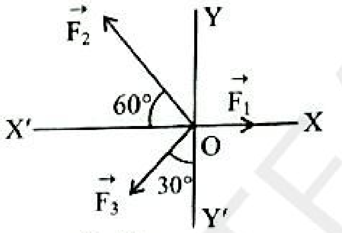


এখন, ΔADC সমকোণী ত্রিভুজে,

$\tan\theta = \frac{AD}{DC} \Rightarrow DC = \frac{1.154}{\tan(68.2°)} = 0.461\ km < AD$

সুতরাং, নদীর প্রস্থ AD ও রোহানের নদীর দৈর্ঘ্য বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব DC সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ চিত্র অনুযায়ী O বিন্দুস্থ স্থির বস্তুকণার উপর তিনটি বল প্রয়োগ করা হল।



$|\vec{F_1}| = 11N$

$|\vec{F_2}| = 22N$

$|\vec{F_3}| = 33N$

(ক) সলিনয়ডাল ভেক্টর কী?

(খ) ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মানে না– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

(গ) বস্তুকণার উপর OX বরাবর ক্রিয়াশীল লব্ধি বলের মান নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৪]

(ঘ) বল প্রয়োগের ফলে বস্তুকণাটি কোন দিকে গতিশীল হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ কু. বো. ২২; ব. বো ২২]

সমাধান:

ক কোনো ভেক্টরের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ভেক্টরটিকে সলিনয়ডাল ভেক্টর বলে।

খ ধরি, দুটি ভেক্টর, $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$ এবং $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) - \hat{j}(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}(A_xB_y - B_xA_y)$

$$\vec{B} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ B_x & B_y & B_z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

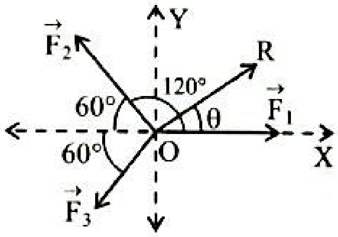
$= \hat{i}(B_yA_z - B_zA_y) - \hat{j}(B_xA_z - B_zA_x) + \hat{k}(B_xA_y - A_xB_y)$

$= -[\hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) - \hat{j}(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}(A_xB_y - B_xA_y)]$

$\Rightarrow \vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$

$\therefore \vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$; সুতরাং, ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মানে না।

গ ধরি, লব্ধি বল R, OX রেখার সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং OX বরাবর ক্রিয়াশীল লব্ধি বলের মান হবে, $R\cos\theta$।



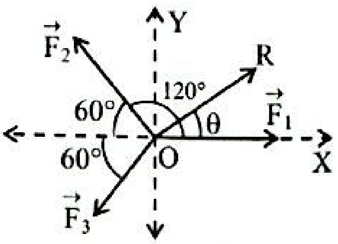
$\therefore R\cos\theta = |\vec{F_1}| + |\vec{F_2}|\cos(120°) + |\vec{F_3}|\cos(240°)$

$= 11 + 22 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 33 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -16.5$ N **(Ans.)**

ঘ ধরি, লব্ধি বল R, X অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

'গ' হতে পাই,

$R\cos\theta = -16.5$ ......(i)



TDEDUCATIONAL TEAM

$\therefore R\sin\theta = |\vec{F_1}|\sin(0^\circ) + |\vec{F_2}|\sin(120^\circ) + |\vec{F_3}|\sin(240^\circ)$

$= 0 + 22 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 33 \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{11\sqrt{3}}{2}$

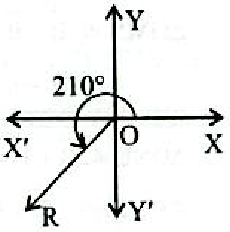
$\therefore R\sin\theta = -\frac{11\sqrt{3}}{2}$ ......(ii)

(ii) ÷ (i) করে পাই, $\tan\theta = \frac{-11\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{-16.5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

যেহেতু sinθ ও cosθ উভয়ের মান ঋণাত্মক লব্ধি বল তৃতীয় চতুর্ভাগে অবস্থান করবে,

$\therefore \theta = 180^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 210^\circ$



অর্থাৎ, OX রেখার সাথে 210° কোণে ক্রিয়া করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ তিনটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$; $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{V} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^3y^2z\hat{k}$

(ক) ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? [সি. বো., চ. বো., কু. বো. ২৫]

(খ) অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

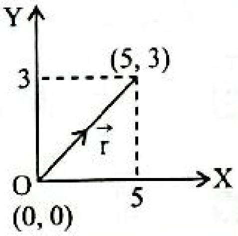
(গ) (1, – 1, 1) বিন্দুতে ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{V}$ এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় কর। [সি. বো. ২৫; অনুরূপ সি. বো. ২৪]

(ঘ) $\vec{A}$ কোনো বৃত্তের ব্যাস নির্দেশ করলে $\vec{B}$ ঐ বৃত্তের পরিধির উপর অঙ্কিত স্পর্শক নির্দেশ করবে কিনা– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যাসহ মতামত দাও। [সি. বো. ২৫]

সমাধান:

ক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় যে ভেক্টরের সাহায্যে মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করা যায় তাকে ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

খ কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি নির্দিষ্ট থাকে তবে তাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে। আবার, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে। এখন, $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ একটি অবস্থান ভেক্টর কারণ এর পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে এবং মূলবিন্দুর সাপেক্ষে একটি বিন্দুর অবস্থানকে নির্দেশ করে।



সুতরাং, $\vec{r}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর। কেননা এর পাদবিন্দু সর্বদা মূলবিন্দুতে এবং এটি অপরিবর্তনীয় বা নিজের ইচ্ছামত পরিবর্তন করা যায় না।

গ $\vec{V} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^3y^2z\hat{k}$

$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$\therefore \vec{V}$ এর ডাইভারজেন্স,

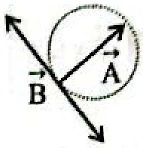
$\vec{\nabla}.\vec{C} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right).\left(3xyz^2\hat{i} + 2xy^2\hat{j} - x^3y^2z\hat{k}\right)$

$= 3yz^2 + 4xy - x^3y^2$

$\therefore$ (1, – 1, 1) বিন্দুতে,

$\left(\vec{\nabla}.\vec{C}\right) = 3 \times (-1) \times 1^2 + 4 \times 1 \times (-1) - (1)^3 \times (-1)^2 = -8$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$।



$\vec{A}$ কোনো বৃত্তের ব্যাস নির্দেশ করলে $\vec{B}$ ঐ বৃত্তের পরিধির উপর ব্যাসের প্রান্ত বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক নির্দেশ করবে যদি $\vec{A}.\vec{B}$ পরস্পরের উপর লম্ব হয়।

$\vec{A}.\vec{B} = (9 \times 4) - (6 \times 1) + 5 \times (-6) = 0$

$\therefore \vec{A}, \vec{B}$ পরস্পরের উপর লম্ব।

কাজেই, $\vec{A}$ কোনো বৃত্তের ব্যাস নির্দেশ করলে $\vec{B}$ হবে তার পরিধির উপর অঙ্কিত স্পর্শক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ $\vec{r} = ax\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}$; $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$

(ক) সমতলীয় ভেক্টর কাকে বলে? [ঢা. বো., দি. বো., য. বো. ২৩]

(খ) $\hat{j} \times \hat{k}$ একটি একক ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪; অনুরূপ কু. বো. ২৫]

(গ) a এর মান কত হলে $\vec{r}$ ভেক্টরের ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল হবে নির্ণয় কর। [দি. বো. ২৪; অনুরূপ ২২]

(ঘ) $\vec{P} \times \vec{Q}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি ঘূর্ণনশীল না অঘূর্ণনশীল– গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [দি. বো. ২৪; অনুরূপ চ. বো. ২২; রা. বো. ২২; সি. বো. ২২]

সমাধান:

ক দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই সমতলে অবস্থান করে তবে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে।

খ দুটি ভেক্টর $\hat{j}$ ও $\hat{k}$ এর ভেক্টর গুণন,

$$\hat{j} \times \hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(0-0) = \hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

$\therefore \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$

আমরা জানি, X-অক্ষ বরাবর কার্যকর একক ভেক্টর $\hat{i}$।

সুতরাং $\hat{j} \times \hat{k}$ একটি একক ভেক্টর।

গ আমরা জানি, $\vec{r}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল হলে,

$Div(\vec{r}) = 0$

$\Rightarrow \vec{\nabla}.\vec{r} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right).\left(ax\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}\right) = 0$

$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}(ax) + \frac{\partial}{\partial y}(y) + \frac{\partial}{\partial z}(2) = 0$

$\Rightarrow a + 1 = 0$

$\therefore a = -1$

সুতরাং, a এর মান – 1 হলে $\vec{r}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল হবে। **(Ans.)**

ঘ $\vec{P}\times\vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-3-16) - \hat{j}(-2-16) + \hat{k}(8-12)$

$= -19\hat{i} + 18\hat{j} - 4\hat{k}$

$\therefore \text{Curl}(\vec{P}\times\vec{Q}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -19 & 18 & -4 \end{vmatrix}$

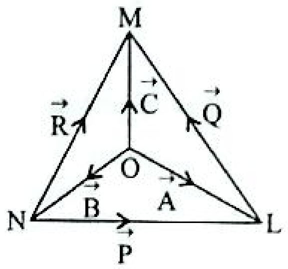
$= \hat{i}\left[\frac{\partial}{\partial y}(-4) - \frac{\partial}{\partial z}(18)\right] - \hat{j}\left[\frac{\partial}{\partial x}(-4) - \frac{\partial}{\partial z}(-19)\right] + \hat{k}\left[\frac{\partial}{\partial x}(18) - \frac{\partial}{\partial y}(-19)\right]$

$= 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$

$\therefore \vec{\nabla}\times(\vec{P}\times\vec{Q}) = \vec{0}$

সুতরাং, $\vec{P}\times\vec{Q}$ ভেক্টরের কার্ল $\vec{0}$ হওয়ায়, $\vec{P}\times\vec{Q}$ ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ দৃশ্যকল্প-১:



দৃশ্যকল্প-২: $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}, \vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$

(ক) সীমাবদ্ধ ভেক্টর কাকে বলে? [কু. বো. ২৪]

(খ) বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও কাজ স্কেলার রাশি কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, $\vec{A}\times\vec{B}$ ভেক্টরটি $\vec{A}+\vec{B}$ এর উপর লম্বভাবে অবস্থিত– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাই কর।

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, অনুযায়ী গাণিতিকভাবে যাচাই কর যে, $\vec{P}+\vec{Q}=\vec{R}$। [কু. বো. ২৪]

সমাধান:

ক কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি নির্দিষ্ট থাকে তবে তাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে।

খ যে সকল রাশির মান এবং দিক উভয়ই আছে তাদেরকে ভেক্টর রাশি বা দিক রাশি বলে। দুটি ভেক্টর রাশির ডট গুণন একটি স্কেলার রাশি এবং ক্রস গুণন ভেক্টর রাশি হয়। কাজের সংজ্ঞানুসারে আমরা জানি, কাজ হলো সরণ ও সরণের দিকে বলের উপাংশ অথবা বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফল। অর্থাৎ $W = FS\cos\theta$। বল ও সরণ উভয়ই দিক রাশি হওয়ায় দিক রাশির স্কেলার গুণফলের সংজ্ঞানুসারে, $W = \vec{F}.\vec{S}$ যেহেতু দুটি দিক রাশির স্কেলার গুণফল একটি স্কেলার রাশি তাই বল ও সরনের গুণফল একটি স্কেলার রাশি। যার কেবল মান আছে, দিক নেই।

গ $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}, \vec{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$

$\therefore \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(4-2) + \hat{j}(-3-8) + \hat{k}(-4-3)$

$= 2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}$

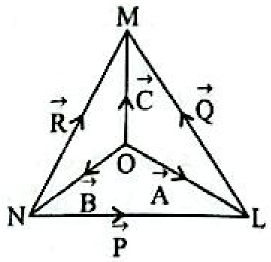
আবার, $\vec{A}+\vec{B} = 5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$

$\therefore (\vec{A}\times\vec{B}).(\vec{A}+\vec{B}) = (2\hat{i} - 11\hat{j} - 7\hat{k}).(5\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$

$= 10 + 11 - 21 = 0$

সুতরাং প্রশ্নোক্ত উক্তিটি সঠিক। **(Ans.)**

ঘ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি অনুসারে,



ΔOML এ, $\vec{A}+\vec{Q}=\vec{C}$

$\Rightarrow \vec{Q} = \vec{C} - \vec{A}$ ......(i)

ΔOMN এ, $\vec{B}+\vec{R}=\vec{C}$

$\Rightarrow \vec{R} = \vec{C} - \vec{B}$ ......(ii)

ΔONL এ, $\vec{B}+\vec{P}=\vec{A} \quad \Rightarrow \vec{P} = \vec{A} - \vec{B}$ ......(iii)

এখন, $LHS = \vec{P}+\vec{Q} = (\vec{A}-\vec{B}) + (\vec{C}-\vec{A}) = \vec{C}-\vec{B} = \vec{R} = RHS$

$\therefore LHS = RHS$

সুতরাং, উপরিউক্ত বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণিত হয়, $\vec{P}+\vec{Q}=\vec{R}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ দৃশ্যকল্প-১: 1 km প্রস্থের একটি নদীর তীর বরাবর $4ms^{-1}$ বেগে একটি বাস গতিশীল। নদীর অপর তীর হতে এক ব্যক্তি সোজাসুজি বাসটিকে দেখতে পেয়ে বাসটি ধরার জন্য স্রোতের সাথে 70° কোণে $6ms^{-1}$ বেগে নৌকাযোগে রওনা দিলো। নদীতে স্রোতের বেগ $2ms^{-1}$।

দৃশ্যকল্প-২: দুটি বিন্দুর ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় স্থানাঙ্কদ্বয় যথাক্রমে D (1, 0, –1) এবং E (1, 1, 0)

(ক) সমান ভেক্টর কাকে বলে? [ঢা. বো. ২২]

(খ) $|\vec{A}\times\vec{B}| = \vec{A}.\vec{B}$ হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী, দুটি বিন্দু D ও E এর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপ এর তুলনামূলক বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ১৭]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ এর লোকটির পক্ষে বাসটি ধরা সম্ভব হবে কিনা- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২৩]

সমাধান:

ক একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান ও দিক একই হলে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।

খ $|\vec{A}\times\vec{B}| = \vec{A}.\vec{B}$

$\Rightarrow AB\sin\theta = AB\cos\theta$

$\Rightarrow \tan\theta = 1 \qquad [\because A \neq 0$ এবং $B \neq 0]$

$\Rightarrow \theta = 45°$

সুতরাং, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে $|\vec{A}\times\vec{B}| = \vec{A}.\vec{B}$ হবে।

গ ধরি, বিন্দুদ্বয় D (1, 0, – 1) এবং E (1, 1, 0) এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে, $\vec{r}_1 = \hat{i} - \hat{k};\ \vec{r}_2 = \hat{i} + \hat{j}$

$\vec{r}_1$ এর X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপ $= \frac{\vec{r}_1.\hat{i}}{|\hat{i}|} = \frac{(\hat{i}-\hat{k}).\hat{i}}{1} = 1$

আবার, $\vec{r}_2$ এর X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপ, $= \frac{\vec{r}_2.\hat{i}}{|\hat{i}|} = \frac{(\hat{i}+\hat{j}).\hat{i}}{1} = 1$

সুতরাং, D ও E বিন্দুর অবস্থান ভেক্টরদ্বয়ের X অক্ষের উপর লম্ব অভিক্ষেপের মান সমান। **(Ans.)**

ঘ ব্যক্তির নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = \frac{d}{v\sin\alpha} = \frac{1000}{6\sin(70°)} = 177.363 \text{ s}$$

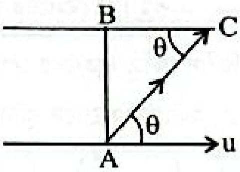
এ সময়ে বাস কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = v_b t = 4 \times 177.363 = 709.452$ m

আবার, লব্ধি বেগ স্রোতের বেগের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{6\sin(70°)}{2 + 6\cos(70°)}\right)$$

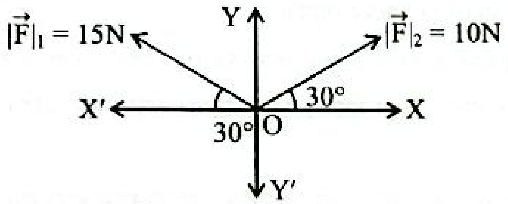
$$= 54.3°$$



ΔABC এ, $\tan\theta = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{1000}{\tan(54.3°)} = 718.572\text{m} > s$

সুতরাং, ব্যক্তির অতিক্রান্ত আনুভূমিক বা তীর বরাবর দূরত্ব, BC > s হওয়ায় ব্যক্তিটি বাসটি ধরতে পারবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৯ নিচের উদ্দীপকটি পড় ও সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



(ক) আয়ত একক ভেক্টর কী? [য. বো., ব. বো. ২৪]

(খ) একটি ভেক্টর রাশিকে কীরূপে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করবে? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]

(গ) F_1 এর ভেক্টর রূপ নির্ণয় কর। [য. বো. ২৪]

(ঘ) উদ্দীপকে $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ এবং $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ পরস্পর লম্ব কি-না? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪; অনুরূপ, য. বো. ২৩; ঢা. বো. ২২; দি. বো., কু. বো. ২১]

সমাধান:

ক ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাংক ব্যবস্থায় তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয় তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

খ একটি ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করতে ডাইভারজেন্স ব্যবহার করা হয়।

ভেক্টর ফাংশন বা ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্সগুলো একটি স্কেলার ফাংশন বা ক্ষেত্র যা দ্বারা ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে ফ্লাক্সের প্রকৃতি জানা যায়।

কোনো ভেক্টর রাশি, $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ হলে,

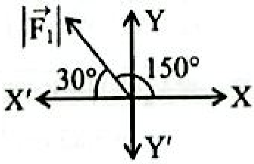
$\text{div}(\vec{v}) = \vec{\nabla}.\vec{v}$ যেখানে, $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$$\therefore \vec{\nabla}.\vec{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right).(v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k})$$

$= \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$; যা একটি স্কেলার রাশি।

সুতরাং, ডাইভারজেন্সের মাধ্যমে ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করা যায়।

গ $|\vec{F}_1|$ ভেক্টরটি X-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে (180° − 30°) = 150° কোণ উৎপন্ন করে।



$$\vec{F}_1 = |\vec{F}_1|\cos(150°)\hat{i} + |\vec{F}_1|\sin(150°)\hat{j}$$

$$= 15\cos(150°)\hat{i} + 15\sin(150°)\hat{j}$$

$$= \frac{-15\sqrt{3}}{2}\hat{i} + 7.5\hat{j}$$

সুতরাং, F_1 এর ভেক্টর রূপ, $\vec{F}_1 = \frac{-15\sqrt{3}}{2}\hat{i} + 7.5\hat{j}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, $\vec{F}_1 = \frac{-15\sqrt{3}}{2}\hat{i} + 7.5\hat{j}$

চিত্র হতে, $\vec{F}_2 = |\vec{F}_2|\cos(30°)\hat{i} + |\vec{F}_2|\sin(30°)\hat{j} = 5\sqrt{3}\hat{i} + 5\hat{j}$

এখন, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \left(-\frac{15\sqrt{3}}{2} + 5\sqrt{3}\right)\hat{i} + (7.5 + 5)\hat{j} = \frac{-5\sqrt{3}}{2}\hat{i} + 12.5\hat{j}$

$\therefore \vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \left(-\frac{15\sqrt{3}}{2} - 5\sqrt{3}\right)\hat{i} + (7.5 - 5)\hat{j} = -\frac{25\sqrt{3}}{2}\hat{i} + 2.5\hat{j}$

$$\therefore (\vec{F}_1 + \vec{F}_2).(\vec{F}_1 - \vec{F}_2) = \left(\frac{-5\sqrt{3}}{2}\hat{i} + 12.5\hat{j}\right).\left(-\frac{25\sqrt{3}}{2}\hat{i} + 2.5\hat{j}\right)$$

$$= 93.75 + 31.25 = 125$$

সুতরাং, $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2).(\vec{F}_1 - \vec{F}_2) \neq 0$ হওয়ায় ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২০ একটি গাড়ির পেছনের গ্লাস ছাদের সাথে 30° কোণে হেলানো। গাড়িটি $\vec{v} = 18\hat{i}$ বেগে একটি রাস্তায় চলছিল। হঠাৎ বৃষ্টি $\vec{u} = -12\hat{j}$ বেগে পড়া শুরু হলো।

(ক) স্কেলার ক্ষেত্র কাকে বলে? [দি. বো. ২৩]

(খ) কোনো প্রবাহীর আয়তনের পরিবর্তন নির্ণয়ে ডাইভারজেন্স এর ভূমিকা আছে কি-না? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৩; দি. বো. ২৩; ম. বো. ২৩]

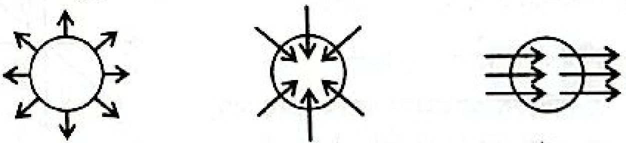
(গ) গাড়ির সামনের গ্লাসে বৃষ্টি কত বেগে পড়বে? [ঢা. বো. ২৩]

(ঘ) উদ্দীপকের গাড়ির পিছনের গ্লাস বৃষ্টিতে ভিজবে কি না– গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [ঢা. বো. ২৩]

সমাধান:

ক কোনো ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট ভৌত গুণ যদি স্কেলার হয় তবে ঐ ক্ষেত্রটি স্কেলার ক্ষেত্র বলে।

খ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স গুলো একটি স্কেলার ক্ষেত্র যা দ্বারা ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে ফ্লাক্সের প্রকৃতি (বহি/অন্ত) জানা যায়। অর্থাৎ ডাইভারজেন্স দ্বারা একক আয়তনে কোনো দিক রাশির মোট কতটুকু ফ্লাক্স কোন বিন্দু অভিমুখী বা অপসারিত হচ্ছে তা প্রকাশ করে। ডাইভারজেন্সের বৈশিষ্ট্যসমূহ–



ধনাত্মক ডাইভারজেন্স   ঋণাত্মক ডাইভারজেন্স   শূন্য ডাইভারজেন্স

i) মান ধনাত্মক অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = +ve$ হলে, তরল পদার্থের আয়তন বৃদ্ধি পায়।

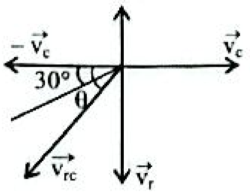
ii) মান ঋণাত্মক অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = -ve$ হলে, আয়তন সংকোচন ঘটে।

iii) মান শূন্য অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$ হলে, আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয় এবং আয়তন অপরিবর্তিত থাকবে।

গ গাড়ির সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}_{rc} = \vec{v}_r - \vec{v}_c = -12\hat{j} - 18\hat{i}$

$\therefore |\vec{v}_{rc}| = \sqrt{12^2 + 18^2} = 21.63$ একক **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,



$\vec{v}_{rc} = -12\hat{j} - 18\hat{i}$

$\therefore \tan\theta = \frac{12}{18}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 33.7°$

$\therefore \theta > 30°$ হওয়ায় বৃষ্টি গাড়ির পিছনের কাচকে ভিজাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২১ শান্ত বাতাসে 6 kmh^{-1} বেগে বৃষ্টি পড়ছে। এ সময়ে সাইকেলে চড়ে আবিদ 8 kmh^{-1} বেগে বাড়ি ফিরছে। হঠাৎ আবিদের চলার বিপরীত দিকে 2 kmh^{-1} বেগে বাতাস প্রবাহিত হতে লাগল। উভয় ক্ষেত্রে বৃষ্টি থেকে বাঁচতে আবিদ ছাতা ব্যবহার করল।

(ক) সরণ ভেক্টর কাকে বলে? [চ. বো. ২২; ব. বো. ২১; ব. বো. ১৫]

(খ) দরজার হাতল প্রান্তে দেয়া হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২৩; রা. বো., ম. বো. ২২]

(গ) স্থির বাতাসে বৃষ্টির লব্ধি বেগ নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২২; অনুরূপ সি. বো. ২২; রা. বো. ১৭]

(ঘ) বাতাস প্রবাহিত হওয়ার আগে ও পরে একইভাবে ছাতা ধরলে আবিদ বৃষ্টি থেকে রক্ষা পাবে কি-না? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ঢা. বো. ২২; অনুরূপ সি. বো. ২২]

সমাধান:

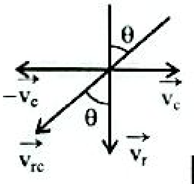
ক কোনো কণার অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে তার সরণ ভেক্টর বলে।

খ কোনো বস্তু কণার উপর প্রযুক্ত বল এবং ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বলের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বের গুণফলকে ঐ অক্ষের টর্ক বলে।

অর্থাৎ টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

দরজার পাল্লা মূলত কব্জার সাহায্যে ফ্রেমের সাথে আটকানো থাকে। দরজার হাতল পাল্লার মাঝে না রেখে প্রান্তে রাখা হয় যেন বলের মান স্থির রেখে কব্জা থেকে প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখা সর্বোচ্চ করা যায়। ফলে পাল্লা খোলা বা বন্ধ করা সহজ হয়। কেননা পাল্লার এ ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় টর্ক প্রযুক্ত বল এবং অক্ষ থেকে ওই বলে ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্বের উপর নির্ভর করে।

গ সাইকেলে বেগ, $\vec{v}_c = 8\hat{i}\ kmh^{-1}$



বৃষ্টির বেগ, $\vec{v}_r = -6\hat{j}\ kmh^{-1}$

$\therefore$ সাইকেল আরোহীর সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ,

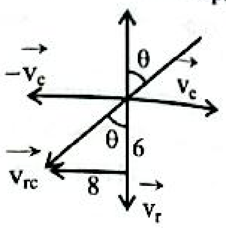
$\vec{v}_{rc} = \vec{v}_r - \vec{v}_c = -6\hat{j} - 8\hat{i}$

$\therefore |\vec{v}_{rc}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\ kmh^{-1}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{8}{6}\right) = 53.13°$ (উলম্বের সাথে)

সুতরাং বৃষ্টির লব্ধি বেগ 10 kmh^{-1} এবং উলম্বের সাথে 53.13° কোণে পড়ছে। **(Ans.)**

ঘ বাতাস প্রবাহিত হওয়ার আগে,



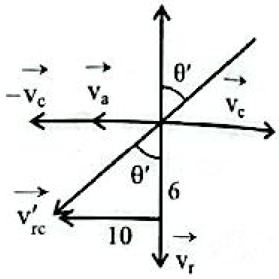
$\vec{v}_{rc} = -6\hat{j} - 8\hat{i}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{8}{6}\right)$

$= 53.13°$ (উলম্বের সাথে)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বাতাসের বেগ, $\vec{v}_a = -2\hat{i}\ kmh^{-1}$

$\therefore$ আবিদের সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ,



$\vec{v}'_{rc} = (\vec{v}_r + \vec{v}_a) - \vec{v}_c$

$= (-6\hat{j} - 2\hat{i}) - 8\hat{i}$

$= -10\hat{i} - 6\hat{j}$

$\theta' = \tan^{-1}\left(\frac{10}{6}\right)$

$= 59.03°$ (উলম্বের সাথে)

$\therefore$ বাতাস প্রবাহিত হওয়ার পূর্বে 53.19° কোণে এবং বাতাস প্রবাহিত হওয়ার পরে উলম্বের সাথে 59.03° কোণে ছাতা ধরতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২২ কোন একদিন সেলিম ও মুরাদ কোনো স্থানে দণ্ডায়মান ছিল। তখন বাতাসের বেগ 5 ms^{-1} যা দক্ষিণ থেকে উত্তরে প্রবাহিত হচ্ছিল। এমন সময় 3 ms^{-1} বেগে বৃষ্টি পড়তে শুরু করল। বৃষ্টি শুরু হবার পর সেলিম দক্ষিণ থেকে উত্তরে এবং মুরাদ উত্তর থেকে দক্ষিণে 7 ms^{-1} বেগে চলতে শুরু করল।

(ক) বিসদৃশ বা অসদৃশ ভেক্টর কাকে বলে? [ম. বো. ২৩]

(খ) নাল ভেক্টরের দিক ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৪, ২২; সি. বো. ২১; রা. বো. ১৫]

(গ) দণ্ডায়মান অবস্থায় বৃষ্টি তাদের গায়ে কত বেগে আঘাত করবে? [ম. বো. ২২]

(ঘ) চলমান অবস্থায় বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেতে দুই বন্ধুকে একই কোণে ছাতা ধরতে হবে কি-না– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২২; অনুরূপ ম. বো. ২৫; রা. বো. ১৭]

সমাধান:

ক সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেক্টর যদি বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে, তবে তাদেরকে অসদৃশ ভেক্টর বলে।

খ যে ভেক্টর রাশির মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বলে। অর্থাৎ একটি ভেক্টর রাশির সাথে তার বিপরীত ভেক্টর রাশি যোগ করলে নাল ভেক্টর পাওয়া যায়। নাল ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই। তাই এর কোনো নির্দিষ্ট দিক নেই।

গ ধরি,

বাতাসের বেগ, $\vec{v}_a = 5\hat{i}\ ms^{-1}$

বৃষ্টির বেগ, $\vec{v}_r = -3\hat{j}\ ms^{-1}$

দণ্ডায়মান অবস্থায় বৃষ্টির লব্ধি বেগ,

$\vec{v}_R = \vec{v}_r + \vec{v}_a = -3\hat{j} + 5\hat{i}$

$\therefore |\vec{v}_R| = \sqrt{(5)^2 + (-3)^2}$

$= 5.83\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ সেলিমের ক্ষেত্রে,

বেগ, $\vec{v}_s = 7\hat{i}\ ms^{-1}$ [উত্তর দিকে X অক্ষের ধনাত্মক দিক ধরে]

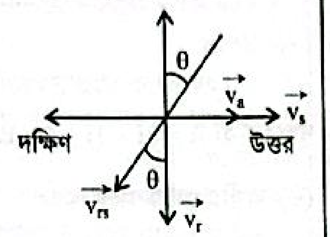
বৃষ্টির লব্ধি বেগ, $\vec{v}_r = 5\hat{i} - 3\hat{j}$

∴ বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ,

$\vec{v}_{rs} = \vec{v}_r - \vec{v}_s$

$= 5\hat{i} - 3\hat{j} - 7\hat{i}$

$= -2\hat{i} - 3\hat{j}$



ধরি, উল্লম্বের সাথে θ কোণে ছাতা ধরতে হবে।

$\tan\theta = \frac{-2}{-3}$ ∴ $\theta = 33.69°$

মুরাদের ক্ষেত্রে,

বেগ, $\vec{v}_m = -7\hat{i}\ ms^{-1}$

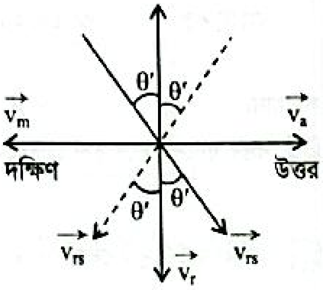
বৃষ্টির লব্ধি বেগ, $\vec{v}_r = 5\hat{i} - 3\hat{j}$

∴ বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ,

$\vec{v}_{rm} = \vec{v}_r - \vec{v}_m$

$= 5\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{i}$

$= 12\hat{i} - 3\hat{j}$



ধরি, উল্লম্বের সাথে θ' কোণে ছাতা ধরতে হবে।

$\tan\theta' = \frac{12}{-3}$ ∴ $\theta' = -75.96°$

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা বিপরীত দিক বুঝানো হয়।

∵ $\theta \neq \theta'$ সুতরাং দুই বন্ধুকে একই কোণে ছাতা ধরতে হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৩ **দৃশ্যকল্প-১:** রবিনদের বাড়ির সামনে 1000 m প্রশস্ত একটি নদী স্রোতঃস্বিনী প্রবাহিত। বাড়ির সোজাসুজি নদীর ঠিক অপর পাড়ে তার কলেজ। একদিন সকালে সে ক্লাস শুরু হওয়ার ঠিক 10 মিনিট পূর্বে স্রোতের বেগের সাথে 120° কোণে 10 kmh^{-1} বেগের একটি নৌকায় কলেজের উদ্দেশ্যে রওনা দিলো এবং সোজা অপর পাড়ে দিয়ে কলেজে পৌছালো।

[নদীর পাড় হতে কলেজের দূরত্ব নগণ্য বিবেচনা করতে হবে।]

দৃশ্যকল্প-২: তিনটি ভেক্টর রাশি যথাক্রমে $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}, \vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{C} = (6xy + z^3)\hat{i} - (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$।

(ক) ভেক্টর বিভাজন কী? [য. বো. ২১; সি. বো. ১৬, ১৫; রা. বো. ১৫]

(খ) নৌকার গুণ টানার সময় অনেক লম্বা দড়ি ব্যবহারের সুবিধা ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫; কু. বো., চ. বো. ২২; ঢা. বো., য. বো. ২১]

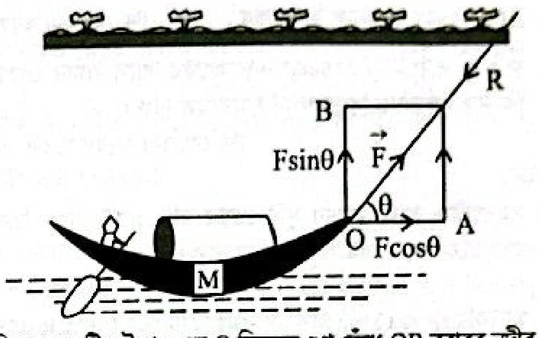
(গ) দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে নদীতে স্রোতের বেগ কত? [য. বো. ২১; অনুরূপ চ. বো. ২১]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এর $\vec{C}$ ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল কি না যাচাই কর। [রা. বো. ২২; অনুরূপ চ. বো. ২২]

সমাধান:

ক একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার প্রক্রিয়াই ভেক্টর বিভাজন।

খ



মনে করি, M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে $\vec{F}$ বলে টেনে নেওয়া হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা- অনুভূমিক উপাংশ এবং উলম্ব উপাংশ।

অনুভূমিক উপাংশ = F cosθ এর দিক OA বরাবর। উলম্ব উপাংশ = F sinθ এর দিক OB বরাবর।

বলের অনুভূমিক উপাংশ F cosθ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উলম্ব উপাংশ F sinθ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উলম্ব উপাংশ F sinθ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, θ এর মান তত কম হবে; ফলে F sinθ এর মান কম হবে এবং F cosθ এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।

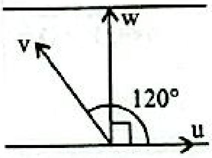
গ ধরি,

স্রোতের বেগ = u kmh^{-1}

নৌকার বেগ, v = 10 kmh^{-1}

মধ্যবর্তী কোণ, α = 120°

লব্ধি বেগ স্রোতের সাথে সৃষ্ট কোণ, θ = 90°



$\therefore \tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

$\Rightarrow \tan 90° = \frac{10\sin 120°}{u + 10\cos 120°}$

$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{10\sin 120°}{u - 5}$ ∴ $u = 5\ kmh^{-1}$ **(Ans.)**

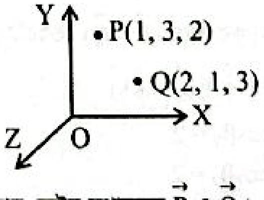
ঘ $\text{Curl}(\vec{C}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 6xy + z^3 & -3x^2 + z & 3xz^2 - y \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-1 - 1) + \hat{j}(3z^2 - 3z^2) + \hat{k}(-6x - 6x)$

$= -2\hat{i} - 12x\hat{k} \neq 0$

∴ $\vec{C}$ ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৪



চিত্রের P ও Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$।

(ক) সদৃশ ভেক্টর কাকে বলে? [দি. বো. ২২]

(খ) দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না- ব্যাখ্যা কর। [দি. বো., য. বো. ২২]

(গ) ΔOPQ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [দি. বো. ২২; অনুরূপ ঢা. বো. ১৭]

(ঘ) $\vec{P}+\vec{Q}$ ও $\vec{P}-\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় +Y অক্ষের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে কি-না? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [দি. বো. ২২; অনুরূপ য. বো. ২২; দি. বো. ২১]

সমাধান:

ক সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে পরস্পরের সদৃশ ভেক্টর বলে।

খ মনেকরি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টর এবং $\vec{R}$ এদের লব্ধি।
বলদ্বয় পরস্পর α কোণে ক্রিয়া করলে লব্ধি,
$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$
এখন, $\alpha=180°$ হলে, $R=P\sim Q$ অর্থাৎ, সর্বনিম্ন লব্ধি, $R_{min}=P\sim Q$
অর্থাৎ 2টি ভেক্টরের লব্ধির সর্বনিম্ন মান ভেক্টরদ্বয়ের অন্তরফলের সমান। দুটি ভেক্টর অসমান হলে এদের অন্তরফল থাকবেই। তাই দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না।

গ এখানে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1, 3, 2)

$\therefore$ P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{P}=\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$

এবং Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2, 1, 3)

$\therefore$ Q বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর, $\vec{Q}=2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$

এখন, $\vec{P}\times\vec{Q}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & 3\end{vmatrix}=\hat{i}(9-2)-\hat{j}(3-4)+\hat{k}(1-6)$

$=7\hat{i}+\hat{j}-5\hat{k}$

$\therefore$ ΔOPQ-এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}|\vec{P}\times\vec{Q}|=\frac{1}{2}\times\sqrt{7^2+1^2+(-5)^2}$

$=4.33$ বর্গ একক

সুতরাং, ΔOPQ-এর ক্ষেত্রফল 4.33 বর্গ একক। **(Ans.)**

ঘ $\vec{P}=\hat{i}+3\hat{j}+2\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$

$\therefore \vec{P}+\vec{Q}=3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$

ধরি, Y অক্ষের সাথে $(\vec{P}+\vec{Q})$ ভেক্টরটি β_1 কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore (\vec{P}+\vec{Q}).\hat{j}=(3\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}).\hat{j}$

$\Rightarrow |\vec{P}+\vec{Q}|\,|\hat{j}|\cos\beta_1=4$

$\Rightarrow \cos\beta_1=\frac{4}{|\vec{P}+\vec{Q}|}$

$\Rightarrow \beta_1=\cos^{-1}\frac{4}{7.07}=55.55°$

এখন, $\vec{P}-\vec{Q}=-\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$

আবার, ধরি Y অক্ষের সাথে $(\vec{P}-\vec{Q})$ ভেক্টরটি β_2 কোণ উৎপন্ন করে।

$\therefore (\vec{P}-\vec{Q}).\hat{j}=(-\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}).\hat{j}$

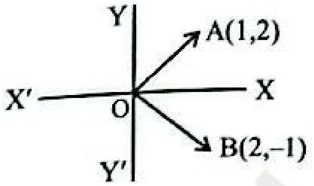
$\Rightarrow |\vec{P}-\vec{Q}|\,|\hat{j}|\cos\beta_2=2$

$\Rightarrow \sqrt{6}\times1\times\cos\beta_2=2$

$\Rightarrow \beta_2=\cos^{-1}\frac{2}{2.4495}=35.26°$

$\therefore \beta_1\neq\beta_2$ হওয়ায় $\vec{P}+\vec{Q}$ এবং $\vec{P}-\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় y-অক্ষের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৫ দৃশ্যকল্প-১:



দৃশ্যকল্প-২: $\vec{A}=2\hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$; $\vec{B}=-\hat{i}+2\hat{j}+7\hat{k}$ এবং $\vec{C}=\hat{i}+7\hat{j}-\hat{k}$

(ক) অক্ষীয় ভেক্টর কাকে বলে?

(খ) $\hat{i}.\hat{i}\neq0$ কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৪]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, $\vec{OA}$ এবং $\vec{OB}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব কিনা? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [য. বো. ২২]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, ভেক্টর তিনটি একই সমতলে থাকবে কিনা– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ঢা. বো. ২৪, অনুরূপ ঢা. বো. ২১; চ. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; য. বো. ২১; দি. বো. ২১; সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

সমাধান:

ক বস্তুর ঘূর্ণনের সঙ্গে যুক্ত ভেক্টরকে অক্ষীয় ভেক্টর বলে।

খ আমরা জানি, দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর ডট গুণন,

$\vec{P}.\vec{Q}=PQ\cos\alpha$ [যেখানে, P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ α]

$\therefore \hat{i}.\hat{i}=|\hat{i}|\,|\hat{i}|\cos\alpha$

দুটি সমান ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ 0°

$\therefore \hat{i}.\hat{i}=|\hat{i}|\,|\hat{i}|\cos(0°)=1\times1\times1$

$\therefore \hat{i}.\hat{i}=1\neq0$

গ এখানে, A(1, 2) ও B(2, – 1) বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে

$\vec{OA}=\hat{i}+2\hat{j}$ এবং $\vec{OB}=2\hat{i}+\hat{j}$

এখন, $\vec{OA}.\vec{OB}=(\hat{i}+2\hat{j}).(2\hat{i}-\hat{j})$

$\Rightarrow |\vec{OA}|\,|\vec{OB}|\cos\theta=2-2=0$

অর্থাৎ, $\cos\theta=0$ [$\because |\vec{OA}|, |\vec{OB}|$ শূন্য নয়]

$\therefore \theta=90°$

সুতরাং, $\vec{OA}$ ও $\vec{OB}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব। **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, $\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ তিনটি ভেক্টর সমতলীয় হলে $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})=0$ হয়।

$\therefore \vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})=\begin{vmatrix}A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\\ C_x & C_y & C_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 7\\ 1 & 7 & -1\end{vmatrix}$

$=2(-2-49)-3(1-7)+5(-7-2)=-129$

$\therefore \vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})\neq0$

সুতরাং, $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})\neq0$ হওয়ায় ভেক্টর তিনটি একই সমতলে থাকবে না।

(Ans.)

THE EDUCATIONAL TEAM

প্রশ্ন ▶ ২৬ ঘণ্টায় 40 km বেগে পূর্ব দিকে চলমান একটি গাড়ির চালক উত্তর দিকে ঘণ্টায় তার বেগের দ্বিগুণ বেগে একটি ট্রাক চলতে দেখল।
[পূর্ব দিক ধনাত্মক X-অক্ষ ও উত্তর দিক ধনাত্মক Y-অক্ষ বিবেচনা করা হলো।]

(ক) স্বীকার্য কী? [ঢা. বো. ১৯]

(খ) চারটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হবে– চিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৩]

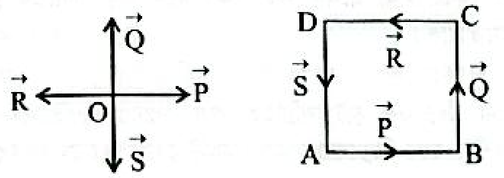
(গ) ট্রাকটি প্রকৃতপক্ষে কোন দিকে চলছিল? [ঢা. বো. ১৯]

(ঘ) ট্রাক ও গাড়িটির প্রকৃত বেগ যে তলে অবস্থিত তার উলম্ব দিকে একটি ভেক্টর নির্ণয় করা সম্ভব কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে দেখাও। [ঢা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো গাণিতিক মডেল বা সূত্র প্রতিষ্ঠা করার লক্ষ্যে যদি কিছু পূর্বশর্ত স্বীকার করে নেয়া হয়, তবে ওই পূর্বশর্তসমূহকে স্বীকার্য বলে।

খ



O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল 4টি ভেক্টর $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ ও $\vec{S}$ কে ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহু দ্বারা প্রকাশ করা হলো।

এখন, $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$

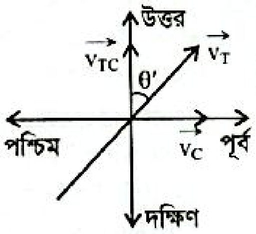
$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = -\vec{DA}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = -\vec{S}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} + \vec{S} = 0$

অর্থাৎ, যদি 4টি ভেক্টরের প্রথম তিনটি ভেক্টরের লব্ধি, চতুর্থ ভেক্টরের সমান ও বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয় তখন চারটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হবে।

গ এখানে, গাড়ির বেগ, $\vec{v_C} = 40\hat{i}$



গাড়ির চালকের সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ,

$\vec{v_{TC}} = 80\hat{j} \quad \Rightarrow \vec{v_T} - \vec{v_C} = 80\hat{j}$

$\therefore \vec{v_T} = 80\hat{j} + \vec{v_C} = 80\hat{j} + 40\hat{i}$

ধরি, ট্রাকটি উত্তর দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

$\tan\theta = \frac{40}{80} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{1}{2} \therefore \theta = 26.57°$

সুতরাং, ট্রাকটি উত্তর-পূর্ব দিকে 26.57° কোণ করে চলছিল। **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, গাড়ির প্রকৃত বেগ, $\vec{v_C} = 40\hat{i}$

ট্রাকটির প্রকৃত বেগ, $\vec{v_T} = 40\hat{i} + 80\hat{j}$

এখানে, গাড়ি ও ট্রাকটি XY তলে অবস্থিত।

XY তলের উপর লম্ব ভেক্টর,

$$\vec{v_C} \times \vec{v_T} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 40 & 0 & 0 \\ 40 & 80 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(3200-0) = 3200\hat{k}$$

এখন, লম্ব একক ভেক্টর, $\eta = \pm\frac{\vec{v_C} \times \vec{v_T}}{|\vec{v_C} \times \vec{v_T}|} = \pm\frac{3200\hat{k}}{\sqrt{(3200)^2}} = \pm\hat{k}$

সুতরাং ট্রাক ও গাড়ির প্রকৃত বেগ যে তলে অবস্থিত তার উলম্ব দিকে একক ভেক্টর $\pm\hat{k}$। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৭ 30° কোণে আনত একটি পাহাড়ের ঢাল বেয়ে 72 km/h সমবেগে একটি বাস উপরে উঠছে। এমন সময় হঠাৎ বৃষ্টি 6 m/s সমবেগে খাড়া নিচে পড়তে শুরু করে। বৃষ্টি যখন প্রায় শেষ তখন অনুভূমিকভাবে বায়ুপ্রবাহ শুরু হল।

(ক) বিপ্রতীপ ভেক্টর কাকে বলে? [কু. বো. ২৩; রা. বো. ১৯]

(খ) দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল ও বিয়োগফলের মান কখন সমান– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩; রা. বো. ১৯; ঢা. বো. ১৭]

(গ) শুরুতে বাসচালক কত কোণে বৃষ্টি পড়তে দেখবে নির্ণয় কর। [রা. বো. ১৯]

(ঘ) বায়ুপ্রবাহের দরুণ বাসচালক খাড়া নিচের দিকে বৃষ্টি পড়তে দেখলে বায়ু প্রবাহের প্রকৃত মান ও দিক গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটি মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

খ ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি একই জাতীয় ভেক্টর রাশি

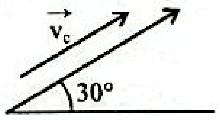
এবং $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$

$\Rightarrow 4\cos\theta = 0 \quad \therefore \theta = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{2}$ হলে এদের ভেক্টর যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান।

গ ধরি, ট্রাকের বেগ, $\vec{v_c}$ এবং বৃষ্টির বেগ, $\vec{v_r}$



এখানে, v_c = 72 km/h = 20 m/s

$\therefore \vec{v_c} = 20\cos30°\hat{i} + 20\sin30°\hat{j}$

$= 10\sqrt{3}\hat{i} + 10\hat{j}$

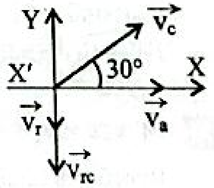
এবং $\vec{v_r} = -6\hat{j}$

∴ ট্রাকের সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ,

$\vec{v_{rc}} = \vec{v_r} - \vec{v_c} = -6\hat{j} - 10\sqrt{3}\hat{i} - 10\hat{j} = -10\sqrt{3}\hat{i} - 16\hat{j}$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{10\sqrt{3}}{16}\right) = 47.27°$ (উলম্বের সাথে) **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,



$\vec{v_c} = 10\sqrt{3}\hat{i} + 10\hat{j}$ এবং $\vec{v_r} = -6\hat{j}$

ধরি, বায়ুর বেগ, $\vec{v_a} = v\hat{i}$

ট্রাকের সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ, $\vec{v_{rc}} = (\vec{v_r} + \vec{v_a}) - \vec{v_c}$

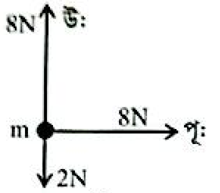
প্রশ্নমতে, $x\hat{j} = -6\hat{j} + v\hat{i} - 10\sqrt{3}\hat{i} - 10\hat{j}$

$\Rightarrow x\hat{j} = (v - 10\sqrt{3})\hat{i} - 16\hat{j}$

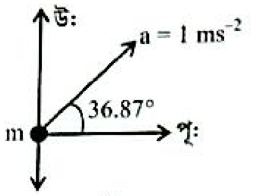
$\hat{i}$-এর সহগ সমীকৃত করে, $0 = v - 10\sqrt{3} \quad \therefore v = 17.32\ ms^{-1}$

সুতরাং বায়ু প্রবাহ আনুভূমিক বরাবর 17.32 ms^{-1} বেগে প্রবাহিত হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৮ $m = 10$ kg ভরের একটি বস্তুর উপর একই সময়ে তিনটি বল ক্রিয়া করছে যা ১নং চিত্রে দেখানো হলো।



চিত্র-১



চিত্র-২

(ক) স্কেলার অপেক্ষকের গ্রেডিয়েন্টের সংজ্ঞা লিখ। [সি. বো. ২৩]

(খ) বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও তাদের দ্বারা সৃষ্ট কাজ স্কেলার রাশি– ব্যাখ্যা কর। [সম্মিলিত ১৮]

(গ) ১নং চিত্রে বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল নীট বলের মান কত? [সম্মিলিত ১৮]

(ঘ) চিত্র-১ এর আলোকে চিত্র-২ এর সঠিকতা যাচাই কর। [সম্মিলিত ১৮]

সমাধান:

ক যদি $\varphi(x, y, z)$ একটি ব্যবকলনযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করে, তা হলে φ এর গ্রেডিয়েন্টকে $\vec{\nabla}\varphi$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ, $\text{grad}\ \varphi = \vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi$

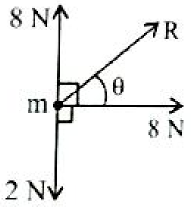
$$= \hat{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

খ যে সকল রাশির মান এবং দিক উভয়ই আছে তাদেরকে ভেক্টর রাশি বা দিক রাশি বলে। দুটি ভেক্টর রাশির ডট গুনন একটি স্কেলার রাশি এবং ক্রস গুনন ভেক্টর রাশি হয়। কাজের সংজ্ঞানুসারে আমরা জানি, কাজ হলো সরণ ও সরণের দিকে বলের উপাংশ অথবা বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফল। অর্থাৎ $W = FS\cos\theta$। বল ও সরণ উভয়ই দিক রাশি হওয়ায় দিক রাশির স্কেলার গুণফলের সংজ্ঞানুসারে,

$W = \vec{F} . \vec{S}$

যেহেতু দুটি দিক রাশির স্কেলার গুণফল একটি স্কেলার রাশি তাই বল ও সরনের গুণফল একটি স্কেলার রাশি। যার কেবল মান আছে, দিক নেই।

গ ধরি, 8 N পূর্ব বলের সাথে লব্ধি বল (R) θ কোণ উৎপন্ন করে।



8 N বরাবর লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করি,

$R\cos\theta = 8\cos0° + 8\cos90° + 2\cos270°$

$\therefore R\cos\theta = 8$ ......(i)

এবং $R\sin\theta = 8\sin0° + 8\sin90° + 2\sin270°$

$\therefore R\sin\theta = 6$ ...... (ii)

$(i)^2 + (ii)^2 \Rightarrow R^2 = 100 \quad \therefore R = 10$ N **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,

$R\cos\theta = 8$ ......(i)

$R\sin\theta = 6$ ......(ii)

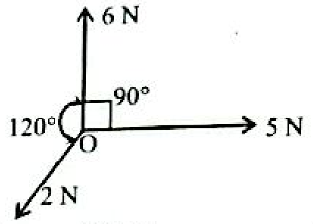
এবং লব্ধি, $R = 10$ N $\Rightarrow ma = 10 \Rightarrow 10a = 10$

$\therefore a = 1$ ms^{-1}

$(ii) \div (i) \Rightarrow \tan\theta = \frac{6}{8} \quad \therefore \theta = 36.87°$

সুতরাং চিত্র-১ অনুযায়ী চিত্র-২ সঠিক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৯ চিত্র অনুসারে O বিন্দুতে 2 kg ভরের কোন স্থির বস্তুর উপর 4 s ধরে তিনটি বল ক্রিয়া করে। পরবর্তীতে একই বস্তুর উপর কেবলমাত্র 5 N ও 6 N বল 4 s ধরে ক্রিয়া করে।



(ক) ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রটি লিখ। [চ. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

(খ) দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৯]

(গ) প্রথম 4s সময়ে বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বলের মান নির্ণয় কর। [দি. বো. ১৯]

(ঘ) উভয় ক্ষেত্রে লব্ধি বলের দিক একই হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [দি. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু বরাবর একইক্রমে দুটি ভেক্টর ক্রিয়াশীল হলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর দুটির লব্ধি নির্দেশ করবে।

খ ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি একই জাতীয় ভেক্টর রাশি

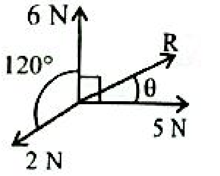
এবং $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$

$\Rightarrow 4\cos\theta = 0 \quad \therefore \theta = \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{2}$ হলে এদের ভেক্টর যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান।

গ ধরি, লব্ধি বল (R), 5 N বলের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে 5 N বল বরাবর লম্ব উপাংশে বিভাজন করে পাই,



$R\cos\theta = 5\cos0° + 6\cos90° + 2\cos210°$

$\therefore R\cos\theta = 3.268$ ......(i)

এবং $R\sin\theta = 5\sin0° + 6\sin90° + 2\sin210°$

$\therefore R\sin\theta = 5$ ......(ii)

$(i)^2 + (ii)^2 \Rightarrow R^2 = 35.68 \quad \therefore R = 5.973$ N **(Ans.)**

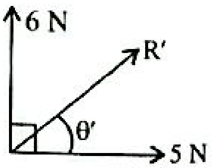
ঘ ১ম ক্ষেত্রে, 'গ' হতে পাই,

$R\cos\theta = 3.268$ ......(i) এবং $R\sin\theta = 5$ ......(ii)

$(ii) \div (i) \Rightarrow \tan\theta = \frac{5}{3.268} \quad \therefore \theta = 56.83°$

অর্থাৎ, ১ম ক্ষেত্রে লব্ধি 5 N বলের সাথে 56.83° কোণে ক্রিয়া করবে।

২য় ক্ষেত্রে,



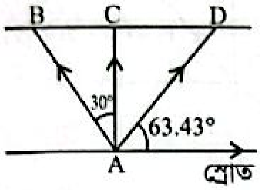
লব্ধি, $R' = \sqrt{5^2 + 6^2} = 7.81$ N

$\tan\theta' = \frac{6}{5} \quad \therefore \theta' = 50.19°$

অর্থাৎ, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে লব্ধি 5 N বলের সাথে 50.19° কোণ উৎপন্ন করবে।

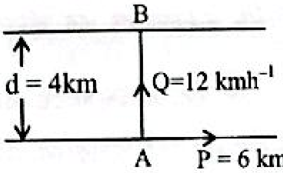
$\because \theta \neq \theta'$; সুতরাং উভয় ক্ষেত্রে লব্ধির দিক একই হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩০ চিত্র-১:



চিত্র-১ অনুযায়ী একটি নদী 31 km প্রশস্ত। দুটি ইঞ্জিন বোট আড়াআড়ি পার হওয়ার জন্য A হতে অভিন্ন বেগে যাত্রা শুরু করল যাদের একটি AB বরাবর অপরটি AC বরাবর। প্রথমটি আড়াআড়ি পার হয়ে C বিন্দুতে পৌঁছালে দ্বিতীয়টি D বিন্দুতে পৌঁছায়। স্রোতের বেগ 9 km h^{-1}।

চিত্র-২:



চিত্র-১ অনুযায়ী 4 km প্রস্থ বিশিষ্ট একটি নদীর পাড়ের 'A' বিন্দু হতে 12 km/hr বেগে একটি নৌকা নদীর অপর পাড়ে যাওয়ার জন্য যাত্রা শুরু করল। একজন লোক নৌকা চলার শুরু হতে অপর পাড়ের 'B' বিন্দুতে 20 মিনিট অপেক্ষা করে চলে গেল। নদীতে স্রোতের বেগ 6 kmh^{-1}।

(ক) তল ভেক্টর কাকে বলে? [সি. বো. ২৩, ২১]

(খ) "আয়ত একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট হলেও একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট নয়"– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২১]

(গ) চিত্র-১ হতে নৌকার অভিন্ন বেগ হিসাব কর। [চ. বো. ১৭]

(ঘ) চিত্র-২ অনুযায়ী, অপেক্ষমান লোকটির সাথে নৌকার সাক্ষাৎ হবে কিনা? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [সি. বো. ২১; অনুরূপ য. বো., চ. বো. ২১]

সমাধান:

ক যখন কোনো ভেক্টর কোনো একটি পৃষ্ঠের বা সমতলের ওপর অভিলম্ব অঙ্কন করলে যে দিক নির্দেশিত হয়, সে দিক বরাবর ক্রিয়া করে এবং যার মান তলটির ক্ষেত্রফলের সমান হয়, তাকে ঐ তলের তল ভেক্টর বলে।

খ আয়ত একক ভেক্টর হচ্ছে ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় X, Y ও Z তিনটি অক্ষ বরাবর যথাক্রমে তিনটি একক ভেক্টর $\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$। যেহেতু, X, Y ও Z অক্ষ তিনটি অপরিবর্তনশীল অর্থাৎ নির্দিষ্ট, তাই এদের আয়ত একক ভেক্টরের দিকও নির্দিষ্ট। আবার, একক ভেক্টরের দিক বলতে সংশ্লিষ্ট ভেক্টরের দিককে নির্দেশ করে। সংশ্লিষ্ট ভেক্টরটি কোনো একটি সমতলে বিভিন্ন দিকে ক্রিয়া করতে পারে। যদি ভেক্টরটি নির্দিষ্ট হয় তাহলেই কেবল এর একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট করে বলা যায়। সুতরাং ভেক্টরগুলো নির্দিষ্ট না হলে এদের একক ভেক্টরের দিককে নির্দিষ্ট করা যায় না।

গ ধরি, নৌকার অভিন্ন বেগ = v kmh^{-1}

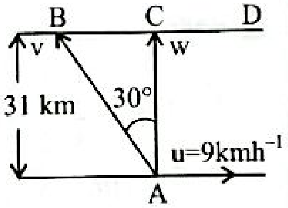
স্রোতের বেগ, u = 9 kmh^{-1}

১ম বোট-এর ক্ষেত্রে,

$u + v\cos 120° = 0$

$\therefore v = 2u = 2 \times 9 = 18\ kmh^{-1}$

(Ans.)



ঘ নৌকাটি সোজা অপর পাড়ে পৌঁছালে,

অপর পাড়ে যেতে সময়,

$t = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{4}{\sqrt{12^2 - 6^2}}$

$= 0.385$ hr

$= 23.094$ min

$\because t > t'$

সুতরাং লোকটির সাথে নৌকার সাক্ষাৎ হবে না। **(Ans.)**

দেওয়া আছে,

স্রোতের বেগ, u = 6 kmh^{-1}

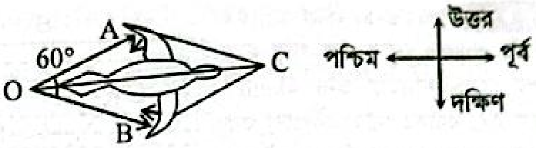
নৌকার বেগ, v = 12 kmh^{-1}

মধ্যবর্তী কোণ, α = ?

পাড়ের দূরত্ব, d = 4 km

অপর পাড়ের লোকটি কর্তৃক অপেক্ষাকালীন সময়, t' = 20 min

প্রশ্ন ▶ ৩১



চিত্রানুযায়ী একটি পাখি সমতল ভূমির সমান্তরালে আকাশে উড়ছে। পাখিটির উভয় পাখা কর্তৃক ধাক্কার পরিমাণ 5N।

(ক) ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর কাকে বলে? [ব. বো. ২৩]

(খ) আমাদের পায়ে হাঁটা কিভাবে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়। [সি. বো. ১৭]

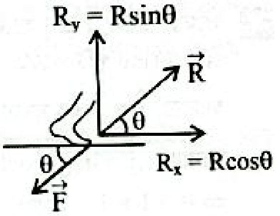
(গ) চিত্রের OC বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের মান কত? [সি. বো. ১৭]

(ঘ) AO বরাবর পাখার ধাক্কার পরিমাণ দ্বিগুণ হলে পাখিটি কোনদিকে উড়বে? গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৭]

সমাধান:

ক যে অপারেটরের মাধ্যমে কোনো স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রেডিয়েন্টের ডাইভারজেন্স নির্ণয় করা হয় তাকে ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর বলে। একে $\nabla.\nabla$ বা ∇^2 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

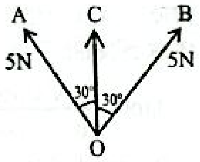
খ হাঁটার সময় পায়ের আঙ্গুল দিয়ে মাটিতে তীর্যকভাবে (θ কোণে) $\vec{F}$ বল প্রয়োগ করা হয়। মাটি কর্তৃক এর সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া বল $\vec{R}$ পায়ের আঙ্গুলে ক্রিয়া করে। এখন, প্রতিক্রিয়া বলের আনুভূমিক উপাংশ, $R_x = R\cos\theta$ এবং উলম্ব উপাংশ, $R_y = R\sin\theta$। R_x উপাংশ আমাদের সামনে যেতে সাহায্য করে। R_y উপাংশ ওজনের বিপরীতে ক্রিয়া করায় এটি আমাদের ওজনকে কিছুটা হ্রাস করে।



গ $OC = AO\cos 30° + BO\cos 30°$

$= 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 5\sqrt{3}$ N **(Ans.)**



ঘ OC বরাবর X অক্ষ ধরে, লব্ধি বল R হলে,

$R_x = 10\cos 30° + 5\cos 30°$

$= 13$ N

$R_y = 10\sin 30° - 5\sin 30°$

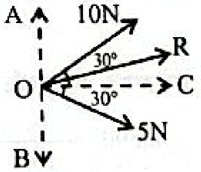
$= 2.5$ N

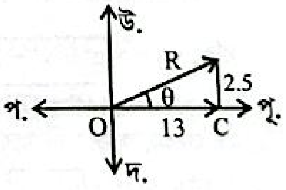
$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{2.5}{13}\right)$

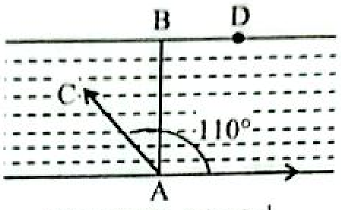
$= 10.88°$ (পূর্ব-উত্তর বরাবর)

(Ans.)





প্রশ্ন ▶ ৩২ **দৃশ্যকল্প-১:** চিত্রে স্রোতের নদীতে একজন লোক এক পাড় হতে অপর পাড়ে যাওয়ার জন্য 4kmh^{-1} বেগে AC বরাবর নৌকা চালানো শুরু করে। সে অপর পাড়ে D বিন্দুতে পৌছে। BD = 0.5 km, নদীর প্রস্থ = AB।



স্রোতের বেগ, 2 kmh^{-1}

দৃশ্যকল্প-২: বর্ষাকালে স্রোতের নদীতে মাঝি 7 kmh^{-1} বেগে নৌকা চালিয়ে আড়াআড়িভাবে নদী পার হয়। স্রোতের বেগ 3 kmh^{-1}।

(ক) ডট গুণন কী? [চ. বো. ২২]

(খ) $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90° এর চেয়ে কম হওয়া সম্ভব নয়– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২১]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ অনুযায়ী, নদীর প্রস্থ AB নির্ণয় কর। [দি. বো. ২২]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী, মাঝি আড়াআড়ি নৌকা চালনা করলে নৌকার লব্ধির মান উদ্দীপকের নৌকার লব্ধির বেগের বেশি হবে– উক্তিটি গাণিতিকভাবে যাচাই করো।

সমাধান:

ক দুটি ভেক্টর রাশির গুণনে গুণফল একটি স্কেলার রাশি হলে এই গুণনকে ডট গুণন বলে।

খ আমরা জানি, $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ হচ্ছে ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় যথাক্রমে X ও Y অক্ষ বরাবর দুটি আয়ত একক ভেক্টর। এখন, X ও Y অক্ষ পরস্পর লম্ব হওয়ায়, $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ, θ = 90° হবে।

আবার, $\hat{i}.\hat{j} = |\hat{i}|\,|\hat{j}|\cos\theta$

$\Rightarrow 0 = 1 \times 1 \times \cos\theta \quad \therefore \theta = 90°$

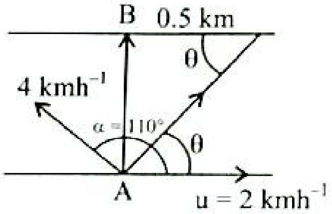
সুতরাং $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90° বাদে অন্য কোনো কিছু হওয়া সম্ভব নয়।

গ দেওয়া আছে,

নৌকার বেগ, v = 4 kmh^{-1}

স্রোতের বেগ, u = 2 kmh^{-1}

নৌকাটি স্রোতের সাথে θ কোণে AD পথে অপর পাড়ে পৌছালে,



$$\tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha} = \frac{4\sin 110°}{2 + 4\cos 110°} = 5.95$$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(5.95) = 80.46°$

$\tan\theta = \frac{AB}{BD} \quad \therefore AB = 0.5 \times \tan 80.46° = 2.974$ km **(Ans.)**

ঘ ১ম ক্ষেত্রে, আড়াআড়ি পার হলে,

$$\tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

$\Rightarrow u + v\cos\alpha = 0 \quad \therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{3}{7}\right) = 115.38°$

লব্ধি, $w_1 = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}$

$= \sqrt{(3)^2 + (7)^2 + 2 \times 3 \times 7\cos(115.38°)} = 6.32$ kmh^{-1}

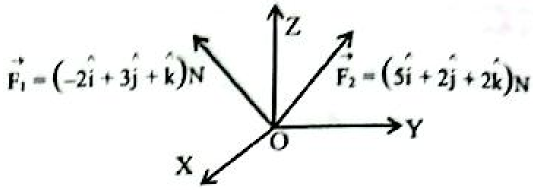
২য় ক্ষেত্রে, আড়াআড়ি যাত্রা করলে, α = 90°

$\therefore$ লব্ধি, $w_2 = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{(3)^2 + (7)^2} = 7.62$ kmh^{-1}

$\therefore w_1 < w_2$; সুতরাং উক্তিটি যথার্থ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৩

তথ্য-১:



চিত্রে $\vec{F_1}$ ও $\vec{F_2}$ বলদ্বয় O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল।

তথ্য-২: $\vec{A} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$; $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$; $\vec{C} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

(ক) গ্রেডিয়েন্ট কাকে বলে? [ঢা. বো. ২১, ১৭]

(খ) কোনো প্রবাহীর আয়তনের পরিবর্তন নির্ণয়ে ডাইভারজেন্স এর ভূমিকা আছে কি-না? ব্যাখ্যা কর।

অথবা, ডাইভারজেন্সের বৈশিষ্ট্য কি কি? [রা. বো. ২৩; ঢা. বো. ২১]

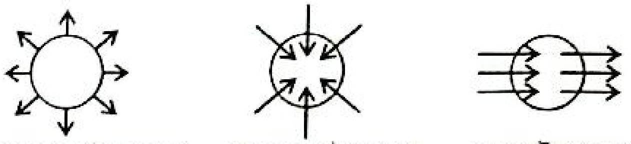
(গ) তথ্য-১ এ, $\vec{F_1} \times \vec{F_2}$ বের কর। [কু. বো. ২১]

(ঘ) তথ্য-২ অনুযায়ী, $|\vec{A} - \vec{B}| > |\vec{B} - \vec{C}| > |\vec{A} - \vec{C}|$ সঠিক/সঠিক নয়– যাচাই কর। [রা. বো. ২১]

সমাধান:

ক গ্রেডিয়েন্ট হলো একটি ভেক্টর ক্ষেত্র যা অদিক রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হার প্রকাশ করে। একে স্কেলার অপেক্ষকও বলে।

খ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স গুলো একটি স্কেলার ক্ষেত্র যা দ্বারা ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে ফ্লাক্সের প্রকৃতি (বহি/অন্ত) জানা যায়। অর্থাৎ ডাইভারজেন্স দ্বারা একক আয়তনে কোনো দিক রাশির মোট কতটুকু ফ্লাক্স কোন বিন্দু অভিমুখী বা অপসারিত হচ্ছে তা প্রকাশ করে। ডাইভারজেন্সের বৈশিষ্ট্যসমূহ–



ধনাত্মক ডাইভারজেন্স | ঋণাত্মক ডাইভারজেন্স | শূন্য ডাইভারজেন্স

i) মান ধনাত্মক অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V}$ = + ve হলে, তরল পদার্থের আয়তন বৃদ্ধি পায়

ii) মান ঋণাত্মক অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V}$ = – ve হলে, আয়তন সংকোচন ঘটে।

iii) মান শূন্য অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$ হলে, আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয় এবং আয়তন অপরিবর্তিত থাকবে।

গ এখানে,

দেওয়া আছে,

$\vec{F_1} = -2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$

$\vec{F_2} = 5\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

$$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$= \hat{i}(6 - 2) - \hat{j}(-4 - 5) + \hat{k}(-4 - 15)$

$= 4\hat{i} + 9\hat{j} - 19\hat{k}$ **(Ans.)**

ঘ $\vec{A} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{C} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

$\therefore \vec{A} - \vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ এবং $|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

আবার, $\vec{B} - \vec{C} = -3\hat{i} - 2\hat{k}$ এবং $|\vec{B} - \vec{C}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3.605$

আবার, $\vec{A} - \vec{C} = 4\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $|\vec{A} - \vec{C}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4.47$

সুতরাং $|\vec{A} - \vec{B}| > |\vec{A} - \vec{C}| > |\vec{B} - \vec{C}|$

অতএব, প্রশ্নের উক্তিটি সঠিক নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৪ দৃশ্যকল্প-১: একদিন একটি অঞ্চলের তাপমাত্রা ও বাতাসের বেগ পাওয়া গেলো যথাক্রমে, $Q = 2xy^2z^3 - 4xy$ ও

$\vec{v} = (y^2\cos x + z^3)\hat{i} + (2y\sin x - 4)\hat{j} + (3xz^2 + 2)\hat{k}$.

দৃশ্যকল্প-২: দুটি ত্রিমাত্রিক ভেক্টর $\vec{A} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}, \vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{P}$ উহাদের লব্ধি।

(ক) একক ভেক্টর কাকে বলে?

[ঢা. বো. ২৩; কু. বো., য. বো. ২২; কু. বো. ২১; রা. বো. ১৭]

(খ) বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৯]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে (1, –1, 2) বিন্দুতে ঐ অঞ্চলের তাপমাত্রার গ্রেডিয়েন্ট নির্ণয় কর। [চ. বো. ২২; অনুরূপ সি. বো. ২২; ব. বো. ২২]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে এমন একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর যা X – Y তলের সমান্তরাল এবং $\vec{P}$ এর সাথে লম্ব।

সমাধান:

ক কোনো ভেক্টরের মান এক একক হলে তাই একক ভেক্টর।

খ সাইকেলে চলার সময় বায়ু প্রবাহ না থাকলেও আরোহীর সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ বিদ্যমান থাকে।

এখন,

বাতাসের আপেক্ষিক বেগ = বাতাসের প্রকৃত বেগ – সাইকেলের বেগ

∴ বাতাসের আপেক্ষিক বেগ = – সাইকেলের বেগ

অর্থাৎ, সাইকেল চালানোর সময় সাইকেল যেদিকে যায়, আরোহীর কাছে মনে হয় বায়ু তার বিপরীত দিকে যাচ্ছে। এক্ষেত্রে বায়ু প্রকৃতপক্ষে স্থির থাকলেও আরোহীর কাছে এরূপ মনে হয়। তাই বিপরীত দিকে বায়ুর আপেক্ষিক বেগের কারণে আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করে।

গ $\text{Grad}(Q) = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right).(2xy^2z^3 - 4xy)$

$= (2y^2z^3 - 4y)\,\hat{i} + (4xyz^3 - 4x)\,\hat{j} + (6xy^2z^2)\,\hat{k}$

∴ (1, –1, 2) বিন্দুতে Grad(Q) এর মান–

$\text{Grad}(Q) = (16 + 4)\hat{i} + (-32 - 4)\hat{j} + 24\hat{k}$

$= 20\hat{i} - 36\hat{j} + 24\hat{k}$ **(Ans.)**

ঘ ধরি, ভেক্টরটি, $\vec{Q} = x\hat{i} + y\hat{j}$

প্রশ্নমতে, $\vec{P}.(x\hat{i} + y\hat{j}) = 0$

$\Rightarrow (5\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}).(x\hat{i} + y\hat{j}) = 0$

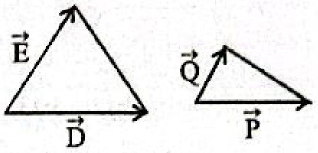
$\Rightarrow 5x - 5y = 0 \quad \therefore x = y$

একক ভেক্টর $= \pm\frac{\vec{Q}}{|\vec{Q}|} = \frac{x\hat{i} + x\hat{j}}{\sqrt{x^2 + x^2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j})$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৫ দৃশ্যকল্প-১: নিচে তিনটি ভেক্টর দেওয়া আছে:

$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$; $\vec{B} = 5\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}$ এবং $\vec{C} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

দৃশ্যকল্প-২: $\vec{D} = 2\hat{i} + \sqrt{2}\hat{j} - \sqrt{3}\hat{k}$ এবং $\vec{E} = \sqrt{3}\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ একটি ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করে।



$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয় অপর একটি ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করে, যেখানে $\vec{P} = 3\vec{D}$ এবং $\vec{Q} = \frac{1}{2}\vec{E}$।

(ক) ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রটি লিখ।

(খ) বাতাস প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৫]

(গ) $\vec{A}$ এবং $\vec{C}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [দৃশ্যকল্প-১ হতে] [ব. বো. ২১]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে কোনটি অধিক জায়গা দখল করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দৃশ্যকল্প-২ হতে] [চ. বো. ২১]

সমাধান:

ক দুটি সমজাতীয় ভেক্টরকে যদি কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা মানে ও অভিমুখে সূচিত করা যায় তবে বাহুদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী সামান্তরিকের কর্ণটি ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধিকে মানে ও অভিমুখে সূচিত করবে।

খ বাতাস প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের আপেক্ষিক বেগের জন্য বাতাসের বেগ কম মনে হয়।

এখন, বাতাস প্রবাহের দিকে দৌড়ালে,

বাতাসের আপেক্ষিক বেগ = বাতাসের প্রকৃত বেগ – বস্তুর বেগ

∴ বাতাসের প্রকৃত বেগ > বাতাসের আপেক্ষিক বেগ

যেহেতু, বাতাসের আপেক্ষিক বেগ বাতাসের প্রকৃত বেগ অপেক্ষা কম তাই দৌড়বিদ বা ব্যক্তির কাছে বাতাসের বেগ কম বলে মনে হবে।

গ এখানে, $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{C} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$

$\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{C}}{|\vec{A}|.|\vec{C}|}$

$\therefore \theta = \cos^{-1}\left[\frac{(2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}).(4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}.\sqrt{4^2 + 2^2 + 3^2}}\right]$

$= \cos^{-1}\left(\frac{8 + 6 - 12}{\sqrt{29}.\sqrt{29}}\right)$

$= 86.04°$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

১ম ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু বরাবর কার্যরত ভেক্টর,

$\vec{D} = 2\hat{i} + \sqrt{2}\hat{j} - \sqrt{3}\hat{k}$ এবং $\vec{E} = \sqrt{3}\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$

২য় ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

$\vec{P} = 3\vec{D} = 6\hat{i} + 3\sqrt{2}\hat{j} - 3\sqrt{3}\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \frac{1}{2}\vec{E} = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{3}{2}\hat{j} - \hat{k}$

১ম ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

$$\vec{D}\times\vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & \sqrt{2} & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-2\sqrt{2}+3\sqrt{3}) - \hat{j}(-4+3) + \hat{k}(6-\sqrt{6})$$

$$= 2.37\hat{i} + \hat{j} + 3.55\hat{k}$$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল, $A_1 = \frac{1}{2}|\vec{D}\times\vec{E}|$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(2.37)^2 + 1^2 + (3.55)^2}$$

$= 2.192$ বর্গ একক

২য় ত্রিভুজের জন্য,

$$\vec{P}\times\vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 6 & 3\sqrt{2} & -3\sqrt{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{3}{2} & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left(-3\sqrt{2}+\frac{9\sqrt{3}}{2}\right) - \hat{j}\left(-6+\frac{9}{2}\right) + \hat{k}\left(9-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল, $A_2 = \frac{1}{2}|\vec{P}\times\vec{Q}|$

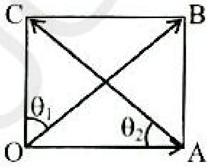
$$= \frac{1}{2}\sqrt{\left(-3\sqrt{2}+\frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-6+\frac{9}{2}\right)^2 + \left(9-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$= 3.287$ বর্গ একক

$\because A_2 > A_1$

সুতরাং দ্বিতীয় ত্রিভুজটি বেশি জায়গা দখল করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৬ তথ্য-১: উপরের চিত্র অনুসারে OABC একটি আয়তক্ষেত্র। এর OA এবং OB বাহু দ্বারা দুটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{P} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ নির্দেশিত হয়েছে।



তথ্য-২: অনিক $\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ দুটি ভেক্টর দিয়ে তাদের ডট ও ক্রস গুণন নির্ণয় করছিল। সে দেখল যে, ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যস্থ কোণের মান একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ পরিবর্তন করলে তাদের ডট ও ক্রস গুণনের মান সমান হয়।

(ক) উপাংশ কী?

(খ) পাখি কিভাবে আকাশে উড়ে– ব্যাখ্যা কর।

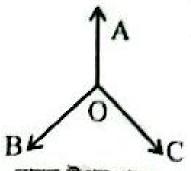
(গ) উদ্দীপক অনুসারে ΔOAB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ১৭]

(ঘ) অনিকের পর্যবেক্ষণের গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [ব. বো. ১৯]

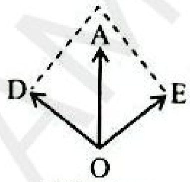
সমাধান:

ক একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে ভেক্টরের বিশ্লেষণ বলে এবং বিভক্ত অংশগুলোকে মূল ভেক্টরটির উপাংশ বলে।

খ একটি পাখি যখন OA বরাবর উড়ে যায় তখন পাখিটি তার ডানা দুটি দিয়ে বায়ুর ওপর OB এবং OC অভিমুখে বল প্রয়োগ করে। একই সঙ্গে বায়ুও OE এবং OD অভিমুখে পাখিটির উপর প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বল দুটি পাখি উপর ক্রিয়া করায় পাখির গতি সৃষ্টি হয়। প্রতিক্রিয়া বল দুটির লব্ধি হলো OA, ফলে পাখিটি OA বরাবর উড়ে চলে যায়।



বায়ুর উপর প্রযুক্ত বলের দিক



প্রতিক্রিয়া বল

গ এখানে, $\vec{OA} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{OB} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$

$$\vec{OA}\times\vec{OB} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = -7\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k}$$

$$\Delta OAB = \frac{1}{2}|\vec{OA}\times\vec{OB}|$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{7^2+4^2+1}$$

$= 4.06$ বর্গ একক **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

$\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$

$\therefore |\vec{P}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$ এবং $|\vec{Q}| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$

$\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos\theta$

$\Rightarrow (2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}).(\hat{i}-2\hat{j}-3\hat{k}) = \sqrt{6}\times\sqrt{14}\cos\theta$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{2-2+3}{\sqrt{84}} = \frac{3}{\sqrt{84}}$

$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{84}}\right) = 70.89°$

প্রশ্নমতে,

$\vec{P}.\vec{Q} = |\vec{P}\times\vec{Q}|$

$\Rightarrow PQ\cos\theta' = PQ\sin\theta'$

$\Rightarrow \tan\theta' = 1$

$\therefore \theta' = 45°$

$\therefore$ কোণের পরিবর্তন, $\Delta\theta = \theta - \theta' = 25.89°$

সুতরাং কোণ এর মান 25.89° পরিবর্তন করতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৭ একটি নদী 12 km চওড়া। এতে 7 kmh^{-1} বেগে স্রোত বইছে। দুটি নৌকা স্রোতের সাথে যথাক্রমে 40° ও 70° কোণে যথাক্রমে 10 kmh^{-1} ও 8 kmh^{-1} বেগে অপর পাড়ে যাবার জন্য রওনা দিল।

(ক) সঠিক ভেক্টর কাকে বলে?

(খ) গুণ টানার ফলে নৌকা সামনের দিকে কিভাবে এগিয়ে চলে– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২; চ. বো. ২২; ঢা. বো. ২১; য. বো. ২১]

(গ) কোন নৌকাটি কত সময় ব্যবধানে আগে অপর পাড়ে পৌঁছাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

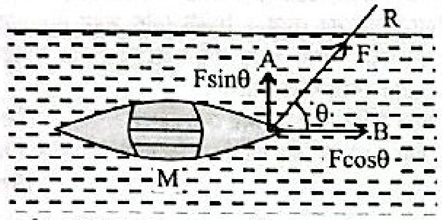
(ঘ) যদি নদীতে স্রোত না থাকে তবে 20 মিনিট পর নৌকা দুটির মধ্যে দূরত্ব কত?

IDE EDUCATIONAL TEAM

সমাধানঃ

ক যে সকল ভেক্টরের মান শূন্য নয় তাদেরকে সঠিক ভেক্টর বলে।

খ মনে করি M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে $\vec{F}$ বলে টেনে নেওয়া হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা- অনুভূমিক উপাংশ এবং উলম্ব উপাংশ।
অনুভূমিক উপাংশ = F cosθ এর দিক OA বরাবর। উলম্ব উপাংশ = F sinθ এর দিক OB বরাবর।



বলের অনুভূমিক উপাংশ F cosθ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উলম্ব উপাংশ F sinθ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উলম্ব উপাংশ F sinθ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, θ এর মান তত কম হবে; ফলে F sinθ এর মান কম হবে এবং F cosθ এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।

গ নৌকা কর্তৃক অপর পাড়ে পৌছানোর প্রয়োজনীয় সময়,

দেওয়া আছে,
১ম নৌকার বেগ, $v_1 = 10\ kmh^{-1}$
১ম নৌকার বেগ ও স্রোতের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 40°$
২য় নৌকার বেগ, $v_2 = 8\ kmh^{-1}$
২য় নৌকার বেগ ও স্রোতের মধ্যবর্তী কোণ, $\beta = 70°$

$$t = \frac{d}{v\sin\alpha}$$

$$\therefore t \propto \frac{1}{v\sin\alpha}$$

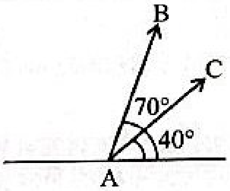
$$\therefore \frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2\sin\beta}{v_1\sin\alpha} = \frac{8 \times \sin70°}{10 \times \sin40°}$$

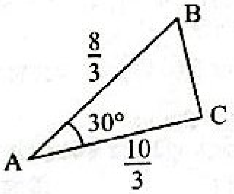
$$\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 1.17$$

$$\therefore \frac{t_1}{t_2} > 1 \quad \Rightarrow t_1 > t_2$$

∴ দ্বিতীয় নৌকাটি আগে অপর পাড়ে পৌছাবে। **(Ans.)**

ঘ





$$t = 20\ min = \frac{1}{3}\ hr$$

∴ $\frac{1}{3}$ hr পর প্রথম নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব, $AC = \frac{1}{3} \times 10 = \frac{10}{3}$ km

∴ $\frac{1}{3}$ hr পর দ্বিতীয় নৌকার অতিক্রান্ত দূরত্ব, $AB = \frac{1}{3} \times 8 = \frac{8}{3}$ km

$$\therefore \cos30° = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \times AB \times AC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2 - BC^2}{2 \times \frac{10}{3} \times \frac{8}{3}} \qquad \left[\because \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\right]$$

∴ **BC = 1.68 km (Ans.)**

সৃজনশীল অংশ (Practice)

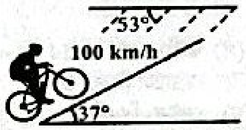
প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে গুছিয়ে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

১ ১ম জোড়াঃ $\vec{A} = 3\hat{i} - m\hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$
২য় জোড়াঃ $\vec{P} = 7\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = n\hat{i} - 10\hat{j} + 3\hat{k}$

(গ) ১ম জোড়া ভেক্টর দ্বারা গঠিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
[উত্তরঃ $\sqrt{17m^2 + 64m + 761}$ বর্গ একক।]

(ঘ) যদি $\vec{A}, \vec{B}$ এর উপর এবং $\vec{P}, \vec{Q}$ এর উপর লম্ব হয়, তবে উদ্দীপকের m ও n এর মান সমান হবে কি? গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে মতামত দাও।
[উত্তরঃ m এবং n উভয়ের মান 2। অতএব, সমান হবে।]

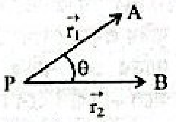
২ একজন ইলেকট্রিক বাইসাইকেল চালক 37° কোণে আণত তল বরাবর 100 kmh^{-1} বেগে সাইকেল চালাচ্ছে। বৃষ্টি 50 kmh^{-1} বেগে 53° কোণে পড়ছে।



(গ) সাইকেল চালকের সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ কত? [উত্তরঃ 148.7 kmh^{-1}]

(ঘ) সাইকেল চালানোর সময় বৃষ্টি থেকে নিজেকে রক্ষা করতে হলে সাইকেল চালককে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।
[উত্তরঃ উলম্বের সাথে 47.68° কোণে।]

৩ হিমির কলেজ A বিন্দুতে এবং রশ্নির কলেজ B বিন্দুতে। দু'জন P বিন্দু থেকে একই সময় যার যার কলেজের দিকে যাত্রা শুরু করলো।



হিমির সরণ $\vec{r_1} = (2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ m, রশ্নির সরণ $\vec{r_2} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k})$ m।

(গ) AB এর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত? [উত্তরঃ $\sqrt{18}$ একক।]

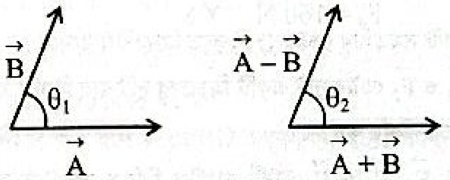
(ঘ) যাত্রাকালে হিমি রশ্নির কলেজের দিকে এবং রশ্নি হিমির কলেজের দিকে সমান দূরত্ব যাবে কিনা যাচাই কর। [উত্তরঃ সমান দূরত্বে যাবে না।]

৪ একটি অবস্থান ভেক্টর এবং ডিফারেন্সিয়াল ভেক্টর অপারেটরকে যথাক্রমে $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়েছে।

(গ) $\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। [উত্তরঃ $-\frac{\vec{r}}{r^3}$]

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে, $\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{r}}{r^2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। এটি ঘূর্ণনশীল কিনা- গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [উত্তরঃ 0, অঘূর্ণনশীল।]

৫



এখানে, $\vec{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

(গ) উদ্দীপক থেকে θ_1 এর মান নির্ণয় কর। [উত্তরঃ 24.87°]

(ঘ) উদ্দীপক অনুযায়ী $\theta_1 = \theta_2$ সম্ভব কিনা- মতামত দাও। [উত্তরঃ সম্ভব নয়।]

৬ একটি স্কেলার ক্ষেত্র $\varphi = 2x^2y^2z^4$ এবং ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{F} = x^2y\hat{i} + 2xyz\hat{j} + 2yz\hat{k}$।

(গ) উদ্দীপকের স্কেলার ক্ষেত্রের div grad φ নির্ণয় কর।
[উত্তরঃ $4y^2x^4 + 4x^2z^4 + 24x^2y^2z^2$]

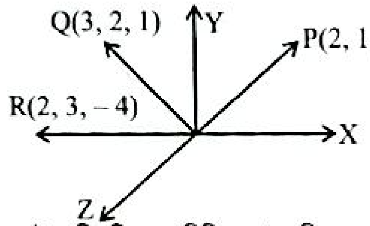
(ঘ) (1, − 2, 1) বিন্দুতে Curl $\vec{F}$ ত্রিমাত্রিক হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [উত্তরঃ হবে]

৭ একটি প্রাইভেট কার স্থির বাতাসের মধ্য দিয়ে অনুভূমিক রাস্তা বরাবর চলতে থাকা অবস্থায় সামনে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ঢালু রাস্তা দিয়ে উপরের দিকে উঠতে থাকে। প্রাইভেট কারের পিছনের গ্লাস অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ঢালু এবং অনুভূমিক রাস্তায় চলা অবস্থায় বৃষ্টির ফোঁটা উক্ত গ্লাসে 15° কোণে আঘাত করে। বৃষ্টির ফোঁটার বেগ $5\ ms^{-1}$।

(গ) বৃষ্টির ফোঁটা অনুভূমিক রাস্তায় পিছনের গ্লাসে কত বেগে আঘাত করবে? [উত্তর: $7.0711\ ms^{-1}$]

(ঘ) ঢালু রাস্তা দিয়ে উপরে উঠার সময় বৃষ্টির ফোঁটা প্রাইভেট কারের পিছনের গ্লাস ভিজাবে কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: ভিজবে না]

৮



(গ) উদ্দীপকের ভেক্টর তিনটিকে সন্নিহিত বাহু হিসেবে অঙ্কিত সামান্তরিকের আয়তন নির্ণয় কর। [উত্তর: 7 ঘনএকক।]

(ঘ) ভেক্টর তিনটির লব্ধি ভেক্টরের তল ও দিক নির্ণয় সম্ভব কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও।

[উত্তর: x ও y তলে অবস্থিত, x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ 40.6°]

৯ $25ms^{-1}$ বেগে পূর্বদিকে চলমান একজন গাড়ির চালক উল্লম্বের সাথে 64.359° কোণে $27.73\ ms^{-1}$ বেগে বৃষ্টি পড়তে দেখেন। পরবর্তীতে গাড়ির চালক গাড়ির গতি $10\ ms^{-1}$ বৃদ্ধি করেন।

(গ) বৃষ্টির প্রকৃত বেগের দিক নির্ণয় কর। [উত্তর: উলম্ব বরাবর নিচের দিকে।]

(ঘ) গাড়ির বেগ বৃদ্ধির পর বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ, বৃষ্টির প্রকৃত বেগের দ্বিগুণ অপেক্ষা বেশি হবে কি? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

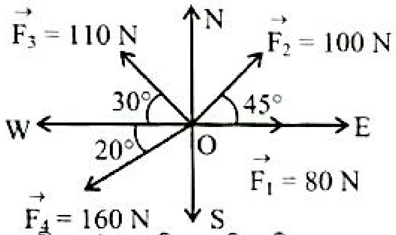
[উত্তর: দ্বিগুণ অপেক্ষা বেশি হবে।]

১০ $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}, \vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$

(গ) $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টর দ্বারা একটি সামন্তরিকের দুইটি কর্ণ নির্দেশ করা হলে, সামন্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [উত্তর: 7.6485 বর্গ একক।]

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, X-অক্ষ এবং $\vec{A} + \vec{B}$ এর অন্তরবর্তী কোণ অপেক্ষা Y অক্ষ এবং $\vec{C}$ এর অন্তরবর্তী কোণ বৃহত্তর।

১১



চিত্রে চারটি সমতলীয় ভেক্টর O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল রয়েছে।

(গ) $\vec{F}_1$ ও $\vec{F}_2$ ভেক্টর দুটি একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু নির্দেশ করলে ত্রিভুজটির তৃতীয় বাহুটি নির্ণয় কর। [উত্তর: $-9.3\hat{i} + 70.7\hat{j}$]

(ঘ) $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ ও $\vec{F}_4$ ভেক্টর চারটির মিলিত ফল কোন দিকে ক্রিয়া করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর।

[উত্তর: x অক্ষের ঋণাত্মক দিকের সাথে উৎপন্ন কোণ 36.8°]

১২ ঢাকা মহানগরী আন্তঃকলেজ গোলক নিক্ষেপ প্রতিযোগিতায় মাইলস্টোন কলেজের শিক্ষার্থী খাদিজাতুল কোবরা প্রথম হওয়ার গৌরব অর্জন করে। কোবরা $\vec{v} = \hat{i} + 8\hat{j}$ বেগে দৌড়ে গিয়ে গোলক নিক্ষেপ করায় গোলকটি B(2, 1, 1) বিন্দুতে পৌছল, যার ভেক্টর ফাংশন, $\vec{P} = 2x^2y\hat{i} - xyz\hat{j} + 4yz^2\hat{k}$।

(গ) X অক্ষের সাথে $\vec{v}$ এর উৎপন্ন কোণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 82.875°]

(ঘ) ভেক্টর ক্ষেত্রটি B বিন্দুতে সংরক্ষণশীল হবে কী? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: হবে না]

১৩ দুটি ট্রলি যাদের প্রত্যেকের ভর 20 kg এবং প্রথমটির হাতলের দৈর্ঘ্য 1.5 m এবং অন্যটির হাতলের দৈর্ঘ্য 2.2 m। উভয়কে সমান 30 N বলে টানা হচ্ছে। উভয় ট্রলির হাতলের উপরের অংশ ভূমি হতে 1 m উচ্চতায় থাকা অবস্থায় টানা হচ্ছে।

(গ) ট্রলিদ্বয়ের আপাত ওজনের পার্থক্য কত? [উত্তর: 6.36 N]

(ঘ) 20 m পথ অতিক্রম করতে কোন ট্রলির কম সময় লাগবে তা উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে বের করা যাবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ সিদ্ধান্ত দাও। [উত্তর: ২য় ট্রলির কম সময় লাগবে।]

১৪ সৃজন একটি নৌকায় $5\ ms^{-1}$ বেগে ন্যূনতম সময়ে নদীর অপর পাড়ে পৌছালো। অন্যদিকে মাহিম স্রোতের দিকের সাথে 110° কোণে নূন্যতম দূরত্বে অপর পাড়ে পৌছাতে সৃজনের চেয়ে 1 মিনিট বেশি সময় নিল। সৃজন যখন যাত্রা শুরু করেছিল তখন নদীর অপর পাড়ে নদীর প্রস্থের সমান দূরত্বে স্টেশন থেকে একটি গাড়ি 72 km/hr বেগে যাত্রা করলো।

(গ) নদী পাড়ি দিতে মাহিমের কত সময় লেগেছিল? [উত্তর: 994.9 sec]

(ঘ) সৃজন গাড়ি ধরতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [উত্তর: পারবে না।]

১৫ ϕ একটি স্কেলার অপেক্ষক যেখানে $\phi = 3xy^2z + 4x^3y - x^2y$ এবং $\vec{A}$ একটি ভেক্টর অপেক্ষক যেখানে $\vec{A} = x^3yz\hat{i} + 2xy^2\hat{j} + x^2yz\hat{k}$।

(গ) উদ্দীপকের স্কেলার ক্ষেত্রটিকে ভেক্টর ক্ষেত্রে রূপান্তর কর।

[উত্তর: $(3y^2z + 12x^2y - 2xy)\hat{i} + (6xyz + 4x^3 - x^2)\hat{j} + 3xy^2\hat{k}$]

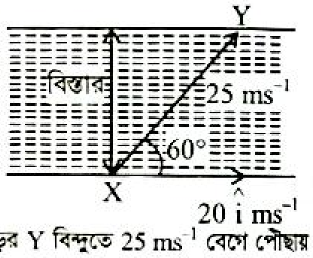
(ঘ) ভেক্টরটির কার্লের ডাইভারজেন্স এবং ডাইভারজেন্সের কার্ল একই হবে কি-না উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: তুলনা করা সম্ভব নয়।]

১৬ একদিন একটি অঞ্চলে তাপমাত্রা ও বাতাসের বেগ পাওয়া গেল যথাক্রমে $Q = x^2y + y^2z + z^2x$ ও $\vec{v} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$

(গ) (1, – 1, 2) বিন্দুতে এই অঞ্চলের তাপমাত্রার গ্রেডিয়েন্ট নির্ণয় কর। [উত্তর: $2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$]

(ঘ) ঐদিন ঐ অঞ্চলের বাতাসে কোনো ঘূর্ণন ছিল কিনা তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: বাতাসে ঘূর্ণন ছিলো না।]

১৭ উদ্দীপকে নদীর এপাড়ের X বিন্দুতে অবস্থিত একটি নৌকার ওপরস্থ একজন যাত্রী নৌকায় ওঠার সাথে সাথে ঝড়ো বাতাস এবং বৃষ্টি শুরু হলো। বাতাসের বেগ $10\hat{i}$ এবং বৃষ্টির বেগ $-15\hat{j}$। বাতাস এবং বৃষ্টি থামার পর নৌকাটি নির্দিষ্ট

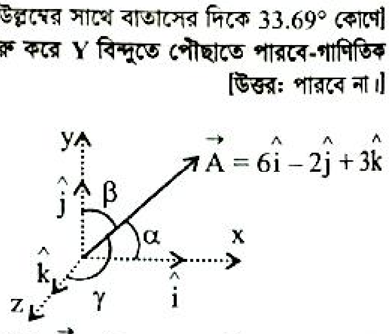


বেগে নির্দিষ্ট দিকে যাত্রা শুরু করে বিপরীত পাড়ের Y বিন্দুতে $25\ ms^{-1}$ বেগে পৌছায়। স্রোতের বেগ $20\hat{i}\ ms^{-1}$।

(গ) যাত্রীকে বৃষ্টি হতে রক্ষা পেতে হলে কোন দিকে কীভাবে ছাতা ধরতে হবে বের কর। [উত্তর: উল্লম্বের সাথে বাতাসের দিকে 33.69° কোণে]

(ঘ) নৌকাটি দুই ভিন্ন দিকে যাত্রা শুরু করে Y বিন্দুতে পৌছাতে পারবে-গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: পারবে না।]

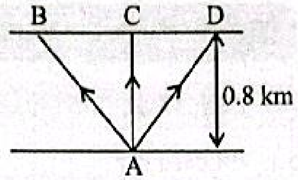
১৮ $\vec{A} = 6\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরটি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার ধনাত্মক অক্ষসমূহের সাথে বিভিন্ন কোণ উৎপন্ন করে।



(গ) $\vec{X} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ ভেক্টরের উপর $\vec{A}$ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ বের কর। [উত্তর: $\frac{53}{9}$]

(ঘ) স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার ধনাত্মক অক্ষসমূহের সাথে উৎপন্ন কোণসমূহের মান একই হওয়ার সম্ভাবনা কতটুকু-গাণিতিক ব্যাখ্যা দেখাও। [উত্তর: সম্ভব নয়।]

১৯ নাজিব ও নাফিস যথাক্রমে AB ও AC বরাবর $v = 4 \text{ km hr}^{-1}$ বেগে সাঁতার কেটে নদী পার হয়। স্রোতের বেগ $u = 3 \text{ km hr}^{-1}$। নাজিব ও নাফিস যথাক্রমে C ও D বিন্দুতে পৌঁছায়।



(গ) উদ্দীপকের CD দূরত্ব হিসাব কর। [উত্তর: 0.6 km]

(ঘ) নাজিব ও নাফিস এর মধ্যে কে আগে অপর পাড়ে পৌঁছাবে? [উত্তর: নাফিস]

২০ সোজা অপর পারে যাওয়ার জন্য স্রোতের দিকের সাথে 30° কোণে নৌকা 10 ms^{-1} বেগে যাত্রা করে নদী পার হয়। স্রোতের বেগ 5 ms^{-1}, নদীর প্রস্থ 2 km।

(গ) নৌকার রৈখিক বিচ্যুতি কত? [উত্তর: 5464 m।]

(ঘ) উদ্দীপকের নৌকার নদী পার হবার পর আনুভূমিকভাবে সোজা নৌকা চালিয়ে অপর পারের স্থানে যেতে মোট কত সময় লাগবে? [উত্তর: 18.21 min।]

২১ রোদেলা কলেজে যাওয়ার সময় 6 kmh^{-1} বেগে লম্বভাবে পতিত বৃষ্টির সম্মুখীন হলো এবং 32.5° কোণে ছাতা ধরে হেঁটে বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেল। অপর এক ব্যক্তি রিক্সায় করে যাওয়ার সময় 52.5° কোণে ছাতা ধরে বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেল।

(গ) রোদেলা কত বেগে হাটছে? [উত্তর: 3.82 kmh^{-1}]

(ঘ) উদ্দীপকে দুজনের ছাতা ধরার কোণ ভিন্ন হওয়ার কারণ গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: বেগের ভিন্নতা।]

২২ একটি স্কেলার ক্ষেত্র $\varphi = 2x^2y^2z^4$ এবং ভেক্টর ক্ষেত্র $F = x^2y\hat{i} - 2xyz\hat{j} + 2yz\hat{k}$

(গ) উদ্দীপকের স্কেলার ক্ষেত্রের div grad φ নির্ণয় কর। [উত্তর: $4y^2z^4 + 4x^2z^4 + 24x^2y^2z^2$]

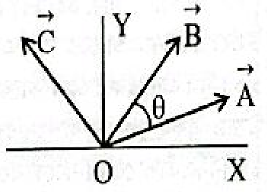
(ঘ) (1, – 1, 1) বিন্দুতে Curl F একমাত্রিক হবে কি না তা গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [উত্তর: হবে]

২৩ পদ্মা সেতুর চেয়েও দীর্ঘতম সেতু তৈরি হতে যাচ্ছে বরিশাল ও দ্বীপ জেলা ভোলার মধ্যে। সেতুর নির্মাণ কাজে নিচের চিত্রের ন্যায় একটি 100 kg ভরের বস্তুকে ঘর্ষণহীন তলে এক শ্রমিক টেনে ও অপর শ্রমিক ঠেলে তুলছে। উভয় শ্রমিক কর্তৃক প্রযুক্ত বলের মান সমান।

(গ) ১ম চিত্রানুযায়ী θ এর মান নির্ণয় কর। [উত্তর: 30.01°]

(ঘ) ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ কি না– উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে তোমার মতামত উপস্থাপন কর। [উত্তর: টানা সহজ হবে।]

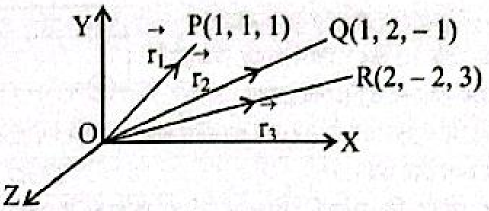
২৪ চিত্রে $\vec{A} = 3\hat{i} + 7\hat{j} - 2\hat{k}$;
$\vec{B} = 9\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং
$\vec{C} = (2xy^2 - 4yx)\hat{i} + (7x^3yz^2 + 2zx)\hat{j} - 5y^2z^3\hat{k}$



(গ) উদ্দীপকের $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ কত? [উত্তর: $\frac{4}{\sqrt{62}}$]

(ঘ) (– 1, 2, – 2) বিন্দুতে $\vec{C}$ ভেক্টরটি Y অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ উদ্দীপকের θ অপেক্ষা ছোট না বড়? গাণিতিকভাবে যাচাই করে দেখাও। [উত্তর: বড় হবে।]

২৫



(গ) r_2 ভেক্টরটি Y অক্ষের সাথে কত কোণ উৎপন্ন করে? [উত্তর: 35.26°]

(ঘ) PQ ও QR ভেক্টরদ্বয় সমান্তরাল কি না– গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। [উত্তর: সমান্তরাল নয়।]

২৬ পাশাপাশি বাড়ির দুই বন্ধু ইহান ও জিশান একই কলেজে পড়ে। ইহানের কলেজ গমন পথের দৈর্ঘ্য $(3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k})$ m এবং জিশানের পথের দৈর্ঘ্য $(5\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ m। দুই বন্ধুর বাড়ির মাঝে একটি খাল আছে যা তাদের যাতায়াতকে কঠিন করে তুলেছে। দুই বন্ধু মিলে খালের উপর একটি সাঁকো বানানোর সিদ্ধান্ত নিল।

(গ) জিশানের পথ বরাবর ইহানের সমতুল্য পথের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উত্তর: 4 m]

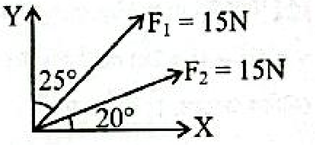
(ঘ) উদ্দীপকের খালের উপর সাঁকো বানাতে হলে কমপক্ষে কত দৈর্ঘ্যের সাঁকো বানাতে হবে বলে তুমি মনে কর– গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: $\sqrt{6}$ m]

২৭ $A = x^2y\hat{i} - 2xz\hat{j} + 2yz\hat{k}$ একটি ভেক্টর অপেক্ষক এবং $B = 3x^2yz + 4xyz + 2yz^3$ একটি ভেক্টর অপেক্ষক।

(গ) Curl A নির্ণয় কর। [উত্তর: $2(z + x)\hat{i} - (2z + x^2)\hat{k}$]

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ করে দেখাও কীভাবে একটি স্কেলার ক্ষেত্রকে ভেক্টর ক্ষেত্রে এবং ভেক্টর ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়। [উত্তর: grad B, div $\vec{A}$]

২৮ 15 N মানের দুটি বল একটি বিন্দু O তে কাজ করছে।



(গ) $|\vec{F_1} + \vec{F_2}|$ = কত হবে? [উত্তর: 27.72 N]

(ঘ) $\vec{F} = |\vec{F_1} + \vec{F_2}|$ হলে, $\vec{F_x}$ এবং $\vec{F_y}$ এর মধ্যে কোনটি বড় হবে? গাণিতিক যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: $F_x > F_y$]

২৯ (i) $\Phi = 2z - x^3y$ এবং $\vec{a} = 2x^2\hat{i} - 3yz\hat{j} + xz^2\hat{k}$

(ii) $\vec{F} = (x + 2y + az)\hat{i} + (bx - 3y - z)\hat{j} + (4x + cy + 2z)\hat{k}$

(গ) (1, – 1, 1) বিন্দুতে $\vec{a}.\vec{\Phi}$ নির্ণয় কর। [উত্তর: 5]

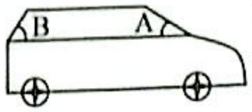
(ঘ) a, b ও c এর মান কত হলে F ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল হবে? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে আলোচনা কর। [উত্তর: a = 4, b = 2 ও c = – 1]

৩০ দুটি ত্রিমাত্রিক ভেক্টর $\vec{A} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ও $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{P}$ উহাদের লব্ধি।

(গ) $\vec{P}$ এর দিকে একক ভেক্টর নির্ণয় কর। [উত্তর: $\frac{1}{\sqrt{59}}(5\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})$]

(ঘ) এমন একটি একক ভেক্টর বাহির কর যা X – Y তলের সমান্তরাল এবং $\vec{P}$ এর সাথে লম্ব। [উত্তর: $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i} + \hat{j})$]

০১ $2\ ms^{-1}$ বেগে বয়ে যাওয়া বাতাসের দিকে একটি গাড়ি $12\ ms^{-1}$ বেগে চলছে চিত্রানুযায়ী গাড়িটির সামনের ও পিছনের গ্লাসের কোণ $\angle A = 35°$ ও $\angle B = 60°$। গাড়িটির সামনের গ্লাসে লম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে।



(গ) বৃষ্টির বেগ বের কর। [উত্তর: $14.28\ ms^{-1}$]

(ঘ) বৃষ্টির ফোঁটা কি সরাসরি পিছনের কাঁচে আঘাত করবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: করবে না।]

০২ নদীতে স্রোতের বেগ $5\ kmh^{-1}$ এবং নৌকার বেগ $12\ kmh^{-1}$। বৃষ্টি $36\ kmh^{-1}$ বেগে উলম্বভাবে পড়ছে।

(গ) সোজা অপর পাড়ে যেতে নৌকাকে স্রোতের সাথে কত কোণে রওনা হতে হবে নির্ণয় করো। [উত্তর: $114.62°$ কোণে।]

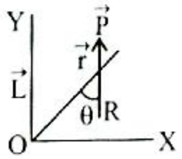
(ঘ) বৃষ্টি হতে বাঁচতে নৌকায় বসা একজন লোককে স্রোতের অনুকূলে এবং প্রতিকূলে উলম্বের সাথে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: $25.3°, 11°$]

০৩ $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরটি আয়তাকার স্থানাংক ব্যবস্থায় অক্ষ রেখা সমূহের সাথে যথাক্রমে $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরটি আয়তাকার স্থানাংক ব্যবস্থায় অক্ষ রেখাসমূহের সাথে যথাক্রমে $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ কোণ উৎপন্ন করে।

(গ) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর তলের লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করো। [উত্তর: $\frac{1}{\sqrt{117}}(7\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k})$]

(ঘ) $\vec{B}$ কে $\vec{A}$ এর সমান্তরাল করতে হলে কী করতে হবে- α, β, γ এর মাধ্যমে বিশ্লেষণ করো। [উত্তর: $\alpha_1 = \alpha_2, \beta_1 = \beta_2$ ও $\gamma_1 = \gamma_2$]

০৪ বস্তুর ভর $m = 2\ kg$, $\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + b\hat{k})\ m$, $\vec{v} = (2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k})\ ms^{-1}$ $\vec{P}$ = ভরবেগ, কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$



(গ) b = 2 হলে, বস্তুর কৌণিক ভরবেগের মান নির্ণয় কর। [উত্তর: $4\sqrt{5}\ kgm^2s^{-1}$]

(ঘ) $\vec{r}$ ও $\vec{v}$ পরস্পর সমান্তরাল ও লম্ব হলে b এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে? [উত্তর: $b = 1; b = -5$]

০৫ xy সমতলে গতিশীল 'm' ভরের একটি কণার অবস্থান $\vec{r} = \hat{i}a\cos\omega t + \hat{j}b\sin\omega t = \hat{i}x + \hat{j}y$। এখানে, a, b ও ω ধনাত্মক এবং $a > b$। কোনো এক সময় কণাটির উপর $\vec{F}$ বল প্রযুক্ত হয়।

(গ) উদ্দীপকে কণাটির ত্বরণ নির্ণয় কর। [উত্তর: $\vec{a} = -\hat{i}\omega^2 x - \hat{j}\omega^2 y$]

(ঘ) $\vec{F}$ অঘূর্ণনশীল হতে পারে কি? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [উত্তর: অঘূর্ণনশীল।]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

ভেক্টরের শ্রেণিবিভাগ ও ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ভেক্টর

১। নাল ভেক্টর কী? [চ. বো. ২৫]

উত্তর: যে ভেক্টরের মান শূন্য কিন্তু দিক অনির্দিষ্ট থাকে, তাকে নাল ভেক্টর বা শূন্য ভেক্টর বলে।

২। অবস্থান ভেক্টর কী? [য. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪; ম. বো. ২৪; রা. বো. ২৪; দি. বো. ২৪; সি. বো. ২৪; কু. বো. ২৪; চ. বো. ২৪]

উত্তর: প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে যে ভেক্টর দিয়ে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

৩। তল ভেক্টর কাকে বলে? [সি. বো. ২৩; সি. বো. ২১]

উত্তর: যখন কোনো ভেক্টর কোনো একটি পৃষ্ঠের বা সমতলের ওপর অভিলম্ব অঙ্কন করলে যে দিক নির্দেশিত হয়, সে দিক বরাবর ক্রিয়া করে এবং যার মান তলটির ক্ষেত্রফলের সমান হয়, তাকে ঐ তলের তল ভেক্টর বলে।

৪। সমতলীয় ভেক্টর কাকে বলে? [ঢা. বো., দি. বো., ম. বো. ২৩]

উত্তর: দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই সমতলে অবস্থান করে তবে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে।

৫। সীমাবদ্ধ ভেক্টর কাকে বলে? [কু. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি নির্দিষ্ট থাকে তবে তাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে।

৬। সমান ভেক্টর কাকে বলে? [ঢা. বো. ২২]

উত্তর: একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান ও দিক একই হলে তাদেরকে সমান ভেক্টর বলে।

৭। বিসদৃশ বা অসদৃশ ভেক্টর কাকে বলে? [ম. বো. ২৩]

উত্তর: সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেক্টর যদি বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে, তবে তাদেরকে অসদৃশ ভেক্টর বলে।

৮। আয়ত একক ভেক্টর কী? [য. বো., ব. বো. ২৪]

উত্তর: ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাংক ব্যবস্থায় তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয় তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

৯। স্কেলার ক্ষেত্র কাকে বলে? [দি. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট ভৌত গুণ যদি স্কেলার হয় তবে ঐ ক্ষেত্রটি স্কেলার ক্ষেত্র বলে।

১০। সরণ ভেক্টর কাকে বলে? [চ. বো. ২২; ব. বো. ২১; ব. বো. ১৫]

উত্তর: কোনো কণার অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে তার সরণ ভেক্টর বলে।

১১। সদৃশ ভেক্টর কাকে বলে? [দি. বো. ২২]

উত্তর: সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে পরস্পরের সদৃশ ভেক্টর বলে।

১২। একক ভেক্টর কাকে বলে? [দি. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৩; কু. বো. ২২, ২১; য. বো. ২২; রা. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো ভেক্টরের মান এক একক হলে তাই একক ভেক্টর।

১৩। সম প্রারম্ভিক ভেক্টর কাকে বলে?

উত্তর: একই মূলবিন্দু বা পাদবিন্দু বিশিষ্ট ভেক্টরসমূহকে সম প্রারম্ভিক ভেক্টর বলে।

১৪। বিপ্রতীপ ভেক্টর কাকে বলে? [কু. বো. ২৩; রা. বো. ১৯]

উত্তর: দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটি মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

১৫। সঠিক ভেক্টর কাকে বলে?

উত্তর: যে সকল ভেক্টরের মান শূন্য নয় তাদেরকে সঠিক ভেক্টর বলে।

১৬। ব্যাসার্ধ ভেক্টর কাকে বলে? [সি. বো., চ. বো., কু. বো. ২৫]

উত্তর: স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় যে ভেক্টরের সাহায্যে মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় করা যায় তাকে ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

১৭। পোলার ভেক্টর কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুর ঘূর্ণনের সঙ্গে যুক্ত নয় এমন ভেক্টরকে তীর চিহ্ন যুক্ত সরলরেখা দ্বারা প্রকাশ করলে রেখাটির দৈর্ঘ্য ভেক্টরের মান ও তীর চিহ্ন দিক নির্দেশ করে। এদেরকে পোলার ভেক্টর বলে।

১৮। অক্ষীয় ভেক্টর কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুর ঘূর্ণনের সঙ্গে যুক্ত ভেক্টরকে অক্ষীয় ভেক্টর বলে।

১৯। স্বাধীন ভেক্টর কাকে বলে? [ব. বো. ২২; য. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু যদি ইচ্ছামতো ঠিক করা যায় তবে সেই ভেক্টরকে স্বাধীন ভেক্টর বলে।

২০। স্কেলার রাশি কাকে বলে?

উত্তর: যেসব ভৌত রাশির শুধু মান আছে, কিন্তু দিক নেই তাদেরকে স্কেলার রাশি বা অদিক রাশি বলে।

২১। ভেক্টর রাশি কাকে বলে?

উত্তর: যে সব ভৌত রাশির মান ও দিক উভয়ই আছে তাদেরকে ভেক্টর রাশি বলে।

২২। সমরেখ বা সমরৈখিক ভেক্টর কাকে বলে? [ব. বো. ২৫]

উত্তর: যদি দুই বা ততোধিক ভেক্টর একই সরলরেখা বরাবর বা পরস্পর সমান্তরালে ক্রিয়া করে তাহলে তাদেরকে সমরৈখিক ভেক্টর বলে।

২৩। বিপরীত বা ঋণ ভেক্টর কাকে বলে?

উত্তর: একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান সমান কিন্তু দিক বিপরীত হলে তাদেরকে একটির সাপেক্ষে অপরটির বিপরীত বা ঋণ ভেক্টর বলে।

ভেক্টর যোগ-বিয়োগ ও ভেক্টর বিভাজন

২৪। ভেক্টর বিভাজন কী? [য. বো. ২১; সি. বো. ১৬, ১৫; রা. বো. ১৫]

উত্তর: একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার প্রক্রিয়াই ভেক্টর বিভাজন।

২৫। ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রটি লিখ। [চ. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

উত্তর: কোনো ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু বরাবর একইক্রমে দুটি ভেক্টর ক্রিয়াশীল হলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর দুটির লব্ধি নির্দেশ করবে।

২৬। উপাংশ কী?

উত্তর: একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার পদ্ধতিকে ভেক্টরের বিশ্লেষণ বলে এবং বিভক্ত অংশগুলোকে মূল ভেক্টরটির উপাংশ বলে।

২৭। ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রটি লিখ।

উত্তর: দুটি সমজাতীয় ভেক্টরকে যদি কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা মানে ও অভিমুখে সূচিত করা যায় তবে বাহুদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী সামান্তরিকের কর্ণটি ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধিকে মানে ও অভিমুখে সূচিত করবে।

২৮। লব্ধি ভেক্টর কাকে বলে? [রা. বো. ১৬; য. বো. ১৫]

উত্তর: দুই বা ততোধিক ভেক্টরের সম্মিলিত ক্রিয়ার ফলাফল যে ভেক্টরের ক্রিয়ার ফলাফলের সমান হয় সেই ভেক্টরটিকে প্রথমোক্ত ভেক্টরগুলোর লব্ধি ভেক্টর বলে।

২৯। আপেক্ষিক বেগ কাকে বলে?

উত্তর: দুটি চলমান বস্তুর একটির সাপেক্ষে অপরটির বেগকে আপেক্ষিক বেগ বলে।

ভেক্টর ডট গুণন, ক্রস গুণন ও ভেক্টর ক্যালকুলাস

৩০। ল্যাপলাসের সমীকরণ কাকে বলে? [রা. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো স্কেলার ফাংশন $\varphi(x, y, z)$ এর ক্ষেত্রে যদি তার দ্বিতীয় ধাপের আংশিক অন্তরকলনগুলোর যোগফল শূন্য হয়, তবে সেই সমীকরণকে ল্যাপলাসের সমীকরণ বলা হয়। অর্থাৎ, $\nabla^2\varphi = 0$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$

৩১। ভেক্টর অপারেটর কী? [ঢা. বো. ২৪; ম. বো. ২২]

উত্তর: যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি ভেক্টর রাশিকে অন্য একটি স্কেলার বা ভেক্টর রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনো পরিবর্তনশীল ভেক্টর রাশির ব্যাখ্যা দেয়া যায় তাকে ভেক্টর অপারেটর বলে।

৩২। ডাইভারজেন্স কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩; কু. বো. ২২, ১৯]

উত্তর: ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় ব্যবস্থায় R অঞ্চলে কোনো একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের অবস্থান ভেক্টর $\vec{V}(x, y, z) = v_1(x, y, z)\hat{i} + v_2(x, y, z)\hat{j} + v_3(x, y, z)\hat{k}$ হলে ডেল (∇) অপারেটরের সাথে $\vec{V}$ এর স্কেলার গুণফলকে ওই ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স বলে।

৩৩। সলিনয়ডাল ভেক্টর কী?

উত্তর: কোনো ভেক্টরের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ভেক্টরটিকে সলিনয়ডাল ভেক্টর বলে।

৩৪। কার্ল এর সংজ্ঞা দাও। [য. বো., কু. বো. ২৫; দি. বো. ২৪, ১৯; ব. বো. ২৩, ২২; সি. বো. ২২, ১৭; কু. বো. ১৯, ১৫]

উত্তর: কোনো ত্রিমাত্রিক স্থানে কোনো বিন্দুর যথার্থ ভেক্টর ফাংশন $\vec{v}(x, y, z) = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ হলে, ভেক্টর অপারেটর $\vec{\nabla}$ ও $\vec{v}$ এর ভেক্টর গুণনকে কার্ল বলে।

৩৫। স্কেলার অপেক্ষকের গ্রেডিয়েন্টের সংজ্ঞা লিখ। [সি. বো. ২৩]

উত্তর: যদি $\varphi(x, y, z)$ একটি ব্যবকলনযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করে, তা হলে φ এর গ্রেডিয়েন্টকে $\vec{\nabla}\varphi$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ, $\text{grad } \varphi = \vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi$

$$= \hat{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

৩৬। ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর কাকে বলে? [ব. বো. ২৩]

উত্তর: যে অপারেটরের মাধ্যমে কোনো স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রেডিয়েন্টের ডাইভারজেন্স নির্ণয় করা হয় তাকে ল্যাপ্লাসিয়ান অপারেটর বলে। একে $\nabla.\nabla$ বা ∇^2 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

৩৭। ডট গুণন কী? [চ. বো. ২২]

উত্তর: দুটি ভেক্টর রাশির গুণনে গুণফল একটি স্কেলার রাশি হলে এই গুণনকে ডট গুণন বলে।

৩৮। গ্রেডিয়েন্ট কাকে বলে? [ঢা. বো. ২১, ১৭]

উত্তর: গ্রেডিয়েন্ট হলো একটি ভেক্টর ক্ষেত্র যা অদিক রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হার প্রকাশ করে। একে স্কেলার অপেক্ষকও বলে।

৩৯। স্কেলার ত্রৈধ গুণন কি?

উত্তর: দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফলের সাথে তৃতীয় একটি ভেক্টরের স্কেলার গুণনকে স্কেলার ত্রৈধ গুণন বলে।

৪০। ভেক্টর ত্রৈধ গুণন কি?

উত্তর: দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফলের সাথে তৃতীয় একটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণনকে ভেক্টর ত্রৈধ গুণন বলে।

৪১। স্কেলার গুণন কাকে বলে?

উত্তর: দুটি ভেক্টর রাশির গুণনে গুণফল যদি একটি স্কেলার রাশি হয়, তবে ঐ গুণনকে স্কেলার গুণন বলে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

ভেক্টরের শ্রেণিবিভাগ ও ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ভেক্টর

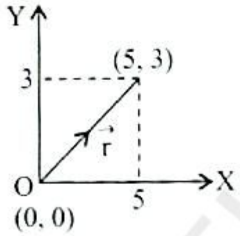
১। একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যাবে কি? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৩; কু. বো. ২৩]

উত্তর: দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

আবার, দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই রেখা বরাবর বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে তাহলে তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বরে। যেহেতু বিপ্রতীপ ভেক্টরগুলো একে অপরের সমান্তরাল হয় তাই এদেরকে সমরেখ ভেক্টরও বলা হয়।

২। $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪, ১৭; অনুরূপ চ. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; সি. বো. ২১]

অথবা, অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]



উত্তর: কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি নির্দিষ্ট থাকে তবে তাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে। আবার, প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে। এখন, $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j}$ একটি অবস্থান ভেক্টর কারণ এর পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে এবং মূলবিন্দুর সাপেক্ষে একটি বিন্দুর অবস্থানকে নির্দেশ করে।

সুতরাং, $\vec{r}$ একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর। কেননা এর পাদবিন্দু সর্বদা মূলবিন্দুতে এবং এটি অপরিবর্তনীয় বা নিজের ইচ্ছামত পরিবর্তন করা যায় না।

৩। নাল ভেক্টরের দিক ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৪, ২২; সি. বো. ২১; রা. বো. ১৫]

উত্তর: যে ভেক্টর রাশির মান শূন্য তাকে নাল ভেক্টর বলে। অর্থাৎ একটি ভেক্টর রাশির সাথে তার বিপরীত ভেক্টর রাশি যোগ করলে নাল ভেক্টর পাওয়া যায়। নাল ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই। তাই এর কোনো নির্দিষ্ট দিক নেই।

৪। "আয়ত একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট হলেও একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট নয়"– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২১]

উত্তর: আয়ত একক ভেক্টর হচ্ছে ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় X, Y ও Z তিনটি অক্ষ বরাবর যথাক্রমে তিনটি একক ভেক্টর $\hat{i}$, $\hat{j}$ ও $\hat{k}$। যেহেতু, X, Y ও Z অক্ষ তিনটি অপরিবর্তনশীল অর্থাৎ নির্দিষ্ট, তাই এদের আয়ত একক ভেক্টরের দিকও নির্দিষ্ট। আবার, একক ভেক্টরের দিক বলতে সংশ্লিষ্ট ভেক্টরের দিককে নির্দেশ করে। সংশ্লিষ্ট ভেক্টরটি কোনো একটি সমতলে বিভিন্ন দিকে ক্রিয়া করতে পারে। যদি ভেক্টরটি নির্দিষ্ট হয় তাহলেই কেবল এর একক ভেক্টরের দিক নির্দিষ্ট করে বলা যায়। সুতরাং ভেক্টরগুলো নির্দিষ্ট না হলে এদের একক ভেক্টরের দিককে নির্দিষ্ট করা যায় না।

৫। সমান ভেক্টর, সমান্তরাল ভেক্টর কি-না? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২১]

উত্তর: দুই বা ততোধিক ভেক্টর একই রেখা বরাবর বা সমান্তরালে ক্রিয়া করলে তাদেরকে সমান্তরাল ভেক্টর বলে। সমান্তরাল ভেক্টরের সংজ্ঞা থেকে বলা যায়, কেবল দিক একই হলে দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হবে। কিন্তু আমরা জানি, দুটি ভেক্টর সমান হতে হলে তাদের মান ও দিক উভয়ই একই হতে হবে। তাই বলা যায়, সমান্তরাল ভেক্টরের সকল বৈশিষ্ট্য সমান ভেক্টরের মধ্যে বিদ্যমান হওয়ায়, সমান ভেক্টরকে সমান্তরাল ভেক্টর বলা যায়।

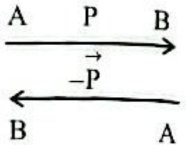
৬। ভেক্টরের মান কখন ঋণাত্মক হয় এবং কেন? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৫]

উত্তর: সাধারণত কোনো একটি ভেক্টরের মান কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। কিন্তু অপর কোনো ভেক্টরের সাপেক্ষে দিক বুঝাতে, মানের সাথে ধনাত্মক বা ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। অর্থাৎ দুটি সমজাতীয় ভেক্টর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত থাকলে তাদের একটির সাপেক্ষে অপরটির মানকে ঋনাত্মক চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

এখানে, $\overrightarrow{AB} = \vec{P}$

এর বিপরীত ভেক্টর, $\overrightarrow{BA} = -\vec{P}$

এবং, $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$



৭। স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে নয় কেন–ব্যাখ্যা কর। [সি.বো. ১৫]

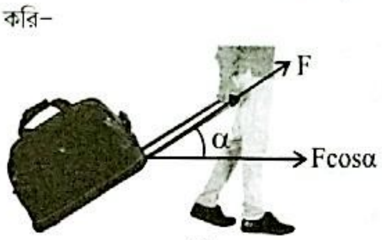
উত্তর: কোনো ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু যদি ইচ্ছামতো ঠিক করা যায় তবে সেই ভেক্টরকে স্বাধীন ভেক্টর বলে। অর্থাৎ স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু নির্দিষ্ট নয়। এখন, যদি কোন ভেক্টরের পাদবিন্দুকে মূলবিন্দুতে স্থাপন করা হয় তাহলে সেটিকে অবস্থান ভেক্টর বলা হয়। অবস্থান ভেক্টরের পাদবিন্দু নির্দিষ্ট। তাই বলা যায়, বৈশিষ্ট্যগত পার্থক্য থাকায় স্বাধীন ভেক্টরের পাদবিন্দু মূলবিন্দুতে হয় না।

ভেক্টর যোগ-বিয়োগ ও ভেক্টর বিভাজন

৮। ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৫]

উত্তর: ট্রলি ব্যাগ টানার সময় আপাত ওজন হ্রাস পাবে এইজন্য রোলারের ন্যায় ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ। এখন টানার সময় হাতল লম্বা রাখা হলে কী সুবিধা পাওয়া যায় তা ব্যাখ্যা করি–

চিত্র: ১



চিত্র: ২

একজন ব্যক্তি চিত্র-১ অনুযায়ী ছোট হাতল বিশিষ্ট একটি ট্রলিব্যাগকে টেনে নিয়ে গেলে আনুভূমিক বরাবর Fcosθ বল ক্রিয়া করে এবং চিত্র-২ অনুযায়ী লম্বা হাতল ব্যবহার করলে আনুভূমিক বরাবর Fcosα বল ক্রিয়া করে। যেহেতু বলের আনুভূমিক উপাংশের ক্ষেত্রে আনুভূমিক কোণের মান যত কম তার cosine ততো বেশি। অর্থাৎ এখানে, $\cos\alpha > \cos\theta$। হাতল যত লম্বা হবে ততো কম বল প্রয়োগ করে ট্রলিকে সামনে অগ্রসর করা সহজ হবে। এজন্য হাতল তুলনামূলক বড় এরূপ ট্রলিব্যাগ ব্যবহার করা সুবিধাজনক।

৯। দুটি সমমানের ভেক্টরের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫]

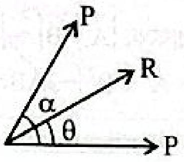
উত্তর: ধরি, দুইটি সমমানের ভেক্টর P পরস্পর α কোণে ক্রিয়াশীল এবং লব্ধি R যেকোনো একটির সাথে θ কোণে রয়েছে।

$$\tan\theta = \frac{P\sin\alpha}{P + P\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}.\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\alpha}{2} \quad \therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$$

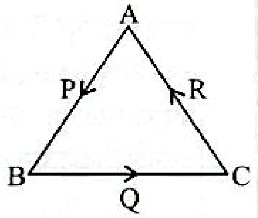


অর্থাৎ দুইটি সমমানের ভেক্টরের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

১০। তিনটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হবে? ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২২]

উত্তর: একটি বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি সমতলীয় সমজাতীয় ভেক্টরকে যদি কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একই ক্রমে নির্দেশ করা যায় তবে, ভেক্টর তিনটির লব্ধি শূন্য হবে।

ধরি, ABC ত্রিভুজের বাহু বরাবর $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ ভেক্টরত্রয় একইক্রমে ক্রিয়াশীল।



ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্রানুযায়ী,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

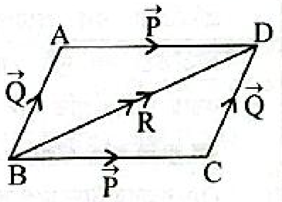
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 0 \quad \Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$$

অর্থাৎ, ভেক্টর তিনটির লব্ধি শূন্য।

১১। ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র বিনিময় সূত্র মেনে চলে।– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

উত্তর: ABCD সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু BC ও CD বরাবর যথাক্রমে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টর ক্রিয়াশীল। আবার সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো সমান ও সমান্তরাল হওয়ায়, CD ও AD বাহু বরাবর যথাক্রমে $\vec{Q}$ ও $\vec{P}$ ক্রিয়াশীল।



ΔBCD এ, $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} \quad \Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$ ......(i)

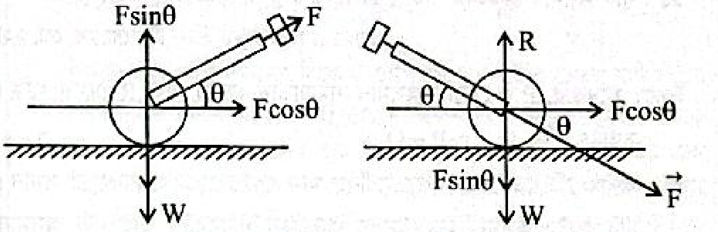
ΔBAD এ, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} \quad \Rightarrow \vec{Q} + \vec{P} = \vec{R}$ ......(ii)

(i) ও (ii) হতে, $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$

সুতরাং, ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র বিনিময় সূত্র মেনে চলে।

১২। লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ। ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৪; অনুরূপ চ. বো. ২৪; য. বো. ২৩]

উত্তর: মনে করি, লনরোলারের উপর $\vec{F}$ বল θ কোণে প্রয়োগ করে একে ঠেলা হচ্ছে। $F\cos\theta$ লনরোলারটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নিতে সাহায্য করবে। কিন্তু ওজন W ও $F\sin\theta$ উভয়ই নিচের দিকে ক্রিয়া করায় তলের উপর নীট বল $(W + F\sin\theta)$ হয়। ফলে লন রোলারের কার্যকর ওজন বৃদ্ধি পায়। এজন্য ঠেলার ক্ষেত্রে লনরোলারটিকে বেশি ভারী মনে হয়।



আবার, লনরোলারকে F বলে θ কোণে টানলে, বলের আনুভূমিক উপাংশ $F\cos\theta$ লানরোলারকে সামনের দিকে এগিয়ে নিতে সাহায্য করে। আর উলম্ব উপাংশ $F\sin\theta$ ওজনের বিপরীতে কাজ করে নীট বল $(W - F\sin\theta)$ হয়। ফলে লনরোলার এর কার্যকর ওজন হ্রাস পাবে। তাই টানার সময় লনরোলার অপেক্ষাকৃত হালকা মনে হবে। এজন্য লনরোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।

১৩। দরজার হাতল প্রান্তে দেয়া হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২৩; রা. বো. ম., ম. বো. ২২]

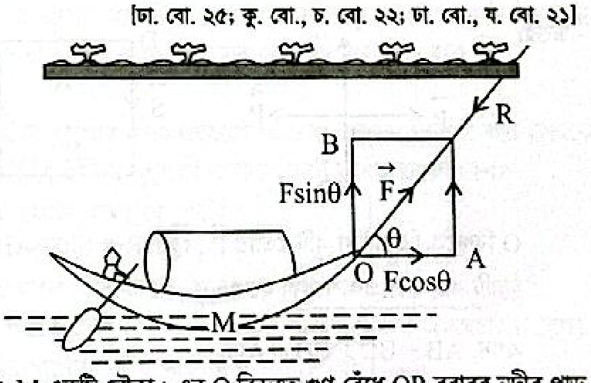
উত্তর: কোনো বস্তু কণার উপর প্রযুক্ত বল এবং ঘূর্ণন অক্ষ থেকে বলের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বের গুণফলকে ঐ অক্ষের টর্ক বলে।

অর্থাৎ টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

দরজার পাল্লা মূলত কব্জার সাহায্যে ফ্রেমের সাথে আটকানো থাকে। দরজার হাতল পাল্লার মাঝে না রেখে প্রান্তে রাখা হয় যেন বলের মান স্থির রেখে কব্জা থেকে প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখা সর্বোচ্চ করা যায়। ফলে পাল্লা খোলা বা বন্ধ করা সহজ হয়। কেননা পাল্লার এ ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় টর্ক প্রযুক্ত বল এবং অক্ষ থেকে ওই বলে ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্বের উপর নির্ভর করে।

১৪। নৌকার গুণ টানার সময় অনেক লম্বা দড়ি ব্যবহারের সুবিধা ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫; কু. বো., চ. বো. ২২; ঢা. বো., য. বো. ২১]

উত্তর:



মনে করি, M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে $\vec{F}$ বলে টেনে নেওয়া হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা- অনুভূমিক উপাংশ এবং উলম্ব উপাংশ। অনুভূমিক উপাংশ = $F\cos\theta$ এর দিক OA বরাবর। উলম্ব উপাংশ = $F\sin\theta$ এর দিক OB বরাবর।

বলের অনুভূমিক উপাংশ $F\cos\theta$ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উলম্ব উপাংশ $F\sin\theta$ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উলম্ব উপাংশ $F\sin\theta$ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, θ এর মান তত কম হবে; ফলে $F\sin\theta$ এর মান কম হবে এবং $F\cos\theta$ এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।

১৫। দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না– ব্যাখ্যা কর।

[দি. বো., য. বো. ২২]

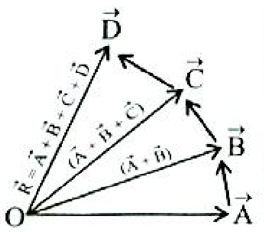
উত্তর: মনেকরি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি অসমান সমজাতীয় ভেক্টর এবং $\vec{R}$ এদের লব্ধি।

সর্বনিম্ন লব্ধি, $R_{min} = P \sim Q$

অর্থাৎ 2টি ভেক্টরের লব্ধির সর্বনিম্ন মান ভেক্টরদ্বয়ের অন্তরফলের সমান। দুটি ভেক্টর অসমান হলে এদের অন্তরফল থাকবেই। তাই দুটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে না।

১৬। দুইয়ের অধিক ভেক্টর রাশির যোগের নিয়ম ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২২]

উত্তর: দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশির ক্ষেত্রে ভেক্টর রাশিগুলোকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টরের পাদবিন্দু এবং দ্বিতীয় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করলে বিপরীতক্রমে ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি পাওয়া যায়। এভাবে পরবর্তী প্রত্যেকটি ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু যোগ করতে করতে সর্বশেষ যে ভেক্টরটি পাওয়া যায় সেই বাহুটিই ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।



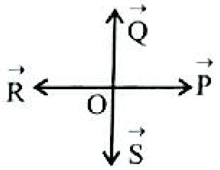
মনে করি, $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}$ চারটি ভেক্টর রাশি। এদের লব্ধি হবে,

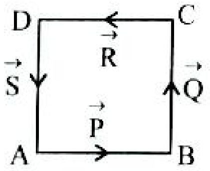
$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$

১৭। চারটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হবে– চিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।

[ম. বো. ২৩]

উত্তর:





O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল 4টি ভেক্টর $\vec{P}$, $\vec{Q}$, $\vec{R}$ ও $\vec{S}$ কে ABCD চতুর্ভুজের চারটি বাহু দ্বারা প্রকাশ করা হলো।

এখন, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{DA}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = -\vec{S} \qquad \Rightarrow \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} + \vec{S} = 0$

অর্থাৎ, যদি 4টি ভেক্টরের প্রথম তিনটি ভেক্টরের লব্ধি, চতুর্থ ভেক্টরের সমান ও বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট হয় তখন চারটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হবে।

১৮। দুটি ভেক্টর রাশির যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান– ব্যাখ্যা কর।

[য. বো. ২৩; রা. বো. ১৯; ঢা. বো. ১৭]

অথবা, **দুটি ভেক্টরের যোগফল ও বিয়োগফল সমান হতে পারে কিনা? ব্যাখ্যা কর।**

[ব. বো. ২৫]

উত্তর: ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি একই জাতীয় ভেক্টর রাশি।

প্রশ্নমতে, $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$

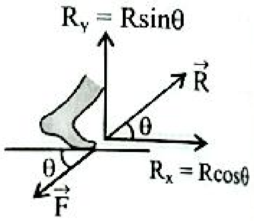
$\Rightarrow 4\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \cos\theta = 0 \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ $\frac{\pi}{2}$ হলে এদের ভেক্টর যোগফল ও বিয়োগফলের মান সমান হবে।

১৯। আমাদের পায়ে হাঁটা কিভাবে ভেক্টর বিভাজনের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়।

[সি. বো. ১৭]

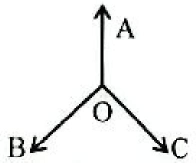
উত্তর: হাঁটার সময় পায়ের আঙ্গুল দিয়ে মাটিতে তীর্যকভাবে (θ কোণে) $\vec{F}$ বল প্রয়োগ করা হয়। মাটি কর্তৃক এর সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া বল $\vec{R}$ পায়ের আঙ্গুলে ক্রিয়া করে। এখন, প্রতিক্রিয়া বলের আনুভূমিক উপাংশ, $R_x = R\cos\theta$



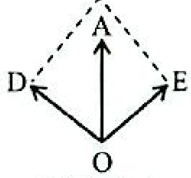
এবং উলম্ব উপাংশ, $R_y = R\sin\theta$। R_x উপাংশ আমাদের সামনে যেতে সাহায্য করে। R_y উপাংশ ওজনের বিপরীতে ক্রিয়া করায় এটি আমাদের ওজনকে কিছুটা হ্রাস করে।

২০। পাখি কিভাবে আকাশে উড়ে– ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: একটি পাখি যখন OA বরাবর উড়ে যায় তখন পাখিটি তার ডানা দুটি দিয়ে বায়ুর ওপর OB এবং OC অভিমুখে বল প্রয়োগ করে। একই সঙ্গে বায়ুও OE এবং OD অভিমুখে পাখিটির উপর প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বল দুটি পাখি উপর ক্রিয়া করায় পাখির গতি সৃষ্টি হয়। প্রতিক্রিয়া বল দুটির লব্ধি হলো OA, ফলে পাখিটি OA বরাবর উড়ে চলে যায়।



বায়ুর উপর প্রযুক্ত বলের দিক



প্রতিক্রিয়া বল

২১। স্রোতের সাথে আড়াআড়িভাবে নদী পাড়ি দিতে নৌকা কিভাবে চালাতে হবে? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৩; ম. বো. ২৩]

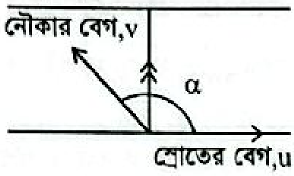
উত্তর: স্রোতের সাথে আড়াআড়িভাবে নদী পাড়ি দিতে অর্থাৎ সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাতে হলে নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মিলিত লব্ধি বেগ অবশ্যই স্রোতের সাথে 90° কোণে ক্রিয়া করবে।

এক্ষেত্রে, $\tan 90^\circ = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

$\Rightarrow u + v\cos\alpha = 0 \quad \therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$

যেখানে,



u = স্রোতের বেগ

v = নৌকার বেগ

α = স্রোত ও নৌকার মধ্যবর্তী কোণ

সুতরাং, নৌকাটিকে স্রোতের সাথে $\cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$ কোণে যাত্রা করলে আড়াআড়ি পাড় হতে পারবে।

২২। দেখাও যে, পরস্পরের সাথে লম্বভাবে অবস্থিত দুটি সমান বলের যোগফল এবং বিয়োগফল সমান এবং এরা পরস্পরের সাথে লম্বভাবে অবস্থিত।

উত্তর: মনে করি, সমান বল = $\vec{P}$

বলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ, $\alpha = 90^\circ$

$\tan\theta_1 = \frac{P\sin\alpha}{P + P\cos\alpha}$

$\Rightarrow \theta_1 = \tan^{-1}\frac{P\sin 90^\circ}{P + P\cos 90^\circ}$

$\therefore \theta_1 = 45^\circ$

$\therefore$ লব্ধি, $\vec{R} = \vec{P} + \vec{P}$

আবার, $\vec{P}$ ও $-\vec{P}$ এর মধ্যবর্তী কোণ,

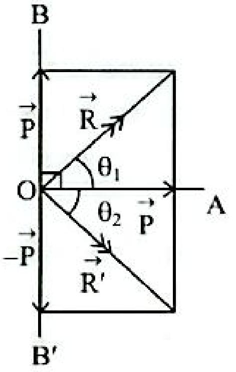
$\alpha' = 180^\circ - \alpha = 90^\circ$

$\therefore \tan\theta_2 = \frac{P\sin\alpha'}{P + P\cos\alpha'}$

$\Rightarrow \theta_2 = \tan^{-1}\frac{P\sin 90^\circ}{P + P\cos 90^\circ}$

$\therefore \theta_2 = 45^\circ$

$\therefore$ লব্ধি, $\vec{R'} = \vec{P} + (-\vec{P})$



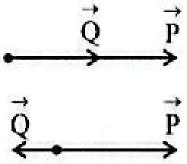
সুতরাং, $\vec{R}$ ও $\vec{R'}$ অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের মধ্যবর্তী কোণ = $\theta_1 + \theta_2 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

২৩। দেখাও যে, দুটি ভেক্টরের লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান। [য. বো. ২৩; ঢা. বো. ১৭]

উত্তর: ধরি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ মানের বল পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত এবং $P > Q$

$\therefore$ লব্ধি, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$

এখানে, $\cos\alpha = 1$ বা $\alpha = 0^\circ$ হলে



$R_{max} = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ}$

$= \sqrt{(P + Q)^2} = P + Q$

আবার, $\cos\alpha = -1$ বা $\alpha = 180^\circ$ হলে

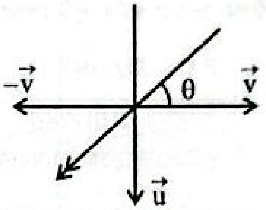
$R_{min} = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ} = \sqrt{(P - Q)^2} = P - Q$

সুতরাং দুটি বলের লব্ধির সর্বোচ্চ মান তাদের যোগফল ও সর্বনিম্ন মান তাদের বিয়োগফলের সমান।

আপেক্ষিক বেগ

২৪। বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত মোটর গাড়ির সামনের কাচকে ভিজায় কিন্তু পিছনের কাচকে ভিজায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

উত্তর: বৃষ্টির ফোঁটা পৃথিবীর পৃষ্ঠে উল্লম্বভাবে (নিচের দিকে) পড়ে। কিন্তু যখন মোটরগাড়ি সামনের দিকে চলে, তখন গাড়ির সঙ্গে থাকা বাতাস ও এক ধরনের আপেক্ষিক গতি তৈরি করে।



মনে করি, বৃষ্টি উল্লম্বভাবে u বেগে পড়ছে এবং গাড়ি সমানের দিকে v বেগে যাচ্ছে। গাড়ির ভেতর বসা যাত্রীর কাছে বৃষ্টির ফোঁটা মনে হয় θ কোণে তীর্যক পথে গাড়ির সামনের থেকে আসছে। এর ফলে সামনের কাচ সরাসরি বৃষ্টির ফোঁটার আঘাত পায় এবং ভিজে যায় কিন্তু পেছনের কাচ গাড়ির গতির বিপরীতে থাকায় ফোঁটার আপেক্ষিক পথ সেখানে গিয়ে পড়ে না। ফলে পেছনের কাচ শুকনো থাকে।

২৫। বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৯]

উত্তর: সাইকেলে চলার সময় বায়ু প্রবাহ না থাকলেও আরোহীর সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ বিদ্যমান থাকে।

এখন,

বাতাসের আপেক্ষিক বেগ= বাতাসের প্রকৃত বেগ – সাইকেলের বেগ

$\therefore$ বাতাসের আপেক্ষিক বেগ = – সাইকেলের বেগ

অর্থাৎ, সাইকেল চালানোর সময় সাইকেল যেদিকে যায়, আরোহীর কাছে মনে হয় বায়ু তার বিপরীত দিকে যাচ্ছে। এক্ষেত্রে বায়ু প্রকৃতপক্ষে স্থির থাকলেও আরোহীর কাছে এরূপ মনে হয়। তাই বিপরীত দিকে বায়ুর আপেক্ষিক বেগের কারণে আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করে।

২৬। বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৫]

উত্তর: বাতাস প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের আপেক্ষিক বেগের জন্য বাতাসের বেগ কম মনে হয়।

এখন, বাতাস প্রবাহের দিকে দৌড়ালে,

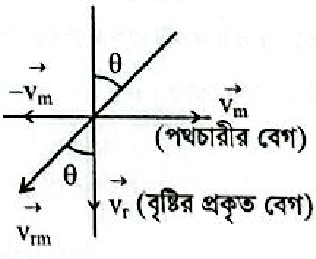
বাতাসের আপেক্ষিক বেগ = বাতাসের প্রকৃত বেগ – বস্তুর বেগ

$\therefore$ বাতাসের প্রকৃত বেগ > বাতাসের আপেক্ষিক বেগ

যেহেতু, বাতাসের আপেক্ষিক বেগ বাতাসের প্রকৃত বেগ অপেক্ষা কম তাই দৌড়বিদ বা ব্যক্তির কাছে বাতাসের বেগ কম বলে মনে হবে।

২৭। বৃষ্টির ফোঁটা ভূপৃষ্ঠের ওপর লম্বভাবে পড়লেও একজন পথচারী তার ছাতাকে বৃষ্টির ফোঁটার অভিমুখের সাথে সামান্য কোণে আনত রাখেন কেন?

উত্তর: বৃষ্টির ফোঁটা লম্বভাবে মাটিতে পড়লেও পথচারী তার গতির জন্য ফোঁটাগুলোকে সামান্য আনত কোণে পড়তে দেখেন।



পথচারীর সাপেক্ষে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ, $\vec{v}_{rm} = \vec{v}_r - \vec{v}_m$ এখন, পথচারীর বেগ যত বেশি হবে বৃষ্টির আপেক্ষিক বেগ উলম্বের সাথে তত বেশি কোণ উৎপন্ন করবে। আবার, পথচারী স্থির থাকলে সে বৃষ্টিকে লম্বভাবে পড়তে দেখবে। তাই চলমান অবস্থায় বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেতে পথচারী ছাতাকে আনত কোণে মেলে ধরেন।

ভেক্টর ডট গুণন, ক্রস গুণন ও ভেক্টর ক্যালকুলাস

২৮। $\hat{i}.\hat{i} \neq 0$ কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৪]

উত্তর: আমরা জানি, দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর ডট গুণন,

$\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos\alpha$ [যেখানে, P ও Q এর মধ্যবর্তী কোণ α]

$\therefore \hat{i}.\hat{i} = |\hat{i}|\,|\hat{i}|\cos\alpha$

দুটি সমান ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ 0°

$\therefore \hat{i}.\hat{i} = |\hat{i}|\,|\hat{i}|\cos(0^\circ) = 1 \times 1 \times 1 = 1$

$\therefore \hat{i}.\hat{i} = 1 \neq 0$

২৯। দেখাও যে, $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$. [ম. বো. ২৪]

উত্তর: দুটি ভেক্টর $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর ভেক্টর গুণন,

$$\hat{i} \times \hat{j} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(1-0) = 0\hat{i} + 0\hat{j} + \hat{k}$$

$\therefore \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$

৩০। ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মানে না– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

উত্তর: ধরি, দুটি ভেক্টর, $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$

$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$

$$\therefore \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) - \hat{j}(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}(A_xB_y - B_xA_y)$$

আবার,

$$\therefore \vec{B} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ B_x & B_y & B_z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(B_yA_z - B_zA_y) - \hat{j}(B_xA_z - B_zA_x) + \hat{k}(B_xA_y - A_xB_y)$$

$$= -[\hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) - \hat{j}(A_xB_z - A_zB_x) + \hat{k}(A_xB_y - B_xA_y)]$$

$\Rightarrow \vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$

$\therefore \vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$

সুতরাং, ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মানে না।

৩১। $\hat{j} \times \hat{k}$ একটি একক ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪; অনুরূপ কু. বো. ২৫]

উত্তর: দুটি ভেক্টর $\hat{j}$ ও $\hat{k}$ এর ভেক্টর গুণন,

$$\hat{j} \times \hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(0-0) = \hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

$\therefore \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$

আমরা জানি, x-অক্ষ বরাবর কার্যকর একক ভেক্টর $\hat{i}$।

সুতরাং $\hat{j} \times \hat{k}$ একটি একক ভেক্টর।

৩২। $|\vec{A} \times \vec{B}| = \vec{A}.\vec{B}$ হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪]

উত্তর: $|\vec{A} \times \vec{B}| = \vec{A}.\vec{B}$

$\Rightarrow AB\sin\theta = AB\cos\theta$

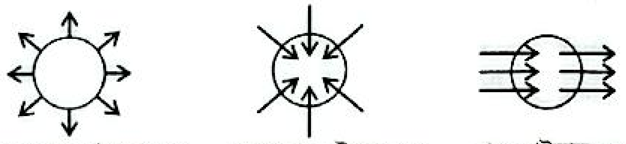
$\Rightarrow \tan\theta = 1$

$\therefore \theta = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$

সুতরাং, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে $|\vec{A} \times \vec{B}| = \vec{A}.\vec{B}$ হবে।

৩৩। কোনো প্রবাহীর আয়তনের পরিবর্তন নির্ণয়ে ডাইভারজেন্স এর ভূমিকা আছে কি-না? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৩; দি. বো. ২৩; ম. বো. ২৩]

উত্তর: ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স গুলো একটি স্কেলার ক্ষেত্র যা দ্বারা ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে ফ্লাক্সের প্রকৃতি (বহিঃ/অন্তঃ) জানা যায়। অর্থাৎ ডাইভারজেন্স দ্বারা একক আয়তনে কোনো দিক রাশির মোট কতটুকু ফ্লাক্স কোন বিন্দু অভিমুখী বা অপসারিত হচ্ছে তা প্রকাশ করে। ডাইভারজেন্সের বৈশিষ্ট্যসমূহ–



ধনাত্মক ডাইভারজেন্স ঋণাত্মক ডাইভারজেন্স শূন্য ডাইভারজেন্স

i) মান ধনাত্মক অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = +ve$ হলে, তরল পদার্থের আয়তন বৃদ্ধি পায়।

ii) মান ঋণাত্মক অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = -ve$ হলে, আয়তন সংকোচন ঘটে।

iii) মান শূন্য অর্থাৎ, $\vec{\nabla}.\vec{V} = 0$ হলে, আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয় এবং আয়তন অপরিবর্তিত থাকবে।

৩৪। একটি ভেক্টর রাশিকে কীরূপে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করবে? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]

অথবা, ভেক্টরের ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স স্কেলার রাশি–ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৫]

উত্তর: একটি ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করতে ডাইভারজেন্স ব্যবহার করা হয়।

ভেক্টর ফাংশন বা ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্সগুলো একটি স্কেলার ফাংশন বা ক্ষেত্র যা দ্বারা ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে ফ্লাক্সের প্রকৃতি জানা যায়।

কোনো ভেক্টর রাশি, $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ হলে,

$\text{div}(\vec{v}) = \vec{\nabla}.\vec{v}$ যেখানে, $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$$\therefore \vec{\nabla}.\vec{v} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right).(v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k})$$

$$= \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$; যা একটি স্কেলার রাশি।

সুতরাং, ডাইভারজেন্সের মাধ্যমে ভেক্টর রাশিকে স্কেলার রাশিতে রূপান্তর করা যায়।

৩৫। বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস কিভাবে নিচে নামে? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২২; ম. বো. ২২]

উত্তর: বৈদ্যুতিক পাখাগুলোর একটি দিক হালকা বাঁকা রাখা হয়। তাই পাখাগুলো ঘুরলে বাতাসের নিম্নমুখী চাপ সৃষ্টি হয়। ফলে বাতাস নিচের দিকে প্রবাহিত হতে থাকে। যতক্ষণ চাপ বজায় থাকে ততক্ষণ বাতাস নিচের দিকে প্রবাহিত হবে। এভাবে বৈদ্যুতিক পাখার বাতাস নিচে নামে।

৩৬। বল ও সরণ ভেক্টর রাশি হলেও তাদের দ্বারা সৃষ্ট কাজ স্কেলার রাশি– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো., সি. বো. ও দি. বো. (সম্মিলিত) ১৮]

উত্তর: যে সকল রাশির মান এবং দিক উভয়ই আছে তাদেরকে ভেক্টর রাশি বা দিক রাশি বলে। দুটি ভেক্টর রাশির ডট গুণন একটি স্কেলার রাশি এবং ক্রস গুণন ভেক্টর রাশি হয়। কাজের সংজ্ঞানুসারে আমরা জানি, কাজ হলো সরণ ও সরণের দিকে বলের উপাংশ অথবা বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফল। অর্থাৎ $W = Fs\cos\theta$।

বল ও সরণ উভয়ই দিক রাশি হওয়ায় দিক রাশির স্কেলার গুণফলের সংজ্ঞানুসারে, $W = \vec{F}.\vec{s}$।

যেহেতু দুটি দিক রাশির স্কেলার গুণফল একটি স্কেলার রাশি তাই বল ও সরনের গুণফল একটি স্কেলার রাশি। যার কেবল মান আছে, দিক নেই।

৩৭। ডানহাতি স্ক্রু নিয়মের সাহায্যে বোতলের মুখ খোলা বা বন্ধ করা যায়।– ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৯]

উত্তর: ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম অনুসারে বামদিকে বা ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে ঘুরালে স্ক্রুটি উপরের দিকে অগ্রসর হয়। একইভাবে বোতলের ছিপি বামদিকে ঘুরালে ছিপিটি বাইরের দিকে অগ্রসর হয়ে মুখ খুলে যায়। অনুরূপভাবে, বোতলের ছিপিও ডানদিকে বা ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরালে সেটি ভিতরের দিকে অগ্রসর হয়ে মুখ বন্ধ হয়ে যায়। অতএব বলা যায়, ডানহাতি স্ক্রু নিয়মের সাহায্যে বোতলের মুখ খোলা বা বন্ধ করা যায়।

৩৮। $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90° এর চেয়ে কম হওয়া সম্ভব নয়– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২১]

উত্তর: আমরা জানি, $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ হচ্ছে ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় যথাক্রমে X ও Y অক্ষ বরাবর দুটি আয়ত একক ভেক্টর। এখন, X ও Y অক্ষ পরস্পর লম্ব হওয়ায়, $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$ হবে।

আবার, $\hat{i}.\hat{j} = |\hat{i}|\,|\hat{j}|\cos\theta$

$\Rightarrow 0 = 1 \times 1 \times \cos\theta \quad \therefore \theta = 90°$

সুতরাং $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোন 90° বাদে অন্য কোন কিছু হওয়া সম্ভব নয়।

৩৯। গ্রেডিয়েন্ট এর ভৌতিক তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। [ঢা.বো. ১৭]

উত্তর: $\varphi(x,y,z)$ একটি ব্যবকলনযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করলে ডেল $(\vec{\nabla})$ অপারেটরের সাথে φ এর গুণনকে ফাংশনের গ্রেডিয়েন্ট বলে। এর ভৌত তাৎপর্য নিম্নরূপ:

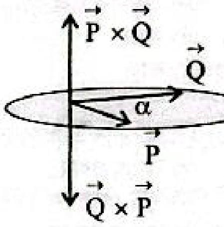
(i) কোন স্কেলার ক্ষেত্রের গ্রেডিয়ান্ট একটি ভেক্টর ক্ষেত্র।

(ii) এটির মান ঐ স্কেলার রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হারের সমান।

(iii) গ্রেডিয়েন্ট এর দিক স্কেলার বৃদ্ধির হারের দিককে নির্দেশ করে।

৪০। দেখাও যে, দুটি ভেক্টরের ডট গুণন বিনিময় সূত্র মানে কিন্তু ক্রস গুণন বিনিময় সূত্র মানে না। [ব. বো. ২১]

উত্তর: ধরি, ভেক্টর দুটি হল $\vec{P}$ ও $-\vec{q}$ এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ = α



এখন, $\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos\alpha$

আবার, $\vec{Q}.\vec{P} = PQ\cos(-\alpha) = PQ\cos\alpha$

$\therefore \vec{P}.\vec{Q} = \vec{Q}.\vec{P}$

যা বিনিময় সূত্রকে সমর্থন করে।

আবার, $\vec{P} \times \vec{Q} = PQ\sin\alpha.\hat{\eta}$

এবং, $\vec{Q} \times \vec{P} = PQ\sin(-\alpha).\hat{\eta} = -PQ\sin\alpha\hat{\eta}$

অর্থাৎ, $\vec{P} \times \vec{Q} = -(\vec{Q} \times \vec{P})$

$\therefore \vec{P} \times \vec{Q} \neq \vec{Q} \times \vec{P}$; যা বিনিময় সূত্রকে সমর্থন করে না।

৪১। ডাইভারজেন্স এর ভৌতিক তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। [ঢা.বো. ২৫, ২১; রা.বো. ২৩; কু.বো. ১৯]

উত্তর: ত্রিমাত্রিক ব্যবস্থার কোনো অঞ্চলে একটি ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{V}(x,y,z) = v_1(x,y,z)\hat{i} + v_2(x,y,z)\hat{j} + v_3(x,y,z)\hat{k}$ হলে ডেল $(\vec{\nabla})$ অপারেটরের সাথে $\vec{V}$ এর স্কেলার গুণনকে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স বলে।

এর ভৌত তাৎপর্য নিম্নরূপ:

(i) ডাইভারজেন্স একটি স্কেলার রাশি।

(ii) $\vec{\nabla}.\vec{V}$ বা div.$\vec{V}$ দ্বারা একক সময়ে কোনো তরলের ঘনত্বের পরিবর্তনের হার বুঝায়।

(iii) div.$\vec{V}$ = ধনাত্মক হলে তরল পদার্থের ঘনত্ব হ্রাস ও আয়তন বৃদ্ধি পায়

(iv) div. $\vec{V}$= ঋণাত্মক হলে তরল পদার্থের ঘনত্ব বৃদ্ধি ও আয়তন হ্রাস পায়

(v) div. $\vec{V} = 0$ হলে সলিনয়ডাল বুঝায়।

৪২। দুটি ভেক্টর পরস্পর সমান্তরাল ও লম্ব হওয়ার শর্ত কি কি?

উত্তর: ধরি, দুটি ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$, যেখানে $P \neq 0, Q \neq 0$

এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ α

এখন, $\alpha = 90°$ হলে,

$\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos\alpha = PQ\cos90° \quad \therefore \vec{P}.\vec{Q} = 0$

সুতরাং দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হলে তাদের ডট গুণন শূন্য হবে।

আবার, $\alpha = 0°$ হলে, $|\vec{P} \times \vec{Q}| = PQ\sin\alpha = PQ\sin0° = 0$

$\therefore |\vec{P} \times \vec{Q}| = 0$

সুতরাং, দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে তাদের ক্রস গুণনের মান শূন্য হবে।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর

ভেক্টর (চিহ্ন ও ধর্ম)

১। নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি নয়? [য. বো. ২৫]
ⓚ কৌণিক ভরবেগ ⓚ টর্ক
ⓖ কাজ ⓘ বল
উত্তর: ⓖ কাজ

২। নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি? [ম. বো. ২৫]
ⓚ তড়িৎ প্রবাহ ⓚ বিভব
ⓖ ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফল ⓘ কাজ
উত্তর: ⓖ ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফল

৩। নিচের কোনটিতে সবগুলো ভেক্টর রাশি? [ঢা. বো. ২৪]
ⓚ ভর, সময়, বেগ
ⓚ বিদ্যুৎ প্রবাহমাত্রা, ত্বরণ, কৌণিক ভরবেগ
ⓖ চৌম্বকক্ষেত্র, টর্ক, কৌণিক সরণ
ⓘ চাপ, বল, তাপমাত্রা
উত্তর: ⓖ চৌম্বকক্ষেত্র, টর্ক, কৌণিক সরণ

৪। স্কেলার রাশির উদাহরণ– [দি. বো. ২১; অনুরূপ ম. বো. ২১]
ⓚ কাজ ⓚ বল
ⓖ টর্ক ⓘ কৌণিক ভরবেগ
উত্তর: ⓚ কাজ
ব্যাখ্যা: যেসব রাশির শুধু মান আছে, দিক নেই তাদেরকে স্কেলার রাশি বলে। যেমন: কাজ, ভর, সময়, বিদ্যুৎ প্রবাহমাত্রা, দ্রুতি, ক্ষমতা, শক্তি, তড়িৎ বিভব ইত্যাদি।

৫। নিচের কোনটি ভেক্টর?
ⓚ দ্রুতি ⓚ বেগ ⓖ ক্ষমতা ⓘ শক্তি
উত্তর: ⓚ বেগ

৬। নিচের কোনটি স্কেলার রাশি?
ⓚ টর্ক ⓚ ওজন ⓖ তড়িৎ বিভব ⓘ বিদ্যুৎ প্রাবল্য
উত্তর: ⓖ তড়িৎ বিভব

বিশেষ ভেক্টর

৭। যদি $\vec{A} = A\hat{a}$ এবং $\vec{B} = \frac{1}{A}\hat{a}$ হয় তবে $\vec{A}$ এবং B পরস্পর– [ব. বো. ২৫]
ⓚ বিপরীত ভেক্টর ⓚ বিসদৃশ ভেক্টর
ⓖ সমান ভেক্টর ⓘ বিপ্রতীপ ভেক্টর
উত্তর: ⓘ বিপ্রতীপ ভেক্টর
ব্যাখ্যা: $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর বিপ্রতীপ ভেক্টর হবে যদি $|\vec{B}| = \frac{1}{|\vec{A}|}$ এবং ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল হয়।

৮। $\vec{A} = 5\hat{j}$ এবং $\vec{B}$ ভেক্টর $\vec{A}$ ভেক্টরের বিপ্রতীপ হলে– [য. বো. ২৩, ২১; কু. বো. ১৬]
ⓚ $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{i}$ ⓚ $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{j}$ ⓖ $\vec{B} = 5\hat{j}$ ⓘ $\vec{B} = 5\hat{i}$
উত্তর: ⓚ $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{j}$

৯। দুটি বিপ্রতীপ ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ–
ⓚ 270° ⓚ 180° ⓖ 90° ⓘ 0°
উত্তর: ⓘ 0°
ব্যাখ্যা: বিপ্রতীপ ভেক্টরদ্বয়ের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হয়। তবে এরা একই দিকে ক্রিয়া করে।

১০। যে ভেক্টরের প্রাথমিক ও চূড়ান্ত বিন্দু একই তাকে বলে– [দি. বো., কু. বো. ২৫]
ⓚ একক ভেক্টর ⓚ শূন্য ভেক্টর
ⓖ অবস্থান ভেক্টর ⓘ সম ভেক্টর
উত্তর: ⓚ শূন্য ভেক্টর

১১। যেসব ভেক্টরের পাদবিন্দু অভিন্ন তাকে কী ভেক্টর বলে? [চ. বো. ২৫]
ⓚ অবস্থান ⓚ সঠিক ⓖ সমপ্রারম্ভিক ⓘ সমতলীয়
উত্তর: ⓖ সমপ্রারম্ভিক

১২। পাদবিন্দু সুনির্দিষ্ট নয় এমন ভেক্টরকে কী বলে? [সি. বো. ২৪]
ⓚ সীমাবদ্ধ ভেক্টর ⓚ স্বাধীন ভেক্টর
ⓖ সমরেখ ভেক্টর ⓘ নাল ভেক্টর
উত্তর: ⓚ স্বাধীন ভেক্টর
ব্যাখ্যা: সীমাবদ্ধ ভেক্টর: যে ভেক্টরের পাদবিন্দু নির্দিষ্ট থাকে।
সমরেখ ভেক্টর: দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই সরলরেখা বরাবর বা পরস্পরের সমান্তরালে ক্রিয়া করে।
নাল ভেক্টর: যে ভেক্টরের মান শূন্য।

১৩। একই দিকে ক্রিয়াশীল সমজাতীয় অসমমানের দুটি ভেক্টরকে কী বলে? [দি. বো. ২৩]
ⓚ সমান ভেক্টর ⓚ বিপরীত ভেক্টর
ⓖ সদৃশ ভেক্টর ⓘ বিসদৃশ ভেক্টর
উত্তর: ⓖ সদৃশ ভেক্টর

১৪। কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু যদি ইচ্ছেমতো স্থানান্তর করতে না দেওয়া হয়, তাহলে সেই ভেক্টর হচ্ছে– [কু. বো. ২৪; ব. বো. ১৭, ২৩]
ⓚ স্বাধীন ভেক্টর ⓚ বিপরীত ভেক্টর
ⓖ সীমাবদ্ধ ভেক্টর ⓘ সমরেখ ভেক্টর
উত্তর: ⓖ সীমাবদ্ধ ভেক্টর

১৫। সমজাতীয় অসমমানের এবং বিপরীতমুখী ভেক্টরকে কী বলে? [ব. বো. ২২; দি. বো. ২১]
ⓚ বিপরীত ভেক্টর ⓚ বিপ্রতীপ ভেক্টর
ⓖ বিসদৃশ ভেক্টর ⓘ সদৃশ ভেক্টর
উত্তর: ⓖ বিসদৃশ ভেক্টর
ব্যাখ্যা: বিপ্রতীপ ভেক্টর: দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের মান একটি অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে একে অপরের বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।
বিপরীত ভেক্টর: দুটি ভেক্টরের মান সমান কিন্তু দিক বিপরীতমুখী হলে তাদের একটি অপরটির বিপরীত বা ঋণাত্মক ভেক্টর বলে।

১৬। একটি বস্তু নির্দিষ্ট দিকে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কী বলে? [য. বো. ২২]

ⓚ অবস্থান ভেক্টর ⓖ সরণ ভেক্টর
ⓖ একক ভেক্টর ⓘ নাল ভেক্টর

উত্তর: ⓖ সরণ ভেক্টর

ব্যাখ্যা: অবস্থান ভেক্টর: মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্দেশ করা হয়।

একক ভেক্টর: যে ভেক্টর রাশির মান এক।

১৭। কোনটি সঠিক ভেক্টর নয়? [য. বো. ২৩]

ক) একক ভেক্টর খ) নাল ভেক্টর
গ) ঋণ ভেক্টর ঘ) অবস্থান ভেক্টর

উত্তর: খ) নাল ভেক্টর

ব্যাখ্যা: যে ভেক্টরের মান শূন্য নয় তাকে সঠিক ভেক্টর বলে।

১৮। কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই হলে সে ভেক্টরকে বলে- [চ. বো. ২৪, ১৬; রা. বো. ২১; য. বো. ২১; ম. বো. ২১; সি. বো. ২১]

ক) সমরেখ ভেক্টর খ) একক ভেক্টর
গ) নাল ভেক্টর ঘ) অবস্থান ভেক্টর

উত্তর: গ) নাল ভেক্টর

১৯। নিচের কোনটির দিক নির্দিষ্ট নয়? [চ. বো. ২৩; ব. বো. ২১]

ক) সমান ভেক্টর খ) সমরেখ ভেক্টর
গ) বিপরীত ভেক্টর ঘ) শূন্য ভেক্টর

উত্তর: ঘ) শূন্য ভেক্টর

২০। একটি নাল ভেক্টরের মান কত হবে? [ব. বো. ২১]

ক) 1 খ) −1 গ) ±1 ঘ) 0

উত্তর: ঘ) 0

২১। $\dfrac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$ ভেক্টর একটি- [দি. বো. ২২]

ক) নাল ভেক্টর খ) সমরেখ ভেক্টর
গ) সমতলীয় ভেক্টর ঘ) একক ভেক্টর

উত্তর: ঘ) একক ভেক্টর

ব্যাখ্যা: $\vec{A} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ $\quad \therefore |\vec{A}| = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2} = 1$

২২। নিচের কোনটি একক ভেক্টর নির্দেশ করে? [রা. বো. ১৫]

ক) $\hat{a} = \dfrac{A}{\vec{A}}$ খ) $\hat{a} = \dfrac{\vec{A}}{\vec{A}}$ গ) $\hat{a} = \dfrac{\vec{A}}{A}$ ঘ) $a = \dfrac{\vec{A}}{A}$

উত্তর: গ) $\hat{a} = \dfrac{\vec{A}}{A}$

২৩। $\vec{A}$ ও এর একক ভেক্টর $\hat{a}$ এর মধ্যবর্তী কোণ- [চ. বো. ১৫]

ক) 0° খ) 45° গ) 90° ঘ) 180°

উত্তর: ক) 0°

ব্যাখ্যা: $\hat{a} = \dfrac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$ $\quad \therefore \hat{a}$ ও $\vec{A}$ একই দিকে ক্রিয়া করে।

২৪। কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r}$, রৈখিক ভরবেগ $\vec{P}$, কৌণিক ভরবেগ $\vec{L}$, প্রযুক্ত বল $\vec{F}$ এবং ক্রিয়াশীল টর্ক $\vec{\tau}$ হলে $\vec{\tau}$ ও $\vec{L}$ যথাক্রমে নিচের কোনটির সমান? [ঢা. বো. ২২]

ক) $\vec{r}\times\vec{F}, \vec{r}\times\vec{P}$ খ) $\vec{r}\times\vec{P}, \vec{r}\times\vec{F}$
গ) $\vec{F}\times\vec{r}, \vec{r}\times\vec{P}$ ঘ) $\vec{r}\times\vec{P}, \vec{F}\times\vec{r}$

উত্তর: ক) $\vec{r}\times\vec{F}, \vec{r}\times\vec{P}$

ব্যাখ্যা: (i) রৈখিক বেগ, $\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$ (ii) রৈখিক ত্বরণ, $\vec{a} = \vec{\alpha}\times\vec{r}$

(iii) টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ (iv) কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{P}$

২৫। ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর-

ক) $\frac{2}{9}\hat{i} - \frac{2}{9}\hat{j} - \frac{2}{9}\hat{k}$ খ) $\frac{2}{3}\hat{i} - \frac{1}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$
গ) $\frac{2}{5}\hat{i} - \frac{1}{5}\hat{j} + \frac{2}{5}\hat{k}$ ঘ) $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

উত্তর: খ) $\frac{2}{3}\hat{i} - \frac{1}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$

ব্যাখ্যা: A ভেক্টরের সমান্তরালে একক ভেক্টর,

$$\hat{a} = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \frac{2}{3}\hat{i} - \frac{1}{3}\hat{j} + \frac{2}{3}\hat{k}$$

২৬। $P \xrightarrow{\vec{A}} Q$, $\overrightarrow{QP} = ?$

ক) $|\vec{A}|$ খ) $\vec{A}$ গ) $-\vec{A}$ ঘ) কোনোটিই নয়

উত্তর: গ) $-\vec{A}$

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{PQ} = -\vec{A}$

২৭। অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ এর ক্ষেত্রে- [কু. বো. ২৫]

i. x হচ্ছে $\vec{r}$ এর অনুভূমিক উপাংশ
ii. y হচ্ছে $\vec{r}$ এর উলম্ব উপাংশ
iii. $r = \sqrt{x^2+y^2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii
গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

TDE EDUCATIONAL TEAM

২৮। $\vec{A} = 2\hat{j}$ এবং $\vec{B} = \frac{1}{2}\hat{j}$ হয় তবে দুটি ভেক্টর– [দি. বো. ২৫]

i. সাদৃশ্য ভেক্টর
ii. বিপ্রতীপ ভেক্টর
iii. পরস্পর লম্ব

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল এবং একই দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং, ভেক্টরদ্বয় সদৃশ।

আবার, $|\vec{A}| = \frac{1}{|\vec{B}|}$ হওয়ায় ভেক্টরদ্বয় বিপ্রতীপ

আবার, $\vec{A}.\vec{B} \neq 0$। সুতরাং ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব নয়।

২৯। সমজাতীয় এবং সমমানের দুটি ভেক্টরের দিক পরস্পর বিপরীত হলে তাদেরকে পরস্পরের–

(i) ঋণাত্মক ভেক্টর বলা হয়
(ii) বিপরীত ভেক্টর বলা হয়
(iii) সম ভেক্টর বলা হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

৩০। অবস্থান ভেক্টর প্রকাশের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়– [সি. বো. ২১]

(i) $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$
(ii) $\Delta\vec{r} = (x_2\hat{i} + y_2\hat{j}) - (x_1\hat{i} + y_1\hat{j})$
(iii) $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: দ্বিমাত্রিক স্থানাংক ব্যবস্থায়: $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

ত্রিমাত্রিক স্থানাংক ব্যবস্থায়: $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

৩১। সমান ভেক্টরের বৈশিষ্ট্য– [চ. বো. ২৩, ২১]

(i) সমজাতীয় রাশি
(ii) মান সমান
(iii) দিক একই

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

৩২। শূন্য ভেক্টরের ক্ষেত্রে– [ম. বো. ২২]

(i) শূন্য ভেক্টরের সুনির্দিষ্ট দিক নেই
(ii) শূন্য ভেক্টরের ক্ষেত্রে ত্বরণ থাকে
(iii) শূন্য ভেক্টরের আদিবিন্দু ও শেষ বিন্দু একই বিন্দুতে থাকে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓜ i ও iii

ব্যাখ্যা: শূন্য ভেক্টরের মান শূন্য হওয়ায় এর কোনো ত্বরণ থাকা সম্ভব নয়।

৩৩। $\vec{A} = 9\hat{i}$ ও $\vec{B} = \frac{1}{9}\hat{i}$ হলে ভেক্টরদ্বয়– [য. বো. ২১]

(i) সদৃশ ভেক্টর
(ii) বিপ্রতীপ ভেক্টর
(iii) পরস্পর লম্ব

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ ii ⓛ i ও ii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও ii

৩৪। $\vec{A} = -2\vec{B}$ হলে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দুটি– [কু. বো. ১৭]

(i) সদৃশ
(ii) বিসদৃশ
(iii) সমরেখ

নিচের কোনটি সঠিক?

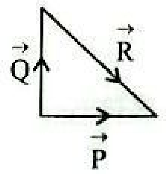
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ ii ও iii

ব্যাখ্যা: $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ সমজাতীয় এবং বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন-বিয়োজন

৩৫। চিত্র দেখো– [য. বো. ২৫]



চিত্র থেকে কোনটি সঠিক?

ⓚ $\vec{P} - \vec{Q} - \vec{R} = \vec{0}$ ⓛ $\vec{P} + \vec{Q} - \vec{R} = \vec{0}$
ⓜ $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = \vec{0}$ ⓝ $\vec{P} - \vec{Q} + \vec{R} = \vec{0}$

উত্তর: ⓚ $\vec{P} - \vec{Q} - \vec{R} = \vec{0}$

ব্যাখ্যা: চিত্র হতে, $\vec{Q} + \vec{R} = \vec{P} \Rightarrow \vec{P} - \vec{Q} - \vec{R} = \vec{0}$

৩৬। যদি $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ হয়, তবে ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত হবে? [দি. বো. ২৫]

ⓚ 0° ⓛ 30° ⓜ 90° ⓝ 180°

উত্তর: ⓜ 90°

ব্যাখ্যা: $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$

$\Rightarrow \cos\theta = 0 \quad \therefore \theta = 90°$

৩৭। জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর রাশির যোগ সূত্র সংখ্যা কতটি? [চ. বো. ২৫]

ⓚ ৫ ⓛ ৪ ⓜ ৩ ⓝ ২

উত্তর: ⓚ ৫

ব্যাখ্যা: জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর রাশির যোগ নিম্নলিখিত পাঁচটি সূত্রের সাহায্যে করা যায়। যথা–

i. সাধারণ সূত্র
ii. বহুভুজ সূত্র
iii. উপাংশ সূত্র
iv. ত্রিভুজ সূত্র
v. সামান্তরিকের সূত্র

৩৮। দুইটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কোন শর্তে $\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B}$ হবে? [ম. বো. ২৫]

ⓚ $A = B$ ⓛ $\vec{A} = 0$ ⓖ $B = 1$ ⓘ $\vec{B} = \vec{0}$

উত্তর: ⓘ $\vec{B} = \vec{0}$

ব্যাখ্যা: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} - \vec{B} \Rightarrow 2\vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}$

৩৯। A (3, 2, 2) এবং B (3, 2, – 1) বিন্দুদ্বয় সংযোগকারী $\overrightarrow{AB}$ ভেক্টরটির মান কত? [সি. বো. ২৫]

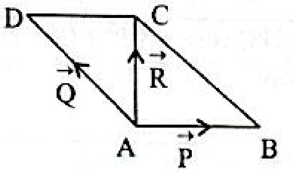
ⓚ 1 ⓛ $\sqrt{3}$ ⓖ 3 ⓘ 4

উত্তর: ⓖ 3

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) - (3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = -3\hat{k}$

$\therefore |\overrightarrow{AB}| = 3$

৪০। চিত্রে, দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান R একটি ভেক্টরের মানের সমান এবং তার সাথে লম্ব; অন্যটির মান– [রা. বো. ২৫]



ⓚ $\sqrt{2R}$ ⓛ R^2 ⓖ $\sqrt{2}R$ ⓘ $\frac{1}{\sqrt{2}}R$

উত্তর: ⓖ $\sqrt{2}R$

ব্যাখ্যা: $|\vec{R}| = |\vec{P}|$; $\therefore |\vec{Q}|^2 = |\vec{P}|^2 + |\vec{R}|^2 \Rightarrow |\vec{Q}| = \sqrt{2}|\vec{R}|$

৪১। এক বিন্দুতে ক্রিয়াশীল $\vec{P}$ ও $\vec{P}$ এর ঋণ ভেক্টরের লব্ধির মান কত? [চ. বো. ২৪; রা. বো. ১৬]

ⓚ 0 ⓛ 1 ⓖ $\sqrt{2}$ P ⓘ 2P

উত্তর: ⓚ 0

ব্যাখ্যা: $\vec{Q} = \vec{P} + (-\vec{P}) = \vec{P} - \vec{P} = \vec{0}$ $\therefore |\vec{Q}| = 0$

৪২। দুটি দিক রাশির প্রত্যেকটির মান 4 একক। এরা যে কোনো বিন্দুতে পরস্পরের সাথে 120° কোণে ক্রিয়াশীল থাকলে এক্ষেত্রে কোনো একটি ভেক্টরের সাথে লব্ধির কোণ কত হবে? [ম. বো. ২৪]

ⓚ 0° ⓛ 30° ⓖ 60° ⓘ 120°

উত্তর: ⓖ 60°

ব্যাখ্যা: কোনো বিন্দুতে দুটি সমান মানের ভেক্টর ক্রিয়া করলে এদের লব্ধি ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। $\therefore \theta = \frac{\alpha}{2} = 60°$

৪৩। ভেক্টর যোগ নিচের কোনটি মেনে চলে?

ⓚ বিনিময় সূত্র ⓛ সংযোগ সূত্র

ⓖ বন্টন সূত্র ⓘ সবগুলো

উত্তর: ⓘ সবগুলো

ব্যাখ্যা: ভেক্টর যোগ মেনে চলে–

বিনিময় সূত্র: $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

সংযোগ সূত্র: $\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$

বন্টন সূত্র: $m(\vec{A} + \vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$

৪৪। দুটি ভেক্টরের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হবে যখন এদের মধ্যবর্তী কোণ– [দি. বো. ২১; সি. বো. ১৫]

ⓚ 0° ⓛ 45° ⓖ 60° ⓘ 180°

উত্তর: ⓚ 0°

ব্যাখ্যা: লব্ধি, R সর্বোচ্চ হয় যখন, $\alpha = 0°$; সর্বোচ্চ মান $= \bar{A} + \bar{B}$

এবং সর্বনিম্ন হয় যখন, $\alpha = 180°$; সর্বনিম্ন মান $= \bar{A} - \bar{B}$

৪৫। সমকোণে একটি বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি সমান বলের লব্ধির মান যে কোনো একটি বলের– [সি. বো. ২৩]

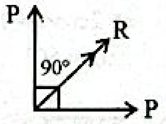
ⓚ $\sqrt{2}$ গুণ ⓛ $\sqrt{3}$ গুণ ⓖ 2 গুণ ⓘ 1 গুণ

উত্তর: ⓚ $\sqrt{2}$ গুণ

ব্যাখ্যা: $R = \sqrt{P^2 + P^2 + 2 \times P \times P \times \cos(90°)}$

$= \sqrt{P^2 + P^2}$

$= \sqrt{2}P$



৪৬। $\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$, $\vec{B} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$ এবং $\vec{R}$ তাদের লব্ধি হলে, নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. ২৩]

ⓚ $\vec{R}$ একটি একমাত্রিক ভেক্টর ⓛ $\vec{R}$ একটি দ্বি-মাত্রিক ভেক্টর

ⓖ $\vec{R}$ একটি ত্রিমাত্রিক ভেক্টর ⓘ $\vec{R}$ একটি নাল ভেক্টর

উত্তর: ⓘ $\vec{R}$ একটি নাল ভেক্টর

ব্যাখ্যা: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{i} + 4\hat{j} = \vec{0}$

৪৭। $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = 0$ হলে– [কু. বো. ২২]

ⓚ মূল ভেক্টর দুটি অসমান ও বিপরীতমুখী

ⓛ মূল ভেক্টর দুটি অসমান ও সমমুখী

ⓖ মূল ভেক্টর দুটি সমান ও সমমুখী

ⓘ মূল ভেক্টর দুটি সমান ও বিপরীতমুখী

উত্তর: ⓘ মূল ভেক্টর দুটি সমান ও বিপরীতমুখী

ব্যাখ্যা: $\vec{A} + \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = -\vec{A}$ $\therefore |\vec{B}| = |\vec{A}|$

অর্থাৎ, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মান সমান এবং এরা বিপরীতমুখী।

৪৮। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ 120° হলে তাদের লব্ধির মান– [দি. বো. ২২]

ⓚ P + Q ⓛ $\sqrt{P^2 + Q^2 + PQ}$

ⓖ P – Q ⓘ $\sqrt{P^2 + Q^2 - PQ}$

উত্তর: ⓘ $\sqrt{P^2 + Q^2 - PQ}$

ব্যাখ্যা: $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos(120°)} = \sqrt{P^2 + Q^2 - PQ}$

৪৯। দুটি সমান ভেক্টর থেকে শূন্য ভেক্টর পেতে এদের মধ্যবর্তী কোণ হবে– [ব. বো. ১৫]

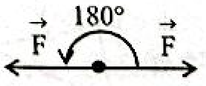
ⓚ 0° ⓛ 45° ⓖ 90° ⓘ 180°

উত্তর: ⓘ 180°

ব্যাখ্যা: $R = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F^2\cos\alpha}$

$\Rightarrow 0 = \sqrt{2F^2 + 2F^2 + \cos\alpha}$

$\Rightarrow \cos\alpha = -1$ $\therefore \alpha = 180°$



৫০। $\bar{A}$ ও $\bar{B}$ এর লব্ধির সর্বোচ্চ মান কোনটি? [য. বো. ১৬]

ⓚ $\bar{A} \times \bar{B}$ ⓛ $\bar{A} - \bar{B}$ ⓖ $\bar{A} \div \bar{B}$ ⓘ $\bar{A} + \bar{B}$

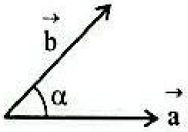
উত্তর: ⓘ $\bar{A} + \bar{B}$

৫১। $|\bar{a} - \bar{b}| = |\bar{a}| = |\bar{b}|$ হলে $\bar{a}$ ও $\bar{b}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত?

ⓚ 120° ⓛ 60° ⓖ 180° ⓘ 0°

উত্তর: ⓛ 60°

ব্যাখ্যা: $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}|$



$\Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha} = a$

$\Rightarrow a^2 + a^2 - 2a^2\cos\alpha = a^2$

$\Rightarrow 2\cos\alpha = 1$

$\therefore \alpha = 60°$

৫২। সমমানের দুটি বলের লব্ধির মান তাদের যে কোনো একটির অর্ধেক হলে বল দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত? [ব. বো. ১৭]

ⓚ 28.90° ⓛ 41.40° ⓖ 138.6° ⓘ 151.04°

উত্তর: ⓘ 151.04°

ব্যাখ্যা: $\frac{P}{2} = \sqrt{P^2 + P^2 + 2P^2\cos\alpha}$

$\Rightarrow 2\cos\alpha = \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4}$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{7}{8}\right) = 151.04°$

৫৩। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি সমমানের ভেক্টর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করছে। ভেক্টর দুটির লব্ধি $\vec{R}$ ও $\vec{P}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কোনটি? [সি. বো. ২১]

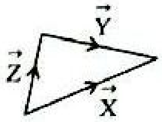
ⓚ 90° ⓛ 60° ⓖ 45° ⓘ 0°

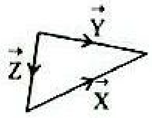
উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

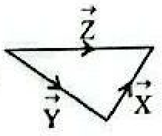
ব্যাখ্যা: $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি সমমানের হওয়ায় এবং এরা পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করায় এদের লব্ধি, $\vec{R} = \vec{0}$ হবে যা একটি শূন্য ভেক্টর। শূন্য ভেক্টরের কোনো নির্দিষ্ট দিক থাকে না।

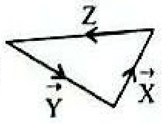
যদি লব্ধির মান থাকতো তবে তা $\vec{P}$ এর সাথে 0° বা 180° কোণে ক্রিয়ারত থাকতো।

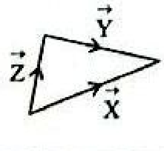
৫৪। নিচের কোন ত্রিভুজে $\vec{Z}$ ভেক্টরটি $(\vec{X} - \vec{Y})$ ভেক্টরের মান ও দিক নির্দেশ করে? [য. বো. ২১]

ⓚ


ⓛ


ⓖ


ⓘ


উত্তর: ⓚ


ব্যাখ্যা: 'ক' তে, $\vec{Z} + \vec{Y} = \vec{X}$ $\Rightarrow \vec{Z} = \vec{X} - \vec{Y}$

'খ' তে, $\vec{Z} + \vec{X} = \vec{Y}$ $\Rightarrow \vec{Z} = \vec{Y} - \vec{X}$

'গ' তে, $\vec{Z} = \vec{X} + \vec{Y}$

'ঘ' তে, $\vec{X} + \vec{Y} + \vec{Z} = 0$ $\Rightarrow \vec{Z} = -\vec{X} - \vec{Y}$

৫৫। ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ এবং $|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}|$ হলে, θ এর মান কত? [রা. বো. ১৫]

অথবা, $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ হবে– [ব. বো. ২১; দি. বো. ১৭; রা. বো. ১৫]

ⓚ 0° ⓛ 45° ⓖ 90° ⓘ 180°

উত্তর: ⓖ 90°

ব্যাখ্যা: $|\vec{P} + \vec{Q}| = |\vec{P} - \vec{Q}|$

$\Rightarrow \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha} = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ\cos\alpha}$

$\Rightarrow 4PQ\cos\alpha = 0$

$\therefore \alpha = 90°$

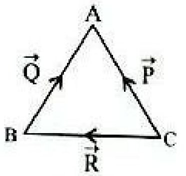
৫৬। 5N এবং 10N মানের দুটি বল একটি কণার উপর ক্রিয়ারত হলে নিচের কোন বলটি কণাটির উপর লব্ধি বলের সমান হতে পারে না?

ⓚ 5 N ⓛ 10 N ⓖ 20 N ⓘ 15 N

উত্তর: ⓖ 20 N

ব্যাখ্যা: $R_{min} \le R \le R_{max}$ $\Rightarrow 5 \le R \le 15$

৫৭। [সি. বো. ১৯; রা. বো. ১৫]



চিত্র থেকে কোনটি সঠিক?

ⓚ $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$ ⓛ $\vec{R} = \vec{Q} + \vec{P}$

ⓖ $\vec{P} = \vec{R} + \vec{Q}$ ⓘ $\vec{Q} = \vec{P} + \vec{R}$

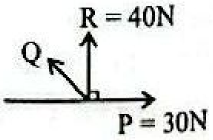
উত্তর: ⓖ $\vec{P} = \vec{R} + \vec{Q}$

৫৮। দুইটি বলের লব্ধির মান 40 N। বল দুইটির মধ্যে ছোট বলটির মান 30 N এবং এটি লব্ধি বলের লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে। বড় বলটির মান কত?

ⓚ 40 N ⓛ 45 N ⓖ 50 N ⓘ 60 N

উত্তর: ⓖ 50 N

ব্যাখ্যা: $\tan 90° = \frac{Q\sin\alpha}{30 + Q\cos\alpha}$



$\Rightarrow 30 + Q\cos\alpha = 0$ $\Rightarrow Q\cos\alpha = -30$

আবার, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$

$\Rightarrow 40^2 = 30^2 + Q^2 + 2 \times 30 \times (-30)$

$\Rightarrow Q^2 = 2500$ $\therefore Q = 50$ N

৫৯। কোনো সামান্তরিকের দুটি কর্ণ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যেখানে $|\vec{A}+\vec{B}| = |\vec{A}-\vec{B}|$ তবে সামান্তরিকটি একটি–

ⓚ আয়তক্ষেত্র ⓛ বর্গ ⓜ ট্রাপিজিয়াম ⓝ ট্রাপিজয়েড

উত্তর: ⓚ আয়তক্ষেত্র

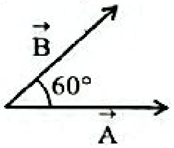
ব্যাখ্যা: $|\vec{A}+\vec{B}| = |\vec{A}-\vec{B}|$

$\Rightarrow A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$

$\Rightarrow \cos\theta = 0 \quad \therefore \theta = 90°$

$\therefore$ সামান্তরিকের দুটি কর্ণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হলে এটি একটি আয়ত।

৬০। নিচের চিত্রে দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর প্রত্যেকের মান 5 একক এবং তাদের মধ্যেকার কোণ 60°। $|\vec{A}-\vec{B}|$ নির্ণয় কর–



ⓚ 0 ⓛ 5 একক ⓜ 7.07 একক ⓝ 8.66 একক

উত্তর: ⓛ 5 একক

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}-\vec{B}| = \sqrt{5^2 + 5^2 - 2.5.5\cos60°} = 5$ একক

৬১। দুটি বলের লব্ধির সর্বোচ্চ মান 28 N এবং সর্বনিম্ন মান 4 N। বল দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে কোন একটি কণার উপর ক্রিয়া করলে লব্ধি বল হবে–

ⓚ 400 N ⓛ 32 N ⓜ 28.8 N ⓝ 20 N

উত্তর: ⓝ 20 N

ব্যাখ্যা: $P + Q = 28$ N; $P - Q = 4$ N

$\therefore P = 16$ N এবং $Q = 12$ N

$\therefore R = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ N

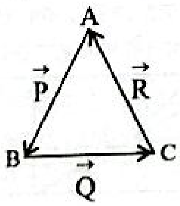
৬২। ভেক্টর $\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ এর মান যথাক্রমে 12, 5 ও 13 এবং $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণের মান কত? [সি. বো. ১৭]

ⓚ $\frac{\pi}{2}$ ⓛ $\frac{\pi}{3}$ ⓜ $\frac{\pi}{4}$ ⓝ $\frac{\pi}{6}$

উত্তর: ⓚ $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: উপরে $\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টরত্রয় পীথাগোরীয়ান ত্রয়ী। পীথাগোরীয়ান ত্রয়ীর ছোট দুই ভেক্টরের মধ্যকার কোণ 90°।

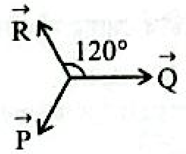
৬৩। ABC সমবাহু ত্রিভুজে $\vec{Q}$ ও $\vec{R}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [রা. বো. ১৫]



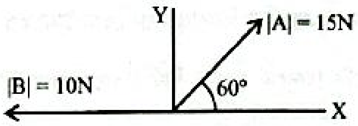
ⓚ 0° ⓛ 60° ⓜ 120° ⓝ 180°

উত্তর: ⓜ 120°

ব্যাখ্যা:



৬৪।



উপরের চিত্রের আলোকে $|\vec{A}+\vec{B}| = ?$ [চ. বো. ১৭]

ⓚ 15.81 N ⓛ 14 N ⓜ 13.23 N ⓝ 11.23 N

উত্তর: ⓜ 13.23 N

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}+\vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}$

$= \sqrt{15^2 + 10^2 + 2 \times 15 \times 10\cos120°}$

$= 13.23$ N

৬৫। দুইটি ভেক্টরের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হলে ভেক্টর দুটি–

(i) সমতলীয়

(ii) সম প্রারম্ভিক

(iii) সমরেখ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: যেহেতু, $\theta = 0°$ হলে লব্ধি সর্বোচ্চ হয়।

$\therefore$ ভেক্টর দুটি সমতলীয়, সমপ্রারম্ভিক, সমরেখ

৬৬। দুইটি একক ভেক্টরের যোগফল যদি একটি একক ভেক্টর হয় তবে– [ম. বো. ২৫]

i. তাদের মধ্যবর্তী কোণ 120°

ii. লব্ধি তাদের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে

iii. বিয়োগফলের মান $\sqrt{3}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii

ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $1^2 = 1^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times 1 \times \cos\theta$

$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$

আবার, $R = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \cos120°} = \sqrt{3}$

৬৭। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর– [কু. বো. ২৩]

(i) $|\vec{P}| > |\vec{Q}|$ হলে লব্ধি $\vec{P}$ এর নিকটবর্তী

(ii) $|\vec{P}| = |\vec{Q}|$ হলে লব্ধি ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে

(iii) $|\vec{P}| > |\vec{Q}|$ হলে লব্ধি $\vec{Q}$ এর নিকটবর্তী

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: দুইটি অসমান ভেক্টরের লব্ধি সর্বদা বৃহত্তর ভেক্টরের নিকটবর্তী হয়।

৬৮। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর যোগ করার ক্ষেত্রে ভেক্টর যোগের সাধারণ নিয়মের ক্ষেত্রে– [য. বো. ২২]

(i) নতুন অবস্থানে তাদেরকে সমান্তরালভাবে স্থানান্তর করা হয়

(ii) $\vec{B}$ এর আদি বিন্দুকে $\vec{A}$ এর শীর্ষ বিন্দুতে স্থাপন করে $\vec{A}$ এর আদি বিন্দু থেকে $\vec{B}$ এর শীর্ষ বিন্দুতে সরলরেখা টানা হয়

(iii) $\vec{B}$ এর আদি বিন্দুকে $\vec{A}$ এর শীর্ষ বিন্দুতে স্থাপন করে $\vec{B}$ এর শীর্ষ বিন্দু থেকে $\vec{A}$ এর আদি বিন্দুতে সরলরেখা টানা হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

৬৯। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পরের বিপরীত ভেক্টর হলে– [চ. বো. ১৫]

(i) $\vec{P}+\vec{Q}=0$

(ii) $\vec{P}.\vec{Q}=0$

(iii) $\vec{P}\times\vec{Q}=0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ i ও ii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ i ও iii

ব্যাখ্যা: $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পরের বিপরীত ভেক্টর হওয়ায় এদের মধ্যবর্তী কোণ 180° ফলে এদের ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন শূন্য হবে।

❖ নিম্নোক্ত তথ্যগুলোর আলোকে ৭০ ও ৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

$\vec{A}+\vec{B} = 12\hat{i}-4\hat{j}+8\hat{k}$

$\vec{A}-\vec{B} = -6\hat{i}+12\hat{j}+10\hat{k}$

৭০। $\vec{B}$ ভেক্টরটি হবে– [ম. বো. ২৩]

ⓚ $6\hat{i}-8\hat{j}+9\hat{k}$ ⓛ $9\hat{i}+8\hat{j}-2\hat{k}$

ⓖ $9\hat{i}-8\hat{j}-\hat{k}$ ⓘ $6\hat{i}+8\hat{j}+18\hat{k}$

উত্তর: ⓖ $9\hat{i}-8\hat{j}-\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $2\vec{B}=(\vec{A}+\vec{B})-(\vec{A}-\vec{B})$

$\Rightarrow 2\vec{B}=18\hat{i}-16\hat{i}-2\hat{k} \quad \therefore \vec{B}=9\hat{i}-8\hat{j}-\hat{k}$

৭১। $\vec{A}.\vec{B}$ এর মান কত? [ম. বো. ২৩]

ⓚ 16 ⓛ 14 ⓖ –12 ⓘ –14

উত্তর: ⓘ –14

ব্যাখ্যা: $\vec{A}=(\vec{A}+\vec{B})-\vec{B}=3\hat{i}+4\hat{j}+9\hat{k}$

$\therefore \vec{A}.\vec{B}=27-32-9=-14$

লম্বাংশের সাহায্যে ভেক্টর রাশির যোজন-বিয়োজন

৭২। স্রোতযুক্ত নদীতে সর্বনিম্ন সময়ে ওপারে যেতে একজন সাঁতারুকে স্রোতের সাথে কত কোণে যাত্রা শুরু করতে হবে? [রা. বো. ২৪]

ⓚ 45° ⓛ 60° ⓖ 90° ⓘ 120°

উত্তর: ⓖ 90°

৭৩। একটি গাড়ি ও একটি মোটর সাইকেল একই দিকে যথাক্রমে v_c ও v_m বেগে গতিশীল হলে গাড়ির সাপেক্ষে মোটর সাইকেলের আপেক্ষিক বেগ কত? [রা. বো. ২৩]

ⓚ v_c-v_m ⓛ v_m-v_c ⓖ v_c+v_m ⓘ $\frac{v_c}{v_m}$

উত্তর: ⓛ v_m-v_c

ব্যাখ্যা: পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর,

আপেক্ষিক বেগ = বস্তুর বেগ – পর্যবেক্ষকের বেগ $\therefore v_{mc}=v_m-v_c$

৭৪। একটি জাহাজ সোজা পূর্ব দিকে ঘণ্টায় 75 km বেগে এবং অপর একটি জাহাজ সোজা উত্তর দিকে ঘণ্টায় 45 km বেগে চলছে। প্রথম জাহাজের যাত্রীর নিকট দ্বিতীয় জাহাজটির বেগের দিক কোন দিকে হবে? [য. বো. ২৪]

ⓚ পূর্ব দিকের সাথে 30.96° কোণে উত্তর দিকে

ⓛ পূর্ব দিকের সাথে 59.04° কোণে উত্তর দিকে

ⓖ পূর্ব দিকের সাথে 90° কোণে উত্তর দিকে

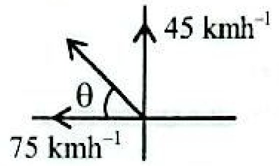
ⓘ পূর্ব দিকের সাথে 149.04° কোণে উত্তর দিকে

উত্তর: ⓘ পূর্ব দিকের সাথে 149.04° কোণে উত্তর দিকে

ব্যাখ্যা: $\vec{u}_1=75\hat{i}, \vec{u}_2=45\hat{j}$

$\vec{v}_{21}=\vec{u}_2-\vec{u}_1=45\hat{j}-75\hat{i}$

$\therefore \theta=\tan^{-1}\left(\frac{45}{75}\right)=30.96°$



$\therefore$ পূর্বের সাথে $180°-30.96°=149.04°$ কোণে উত্তর দিকে চলতে দেখবে।

৭৫। একটি ভেক্টর X-অক্ষের সাথে 30° কোণে ক্রিয়াশীল। Y-অক্ষ বরাবর উপাংশের মান 3 একক হলে X-অক্ষ বরাবর উপাংশের মান কত? [চ. বো. ২৪; রা. বো ১৬]

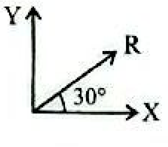
ⓚ $\sqrt{3}$ ⓛ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ একক ⓖ $3\sqrt{3}$ একক ⓘ 6 একক

উত্তর: ⓖ $3\sqrt{3}$ একক

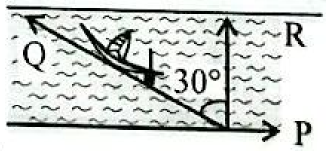
ব্যাখ্যা: $R\cos60°=3$

$\Rightarrow R=6$ একক

$\therefore R\cos30°=3\sqrt{3}$ একক



৭৬। চিত্রের আলোকে বহমান নদীতে স্রোতের বেগ $P=9\ kmh^{-1}$। নৌকার লব্ধি বেগ R এবং নৌকার বেগ Q এর মধ্যবর্তী কোণ $\beta=30°$ এবং নৌকাটি আড়াআড়ি পথে নদী পার হলে নৌকার বেগ Q এর মান হবে–



ⓚ $9\ kmh^{-1}$ ⓛ $18\ kmh^{-1}$ ⓖ $36\ kmh^{-1}$ ⓘ $72\ kmh^{-1}$

উত্তর: ⓛ $18\ kmh^{-1}$

ব্যাখ্যা: $\cos\alpha = -\frac{P}{Q}$ $\left[\because \cos\alpha = -\left(\frac{\text{স্রোতের বেগ}}{\text{নৌকার বেগ}}\right)\right]$

$\Rightarrow \cos(90° + 30°) = -\frac{9}{Q}$ $\therefore Q = 18\ kmh^{-1}$

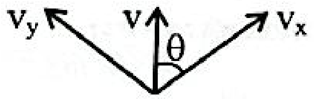
৭৭। একটি ট্রাক v_T বেগে পূর্ব দিকে এবং একটি গাড়ি v_C বেগে পশ্চিম দিকে গতিশীল হলে ট্রাকের সাপেক্ষে গাড়ির আপেক্ষিক বেগ কত? [ব. বো. ১৯]

ⓚ $(v_T + v_C)$ ⓛ $(v_T - v_C)$ ⓜ $(v_c - v_T)$ ⓝ $\frac{v_T}{v_C}$

উত্তর: ⓚ $(v_T + v_C)$

ব্যাখ্যা: পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল হওয়ায় আপেক্ষিক বেগ, বস্তুদ্বয়ের বেগের সমষ্টি হবে।

❖ নিচের চিত্রের আলোকে ৭৮ ও ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৭৮। θ এর মান কত হলে v_x এবং v_y উপাংশগুলি সমান হবে? [কু. বো. ১৬]

ⓚ 45° ⓛ 90° ⓜ 120° ⓝ 150°

উত্তর: ⓚ 45°

ব্যাখ্যা: $v_x = v_y \Rightarrow v\cos\theta = v\sin\theta \Rightarrow \tan\theta = 1 \quad \therefore \theta = 45°$

৭৯। θ এর মান 0° হতে 90° পর্যন্ত বৃদ্ধি করা হলে v_x এবং v_y এর মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে? [কু. বো. ১৬]

ⓚ v_x কমবে এবং v_y বাড়বে ⓛ v_x বাড়বে এবং v_y কমবে

ⓜ v_x বাড়বে এবং v_y বাড়বে ⓝ v_x কমবে এবং v_y কমবে

উত্তর: ⓚ v_x কমবে এবং v_y বাড়বে

ব্যাখ্যা: $v_x = v\cos\theta,\ v_y = v\sin\theta$

θ এর মান বাড়াতে থাকলে, cosθ এর মান হ্রাস পাবে এবং sinθ এর মান বৃদ্ধি পাবে।

$\therefore$ v_x কমবে ও v_y বাড়বে।

৮০। ভেক্টররূপে প্রকাশিত ভরবেগসমূহের লব্ধি সংরক্ষণের ক্ষেত্রে– [ম. বো. ২৪]

(i) যে কোনো দিকে ঐ লব্ধির উপাংশও সংরক্ষিত থাকবে

(ii) যে কোনো দিকে উপাংশ বের করার পর ভেক্টর চিহ্ন ব্যবহার না করলেও চলে

(iii) ভরবেগ যদি ভেক্টরে প্রকাশিত হয় তবে এর দিক উল্লেখ করতে হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

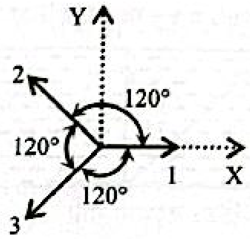
উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

৮১। একটি বিন্দুতে যুগপৎভাবে 1, 2, 3 একক মানের তিনটি গতিবেগ কার্যকর। তাদের মধ্যবর্তী কোণসমূহ পরস্পর সমান এবং যার মান 120°। লব্ধি হবে–

ⓚ 5 ⓛ 6 ⓜ $\sqrt{2}$ ⓝ $\sqrt{3}$

উত্তর: ⓝ $\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা:

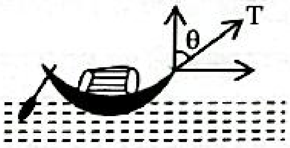


$R_x = 1\cos0° + 2\cos120° + 3\cos240° = -\frac{3}{2}$

$R_y = 1\sin0° + 2\sin120° + 3\sin240° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{3}$

৮২। নদীর দৈর্ঘ্য বরাবর চলমান ট্রলারে বাধা রশির টান T হলে– [কু. বো. ২৪]



(i) ট্রলারের হাল দ্বারা নাকচ হয় T cosθ

(ii) ট্রলার সামনে এগিয়ে যায় T sinθ দ্বারা

(iii) θ এর মান কমলে ট্রলারের বেগ বৃদ্ধি পায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: θ এর মান কমলে উলম্ব উপাংশের মান বৃদ্ধি পাবে এবং অনুভূমিক উপাংশের মান হ্রাস পাবে। ফলে ট্রলারের বেগ হ্রাস পাবে।

❖ নিচের নির্দেশনার আলোকে ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ তিনটি একক ভেক্টর নির্দেশ করে।

৮৩। উক্ত ভেক্টর তিনটি যদি একটি ত্রিভুজের তিনবাহু একই ক্রমে নির্দেশ করে তাহলে যেকোনো দুইটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ কত? [ম. বো. ২২]

ⓚ 30° ⓛ 60° ⓜ 90° ⓝ 120°

উত্তর: ⓝ 120°

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৮৪ ও ৮৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

4 km প্রস্থবিশিষ্ট একটি নদীতে একটি ট্রলারের বেগ 20 kmh^{-1} এবং স্রোতের বেগ 12 kmh^{-1}।

৮৪। ট্রলারটিকে ন্যূনতম দূরত্বে নদী পার হতে কত সময় লাগবে? [ব. বো. ২৫]

ⓚ 0.17h ⓛ 0.20h ⓜ 0.25h ⓝ 0.33h

উত্তর: ⓜ 0.25h

ব্যাখ্যা: ন্যূনতম দূরত্বের ক্ষেত্রে, $t = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{4}{\sqrt{20^2 - 12^2}} = 0.25\ h$

৮৫। ন্যূনতম সময়ে নদী পার হতে ট্রলার– [ব. বো. ২৫]

i. এর 0.2 sec সময় প্রয়োজন

ii. কে 120° কোণে ছাড়তে হবে

iii. ভাটিতে চলে যাবে

নিচের কোনটি সঠিক?

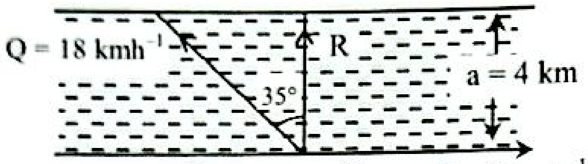
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: স্রোতের সাথে 90° কোণে ছাড়তে হবে।

প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v} = \frac{4}{20} = 0.2\ h$

❖ উদ্দীপকের আলোকে ৮৬ ও ৮৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



চিত্র: বহমান নদী

৮৬। স্রোতের বেগ P কে নাকচ করার জন্য Q এর উপাংশের মান কত হবে? [ঢা. বো. ২৫]

ক) $27\ kmh^{-1}$ খ) $18\ kmh^{-1}$
গ) $15.59\ kmh^{-1}$ ঘ) $9\ kmh^{-1}$

উত্তর: ঘ) $9\ kmh^{-1}$

৮৭। উদ্দীপক অনুসারে– [ঢা. বো. ২৫]

i. সাতারুর ন্যূনতম দূরত্বে নদী পার হওয়ার সময় = 0.256h
ii. সাতারুর ন্যূনতম সময়ে নদী পার হওয়ার সময় = 0.22h
iii. সাতারুর নদী পার হওয়ার সময় = 0.22h

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: ন্যূনতম দূরত্বে নদী পার হওয়ার প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = \frac{d}{\sqrt{v_Q^2 - v_P^2}} = \frac{4}{\sqrt{18^2 - 9^2}} = 0.256\ h$$

ন্যূনতম সময়, $t = \frac{d}{v_Q} = \frac{4}{18} = 0.22\ h$

সাতারুর বর্তমান পথে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = \frac{d}{v_Q \cos 35°} = \frac{4}{18 \cos(35°)} = 0.27\ h$$

❖ উদ্দীপকের আলোকে ৮৮ ও ৮৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$6\ ms^{-1}$ বেগে প্রবাহিত নদীতে $12\ ms^{-1}$ বেগে সাঁতার কাটতে সক্ষম সাঁতারু 1.2 km প্রশস্ত নদীতে সাঁতার কাটছে।

৮৮। সর্বনিম্ন কত সময়ে সাঁতারু নদী পাড়ি দিয়ে অপর পাড়ে পৌছাতে পারবে? [সি. বো. ২৪]

ক) 89.44 s খ) 100 s গ) 115.47 s ঘ) 200 s

উত্তর: খ) 100 s

ব্যাখ্যা: $t_{min} = \frac{d}{u} = \frac{1.2 \times 10^3}{12} = 100\ s$

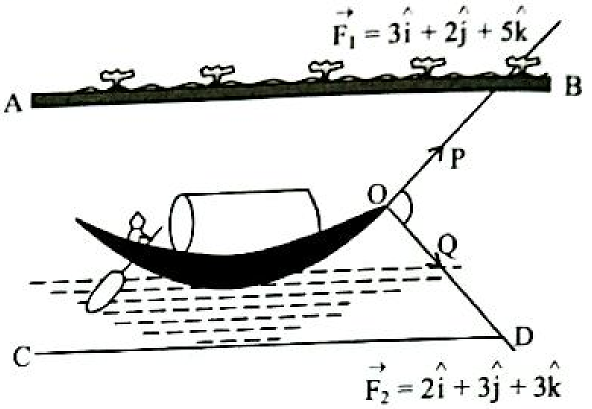
৮৯। সর্বনিম্ন পথে নদী পাড়ি দিতে স্রোতের সাথে কত কোণে সাঁতার কাটতে হবে? [সি. বো. ২৪]

ক) 60° খ) 90° গ) 120° ঘ) 150°

উত্তর: গ) 120°

ব্যাখ্যা: $\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{\text{স্রোতের বেগ}}{\text{সাঁতারুর বেগ}}\right) = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right) = 120°$

❖ নিচের চিত্রের নির্দেশনার আলোকে ৯০ ও ৯১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



একটি খালের AB ও CD দুটি সমান্তরাল তীর। নৌকার O বিন্দু হতে $\vec{F}_1$ ও $\vec{F}_2$ মানের বল প্রয়োগে দুজন ব্যক্তি গুণ টানছে।

৯০। $\vec{F}_1$ এবং $\vec{F}_2$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান কত? [য. বো. ১৫]

ক) 10.22 খ) 10.52
গ) 11.22 ঘ) 11.52

উত্তর: খ) 10.52

ব্যাখ্যা: $\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 5\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$

$\therefore |\vec{F}_{net}| = \sqrt{5^2 + 5^2 + 8^2} = 10.68 \approx 10.52$

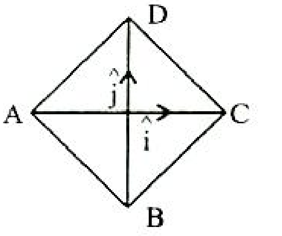
৯১। নৌকাটির ক্ষেত্রে কোনটি প্রযোজ্য? [য. বো. ১৫]

ক) OP বরাবর নৌকাটি অগ্রসর হবে
খ) OQ বরাবর নৌকাটি অগ্রসর হবে
গ) নৌকাটি খালের মাঝে স্থির থাকবে
ঘ) খালের মাঝ বরাবর নৌকাটি অগ্রসর হবে

উত্তর: ঘ) খালের মাঝ বরাবর নৌকাটি অগ্রসর হবে

ব্যাখ্যা: গুণ টানার ফলে বলের আনুভূমিক উপাংশের দ্বারা নৌকাটি খালের মাঝ বরাবর অগ্রসর হবে থাকবে।

❖ নিচের চিত্রের নির্দেশনার আলোকে ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে কর্ণদ্বয় হচ্ছে $\vec{AC} = \hat{i}$ ও $\vec{BD} = \hat{j}$

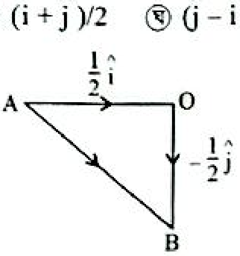
৯২। $\vec{AB}$ ভেক্টরের সঠিক রূপ কোনটি? [য. বো. ১৭]

ক) $(\hat{i} + \hat{j})/4$ খ) $(\hat{i} - \hat{j})/2$ গ) $(\hat{i} + \hat{j})/2$ ঘ) $(\hat{j} - \hat{i})/2$

উত্তর: খ) $(\hat{i} - \hat{j})/2$

ব্যাখ্যা: $\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB}$

$\therefore \vec{AB} = \frac{1}{2}(\hat{i} - \hat{j})$



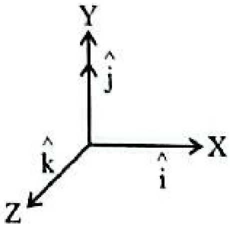
ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারে ভেক্টর বিভাজন

৯৩। $\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$ পরস্পর কত কোণে অবস্থিত?

ⓚ $0°$ ⓛ $90°$ ⓜ $180°$ ⓝ $120°$

উত্তর: ⓛ $90°$

ব্যাখ্যা:



ত্রিমাত্রিক ব্যবস্থায় X, Y এবং Z পরস্পর লম্বভাবে থাকে এবং X, Y, Z বরাবর যথাক্রমে একক ভেক্টর $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ক্রিয়া করে। XY তলে $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ এর উপাংশ ক্রিয়া করে। YZ তলে $\hat{j}$ ও $\hat{k}$ এর উপাংশ ক্রিয়া করে।

৯৪। $\hat{i} + \hat{j}$ ভেক্টরটি কোন তলে অবস্থিত?

ⓚ XY তলে ⓛ YZ তলে
ⓜ ZX তলে ⓝ কোনো তলে নয়

উত্তর: ⓚ XY তলে

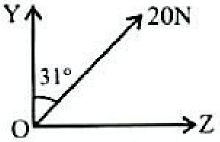
৯৫। $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ বলটির ZX সমতলে মান কত? [য. বো. ২৩; অনুরূপ রা. বো. ২১; ঢা বো. ১৭; চ. বো. ১৬]

ⓚ $\sqrt{13}$ N ⓛ $\sqrt{20}$ N ⓜ $\sqrt{25}$ N ⓝ $\sqrt{29}$ N

উত্তর: ⓛ $\sqrt{20}$ N

ব্যাখ্যা: ZX সমতলে মান $= \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{20}$ N

৯৬।



OZ বরাবর বলের উপাংশ কত? [কু. বো. ২২; অনুরূপ কু. বো. ২১; য. বো. ২১; রা. বো. ১৫]

ⓚ 10.30 N ⓛ 12.01 N ⓜ 17.14 N ⓝ 33.28 N

উত্তর: ⓚ 10.30 N

ব্যাখ্যা: OZ বরাবর উপাংশ $= 20\sin 31°$ N $= 10.30$ N

৯৭। $\vec{P} = \frac{1}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j} + q\hat{k}$ হলে q এর মান কত হবে যখন $\vec{P}$ ভেক্টরটি একক ভেক্টর হবে? [ব. বো. ২৩; অনুরূপ ঢা. বো. ২৩]

ⓚ $\frac{1}{4}$ ⓛ $\frac{1}{2}$ ⓜ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⓝ 1

উত্তর: ⓜ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা: $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + q^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + q^2 = 1$

$\Rightarrow q^2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow q = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

৯৮। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{B} = 6\hat{i} - m\hat{j} + 4\hat{k}$, m-এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবে? [দি. বো. ২১]

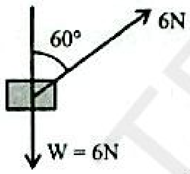
ⓚ 9 ⓛ 11 ⓜ 12 ⓝ 13

উত্তর: ⓛ 11

ব্যাখ্যা: $(3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})\cdot(6\hat{i} - m\hat{j} + 4\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow 18 - 2m + 4 = 0 \quad \Rightarrow m = 11$

৯৯। [সম্মিলিত বো.-২০১৮]



6 N ওজনের একটি বস্তুকে 6 N বল দ্বারা চিত্রানুযায়ী টানা হচ্ছে। বস্তুটির আপাত ওজন–

ⓚ 0.8 N ⓛ 3 N ⓜ 9 N ⓝ 11.2 N

উত্তর: ⓛ 3 N

ব্যাখ্যা: $R = W - F\cos 60° = 6 - 6\cos 60° = 3$ N

১০০। $\vec{r} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ ভেক্টরটি x অক্ষের সাথে কোণ উৎপন্ন করে–

ⓚ 26.57° ⓛ 39.29° ⓜ 63.43° ⓝ 90°

উত্তর: ⓜ 63.43°

ব্যাখ্যা: $\theta_x = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{2^2 + 4^2}}\right) = 63.43°$

১০১। $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরটি x ও y অক্ষের সাথে যথাক্রমে θ_1 ও θ_2 কোণ উৎপন্ন করলে কোনটি সঠিক হবে?

ⓚ $\theta_1 > \theta_2$ ⓛ $\theta_1 < \theta_2$ ⓜ $\theta_1 = \theta_2$ ⓝ $\theta_1 = \frac{\theta_2}{2}$

উত্তর: ⓛ $\theta_1 < \theta_2$

ব্যাখ্যা: $\theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2}}\right) = 57.68°$

$\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2}}\right) = 74.49° \quad \therefore \theta_2 > \theta_1$

১০২। $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ একটি অবস্থান ভেক্টর হলে x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ–

(i) $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$

(ii) $\theta = \cos^{-1}\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

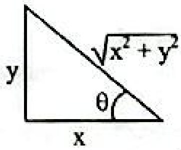
(iii) $\theta = \sin^{-1}\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{y}{x}$



$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$

IDE EDUCATIONAL TEAM

১০৩। $2\hat{i}+3\hat{j}$ ভেক্টর– [দি. বো. ১৬]

(i) এর মান $\sqrt{13}$ (ii) XY তলে অবস্থান করে

(iii) Z অক্ষের সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: (i) $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ একক

(ii) z অক্ষে উপাংশ শূন্য হওয়ায় ভেক্টরটি XY তলে অবস্থিত।

(iii) $(2\hat{i}+3\hat{j})\cdot(z\hat{k})=0$

$\therefore$ z অক্ষের সাথে লম্ব।

❖ নিচের নির্দেশনার আলোকে ১০৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\vec{P}=2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

১০৪। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর লব্ধির সমান্তরাল একক ভেক্টর কোনটি? [ঢা. বো. ২১]

ক $\frac{1}{2}\hat{i}+\frac{1}{2}\hat{j}+\frac{1}{6}\hat{k}$

খ $\frac{3}{\sqrt{19}}\hat{i}+\frac{3}{\sqrt{19}}\hat{j}+\frac{1}{\sqrt{19}}\hat{k}$

গ $\frac{1}{3}\hat{i}+\frac{1}{3}\hat{j}-\frac{1}{9}\hat{k}$

ঘ $\frac{3}{19}\hat{i}+\frac{3}{19}\hat{j}-\frac{1}{19}\hat{k}$

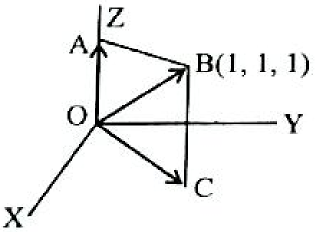
উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: সমান্তরাল একক ভেক্টর $=\frac{\vec{P}+\vec{Q}}{|\vec{P}+\vec{Q}|}$

$=\frac{3\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}}{\sqrt{19}}$

$=\frac{3}{\sqrt{19}}\hat{i}+\frac{3}{\sqrt{19}}\hat{j}-\frac{1}{\sqrt{19}}\hat{k}$

❖ নিচের চিত্রের নির্দেশনার আলোকে ১০৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১০৫। $\overrightarrow{OC}$ ভেক্টর কোনটি? [ব. বো. ১৬]

ক $\hat{i}+\hat{j}$ খ $\hat{j}+\hat{k}$

গ $\hat{i}+\hat{k}$ ঘ $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

ব্যাখ্যা: C বিন্দুটি XY তলে অবস্থান করায় C(1, 1, 0)

$\therefore \overrightarrow{OC}=\hat{i}+\hat{j}$

ভেক্টর রাশির গুণন

১০৬। $|\vec{A}\times\vec{B}|=\vec{A}.\vec{B}$ হলে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত? [য. বো. ২৫]

ক 2π খ π গ $\frac{\pi}{2}$ ঘ $\frac{\pi}{4}$

উত্তর: ঘ $\frac{\pi}{4}$

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}\times\vec{B}|=\vec{A}.\vec{B}$

$\Rightarrow AB\sin\theta=AB\cos\theta$

$\Rightarrow \tan\theta=1$

$\therefore \theta=\frac{\pi}{4}$

১০৭। $\hat{i}+\hat{j}$ এবং $\hat{i}-\hat{j}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [কু. বো. ২৫]

ক 60° খ 90° গ 120° ঘ 180°

উত্তর: খ 90°

ব্যাখ্যা: $\theta=\cos^{-1}\left[\frac{(\hat{i}+\hat{j}).(\hat{i}-\hat{j})}{\sqrt{1^2+1^2}.\sqrt{1^2+1^2}}\right]$

$=\cos^{-1}\left(\frac{1-1}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}\right)$

$\therefore \theta=90°$

১০৮। $\vec{P}=2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=-4\hat{i}+m\hat{j}+4\hat{k}$ ভেক্টর দুটি লম্ব হবে যখন m এর মান হবে– [য. বো. ২৫]

ক 12 খ 10 গ 8 ঘ 4

উত্তর: ঘ 4

ব্যাখ্যা: লম্ব হবে যদি $\vec{P}.\vec{Q}=0$ হয়

$\therefore -8+3m-4=0$

$\Rightarrow m=4$

১০৯। তিনটি ভেক্টর $\vec{P}$, $\vec{Q}$ এবং $\vec{R}$ একই তলে অবস্থান করবে, যদি– [দি. বো. ২৫]

ক $\vec{P}.(\vec{Q}\times\vec{R})=0$ খ $\vec{P}.(\vec{Q}\times\vec{R})=1$

গ $\vec{P}(\vec{Q}.\vec{R})=0$ ঘ $\vec{P}\times(\vec{Q}\times\vec{R})=0$

উত্তর: ক $\vec{P}.(\vec{Q}\times\vec{R})=0$

ব্যাখ্যা: একই তলে অবস্থান করলে, $\vec{P}\cdot(\vec{Q}\times\vec{R})=0$

১১০। $\hat{i}\times(\hat{j}\times\hat{k})=?$ [রা. বো. ২৩, ২১; ম. বো. ২৩; সি. বো. ২২]

ক 0 খ $\hat{i}$ গ $\hat{j}$ ঘ $\hat{k}$

উত্তর: ক 0

ব্যাখ্যা: $\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i}$ $\therefore \hat{i}\times\hat{i}=\vec{0}$

১১১। $|\vec{A}|=|\vec{B}|=3$ এবং $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে $|\vec{A}\times\vec{B}|=?$ [ঢা. বো. ২৩]

ক 9 cos θ খ 9 sin θ গ $\frac{1}{9}\sin\theta$ ঘ $\frac{1}{9}\cos\theta$

উত্তর: খ 9 sin θ

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}\times\vec{B}|=|\vec{A}|\,|\vec{B}|\sin\theta=3\times3\sin\theta=9\sin\theta$

১১২। $3\hat{i} - 4\hat{j} + 12\hat{k}$ ভেক্টরটির মান– [দি. বো. ২১; অনুরূপ সি. বো. ১৯]

ক 9 একক খ 13 একক গ 18 একক ঘ 36 একক

উত্তর: খ 13 একক

ব্যাখ্যা: $\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 12^2}$ একক = 13 একক

১১৩। $\vec{P} = -3\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k}$, $\vec{Q} = 5\hat{i} - a\hat{j} + 2\hat{k}$, a এর মান কত হলে ভেক্টর দুটি লম্ব হবে? [রা. বো. ২৩; অনুরূপ য. বো. ২২]

ক –2 খ 3 গ –3 ঘ 11.67

উত্তর: গ –3

ব্যাখ্যা: $\vec{P}.\vec{Q} = 0$

$\Rightarrow (-3\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (5\hat{i} - a\hat{j} + 2\hat{k}) = 0$

$\Rightarrow -15 - 7a - 6 = 0$

$\Rightarrow -7a = 21; \quad \therefore a = -3$

১১৪। $|\vec{A}| = 2$, $|\vec{B}| = 4$ এবং $\vec{A}.\vec{B} = 4$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ– [কু. বো. ২৩]

ক 30° খ 60° গ 90° ঘ 120°

উত্তর: খ 60°

ব্যাখ্যা: $\vec{A}.\vec{B} = 4$

$\Rightarrow |\vec{A}|.|\vec{B}| \cos\theta = 4$

$\Rightarrow 2 \times 4 \times \cos\theta = 4; \quad \therefore \theta = 60°$

১১৫। $(\hat{j} \times \hat{k}) \times (\hat{j} \times \hat{i}) = ?$ [য. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

ক 0 খ $-\hat{i}$ গ $-\hat{j}$ ঘ $-\hat{k}$

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$

$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$

$\hat{i} \times (-\hat{k}) = \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$

১১৬। $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ– [চ. বো. ২৪, ২৩; কু. বো. ১৯; দি. বো. ২৩, ১৯; ঢা. বো. ১৬]

ক A cosθ খ A sinθ গ B cosθ ঘ B sinθ

উত্তর: গ B cosθ

ব্যাখ্যা: $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ, $B\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|\vec{A}|}$

১১৭। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\sqrt{3}\,\hat{j}$ ভেক্টরটি y-অক্ষের সাথে কত কোণে ক্রিয়াশীল? [ঢা. বো. ২২]

ক 0° খ 30° গ 60° ঘ 90°

উত্তর: খ 30°

ব্যাখ্যা: $\theta_y = \cos^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2}}\right) = 30°$

১১৮। $\hat{j}$ ও $\hat{k}$ আয়ত একক ভেক্টরদ্বয় যে তলে অবস্থিত সেই তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর হলো– [চ. বো. ২২]

ক $(\hat{j} \times \hat{k})$ খ $(\hat{i} \times \hat{j})$ গ $(\hat{k} \times \hat{i})$ ঘ $(\hat{i} \times \hat{i})$

উত্তর: ক $(\hat{j} \times \hat{k})$

ব্যাখ্যা: $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}; \quad \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}; \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}; \quad \hat{i} \times \hat{i} = \vec{0}$

১১৯। 3N ও 4N মানের দুটি বল একটি বিন্দুতে পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়া করলে এদের ভেক্টর গুণফলের মান হবে– [চ. বো. ২২]

ক 0 N খ 5 N গ 7 N ঘ 12 N

উত্তর: ঘ 12 N

ব্যাখ্যা: $|\vec{A} \times \vec{B}| = AB\sin\theta = 3 \times 4 \times \sin 90° = 12$ N

১২০। $\hat{i}$ এবং $\hat{j}$ যে তলে অবস্থিত সে তলের লম্বদিকে একক ভেক্টর হলো– [ব. বো. ২২]

ক $\pm(\hat{i} \times \hat{j})$ খ $\pm(\hat{j} \times \hat{k})$ গ $\pm(\hat{k} \times \hat{i})$ ঘ $\pm(\hat{i} \times \hat{k})$

উত্তর: ক $\pm(\hat{i} \times \hat{j})$

১২১। $\hat{j}$ এবং $(\hat{i} + \hat{j})$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত? [রা. বো. ২২]

ক 0° খ 45° গ 60° ঘ 90°

উত্তর: খ 45°

ব্যাখ্যা: $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\hat{j}.(\hat{i} + \hat{j})}{\sqrt{1^2}.\sqrt{1^2 + 1^2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45°$

১২২। $|\hat{a} + \hat{b}| = \sqrt{3}$ হলে $\hat{a}$ ও $\hat{b}$ এর মধ্যবর্তী কোণ– [কু. বো. ২৩]

ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 75°

উত্তর: গ 60°

ব্যাখ্যা: $|\hat{a} + \hat{b}| = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \sqrt{1^2 + 1^2 + 2.1.1\cos\alpha} = \sqrt{3} \quad \Rightarrow 2\cos\alpha = 1; \ \therefore \alpha = 60°$

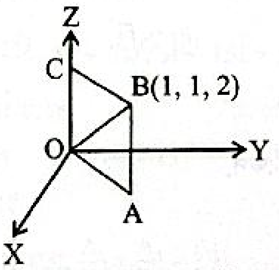
১২৩। একটি বস্তুর উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k})$ N বল প্রয়োগের ফলে সেটি (3, 2, –1) বিন্দু হতে (4, 5, 1) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। এক্ষেত্রে কৃতকাজ কত হবে? [ঢা. বো. ২২; অনুরূপ য. বো. ১৫]

ক 3 জুল খ 4 জুল গ 2 জুল ঘ 0 জুল

উত্তর: ক 3 জুল

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F}.\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}).(\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 2 + 9 - 8 = 3$ জুল

১২৪।



OABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল– [দি বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২৩; য. বো. ২৩]

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\sqrt{2}$ গ 2 ঘ $2\sqrt{2}$

উত্তর: ঘ $2\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: $\overrightarrow{OA} = \hat{i} + \hat{j}$

$\therefore |\overrightarrow{OA}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\overrightarrow{OC} = 2\hat{k}$

$\therefore |\overrightarrow{OC}| = 2$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= |\overrightarrow{OA}| \times |\overrightarrow{OC}| = 2\sqrt{2}$ বর্গ একক

১২৫। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দ্বারা একটি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় নির্দিষ্ট হলে সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল কোনটি হবে? [দি. বো. ২২]

ⓚ $\vec{A}.\vec{B}$ ⓚ $\frac{1}{2}|\vec{A} \times \vec{B}|$

ⓖ $\frac{1}{2}(\vec{A}.\vec{B})$ ⓖ $|\vec{A} \times \vec{B}|$

উত্তর: ⓚ $\frac{1}{2}|\vec{A} \times \vec{B}|$

১২৬। $\vec{A} = 3\hat{i} + 6\hat{j}$ এর উপর লম্ব কোনটি? [কু. বো. ২২]

ⓚ $3\hat{i} - 6\hat{j}$ ⓚ $3\hat{i}$ ⓖ $8\hat{k}$ ⓖ $6\hat{j}$

উত্তর: ⓖ $8\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $(3\hat{i} + 6\hat{j}) \cdot (8\hat{k}) = 0$

১২৭। 4 একক ও 5 একক মানের দুটি ভেক্টর কোনো বিন্দুতে 60° কোণে ক্রিয়াশীল হলে স্কেলার গুণফল হবে– [ঢা. বো. ২১]

ⓚ 0 একক ⓚ 1 একক

ⓖ 10 একক ⓖ 100 একক

উত্তর: ⓖ 10 একক

ব্যাখ্যা: $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta = 4 \times 5 \cos 60° = 10$ একক

১২৮। $(\hat{i} + \hat{j}) . \hat{k}$ এর মান হবে– [চ. বো. ১৯]

ⓚ $\hat{i}$ ⓚ $\hat{j}$ ⓖ 0 ⓖ 1

উত্তর: ⓖ 0

১২৯। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ হয় তবে $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ কত? [ম. বো. ২১; অনুরূপ সি. বো. ২৫]

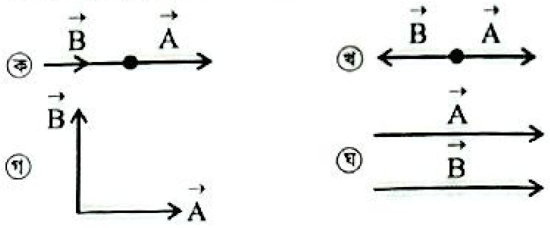
ⓚ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⓚ $\sqrt{3}$ ⓖ $2\sqrt{3}$ ⓖ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

উত্তর: ⓚ $\sqrt{3}$

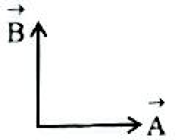
ব্যাখ্যা: $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ,

$$A\cos\theta = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{B} = \frac{2+2+2}{\sqrt{2^2+2^2+2^2}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

১৩০। $\vec{A}.\vec{B} = 0$ হলে নিচের কোন চিত্রটি সঠিক? [কু. বো. ২১]



উত্তর: ⓖ



ব্যাখ্যা: $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 90°। অর্থাৎ, $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos 90° = 0$

১৩১। দুইটি ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ কত?

ⓚ 77° ⓚ 78° ⓖ 79° ⓖ 80°

উত্তর: ⓖ 79°

ব্যাখ্যা: $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}\right)$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{12-6-2}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2} \times \sqrt{6^2+(-3)^2+2^2}}\right) = 79°$$

১৩২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$N বল প্রয়োগ করায় কণাটির $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$m সরণ ঘটে। $\vec{F}$ ও $\vec{r}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [চ. বো. ২১; য. বো. ১৫]

ⓚ 48.19° ⓚ 51.88° ⓖ 81.84° ⓖ 84.53°

উত্তর: ⓚ 51.88°

ব্যাখ্যা: $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{F}.\vec{r}}{Fr}\right)$

$$= \cos^{-1}\left(\frac{2+3-1}{\sqrt{2^2+3^2+(-1)^2} \times \sqrt{1^2+1^2+1^2}}\right) = 51.88°$$

১৩৩। নিচের কোন ভেক্টরটি $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j}$ এর সমান্তরাল? [ব. বো. ২৪]

ⓚ $\hat{i} + \hat{k}$ ⓚ $\hat{j} + \hat{k}$

ⓖ $2\hat{i} + 2\hat{j}$ ⓖ $2\hat{i} + 2\hat{k}$

উত্তর: ⓖ $2\hat{i} + 2\hat{j}$

ব্যাখ্যা: 'গ' অপশন এর ক্ষেত্রে, $2\hat{i} + 2\hat{j} = 2(\hat{i} + \hat{j}) = 2\vec{A}$

$\therefore 2\hat{i} + 2\hat{j}$ ভেক্টরটি $\vec{A}$ এর সমান্তরাল।

এখানে অপশন যাচাই সহজ পদ্ধতি। কেননা $\hat{i} + \hat{j}$ এর সমান্তরাল হতে হলে ভেক্টরটি সংশ্লিষ্ট তলেই থাকতে হবে।

১৩৪। কোনো সামান্তরিকের দুটি কর্ণ $\vec{A} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ দ্বারা নির্দেশ করা হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? [য. বো. ২৪]

ⓚ 26 ⓚ 8 ⓖ $2\sqrt{2}$ ⓖ $\sqrt{2}$

উত্তর: ⓖ $\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: $\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -4 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$

$= \frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2}$

$= \sqrt{2}$ বর্গ একক

১৩৫। দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর স্কেলার গুণফল 18 এবং ভেক্টর গুণফলের মান $6\sqrt{3}$। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ কত? [রা. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২১]

ক) 120° খ) 90° গ) 60° ঘ) 30°

উত্তর: ঘ) 30°

ব্যাখ্যা: $AB\cos\theta = 18$

$AB\sin\theta = 6\sqrt{3}$

$\therefore \tan\theta = \frac{6\sqrt{3}}{18} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \theta = 30°$

১৩৬। $\hat{\eta} = \frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$ হলে, $-\hat{\eta}$ সমান কত হবে? [য. বো. ১৯]

ক) $\frac{\vec{B}\times\vec{A}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$ খ) $\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{B}\times\vec{A}|}$ গ) $\frac{|\vec{B}\times\vec{A}|}{\vec{A}\times\vec{B}}$ ঘ) $\frac{|\vec{A}\times\vec{B}|}{\vec{B}\times\vec{A}}$

উত্তর: ক) $\frac{\vec{B}\times\vec{A}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$

ব্যাখ্যা: $\hat{\eta} = \frac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$

$\therefore -\hat{\eta} = \frac{-(\vec{A}\times\vec{B})}{|\vec{A}\times\vec{B}|} = \frac{\vec{B}\times\vec{A}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$

১৩৭। $|\vec{A}\times\vec{B}|^2 + |\vec{A}.\vec{B}|^2$ এর মান– [চ. বো. ২১]

ক) $|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2$ খ) $|\vec{A}|^2|\vec{B}|^2$

গ) $|\vec{A}+\vec{B}|^2$ ঘ) $|\vec{A}-\vec{B}|^2$

উত্তর: খ) $|\vec{A}|^2|\vec{B}|^2$

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}\times\vec{B}|^2 + |\vec{A}.\vec{B}|^2 = |\vec{A}|^2.|\vec{B}|^2.\sin^2\theta + |\vec{A}|^2.|\vec{B}|^2\cos^2\theta$

$= |\vec{A}|^2.|\vec{B}|^2$

১৩৮। $\vec{A}\times\vec{B} = ?$ [ব. বো. ১৫]

ক) $\hat{\eta}\,AB\cos\theta$ খ) $AB\sin\theta$

গ) $-\vec{B}\times\vec{A}$ ঘ) $\vec{B}\times\vec{A}$

উত্তর: গ) $-\vec{B}\times\vec{A}$

ব্যাখ্যা: ভেক্টর ক্রস গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে না। অর্থাৎ $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$

১৩৯। $|\vec{A}\times\vec{B}|^2$ = নিচের কোনটি? [রা. বো. ১৭]

ক) $A^2B^2 - (\vec{A}.\vec{B})^2$ খ) $A^2B^2 - 2\vec{A}.\vec{B}$

গ) $A^2B^2 + 2AB\sin\theta$ ঘ) $A^2B^2 + 2AB\cos\theta$

উত্তর: ক) $A^2B^2 - (\vec{A}.\vec{B})^2$

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}\times\vec{B}|^2 = (AB\sin\theta)^2$

$= A^2B^2(1-\cos^2\theta)$

$= A^2B^2 - A^2B^2\cos^2\theta$

$= A^2B^2 - (\vec{A}.\vec{B})^2$

১৪০। যদি $\vec{A} = -\vec{B}$ হয় তবে $\vec{A}\times\vec{B}$ এর মান হবে– [সি. বো. ১৬]

ক) $-A^2$ খ) 1 গ) $-B^2$ ঘ) 0

উত্তর: ঘ) 0

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}\times\vec{B}| = |-\vec{B}\times\vec{B}| = B.B.\sin180° = 0$

১৪১। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল– [রা. বো. ১৬]

ক) $\vec{A}.\vec{B}$ খ) $|\vec{A}\times\vec{B}|$

গ) $\frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$ ঘ) $\frac{1}{2}(\vec{A}.\vec{B})$

উত্তর: গ) $\frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$

১৪২। ভেক্টর $\vec{P}$ ধনাত্মক X অক্ষ বরাবর অবস্থিত। অন্য একটি ভেক্টর $\vec{Q}$ এমনভাবে অবস্থিত যেন $\vec{P}\times\vec{Q}$ এর মান শূন্য হয়। তাহলে $\vec{Q}$ হতে পারে– [য. বো. ২১]

ক) $\hat{j}$ খ) $-2\hat{i}$ গ) $4\hat{k}$ ঘ) $(\hat{j}+\hat{k})$

উত্তর: খ) $-2\hat{i}$

ব্যাখ্যা: $|\vec{P}\times\vec{Q}| = 0$ হওয়ার জন্য $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 0° বা 180° হতে হবে।

অপশন খ) এর ক্ষেত্রে, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ উভয়ই X-অক্ষ বরাবর ক্রিয়াশীল।

১৪৩। $\vec{A} = 5\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$; $\vec{B} = 15\hat{i} + m\hat{j} + 9\hat{k}$; m এর মান কত হলে $\vec{A} \parallel \vec{B}$ হবে? [চ. বো. ২১; অনুরূপ চ. বো. ২৫; ঢা. বো. ১৯]

ক) 15 খ) −15 গ) 16 ঘ) −16

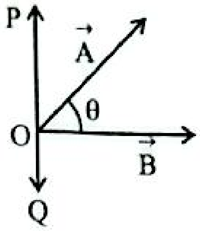
উত্তর: খ) −15

ব্যাখ্যা: $\vec{A} \parallel \vec{B}$ হলে, $\frac{A_x}{B_x} = \frac{A_y}{B_y} = \frac{A_z}{B_z}$

$\Rightarrow \frac{5}{15} = \frac{-5}{m} = \frac{3}{9}$

$\therefore m = -15$

১৪৪। চিত্রে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যে তলে আছে POQ সেই তলের উপর লম্ব। $\vec{A}\times\vec{B}$ এর দিক– [কু. বো. ২১]



ক $\overrightarrow{OP}$ এর দিকে খ $\overrightarrow{OQ}$ এর দিকে
গ $\vec{A}$ এর দিকে ঘ $\vec{B}$ এর সমান্তরালে

উত্তর: খ $\overrightarrow{OQ}$ এর দিকে

ব্যাখ্যা: ডান হাতি স্ক্রু নিয়মানুসারে $\vec{P}\times\vec{Q}$ এর দিক হবে $\overrightarrow{OQ}$ এর দিকে।

১৪৫। নিচের কোন ভেক্টরটি X অক্ষের সমান্তরাল? [কু. বো. ২৫; সি. বো. ১৫]

ক $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{i}$ খ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{k}$
গ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{j}$ ঘ $(\hat{k}\times\hat{j})\times\hat{k}$

উত্তর: গ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{j}$

ব্যাখ্যা: ▪ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{i}=\hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$ ▪ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{k}=\hat{k}\times\hat{k}=\vec{0}$
▪ $(\hat{i}\times\hat{j})\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i}$ ▪ $(\hat{k}\times\hat{j})\times\hat{k}=-\hat{i}\times\hat{k}=\hat{j}$

১৪৬। $\{(\hat{i}+\hat{j})\times(\hat{k}+\hat{j})\}.\hat{j}$ এর মান কত?

ক +1 খ –1 গ 0 ঘ $-\hat{j}$

উত্তর: খ –1

ব্যাখ্যা: $(\hat{i}+\hat{j})\times(\hat{k}+\hat{j})=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{vmatrix}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$

$\therefore (\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}).\hat{j}=-1$

১৪৭। $|\vec{A}+\vec{B}|=6$ এবং $\vec{A}.\vec{B}=12$ হলে $A^2+B^2=$ কত?

ক 6 খ 12 গ 18 ঘ 24

উত্তর: খ 12

ব্যাখ্যা: $|\vec{A}+\vec{B}|=6$

$\Rightarrow \sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\alpha}=6$

$\Rightarrow A^2+B^2+2\vec{A}.\vec{B}=36$

$\therefore A^2+B^2=36-(2\times 12)=12$

১৪৮। $|\vec{a}\times\vec{b}|^2+|\vec{a}.\vec{b}|^2=144;\ |\vec{a}|=3$ হলে $|\vec{b}|=$?

ক 16 খ 8 গ 3 ঘ 4

উত্তর: ঘ 4

ব্যাখ্যা: $|\vec{a}\times\vec{b}|^2+|\vec{a}.\vec{b}|^2=144$

$\Rightarrow a^2b^2\sin^2\theta+a^2b^2\cos^2\theta=144$

$\Rightarrow ab=12;\ \therefore b=4$

১৪৯। $\vec{P}=2\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k}$ এবং $\vec{Q}=2\hat{i}-\hat{j}-3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় সমতলীয় হলে তলটির উলম্ব দিকে ভেক্টর রাশি কোনটি হবে?

ক $-8\hat{i}+4\hat{j}+4\hat{k}$ খ $8\hat{i}+4\hat{j}+4\hat{k}$
গ $8\hat{i}-4\hat{j}+4\hat{k}$ ঘ $8\hat{i}+4\hat{j}-4\hat{k}$

উত্তর: খ $8\hat{i}+4\hat{j}+4\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $\vec{P}\times\vec{Q}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 2 & -3 & -1\\ 2 & -1 & -3\end{vmatrix}=8\hat{i}+4\hat{j}+4\hat{k}$

১৫০। $\vec{A},\vec{B},\vec{C}$ ভেক্টরত্রয়ের ক্ষেত্রে $\vec{A}.\vec{B}=\vec{A}.\vec{C}=0$ হলে $\vec{A}$ এর সমান্তরাল কোনটি?

ক $\vec{B}$ খ $\vec{B}+\vec{C}$ গ $\vec{C}$ ঘ $\vec{B}\times\vec{C}$

উত্তর: ঘ $\vec{B}\times\vec{C}$

ব্যাখ্যা: $\vec{A}$, $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ উভয়ের উপর লম্ব। $\therefore \vec{A}\parallel(\vec{B}\times\vec{C})$

১৫১। ক্রস গুণন– [ব. বো. ২৫]

i. বণ্টন সূত্র মেনে চলে
ii. ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম অনুসরণ করে
iii. বিনিময় সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: (i) $\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C})=\vec{A}\times\vec{B}+\vec{A}\times\vec{C}$; অর্থাৎ, বণ্টন সূত্র মেনে চলে।
(ii) ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম অনুসরণ করে।
(iii) $\vec{A}\times\vec{B}\neq\vec{B}\times\vec{A}$; অর্থাৎ, বিনিময় সূত্র মেনে চলে না।

১৫২। তিনটি ভেক্টর সমতলীয় হবে যদি– [সি. বো. ২৫]

i. $\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})=0$
ii. $\vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A})=0$
iii. $\vec{C}.(\vec{A}\times\vec{B})=0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

১৫৩। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয়ের ক্ষেত্রে– [সি. বো. ২৫]

i. $|\vec{P}\times\vec{Q}|$ একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্দেশ করে
ii. $\vec{P}\times\vec{Q}$ গুণফল একটি নতুন ভেক্টর নির্দেশ করে
iii. $|\vec{P}\times\vec{Q}|=0$ হলে $\vec{P}\perp\vec{Q}$ হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ i ও ii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: খ i ও ii

ব্যাখ্যা: $|\vec{P}\times\vec{Q}|=0$ হলে $\vec{P}\parallel\vec{Q}$ হবে।

১৫৪। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j}, \vec{B} = \hat{k}, \vec{C} = \hat{i} - \hat{j}$ ভেক্টর তিনটির ক্ষেত্রে, [চ. বো. ২৩]

(i) $\vec{A}$ ও $\vec{C}$ একই রেখায় অবস্থিত (ii) $\vec{B}$ ও $\vec{C}$ পরস্পর লম্ব

(iii) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ অঘূর্ণনশীল

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: i. $\vec{A} \times \vec{C} = -2\hat{k} \neq 0$; ii. $\vec{B}.\vec{C} = 0$

iii. $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{0}$; $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{0}$

১৫৫। $\vec{M} = 3\hat{j} - 2\hat{k}$ এর উপর লম্ব হচ্ছে– [ব. বো. ২৩]

(i) $4\hat{i}$ (ii) $2\hat{j}$ (iii) $(2\hat{j} + 3\hat{k})$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: খ i ও iii

ব্যাখ্যা: (i) $(3\hat{j} - 2\hat{k})\cdot(4\hat{i}) = 0$; (ii) $(3\hat{j} - 2\hat{k})\cdot(2\hat{j}) = 6$

(iii) $(3\hat{j} - 2\hat{k})\cdot(2\hat{j} + 3\hat{k}) = 6 - 6 = 0$

১৫৬। দুটি সদৃশ ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যদি একই সময়ে একই বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাহলে– [রা. বো. ১৯]

(i) $\vec{A} . \vec{B} = 0$ (ii) $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ (iii) $|\vec{A} + \vec{B}| = A + B$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ i ও ii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: সদৃশ ও একই বিন্দুতে ক্রিয়া করায় $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ সমান্তরাল ও সমরৈখিক।

$\therefore \vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$ এবং $|\vec{A} + \vec{B}| = A + B$

১৫৭। দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল সম্পর্কে বলা যায়– [রা. বো. ১৯]

(i) ক্রস গুণফল একটি ভেক্টর রাশি

(ii) ক্রস গুণফলের দিক ভেক্টরদ্বয় যে সমতলে তার লম্ব বরাবর

(iii) ক্রস গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: ক্রস গুণফল বিনিময় সূত্র মেনে চলে না।

$\therefore \vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$

১৫৮। আয়ত একক ভেক্টরের ক্ষেত্রে– [দি. বো. ১৫]

(i) $\hat{i} . \hat{j} = \hat{j} . \hat{k} = \hat{k} . \hat{i} = 0$

(ii) $\hat{i} . \hat{i} = \hat{j} . \hat{j} = \hat{k} . \hat{k} = 1$

(iii) $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: i. $\hat{i} . \hat{j} = \hat{j} . \hat{k} = \hat{k} . \hat{i}$
$= 1 \times 1 \times \cos 90^\circ$
$= 0$

ii. $\hat{i} . \hat{i} = \hat{j} . \hat{j} = \hat{k} . \hat{k}$
$= 1 \times 1 \times \cos 0^\circ$
$= 1$

iii. $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k}$
$= 1 \times 1 \times \sin 0^\circ$
$= 0$

১৫৯। ভেক্টরের স্কেলার গুণন মেনে চলে– [ব. বো. ২২; চ. বো. ২১]

(i) বিনিময় সূত্র ; (ii) বণ্টন সূত্র ; (iii) সংযোগ সূত্র

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: বিনিময় সূত্র: $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

বণ্টন সূত্র: $\vec{A}.(\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$

স্কেলার গুণন সংযোগ সূত্র মেনে চলে না।

১৬০। ত্রিমাত্রিক স্থানে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি সমান্তরাল ভেক্টর হলে– [রা. বো. ২১]

(i) $\vec{P} . \vec{Q} = 0$ (ii) $\vec{P} \times \vec{Q} = 0$ (iii) $\frac{P_x}{Q_x} = \frac{P_y}{Q_y} = \frac{P_z}{Q_z}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ সমান্তরাল হলে,

(i) $\vec{P}.\vec{Q} = PQ \cos 0^\circ = PQ$

(ii) $\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{0}$

(iii) $\frac{P_x}{Q_x} = \frac{P_y}{Q_y} = \frac{P_z}{Q_z}$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১৬১ ও ১৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি দেয়াল ঘড়ি পশ্চিম দেয়ালে টাঙানো আছে। যদি ঘণ্টার কাটাকে $\vec{P}$ এবং মিনিটের কাটাকে $\vec{Q}$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়, তাহলে–

১৬১। ১২টা ১৫ মিনিটে $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর দিক হবে– [ঢা. বো. ২৪]

ক পূর্ব দিকে খ পশ্চিম দিকে

গ উত্তর দিকে ঘ দক্ষিণ দিকে

উত্তর: খ পশ্চিম দিকে

ব্যাখ্যা: ডান হাতি স্ক্রু নিয়মানুসারে, $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর দিক হবে পশ্চিম দিক বরাবর।

১৬২। ঘড়িতে যখন ১২টা বাজে ঐ মুহূর্তে– [ঢা. বো. ২৪]

ক $\vec{P} \times \vec{Q} = 0$ খ $\vec{P}.\vec{Q} = 0$

গ $|\vec{P} \times \vec{Q}| = PQ$ ঘ $|\vec{P} \times \vec{Q}| = -PQ$

উত্তর: ক $\vec{P} \times \vec{Q} = 0$

ব্যাখ্যা: 12 টা বাজলে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 0°। $\therefore \vec{P} \times \vec{Q} = \vec{0}$

IDE EDUCATIONAL TEAM

ভেক্টর ক্যালকুলাস

১৬৩। একটি বস্তুর বেগ $v = (6t^2 + 3t)\ ms^{-1}$, 3 s পরে বস্তুর সরণ কত? [য. বো. ২৫]

ক) 90 m খ) 67.5 m গ) 63 m ঘ) 27 m

উত্তর: খ) 67.5 m

ব্যাখ্যা: $S = \int_0^3 v dt = \int_0^3 (6t^2 + 3t)\, dt$

$= \left[2t^3 + \frac{3}{2}t^2\right]_0^3 = 2 \times 27 + \frac{3}{2} \times 9 = 67.5\ m$

১৬৪। নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি নয়? [রা. বো. ২৫]

ক) গ্রাডিয়েন্ট খ) ডাইভারজেন্স গ) সরণ ঘ) কার্ল

উত্তর: খ) ডাইভারজেন্স

১৬৫। $\vec{r} = 3x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}$ হলে $\vec{\nabla}.\vec{r} = ?$ [রা. বো. ২৫]

ক) 3 খ) 5 গ) 9α ঘ) 12

উত্তর: খ) 5

ব্যাখ্যা: $\vec{\nabla}.\vec{r} = \left(\frac{\delta}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}\right).\left(3x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}\right)$

$= \frac{\delta(3x)}{8x} + \frac{\delta}{8y}(-2y(+) + \frac{\delta}{8z}(4z) = 3 - 2 + 4 = 5$

১৬৬। নিচের কোনটির মাধ্যমে স্কেলার ক্ষেত্র থেকে ভেক্টর ক্ষেত্র পাওয়া যায়? [রা. বো. ২২; ব. বো. ১৬]

ক) গ্রেডিয়েন্ট খ) ডাইভারজেন্স গ) কার্ল ঘ) ত্রিগুণন

উত্তর: ক) গ্রেডিয়েন্ট

ব্যাখ্যা: স্কেলার ক্ষেত্র থেকে ভেক্টর ক্ষেত্রে উত্তরণের কৌশলই হচ্ছে স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট নির্ণয় করা।

১৬৭। কোনটি স্কেলার রাশি? [সি. বো. ২২]

ক) গ্রেডিয়েন্ট খ) ডাইভারজেন্স গ) কার্ল ঘ) সরণ

উত্তর: খ) ডাইভারজেন্স

ব্যাখ্যা: ডাইভারজেন্সের মাধ্যমে একটি ভেক্টর ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্রে রূপান্তর করা যায়।

১৬৮। কোনো ভেক্টরের ডাইভারজেন্স হলো– [ব. বো. ১৯]

ক) ভেক্টর ক্ষেত্র খ) স্কেলার ক্ষেত্র

গ) ঐ ভেক্টরের নতিমাত্রা ঘ) অঘূর্ণনশীল

উত্তর: খ) স্কেলার ক্ষেত্র

ব্যাখ্যা: ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স একটি স্কেলার ক্ষেত্র, যা দ্বারা ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে ফ্লাক্সের প্রকৃতি জানা যায়।

১৬৯। ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং বল ভেক্টর $\vec{F} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে টর্ক $\vec{\tau}$ নির্ণয় কর–

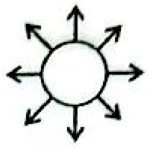
ক) $-2\hat{i} + 2\hat{k}$ খ) $2\hat{i} - 2\hat{j}$

গ) $2\hat{i} - 2\hat{k}$ ঘ) $2\hat{i} + 2\hat{k}$

উত্তর: ক) $-2\hat{i} + 2\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -2\hat{i} + 2\hat{k}$

১৭০। [ঢা. বো. ১৬]



চিত্রটি একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স হলে কোনটি সঠিক?

ক) $\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0$ খ) $\vec{\nabla}.\vec{v} = 0$

গ) $\vec{\nabla}.\vec{v} =$ '+' ve ঘ) $\vec{\nabla}.\vec{v} =$ '–' ve

উত্তর: গ) $\vec{\nabla}.\vec{v} =$ '+' ve

ব্যাখ্যা: চিত্রে ক্ষেত্রটির আয়তন বৃদ্ধি পাচ্ছে। $\therefore \vec{\nabla}.\vec{v} = +$ ve

১৭১। যদি $\hat{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}$ তবে $\vec{\nabla}.\hat{r}$ কত? [কু. বো. ১৫]

ক) 1 খ) 2 গ) 3 ঘ) 4

উত্তর: খ) 2

ব্যাখ্যা: $\vec{\nabla}.\hat{r} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right).\left(x\hat{i} + y\hat{j} + 2\hat{k}\right) = 1 + 1 = 2$

১৭২। $\vec{A} = (px + y)\hat{i} + (y - 2z)\hat{j} + (x + 3z)\hat{k}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে যদি p = ? [ব. বো. ১৭; অনুরূপ চ. বো. ১৭; য. বো. ১৬; কু বো. ১৫]

ক) 2 খ) 4 গ) 3 ঘ) –4

উত্তর: ঘ) –4

ব্যাখ্যা: $\vec{\nabla}.\vec{A} = 0$

$\Rightarrow \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right).\left\{(px + y)\hat{i} + (y - 2z)\hat{j} + (x + 3z)\hat{k}\right\} = 0$

$\Rightarrow p + 1 + 3 = 0;\quad \therefore p = -4$

১৭৩। যদি $Q(x, y) = 3x^2y$ হয়, তবে (1, –2) বিন্দুতে $\vec{\nabla}Q$ নির্ণয় কর। [সি. বো. ১৬]

ক) $-6\hat{i} - 3\hat{j}$ খ) $-12\hat{i} + 3\hat{j}$

গ) $3\hat{i} + 6\hat{j}$ ঘ) $6\hat{i} - 12\hat{j}$

উত্তর: খ) $-12\hat{i} + 3\hat{j}$

ব্যাখ্যা: $\vec{\nabla}Q = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(3x^2y) = 6xy\hat{i} + 3x^2\hat{j}$

(1, –2) বিন্দুতে $\vec{\nabla}Q = -12\hat{i} + 3\hat{j}$

১৭৪। $\phi = 2x^3y^2z^4$ হলে (1, 1, 1) বিন্দুতে গ্রেডিয়েন্ট কত?

ক) $6\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k}$ খ) $2\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k}$

গ) $8\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ ঘ) $6\hat{i} + 8\hat{j} + 4\hat{k}$

উত্তর: ক) $6\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k}$

ব্যাখ্যা: $\vec{\nabla}\phi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(2x^3y^2z^4)$

$= 6x^2y^2z^4\hat{i} + 4x^3yz^4\hat{j} + 8x^3y^2z^3\hat{k}$

(1, 1, 1) বিন্দুতে, $\vec{\nabla}\phi = 6\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k}$

১৭৫। ভেক্টর ফাংশন $\vec{A} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এর ডাইভারজেন্স এবং কার্ল যথাক্রমে–

ⓚ 0 ও $\vec{3}$ ⓛ 3 ও $\vec{0}$ ⓜ 3 ও $\vec{3}$ ⓝ 0 ও $\vec{0}$

উত্তর: ⓛ 3 ও $\vec{0}$

ব্যাখ্যা: $\vec{\nabla}.\vec{A} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right).\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right) = 1 + 1 + 1 = 3$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x & y & z \end{vmatrix} = \vec{0}$$

১৭৬। যদি $\vec{A}$ একটি ভেক্টর ক্ষেত্র হয় তবে $\vec{\nabla}.(\vec{\nabla} \times \vec{A})$ এর মান কত? [রা. বো. ২৪]

ⓚ 3 ⓛ 2 ⓜ 1 ⓝ 0

উত্তর: ⓝ 0

ব্যাখ্যা: কোনো ভেক্টরের কার্লের ডাইভারজেন্স শূন্য হয়। $\therefore \vec{\nabla}.\left(\vec{\nabla} \times \vec{A}\right) = 0$

১৭৭। একটি বস্তু কণার গতির সমীকরণ, $x = A + Bt^2$, দ্বারা বর্ণনা করা যায়। (যেখানে $A = 2.8, B = 2.1$)। $t_1 = 3s$ হতে $t_2 = 5s$ সময়ের মধ্যে গড় ত্বরণ কত?

ⓚ 4.2 একক ⓛ 4.0 একক ⓜ 3.5 একক ⓝ 3.0 একক

উত্তর: ⓚ 4.2 একক

ব্যাখ্যা: $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt^2) = 2Bt$

$\therefore a = \frac{d}{dt}(2Bt) = 2B$ যা একটি ধ্রুবক

$\therefore$ গড় ত্বরণ, $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{2B + 2B}{2} = 2 \times 2.1 = 4.2$ একক

১৭৮। $\vec{\nabla} . \vec{V} = 0$ হলে– [কু. বো. ১৬; অনুরূপ ঢা. বো. ২৫]

(i) কোনো পদার্থে আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয়
(ii) তল অসংকোচনীয় হয়
(iii) ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

১৭৯। কার্ল অব $\vec{A}$ বলতে বুঝায়–

(i) কোনো বিন্দুর চারদিকে $\vec{A}$ এর সর্বোচ্চ ঘূর্ণন
(ii) $\vec{\nabla} \times \vec{A}$
(iii) $\vec{A}$ এর সর্বোচ্চ বৃদ্ধির হার

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও iii ⓛ i ও ii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও ii

১৮০। $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = 0$ এর অর্থ হলো– [সি. বো. ২৩]

(i) $[\vec{A}\,\vec{B}\,\vec{C}] = 0$
(ii) $\vec{A}, \vec{B}$ ও $\vec{C}$ ভেক্টরত্রয় একই সমতলে অবস্থিত
(iii) $(\vec{B} \times \vec{C})$ ভেক্টরটি, $\vec{A}$ এর উপর লম্ব

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

১৮১। $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$ হলে– [ঢা. বো. ২৪]

(i) $\vec{A}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি অঘূর্ণনশীল
(ii) $\vec{A}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল
(iii) $\vec{A}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$ হলে $\vec{A}$ ক্ষেত্রটি সংরক্ষণশীল ও অঘূর্ণনশীল হয়।

১৮২। ব্যবকলন অপারেটর কার্যকর–

(i) স্কেলার রাশির ক্ষেত্রে
(ii) ভেক্টর রাশির ক্ষেত্রে
(iii) সকল ভৌত রাশির ক্ষেত্রে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি রাশিকে অন্য রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা পরিবর্তনশীল রাশির ব্যাখ্যা দেওয়া যায় তাকে অপারেটর বলে। অন্তরীকরণ অপারেটর ভেক্টর ও স্কেলার উভয়ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
কোনো গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর,
$\vec{r} = \hat{i}\cos5t + \hat{j}\sin5t$

১৮৩। কণার তাৎক্ষণিক বেগ $\vec{v}$ হবে– [ঢা. বো. ১৫]

ⓚ $5(\hat{j}\cos5t - \hat{i}\sin5t)$ ⓛ $(\hat{j}\cos5t - \hat{i}\sin5t)$
ⓜ $5(\hat{i}\cos5t + \hat{j}\sin5t)$ ⓝ $(\hat{j}\cos5t + \hat{i}\sin5t)$

উত্তর: ⓚ $5(\hat{j}\cos 5t - \hat{i}\sin5t)$

ব্যাখ্যা: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\hat{i}\cos5t + \hat{j}\sin5t\right)$

$= (-5\sin5t)\hat{i} + (5\cos5t)\hat{j}$

$= 5\left(\hat{j}\cos5t - \hat{i}\sin5t\right)$

নিজেকে যাচাই করো

১। নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি নয়?
ক) কৌণিক ভরবেগ　খ) টর্ক
গ) কাজ　ঘ) বল

২। নিচের কোনটি ভেক্টর রাশি?
ক) তড়িৎ প্রবাহ　খ) বিভব
গ) ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফল　ঘ) কাজ

৩। $7\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ এবং $15\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে, উক্ত সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল–
ক) 50.381 বর্গ একক　খ) 34.785 বর্গ একক
গ) 17.302 বর্গ একক　ঘ) 42.375 বর্গ একক

৪। কোনো ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু এবং পাদবিন্দু একই হলে ভেক্টরটি হবে–
ক) স্বাধীন ভেক্টর　খ) বিপরীত ভেক্টর
গ) সমরেখ ভেক্টর　ঘ) নাল ভেক্টর

৫। $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ভেক্টরটি ঋণাত্মক y-অক্ষের সাথে কত কোণ তৈরি করবে?
ক) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{22}}\right)$　খ) $-\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{22}}\right)$
গ) $2\pi - \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{22}}\right)$　ঘ) $\pi - \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{22}}\right)$

৬। m এর মান কত হলে $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ও $\vec{B} = 3\hat{i} + m\hat{j} + 6\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সদৃশ হবে?
ক) $\frac{13}{5}$　খ) $\frac{3}{5}$　গ) $\frac{9}{2}$　ঘ) $\frac{19}{6}$

৭। $\vec{A} = 2xyz^3\hat{j} - x^2y\hat{k}$ হলে (1, 1, 1) বিন্দুতে $\vec{\nabla}.\vec{A}$ এর মান কত?
ক) 2　খ) –2　গ) 1　ঘ) –1

৮। নদীতে স্রোতের বেগ 12 ms^{-1} এবং সাতারুর বেগ 15 ms^{-1}। সর্বনিম্ন কত সময়ে সাতারু নদী পার হতে পারবে? [নদীর প্রস্থ = 0.5 km]
ক) 33.33 min　খ) 0.033 s　গ) 33.33 s　ঘ) কোনোটিই নয়

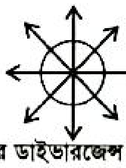
৯। কোনটি z অক্ষের সমান্তরাল?
ক) $(\hat{i} \times \hat{j}) \times \hat{i}$　খ) $(\hat{i} + \hat{j}) \times \hat{k}$
গ) $\hat{i} \times (\hat{k} \times \hat{i})$　ঘ) $(\hat{k} \times \hat{j}) \times \hat{k}$

১০। দুটি বলের লব্ধির মান 80 N। বল দুটির মধ্যে ছোট বলটির মান 60 N এবং এটি লব্ধি বলের লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে। বড় বলটির মান?
ক) 80 N　খ) 100 N
গ) 70N　ঘ) কোনোটিই নয়

১১। একজন ব্যক্তি অনুভূমিক রাস্তায় ঘন্টায় 6 km বেগে হাটছে। তার কাছে মনে হচ্ছে বৃষ্টি উলম্বভাবে ঘণ্টায় 6 km বেগে পড়ছে। বৃষ্টির প্রকৃত বেগ কত?
ক) $2\sqrt{2}$ km/hr　খ) 4 km/hr
গ) $6\sqrt{2}$ km/hr　ঘ) $6\sqrt{6}$ km/hr

১২। দুটি ভেক্টর রাশির ডট এবং ক্রস গুণফলের মান সমান হলে ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ–
ক) 0°　খ) 60°　গ) 45°　ঘ) 90°

১৩।



চিত্রটি একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স হলে কোনটি সঠিক?
ক) $\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0$　খ) $\vec{\nabla}.\vec{v} = 0$
গ) $\vec{\nabla}.\vec{v}$ = '+' ve　ঘ) $\vec{\nabla}.\vec{v}$ = '–' ve

১৪। পৃথিবীর ঘূর্ণন অক্ষের সমান্তরাল দক্ষিণ থেকে উত্তর দিকে একটি ভেক্টর $\vec{A}$ এবং তোমার অবস্থানে অনুভূমিকের সাথে লম্বভাবে উপরের দিকে একটি ভেক্টর $\vec{B}$। $\vec{A} \times \vec{B}$ এর দিক কোন দিকে হবে?
ক) পূর্ব দিকে　খ) নিচের দিকে　গ) পশ্চিম দিকে　ঘ) উপরের দিকে

১৫। কোনটি স্কেলার রাশি?
ক) বলের ভ্রামক　খ) কৌণিক ভরবেগ
গ) কেন্দ্রমুখী বল　ঘ) জড়তার ভ্রামক

১৬। $\vec{A} = 2\hat{i} + \hat{j} + 6\hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{C} = -8\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ দ্বারা কোনো ঘনবস্তুর তিনটি ধার নির্দেশ করলে সেই ঘনবস্তুর আয়তন?
ক) 187 $unit^3$　খ) 189 $unit^3$　গ) 191 $unit^3$　ঘ) 193 $unit^3$

১৭। ক্রস গুণন–
i. বণ্টন সূত্র মেনে চলে
ii. ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম অনুসরণ করে
iii. বিনিময় সূত্র মেনে চলে
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii　খ) i ও iii　গ) ii ও iii　ঘ) i, ii ও iii

১৮। তিনটি ভেক্টর সমতলীয় হবে যদি–
i. $\vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = 0$
ii. $\vec{B}.(\vec{C} \times \vec{A}) = 0$
iii. $\vec{C}.(\vec{A} \times \vec{B}) = 0$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii　খ) i ও iii　গ) ii ও iii　ঘ) i, ii ও iii

১৯। $\phi = 2x^3y^2z^4$ হলে (1, 1, 1) বিন্দুতে গ্রেডিয়েন্ট কত?
ক) $6\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k}$　খ) $2\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k}$
গ) $8\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$　ঘ) $6\hat{i} + 8\hat{j} + 4\hat{k}$

২০। 30 N মানের একটি বল Y অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করলে Z অক্ষ বরাবর এর উপাংশ–
ক) 30 N　খ) 0 N　গ) 15 N　ঘ) $5\sqrt{3}$ N

২১। P ও Q এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (3, 2 –1) ও (3, –4, 5) হলে PQ এর মান কত?
ক) $\sqrt{20}$　খ) $3\sqrt{2}$　গ) $2\sqrt{6}$　ঘ) $6\sqrt{2}$

২২। ভেক্টর $\vec{A}$ ধনাত্মক x-অক্ষ বরাবর অবস্থিত। অন্য একটি ভেক্টর $\vec{B}$ এমনভাবে অবস্থিত যেন $\vec{A} \times \vec{B}$ এর মান শূন্য হয়। তাহলে $\vec{B}$ হতে পারে–
ক) $4\hat{j}$　খ) $-4\hat{i}$　গ) $-(\hat{i} + \hat{j})$　ঘ) $\hat{j} + \hat{k}$

২৩। কোনটি ভেক্টরের বিনিময় সূত্র?
ক) $\vec{P}(\vec{Q} + \vec{R}) = \vec{P}.\vec{Q} + \vec{P}.\vec{R}$　খ) $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$
গ) $(\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R})$　ঘ) $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{P} - \vec{Q}$

❖ নিম্নোক্ত তথ্যগুলোর আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$\vec{A} + \vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$
$\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k}$

২৪। $\vec{B}$ ভেক্টরটি হবে–
ক) $6\hat{i} - 8\hat{j} + 9\hat{k}$　খ) $9\hat{i} + 8\hat{j} - 2\hat{k}$
গ) $9\hat{i} - 8\hat{j} - \hat{k}$　ঘ) $6\hat{i} + 8\hat{j} + 18\hat{k}$

২৫। $\vec{A}.\vec{B}$ এর মান কত?
ক) 16　খ) 14　গ) –12　ঘ) –14

উত্তরপত্র																								
	১	গ	২	গ	৩	খ	৪	ঘ	৫	ঘ	৬	গ	৭	ক	৮	গ	৯	গ	১০	খ	১১	ক	১২	গ
১৩	গ	১৪	ঘ	১৫	গ	১৬	খ	১৭	ক	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	খ	২১	ঘ	২২	খ	২৩	খ	২৪	গ	২৫	ঘ

তৃতীয় অধ্যায়

গতিবিদ্যা
Dynamics

Board Questions Analysis

সৃজনশীল প্রশ্ন

টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
সরলরৈখিক গতি	★★	৩	২	চ. বো., সি. বো. ১৭; য. বো. ১৫	গ- ৮, ১৩, ২১, ২২, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯ ঘ- ৮, ১৩, ২১, ২২, ২৪, ২৫, ২৭, ২৮	গ- ৮, ৯, ১০, ১১, ১৫, ২৫, ২৭ ঘ- ৮, ৯, ১০, ১১, ১৫, ২৫, ২৭
বিভিন্ন লেখচিত্র সংক্রান্ত	★★	৩	৩	রা. বো. ১৯; রা. বো. ১৭, ১৬	গ- ২, ৩, ৯, ১৪ ঘ- ২, ৩, ৯, ১৪	গ- ৪, ৫, ৬, ৭, ২৪ ঘ- ৪, ৫, ৬, ৭, ২৪
ভূমি হতে নির্দিষ্ট কোণে নিক্ষিপ্ত প্রাস	★★★★★	১৯	২০	ঢা. বো., যা. বো. কু. বো., চ. বো., ব. বো., দি. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮; ঢা. বো., য. বো., কু. বো., দি. বো. ১৭; য. বো., কু. বো., ব. বো., দি. বো. ১৬; ঢা. বো., রা. বো., য. বো., চ. বো., য. বো. ১৫	গ- ৭. ৪, ৬, ১০, ১৫, ১৬, ১৮, ১৯, ২০, ২৩ ঘ- ৭, ৪, ৬. ১০, ১২, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২৩, ২৬, ২৯	গ- ১, ২, ৩, ১২, ১৩, ১৬, ১৭, ১৮, ২১, ২২, ২৬ ঘ- ১, ২, ৩, ১২, ১৩, ১৬, ১৭, ১৮, ২১, ২২
আনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত প্রাস	★★	১	৩	সম্মিলিত বো. ১৮; কু. বো. ১৬; কু. বো. ১৫	গ- ১ ঘ- ১, ১১	গ- ২০ ঘ- ২০
নির্দিষ্ট উচ্চতা হতে নিক্ষিপ্ত প্রাস	★★★	২	২	সি. বো. ১৯; কু. বো. ১৫	গ- ৫, ৩০ ঘ- ৫, ৩০	গ- ১৪, ১৯, ২৩ ঘ- ১৪, ১৯, ২৩, ২৬

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০১৯	৩	৪	২	৩	৩	৩	৩	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-৫								
২০১৭	৩	৫	২	২	২	২	৩	৪	–
২০১৬	৪	৪	৬	৫	৬	৪	২	৪	–
২০১৫	৩	৩	৪	৪	৪	৫	৬	২	–

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

■ **সুষম ত্বরণে গতিশীল বস্তুর সমীকরণ:**

- $v = v_0 + at \quad \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$
- $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$
- $v^2 = v_0^2 + 2as$

> সমবেগে গতিশীল বস্তুর ত্বরণ, $a = 0$ তাই সরণ, $s = vt$

> t-তম সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{t\,th} = v_0 + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

> সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর গড় বেগের মাধ্যমে সরণ, $s = \bar{v}t = \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t$

■ **উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সমীকরণ:**

(i) $v = v_0 - gt$

(ii) $h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$

(iii) $v^2 = v_0^2 - 2gh$

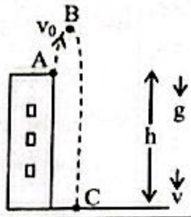
■ **উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গুরুত্বপূর্ণ রাশি:**

a. সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{v_0^2}{2g}$

b. উড্ডয়ন কাল, $T = \frac{2v_0}{g}$

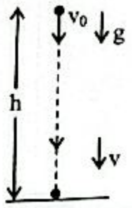
c. সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠার সময়, $t_H = \frac{v_0}{g}$

■ **নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু:**



- $v = -v_0 + gt$
- $h = -v_0t + \frac{1}{2}gt^2$
- $v^2 = v_0^2 + 2gh$

■ **নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে নিচের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু:**



- $v = v_0 - gt$
- $h = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$
- $v^2 = v_0^2 - 2gh$

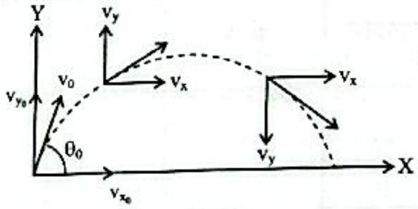
■ **প্রাসে ভেক্টর প্রয়োগ:**

(i) $v_{x_0} = v_0\cos\theta_0$

(ii) $v_{y_0} = v_0\sin\theta_0$

(iii) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

(iv) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$



■ **ভূমি হতে নিক্ষিপ্ত প্রাসের সূত্রসমূহ:**

- $v_x = v_{x_0}$
- $x = v_{x_0}t = (v_0\cos\theta_0)t$
- $v_y = v_{y_0} - gt = v_0\sin\theta_0 - gt$
- $y = v_{y_0}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0\sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$
- $v_y^2 = u_{y0}^2 - 2gy = (v_0\sin\theta_0)^2 - 2gy$

■ **ভূমি হতে নিক্ষিপ্ত প্রাসের আর্দশ সমীকরণ:**

$y = (\tan\theta_0)x - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{(v_0\cos\theta_0)^2}$

■ **ভূমি হতে নিক্ষিপ্ত প্রাসের গুরুত্বপূর্ণ রাশি:**

(a) সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g}$

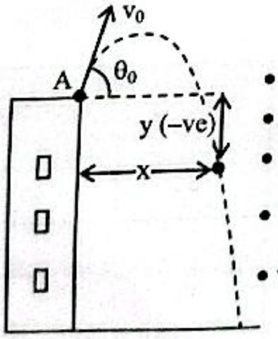
(b) অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2\sin 2\theta_0}{g}$

(c) বিচরণকাল/উড্ডয়ন কাল, $T = \frac{2v_0\sin\theta_0}{g}$

(d) সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠার সময়, $t_H = \frac{v_0\sin\theta_0}{g}$

(e) সর্বোচ্চ পাল্লা, $R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$

■ **নির্দিষ্ট উচ্চতা হতে নিক্ষিপ্ত প্রাসের সূত্রসমূহ:**



- $v_x = v_{x_0}$
- $x = v_{x_0}t = (v_0\cos\theta_0)t$
- $v_y = v_{y_0} - gt = v_0\sin\theta_0 - gt$
- $-y = v_{y_0}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0\sin\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$
- $v_y^2 = u_{y0}^2 + 2gy = (v_0\sin\theta_0)^2 + 2gy$

■ **নির্দিষ্ট উচ্চতা হতে নিক্ষিপ্ত প্রাসের আর্দশ সমীকরণ:**

$y = -(\tan\theta_0)x + \frac{1}{2}\frac{gx^2}{(v_0\cos\theta_0)^2}$

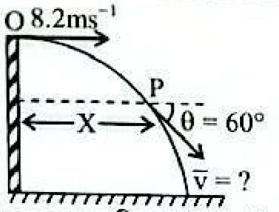
■ **আনুভূমিক প্রাসের সূত্রসমূহ:**

- $v_x = v_{x_0} = v_0$
- $x = v_0t$
- $v_{y_0} = 0$
- $v_y = gt$
- $y = \frac{1}{2}gt^2$
- $v_y^2 = 2gy$

■ **আনুভূমিক প্রাসের আর্দশ সমীকরণ:** $y = \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}x^2$

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১



চিত্রে একটি বিল্ডিং এর উপর হতে অনুভূমিকভাবে একটি বলকে ছুড়ে দেয়া হলো। করিম বলটির গতিপথের দিকে তাকিয়ে ধারণা করল যে, 2 sec পরে θ এর মান 62° হলে বলটি কর্তৃক অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব বিল্ডিং হতে বলটির অনুভূমিক দূরুত্বের সমান হবে।

(ক) কৌণিক বেগের মাত্রা লেখ।

(খ) $\hat{k}.\hat{i} = 0$ কেন, ব্যাখ্যা করো। [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

(গ) P বিন্দুতে বস্তুটির বেগ নির্ণয় করো। [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

(ঘ) করিমের ধারণা কি সঠিক ছিল? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে যাচাই করো। [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

সমাধান:

ক কৌণিক বেগের মাত্রা হচ্ছে $= \frac{\text{কোণ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা $\therefore [\omega] = \frac{L}{L \times T} = T^{-1}$

খ $\hat{i}, \hat{j}$ ও $\hat{k}$ হলো আয়তাকার ত্রিমাত্রিক স্থানাংক ব্যবস্থার যেকোনো ভেক্টরকে প্রকাশ করার জন্য পরস্পর লম্ব তিনটি একক ভেক্টর। যেহেতু এরা পরস্পর লম্ব অর্থাৎ এদের মধ্যবর্তী কোণ 90° তাই,

$\hat{k}.\hat{i} = |\hat{k}|\,|\hat{i}|\cos 90° = 1.1.0 = 0$।

গ আমরা জানি,

$v_x = u_x + a_x t$

$\Rightarrow v\cos\theta = u_x$

$\Rightarrow v\cos(-60°) = u\cos\theta_0$

$\therefore v = 16.4\ m.s^{-1}$ **(Ans.)**

বস্তুর আদিবেগ, $u = 8.2\ ms^{-1}$
P বিন্দুতে বেগ, $v = ?$
আদিকোণ, $\theta_0 = 0°$
অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$
শেষ কোণ, $\theta = -60°$
[∵ অনুভূমিকের নিচের দিকে কোণ ক্রিয়া করেছে।]

ঘ অনুভূমিক দূরত্ব এবং উলম্ব দূরত্ব সমান হলে, $s_x = s_y$

$\Rightarrow u_x t = \frac{1}{2}a_y t^2$

যেহেতু অনুভূমিক বরাবর ত্বরণ = 0 এবং উল্লম্ব বরাবর আদিবেগ = 0

$\Rightarrow u\cos 0° \times t = \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow t = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 8.2}{9.8} = 1.67s$

অতএব, বস্তুটি 2 s নয়, বরং 1.67 s পর অনুভূমিক ও উল্লম্ব বরাবর সমান দূরত্বে থাকবে।

আবার, 1.67 s পর বেগ v হলে, $v_x = u$

$\Rightarrow v\cos\theta = u$...(i) [θ = 2 s পর উল্লম্বের সাথে বেগের দিকের কোণ]

আবার, $v_y = gt$

$\Rightarrow v\sin\theta = 1.67g$ ....(ii)

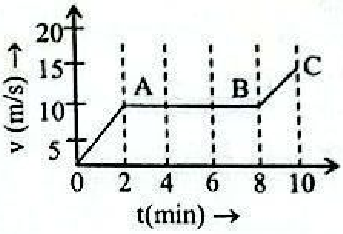
(ii) ÷ (i) করে পাই, $\frac{v\sin\theta}{v\cos\theta} = \frac{1.67g}{u}$

$\Rightarrow \tan\theta = \frac{1.67 \times 9.8}{8.2}$ $\therefore \theta = 63.4°$

অতএব, 1.67s পর, অর্থাৎ যখন বস্তুটির উল্লম্ব ও অনুভূমিক সরণ সমান হবে তখন $\theta = 63.4° \neq 62°$

অতএব, করিমের উক্তিটি সঠিক নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ লেখচিত্রে একটি গাড়ির যাত্রাকালীন প্রথম 10 মিনিটে বেগের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।



(ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপটি লেখ। [রা. বো. ১৯]

(খ) বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা করো। [রা. বো. ১৯]

(গ) গড় বেগের ভৌত সংজ্ঞানুযায়ী গাড়িটির গতিকালীন প্রথম চার মিনিটে গড় বেগ নির্ণয় করো। [রা. বো. ১৯]

(ঘ) 'গাড়িটির 10 মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান'– উক্তিটির যথার্থতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [রা. বো. ১৯]

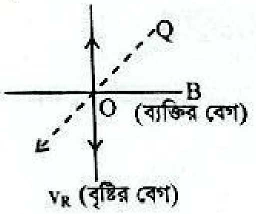
সমাধান:

ক কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টররূপ: $\vec{a} = -\omega^2\vec{r} = -\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$

এখানে (–) চিহ্ন থেকে দেখা যায় কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক ব্যাসার্ধ ভেক্টর তথা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে।

খ যখন সাইকেল আরোহী গতিশীল হয়, তখন বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও গতিশীল সাইকেল আরোহীর সাপেক্ষে স্থির বায়ু আর স্থির থাকে না, সাইকেল আরোহীর সাপেক্ষে বায়ুর আপেক্ষিক বেগ সৃষ্টি হয় আরোহীর বিপরীতে। ফলে আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করে।

উদাহরণস্বরূপ: চলন্ত রাস্তা OB পথে চলমান সাইকেল আরোহীর উপর QO পথে বৃষ্টির ঝাপটা পড়বে। কেননা আপেক্ষিক বেগ ক্রিয়া করে।



গ গাড়িটি ১ম 2 min এ সমত্বরণে চলে। এসময় অতিক্রান্ত দূরত্ব s_1 হলে,

$s_1 = \left(\frac{u+v}{2}\right)t_1$

$= \left(\frac{0+10}{2}\right) \times 120 = 600\ m$

এখানে,
বেগ, $v = 10\ ms^{-1}$
সময়, $t_1 = 2\ min = 120\ s$

গাড়িটির পরবর্তী 2 min এ $10\ ms^{-1}$ সমবেগে অতিক্রান্ত দূরত্ব s_2 হলে,

$s_2 = vt_2 = 10 \times 120 = 1200\ m$

∴ গড়বেগ v_{avg} হলে,

$v_{avg} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{600 + 1200}{120 + 120}$

$\therefore v_{avg} = 7.5\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

এখানে,
আদিবেগ, $u = 0\ ms^{-1}$
শেষবেগ, $v = 10\ ms^{-1}$
সময়, $t_2 = 2\ min = 120\ s$

ঘ 'গ' হতে পাই, OA অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = 600\ m$ এবং AB অংশে গাড়িটি $v = 10\ ms^{-1}$ সমবেগে $t_2 = 8 - 2 = 6\ min$ চলে। এ সময় অতিক্রান্ত দূরত্ব s_2 হলে,

$s_2 = vt_2$
$= 10 \times 360 = 3600\ m$

এখানে, সমবেগ, $v = 10\ ms^{-1}$
সময়, $t_2 = 6\ min = 6 \times 60\ s = 360\ s$

আবার, BC অংশে গাড়িটি $u = 10ms^{-1}$ আদিবেগ নিয়ে সমত্বরণে $t_3 = 10 - 8 = 2\ min$ চলে $15\ ms^{-1}$ শেষবেগ প্রাপ্ত হয়। এ সময় অতিক্রান্ত দূরত্ব s_3 হলে,

$s_3 = \left(\frac{u+v}{2}\right)t_3$

$= \frac{10+15}{2} \times 120$

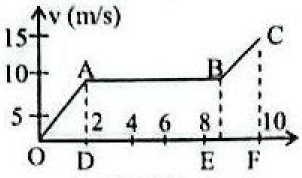
$= 1500$ m

এখানে,
আদিবেগ, $u = 10\ ms^{-1}$
শেষবেগ, $v = 15\ ms^{-1}$
সময়, $t_3 = 2$ min $= 2 \times 60 = 120s$

∴ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = s_1 + s_2 + s_3$

$= 600 + 3600 + 1500 = 5700$ m

আবার চিত্রে, লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হলো OABE ট্রাপিজিয়াম ও BCFE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফলের যোগফলের সমান।



OABE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + OE) \times AD$

$= \frac{1}{2}(6 \times 60 + 8 \times 60) \times 10$

$= 4200$ m

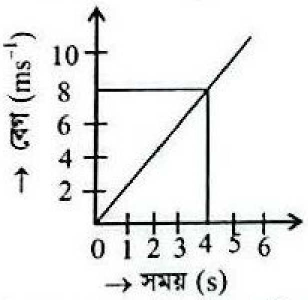
এবং BCFE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(BE + CF) \times EF$

$= \frac{1}{2}(10 + 15) \times 2 \times 60$

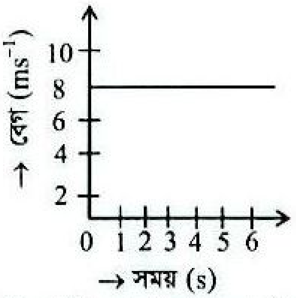
$= 1500$ m

∴ লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 4200 + 1500 = 5700$ m যা অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 5700$ m এর সমান। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৩ একটি বাস চলতে শুরু করার সাথে সাথে বাসের 16 m পিছন থেকে একজন যাত্রী বাসটি ধরার জন্য দৌড় দেয়। যাত্রী ও বাসের সময় বনাম বেগ লেখচিত্র নিচে দেওয়া হল:



চিত্র: বাসের বেগ বনাম সময় লেখচিত্র



চিত্র: যাত্রীর বেগ বনাম সময় লেখচিত্র

(ক) লম্ব ত্বরণ কাকে বলে?

(খ) প্রতিপাদন কর $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

(গ) বাসটি কর্তৃক 4 s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় করো। [কু. বো. ১৯]

(ঘ) উদ্দীপকের যাত্রী বাসটি ধরতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [কু. বো. ১৯]

সমাধান:

ক বৃত্তাকার পথে গতিশীল বস্তুর কেন্দ্রের দিকে যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বা লম্ব ত্বরণ বলে।

খ মনে করা যাক, $\vec{r}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে গতিশীল একটি বস্তু কণার রৈখিক বেগ t সময়ে $\vec{v_1}$ থেকে পরিবর্তিত হয়ে $\vec{v_2}$ হল এবং ওই একই সময়ে কৌণিক বেগ $\vec{\omega_1}$ পরিবর্তিত হয়ে $\vec{\omega_2}$ হল।

∴ $\vec{v_1} = \vec{\omega_1} \times \vec{r}$ এবং $\vec{v_2} = \vec{\omega_2} \times \vec{r}$

সুতরাং রৈখিক ত্বরণ, $\vec{a} = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t} = \frac{\vec{\omega_2} \times \vec{r} - \vec{\omega_1} \times \vec{r}}{t}$

$= \frac{\vec{\omega_2} - \vec{\omega_1}}{t} \times \vec{r}$

আবার, কৌণিক ত্বরণ, $\vec{\alpha} = \frac{\vec{\omega_2} - \vec{\omega_1}}{t}$ ∴ $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

গ উদ্দীপকের বাসের সময়-বেগ লেখচিত্র থেকে পাই।

আদিবেগ, $v_0 = 0\ ms^{-1}$

4s পর বেগ, $v = 8\ ms^{-1}$

সময়কাল, $t = 4$ sec

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ?$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = \frac{v + v_0}{2}t = \frac{8+0}{2} \times 4 = 16$ m **(Ans.)**

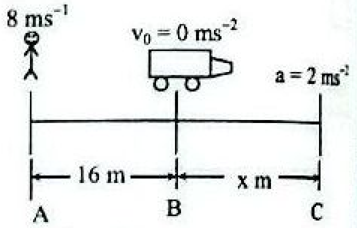
ঘ উদ্দীপকের যাত্রীর সময়-বেগ লেখচিত্র থেকে দেখা যায়, যাত্রীটি বাসটিকে ধরার জন্য সমবেগে দৌড়াচ্ছিল এবং উক্ত সমবেগের মান, $v_p = 8\ ms^{-1}$

মনে করি, বাসটির আদি অবস্থান হতে x m দূরে t সময় পর লোকটি বাসটিকে ধরতে পারবে।

যাত্রীর অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$16 + x = v_p.t$

$\Rightarrow 16 + x = 8t$ ...... (i)



t সময়ে বাসের অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$x = v_{b_0}t + \frac{1}{2}a_b t^2$

$\Rightarrow x = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 2 \times t^2$

$\Rightarrow x = t^2$ .... (ii)

বাসটির ত্বরণ,

$a_b = \frac{v - v_0}{t} = \frac{8-0}{4} = 2ms^{-2}$

$v_{b_0} = 0\ ms^{-1}$

সময়কাল = t

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$16 + t^2 = 8t$

$\Rightarrow t^2 - 8t + 16 = 0$

$\Rightarrow (t)^2 - 2 \times t \times 4 + (4)^2 = 0$

$\Rightarrow (t-4)^2 = 0$

$\Rightarrow t - 4 = 0$ ∴ $t = 4$ s

এখন, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x = (4)^2 = 16$ m

এখানে, t ও x এর বাস্তব মান পাওয়া গেছে।

সুতরাং, উক্ত যাত্রীটি 4s এ তার আদি অবস্থান হতে $(8 \times 4) = 32$ m দৌড়ানোর পর বাসটিকে ধরতে পারবে এবং উক্ত সময়ে বাসটি 16m দূরত্ব অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ 8 **দৃশ্যকল্প-১:** বিজ্ঞান মেলাকে আকর্ষণীয় করার জন্য প্রবেশ পথের দু'পাশে পানির ফোয়ারা স্থাপন করা হলো। তাদের মধ্যে একটির পানির ফোঁটাগুলো 5 ms^{-1} বেগে এবং 60° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে। অপর ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো 6 ms^{-1} বেগে এবং 30° কোণে ছড়িয়ে পড়ছে।

দৃশ্যকল্প-২: 66m গড় ব্যাসার্ধের একটি ক্রিকেট মাঠে ক্রিকেট দল A ফিল্ডিং এবং B ব্যাট করছে। একজন বোলার 100 kmh^{-1} বেগে ব্যাটসম্যানের দিকে বল নিক্ষেপ করলে ব্যাটসম্যান অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে বলটিতে আঘাত করে। ফলে বলটি বোলারের নিক্ষেপ বেগের সমান বেগ লাভ করে। সংশ্লিষ্ট ব্যাটসম্যান হতে 20 m দূরে অবস্থানরত একজন ফিল্ডার ব্যাটসম্যান কর্তৃক বলে আঘাত করার সাথে সাথে বল অভিমুখে 10 ms^{-1} বেগে দৌড় শুরু করল।

(ক) প্রক্ষেপক কাকে বলে ? [চ. বো.১৯]

(খ) বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না কেন? ব্যাখ্যা করো। [চ. বো.১৯]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, উদ্দীপকের বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে? [ঢা. বো., দি. বো., সি. বো., য. বো. ১৮]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, উদ্দীপকের কোন ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [চ. বো.১৯]

সমাধান:

ক অভিকর্ষের প্রভাবে শূন্য স্থানে ভূমির সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস বলে।

খ বেগের মান ও দিকের যেকোনো একটির পরিবর্তন হলেই সেটি অসমবেগ হবে। বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর বেগের মানের পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তন হয়। কারণ, বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর বেগের দিক হয় ঐ বিন্দুতে স্পর্শক বরাবর। এখন, বৃত্তের প্রতিটি বিন্দুর জন্য স্পর্শকের দিক ভিন্ন। সুতরাং বস্তুর বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হতে থাকে। একারণে বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোন দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না।

গ সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$

$= \frac{(27.78)^2 \times (\sin 30°)^2}{2 \times 9.8}$

$= 9.84$ m **(Ans.)**

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 100$ km/h $= 27.78$ ms^{-1}
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 30°$

ঘ প্রথম ও দ্বিতীয় ফোয়ারার পানির ফোঁটা যথাক্রমে R_1 ও R_2 পর্যন্ত অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_{0_1}^2 \sin 2\theta_{0_1}/g}{v_{0_2}^2 \sin 2\theta_{0_2}/g}$

$= \frac{5^2 \times \sin(2\times 60°)}{6^2 \times \sin(2 \times 30°)}$

$= 0.694$

$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} < 1 \quad \therefore R_1 < R_2$

প্রথম ফোয়ারার পানির ফোঁটার,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_{0_1} = 5$ ms^{-1}
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_{0_1} = 60°$

দ্বিতীয় ফোয়ারার পানির ফোঁটার,
নিক্ষেপণ বেগ, $v_{0_2} = 6$ ms^{-1}
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_{0_2} = 30°$

অর্থাৎ, দ্বিতীয় ফোয়ারার পানির ফোঁটাগুলো প্রথমটি অপেক্ষা বেশি অঞ্চল জুড়ে ছড়িয়ে পড়বে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ একদিন এক প্রীতি ম্যাচ খেলার সময় প্রিতম ব্যাট দিয়ে আঘাত করায় বলটি পার্শ্ববর্তী একটি উঁচু ভবনের ছাদে পড়ল। ডাক্তারের নিষেধ থাকায় প্রিতম 96m এর বেশি উঁচুতে উঠতে অস্বীকৃতি জানিয়ে ছাদে বল আনতে গেল না। প্লাবন ছাদে উঠে বলটিকে উল্লম্বের সাথে 60° কোণে 5 ms^{-1} বেগে নিচে ফেলে দিল। বলটি ছুঁড়ে মারার 3 sec পরে ভূমি থেকে 2 m উঁচুতে প্রিতম বলটি ধরে ফেলল।

(ক) নিট বল কী? [সি. বো. ১৯]

(খ) ভরকে জাড্যভর বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ১৯]

(গ) বলটি কত বেগে প্রিতমের হাতে আঘাত করেছিল? [সি. বো. ১৯]

(ঘ) উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে প্রিতম ছাদে উঠতে পারতো কি না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। [সি. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত একাধিক বলের ভেক্টর যোগফলই হলো উক্ত বিন্দুতে নিট বল বা লব্ধি বল।

খ কোনো বস্তুর মধ্যকার মোট পদার্থের পরিমাণকে এর ভর বলে। ভর দুই প্রকারঃ অভিকর্ষীয় ভর ও জাড্যভর। দাড়িপাল্লা বা নিক্তির সাহায্যের আমরা যে ভর মাপি, সেটি হলো অভিকর্ষীয় ভর। কিন্তু যে স্থানে অভিকর্ষ নেই (যেমন: মহাশূন্যযানে), সেখানে অভিকর্ষীয় ভরের বিষয়টি অকার্যকর হয়ে পড়ে। তখন বস্তুর ভর মাপা হয় F = ma সূত্র ব্যবহার করে; অর্থাৎ, কোনো বস্তুতে নির্দিষ্ট মানের বল প্রয়োগ করে এতে সৃষ্ট ত্বরণ মাপা হয়। তখন F ও a এর অনুপাতের দ্বারা বস্তুর জাড্যভর মাপা হয়। তবে যেকোনো বস্তুর বৈশিষ্ট্য এমন যে, এর অভিকর্ষীয় ভর ও জাড্যভর সর্বদা সমান হয়। তাই ভরকে জাড্যভর বলা হয়।

গ বলটি নিক্ষেপণের $t = 3$s পরে বেগের আনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে v_x ও v_y হলে,

আদিবেগ, $v_0 = 5$ ms^{-1}
নিক্ষেপণ কোণ,
$\theta_0 = -(90° - 60°) = 30°$

$v_x = v_{x_0}$

$= v_0 \cos\theta_0$

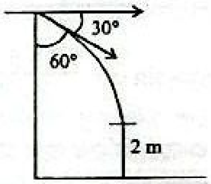
$= 5 \cos(-30°)$

$= 4.33$ ms^{-1}

$v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$

$= 5 \sin(-30°) - 9.8 \times 3$

$= -31.9$ ms^{-1}



$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(4.33)^2 + (-31.9)^2} = 32.2$ ms^{-1}

$\therefore$ বলটি প্রিতমের হাতে 32.2 ms^{-1} বেগে আঘাত করেছিলো। **(Ans.)**

ঘ বলটির 3 s এ অতিক্রান্ত উল্লম্ব দূরত্ব y হলে,

$y = -v_0 \sin\theta_0 t + \frac{1}{2} gt^2$

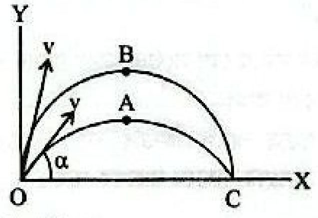
$= -5 \sin 30° \times 3 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2$

$= 51.6$ m [নিচের দিকে]

যেহেতু প্রিতম বলটিকে 3s পর ভূমি থেকে 2 m উচ্চতায় ধরে, ফলে ভূমি হতে ভবনের উচ্চতা $(51.6 + 2) = 53.6$ m

অতএব, প্রিতম ছাদে উঠতে পারতো। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ চিত্রের O বিন্দু হতে 30 ms^{-1} বেগে এবং α কোণে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু OAC পথে 3.062s সময়ে C বিন্দুতে পৌছায়। বস্তুটিকে একই বেগে নিক্ষেপ করে OBC পথে C বিন্দুতে পৌছানো সম্ভব।



(ক) আয়ত একক ভেক্টর কী ? [ব. বো. ১৯]

(খ) একই ক্রমে ক্রিয়াশীল তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে পারে– ব্যাখ্যা করো। [ব. বো. ১৯]

(গ) উদ্দীপকের α কোণ নির্ণয় করো। [ব. বো. ১৯]

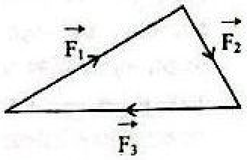
(ঘ) উদ্দীপকের বস্তুর OBC পথে C বিন্দুতে পৌছানোর সম্ভাব্যতার গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [ব. বো. ১৯]

সমাধান:

ক ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় পরস্পর লম্ব তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয়, তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

খ ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রানুসারে, যদি কোনো ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু একই ক্রমে দুটি সমজাতীয় ভেক্টরকে নির্দেশ করে তবে তৃতীয় বাহুটি বিপরীতক্রমে ঐ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি নির্দেশ করবে।

কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একইক্রমে তিনটি সমজাতীয় ভেক্টরকে মানে ও দিকে প্রকাশ করলে এদের লব্ধি শূন্য হবে, যা নিচের চিত্রে দেখানো হলো:



$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = 0$

গ আমরা জানি,

$T = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{gT}{2v_0}$

এখানে,
বস্তুটির নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\ ms^{-1}$
বস্তুটির বিচরণকাল, $T = 3.062s$
নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = ?$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{9.8 \times 3.062}{2 \times 30} = 0.5 \quad \therefore \alpha = 30°$ **(Ans.)**

ঘ এখানে, নিক্ষিপ্ত বস্তুর আদিবেগ, $v_0 = 30\ ms^{-1}$
'গ' অংশ হতে পাই, নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 30°$
আমরা জানি, অনুভূমিক পাল্লা,

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{30^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8} = 79.533\ m$

এখন, উদ্দীপকের বস্তুটিকে 30° কোণে নিক্ষেপ করলে এর পাল্লা 79.533 m হয়। আবার, যদি বস্তুটিকে একই বেগে (90° – 30°) বা, 60° কোণে নিক্ষেপ করি তাহলে এর পাল্লা হবে,

$R' = \frac{v_0^2 \sin 2(90° - 30°)}{g} = \frac{30^2 \times \sin(2 \times 30°)}{9.8} = 79.533\ m$

লক্ষ করি, $R' = R$

সুতরাং, উদ্দীপকের বস্তুটিকে একই নিক্ষেপণ বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিক্ষেপ করলে OBC পথে C বিন্দুতে পৌঁছানো সম্ভব। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ ক্রিকেট খেলার মাঠে রিপন ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করায় বলটি 30 m/s বেগ প্রাপ্ত হয় এবং সর্বোচ্চ আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে। সঙ্গে সঙ্গে একজন ফিল্ডার ক্যাচ ধরার জন্য 10 m/s বেগে দৌড় শুরু করে এবং 40 m অতিক্রম করে। [$g = 9.8\ m/s^2$]

(ক) প্রাসের পাল্লা কী? [ঢা. বো. ১৯]
(খ) প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময়ে বেগ সর্বোচ্চ হবে? ব্যাখ্যা দাও। [ঢা. বো. ১৯]
(গ) 2 s পরে বলটির বেগ কত? [ঢা. বো. ১৯]
(ঘ) বলটি মাটিতে পড়ার আগে ফিল্ডার ক্যাচ ধরতে পেরেছে কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [ঢা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত কোনো বস্তু আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে সময় লাগে, সেই সময়ে সেটি যে আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে প্রাসের পাল্লা বলে।

খ প্রাসের ক্ষেত্রে শুরুতে ও শেষ মুহূর্তে বেগ সর্বোচ্চ হয়। কারণ প্রাসের ক্ষেত্রে আনুভূমিক উপাংশ $v_x = v_0\cos\theta$ নির্দিষ্ট আর উল্লম্ব উপাংশ $v_y = v_0\sin\theta - gt$ পরিবর্তনশীল এবং এটি সময় (t) এর উপর নির্ভরশীল। প্রাসের ক্ষেত্রে শুরুতে $t = 0$ হওয়ায় $v_0\sin\theta$ সর্বোচ্চ হয়। আবার, শেষ মুহূর্তে (ভূমিতে পতন বা আঘাতের মুহূর্তে বেগ),

$v_y = v_0\sin\theta - gt$

$= v_0\sin\theta - g \times \frac{2v_0\sin\theta}{g} \left[t = T = \frac{2v_0\sin\theta}{g}\right] = -v_0\sin\theta$

অর্থাৎ প্রাসের ক্ষেত্রে শেষ মুহূর্তেও বেগের মান সর্বোচ্চ, তবে বিপরীতমুখী হয়। সুতরাং প্রাসের ক্ষেত্রে শুরুতে ও শেষ মুহূর্তে বেগ সর্বোচ্চ হয়।

গ আমরা জানি, প্রাসের তাৎক্ষণিক বেগ,

$v = \sqrt{v_y^2 + v_x^2} = \sqrt{(v_0\sin\theta - gt)^2 + (v_0\cos\theta)^2}$

$\therefore$ 2s পরে বলটির বেগ,

$v = \sqrt{(30\sin45° - 9.8 \times 2)^2 + (30\cos45°)^2}$

$= \sqrt{2.60243 + 450} = 21.27\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

সর্বোচ্চ আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$

ঘ বলটি তার বিচরণকাল, T এর সমান সময় ধরে শূন্যে উড্ডয়মান আছে।
এখানে, প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 30\ ms^{-1}$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 45°$ [∵ সর্বোচ্চ আনুভূমিক দূরত্ব]

আমরা জানি, $T = \frac{2v_0\sin\theta}{g} = \frac{2 \times 30\sin45°}{9.8} = 4.33\ s$

আবার, ফিল্ডারের ক্ষেত্রে,

$s = vt$

$\Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{40}{10} = 4\ sec$

এখানে,
ফিল্ডারের বেগ, $v = 10\ ms^{-1}$
ফিল্ডারের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 40\ m$

যেহেতু, $T > t$; অর্থাৎ ফিল্ডার যদি বল পতনের স্থান হতে 40 m দূরে থাকে তবে, বলটি মাটিতে পড়ার পূর্বেই ফিল্ডার উক্ত স্থানে পৌঁছে যেতে পারবে এবং মাটিতে পড়ার আগে সে বলটি ক্যাচ ধরতে সক্ষম হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি ট্রেন $4ms^{-2}$ সমত্বরণে স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে 3 sec পর সমবেগ লাভ করে। একই সময়ে একটি মোটর গাড়ি $10\ ms^{-1}$ সমবেগে ট্রেনটির সমান্তরালে চলা শুরু করলো। ট্রেনটির চাকার ব্যাসার্ধ 0.5 m।

(ক) গড়বেগ কী?
(খ) একটি বস্তু সমত্বরণে চলা সত্ত্বেও প্রতিনিয়ত তার বেগের দিক পরিবর্তিত হচ্ছে– ব্যাখ্যা কর।
(গ) সমবেগ অর্জনের পূর্বে ট্রেনের চাকার ঘূর্ণন সংখ্যা নির্ণয় কর।
(ঘ) ট্রেনটি কী 10 sec এর মধ্যে গাড়িটিকে অতিক্রম করে যেতে পারবে? গাণিতিকভাবে দেখাও।

সমাধান:

ক যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

খ একটি বস্তু সমত্বরণে চলা সত্ত্বেও প্রতিনিয়ত তার বেগের দিক পরিবর্তিত হচ্ছে এর উৎকৃষ্ট উদাহরণ হলো প্রাস। প্রাসের ত্বরণ হলো g (অভিকর্ষজ ত্বরণ), যা সর্বদা খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। কিন্তু প্রাসের গতিবেগের দিক সর্বদাই পরিবর্তিত হচ্ছে। প্রথমে প্রাসের অভিমুখ উপরের দিকে থাকলেও ধীরে ধীরে এর আনতি কমতে থাকে এবং একসময় আনুভূমিক হয়। এরপর প্রাসের অভিমুখ হয় নিচের দিকে এবং এর নতিকোণের মান ক্রমে বাড়তে থাকে।

গ সমবেগ অর্জনের পূর্ব পর্যন্ত ট্রেন কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3^2 = 18\ m$

দেওয়া আছে,
ট্রেনের আদিবেগ, $v_0 = 0\ ms^{-1}$
ত্বরণ, $a = 4\ ms^{-2}$
সময়কাল, $t = 3\ sec$
ট্রেনের চাকার ব্যাসার্ধ, $r = 0.5m$

চাকার ঘূর্ণন সংখ্যা n হলে,

$n \times 2\pi r = 18m$

$\Rightarrow n = \frac{18}{2\pi r} = \frac{18}{2\pi \times 0.5} = 5.7$

$\therefore$ সমবেগ অর্জনের পূর্ব পর্যন্ত ট্রেনের চাকা 5.7 বার ঘুরে। **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, $t_1 = 3$ sec-এ ট্রেনের অতিক্রান্ত দূরত্ব = 18 m

ট্রেনের সমবেগ, $v = v_0 + at = 0 + 4 \times 3 = 12\ ms^{-1}$

মনে করি, ট্রেনটি সমবেগ অর্জনের t_2 sec পর এটি গাড়িকে অতিক্রম করবে।

তাহলে $t_1 + t_2$ বা, $(t_2 + 3)$ sec সময়ে গাড়ি অতিক্রম করবে

$= 10\ ms^{-1} \times (t_2 + 3)\ sec = 10\ (t_2 + 3)\ m$

এবং t_2 sec-এ ট্রেনটি অতিক্রম করবে $= 12\ ms^{-1} \times t_2\ sec = 12\ t_2\ m$

শর্তমতে, $18 + 12t_2 = 10\ (t_2 + 3)$

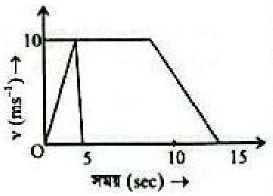
$\Rightarrow 18 + 12t_2 = 10\ t_2 + 30$

$\Rightarrow 2t_2 = 30 - 18 = 12 \quad \therefore t_2 = 6\ sec$

$\therefore t_1 + t_2 = 3\ sec + 6\ sec = 9\ sec < 10\ sec$

সুতরাং, গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা গেল যে, ট্রেনটি 10 sec-এর মধ্যে গাড়িটিকে অতিক্রম করে যেতে পারবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ প্রদত্ত লেখচিত্রটি একটি গাড়ির গতি নির্দেশ করছে। গাড়িটির যাত্রাবিন্দু থেকে 100 m দূরে একজন পথচারী দাঁড়িয়ে আছেন।



(ক) পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলতে কী বোঝায়?

(খ) কোন বস্তুর ত্বরণ $2\ ms^{-2}$ বলতে কী বুঝ?

(গ) গাড়িটি ৩য় সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

(ঘ) পথচারী তার জায়গায় স্থির থাকলে কী দুর্ঘটনা হতে রক্ষা পাবে? গাণিতিক যুক্তি দিয়ে বুঝিয়ে দাও।

সমাধান:

ক বাধাহীন বা মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর উপর একমাত্র বল হল অভিকর্ষ বল বা পৃথিবীর আকর্ষণ বল। এই বলের জন্য বস্তুর উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে।

খ কোন বস্তুর ত্বরণ $2\ ms^{-2}$ বলতে বোঝায় বস্তুটির বেগের পরিবর্তনের হার $2\ ms^{-2}$। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে বেগ $2\ ms^{-2}$ করে বৃদ্ধি পায়।

অন্যভাবে বলা যায়, ত্বরণ, $a = \dfrac{v\ (\text{বেগ})}{\text{সময়}\ (t)} = \dfrac{10\ ms^{-1}}{5\ s} = 2\ ms^{-2}$

অর্থাৎ কোনো কণা 5 s সময়ে $10\ ms^{-1}$ বেগ অর্জন করলে তার ত্বরণ $2\ ms^{-2}$ হবে।

গ আমরা জানি,

$a = \dfrac{v-u}{t_2} = \dfrac{10-0}{5} = 2\ ms^{-2}$

৩য় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_{3^{th}} = u + \dfrac{1}{2}(2t_1 - 1)\ a$

$= 0 + \dfrac{1}{2}(2 \times 3 - 1) \times 2$

$= 5\ m$ **(Ans.)**

আদিবেগ, $u = 0\ ms^{-1}$

5 sec পর বেগ, $v = 10\ ms^{-1}$

সময়, $t_1 = 3$ sec

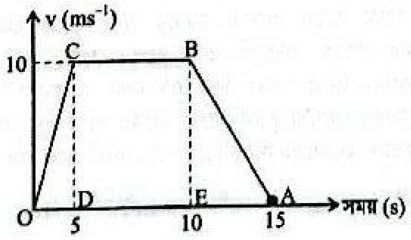
সময়, $t_2 = 5$ sec

[প্রথম 5 s সমত্বরণে চলমান]

ত্বরণ, a = ?

এবং ৩য় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_3{}^{th} = ?$

ঘ



গাড়ি কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব,

s = OABC অংশের ক্ষেত্রফল

= OCD ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + DEBC অংশের ক্ষেত্রফল + AEB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= \left\{\dfrac{1}{2}(OD \times CD) + (DE \times CD) + \dfrac{1}{2} \times (AE \times BE)\right\}$

$= \dfrac{1}{2} \times 5 \times 10 + 5 \times 10 + \dfrac{1}{2} \times 5 \times 10 = 100\ m$

অর্থাৎ গাড়িটি 100 m দূরে গিয়ে পথচারীকে স্পর্শ করে থেমে যাবে।

$\therefore$ পথচারী তার জায়গায় স্থির থাকলে দুর্ঘটনা থেকে কোনোমতে বেঁচে যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি যুদ্ধবিমান ভূপৃষ্ঠ হতে 1.5 km উচ্চতায় $720\ kmh^{-1}$ বেগ নিয়ে ভূমির সমান্তরালে উড়ছে। বিমানটি একটি বিমান বিধ্বংসী বন্দুকের ঠিক উপর দিয়ে উড়ে যায়। ভূমির সাথে 30° কোণে নিক্ষিপ্ত বুলেট নিক্ষেপস্থল হতে 3 km দূরে ভূমিকে আঘাত করে। [অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 10\ ms^{-2}$]

(ক) স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? [রা. বো. ১৭]

(খ) শূন্য গতিশক্তি বিশিষ্ট কোনো সংস্থার লব্ধি ভরবেগ শূন্য কিন্তু শূন্য লব্ধি ভরবেগ বিশিষ্ট কোনো সংস্থার গতিশক্তি শূন্য নাও হতে পারে-ব্যাখ্যা কর।

(গ) নিক্ষেপণ কোণ পরিবর্তন করে বন্দুকটি দ্বারা 5 km দূরের কোনো লক্ষ্য বস্তুকে আঘাত করা সম্ভব কি? নিক্ষেপণ দ্রুতি ধ্রুব ও বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য কর।

(ঘ) যদি বন্দুকটি হতে $600\ ms^{-1}$ বেগে বুলেট নিক্ষিপ্ত হয় তবে, বুলেটটিকে এড়ানোর জন্য বিমানের পাইলটকে কী ব্যবস্থা নিতে হবে? উপযুক্ত কারণসহ তোমার যুক্তি প্রদর্শন কর।

সমাধান:

ক বৃত্তাকার গতিপথের স্পর্শক বরাবর বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

খ কোনো সংস্থার গতিশক্তি শূন্য হলে তার লব্ধি ভরবেগ শূন্য হয়। কারণ ঐ সংস্থায় কোনো গতি থাকে না। কিন্তু কোনো সংস্থায় লব্ধি ভরবেগ শূন্য হলে গতিশক্তি শূন্য নাও হতে পারে। যেমন- কোনো ব্যক্তি যখন স্থির নৌকা হতে লাফ দেয়, তখন বক্তি ও নৌকা দুই-ই গতিপ্রাপ্ত হয়। ফলে বিপরীত দিকে গতিশীল হলেও গতিশক্তি অঋণাত্মক হয়ে মোট গতিশক্তি অশূন্য হবে। কিন্তু ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে সংস্থায় মোট লব্ধি ভরবেগ শূন্য হবে। একারণে কোনো সংস্থায় লব্ধি ভরবেগ শূন্য হলেও গতিশক্তি নাও হতে পারে।

গ মনে করি, নিক্ষেপণ বেগ, v_0

এখন, নিক্ষেপণ কোণ $\theta_0 = 30°$ কোণের ক্ষেত্রে $R = 3$ km দূরত্ব অতিক্রম করে এবং নিক্ষেপণ কোন, θ_0' হলে যদি বুলেটটি $R' = 5$ km অতিক্রম করে তবে–

অর্থাৎ, $\dfrac{R'}{R} = \dfrac{\dfrac{v_0^2 \sin 2\theta_0'}{g}}{\dfrac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}} = \dfrac{\sin 2\theta_0'}{\sin 2\theta_0}$

বা, $\sin 2\theta_0' = \dfrac{R'}{R} \sin 2\theta_0$

$\therefore \theta_0' = \dfrac{1}{2} \sin^{-1}\left(\dfrac{R'}{R} \sin 2\theta_0\right)$

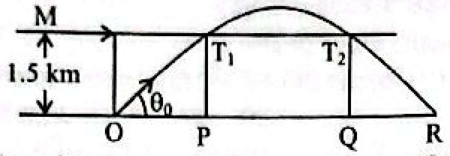
$= \dfrac{1}{2} \sin^{-1}\left\{\dfrac{5}{3} \times \sin (2 \times 30°)\right\}$

$= \dfrac{1}{2} \sin^{-1}\left(\dfrac{5}{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{1}{2} \sin^{-1}(1.44)$

কিন্তু $\sin^{-1}(1.44)$ এর কোনো বাস্তব মান নেই।

অতএব, শুধুমাত্র নিক্ষেপণ কোণ পরিবর্তন করে বুলেটটি দ্বারা 5 km দূরের কোনো লক্ষ্য বস্তুকে আঘাত করা সম্ভব নয়। **(Ans.)**

ঘ



বুলেটটির উলম্ব উচ্চতা $y = 1.5$ km $= 1500$ m অতিক্রম করতে t সময় লাগলে, $y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

বা, $1500 = 600 \sin 30° t - \frac{1}{2} \times 10t^2$

বা, $5t^2 - 300t + 1500 = 0$

বা, $t = 5.505$ sec অথবা, $t = 54.495$ sec

যেহেতু t এর বাস্তব মান পাওয়া যায় তাই গুলিটি বিমানের উচ্চতায় উঠতে সক্ষম এবং $t_1 = 5.505$ sec এ T_1 বিন্দুতে এবং $t_2 = 54.495$ sec এ T_2 বিন্দুতে থাকবে।

এখন, $t_1 = 5.505$ sec এ গুলিটির আনুভূমিকভাবে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$OP = v_0 \cos\theta_0 t_1 = 600 \cos 30° \times 5.505 = 2860.48$ m

এই দূরত্ব যেতে বিমানটির বেগ হতে হবে, $\frac{2860.48}{5.505} = 519.62$ ms^{-1}

$t_2 = 54.495$ sec এ গুলিটির আনুভূমিকভাবে অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$OQ = v_0 \cos\theta_0 t_2$

$= 600 \cos 30° \times 54.495$ m $= 28316.43$ m

এই দূরত্ব যেতে বিমানটির বেগ হতে হবে, $\frac{28316.43}{54.495}$ ms^{-1} $= 519.62$ ms^{-1}

সুতরাং, বিমানটির বেগ শুধুমাত্র 519.62 ms^{-1} বা 1870.6 km/h হলেই কেবল গুলিটি বিমানকে আঘাত করতে সক্ষম হবে। পাইলটকে 1870.6 km/h বেগে না চালিয়ে তার চেয়ে কম বা বেশি বেগে বিমান চালাতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ সার্কাস পার্টিতে পারফর্মার 5 kg ভরের একটি গোলককে ভূমি থেকে 2.5 m ওপরে উলম্ব তলে 2 m লম্বা রশির সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘোরাচ্ছেন। গোলকটি প্রতি মিনিটে 20 বার আবর্তন করে। ঘূর্ণায়মান অবস্থায় হঠাৎ রশিটি ছিঁড়ে যায়।

(ক) বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের আবদ্ধ ক্ষেত্রফল কি নির্দেশ করে?

(খ) ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো ব্যাখ্যা কর।

(গ) আবর্তনশীল গোলকটি কেন্দ্রের দিকে কত বল অনুভব করবে?

(ঘ) পারফর্মার হতে দর্শক সারির দূরত্ব কেমন হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করো।

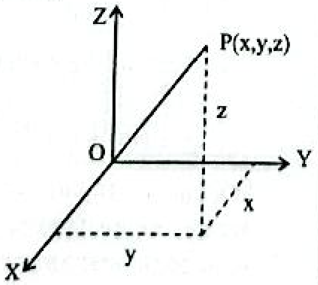
সমাধান:

ক বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের আবদ্ধ ক্ষেত্রফল সরণ নির্দেশ করে।

খ ত্রিমাত্রিক স্থানে কোনো কণার অবস্থান সূচিত করার জন্য একটি নির্দিষ্ট বিন্দু O (মূল বিন্দু) থেকে তিনটি সরলরেখা OX,OY,OZ টেনে একটি নির্দিষ্ট প্রসঙ্গ কাঠামো গঠন করা হয়।

OX, OY ও OZ সরলরেখা তিনটি পরস্পরের সঙ্গে লম্বভাবে নেওয়া হয়। (x,y,z) স্থানাঙ্কের সাহায্যে P এর অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা সম্ভব। এরূপ প্রসঙ্গ কাঠামোকে ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বলা হয়। O থেকে P এর দূরত্ব r হলে, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

কোনো ত্রিমাত্রিক স্থানে গতিশীল কোনো কণার গতি অর্থাৎ কোনো ত্রিমাত্রিক গতি তিনটি স্থানাঙ্ক x, y ও z এর থেকে কম স্থানাঙ্ক দ্বারা বর্ণনা করা যায় না।



গ কেন্দ্রমুখী বল,

$F = m\omega^2 r$

$= m \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times r$

$= 5 \times \left(\frac{2 \times 3.1416}{3}\right)^2 \times 2$

$= 43.865$ N **(Ans.)**

এখানে,
ভর, $m = 5$ kg
বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 2$ m
আবর্তনকাল, $T = \frac{60}{20} = 3$ s
কেন্দ্রমুখী বল, $F = ?$

ঘ কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi N}{t}$

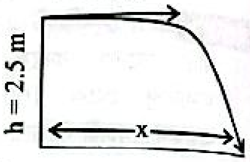
$= \frac{2 \times 3.14 \times 20}{60}$

$= 2.094$ rads^{-1}

এখানে, ভর, $m = 5$ kg
উচ্চতা, $h = 1.5$ m
রশির দৈর্ঘ্য, $r = 2$ m
আবর্তন সংখ্যা, $N = 20$
সময়, $t = 1$ min $= 60$ s

আবার, রৈখিক বেগ, $v = \omega r = 2.094 \times 2 = 4.188$ ms^{-1}

এখানে, রশিটি ছিঁড়ে গেলে গোলকটি অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ন্যায় ভূমিতে পড়বে।



ভূমিতে পড়তে t s সময় লাগলে, $h = \frac{1}{2}gt^2$

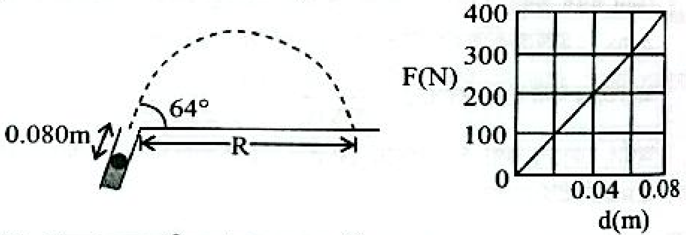
$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2.5}{9.8}} = 0.7143$ s

এই $t = 0.7143$ s-এ গোলকটির অতিক্রান্ত আনুভূমিক দূরত্ব,

$x = vt = 4.188 \times 0.7143 = 2.99 \approx 3$ m

সুতরাং পারফরমার হতে দর্শক সারির দূরত্ব 3 m এর বেশি হলে গোলকটি কোনো দর্শককে আঘাত করবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ 0.06 kg ভরের ইস্পাতের বলকে একটি নিক্ষেপণ নলে 0.080 m সংকুচিত করে ছোঁড়া হল। বলটি নলের ভিতরে স্প্রিংকে সংকুচিত করায় স্প্রিংয়ে প্রযুক্ত বল শূন্য হতে 400 N এ বৃদ্ধি পায় যা নিম্নের গ্রাফে দেখানো হলো। (তাপের দরুণ শক্তি ক্ষয় নগণ্য ধর)



(ক) প্রাসের ক্ষেত্রে বিচরণকাল বলতে কী বুঝায়?

(খ) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর।

(গ) বলটি ছোঁড়া হলে নল থেকে বের হওয়ার মুহূর্তে বলটির বেগ কত হবে?

(ঘ) উদ্দীপকের অনুসারে, বলটির আনুভূমিক পাল্লা কখনও 45 m অতিক্রম করবে না। কী পরিবর্তন আনলে তা অতিক্রম করতে সক্ষম হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো।

সমাধান:

ক নির্দিষ্ট কোণে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু যে সময় যাবৎ শূন্যে ভেসে থেকে আবার ভূমিতে ফিরে আসে সেই সময়কে উড্ডয়নকাল বা প্রাসের বিচরণকাল বোঝায়।

খ সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে। যেহেতু এ ত্বরণ ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে এই জন্য এ ত্বরণকে ব্যাসার্ধমুখী ত্বরণও বলে। আবার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বেগের দিকের সাথে লম্ব বরাবর অর্থাৎ স্পর্শকের সাথে লম্বভাবে ব্যাসার্ধের দিকে ক্রিয়া করে বলে একে লম্ব ত্বরণও বলে।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$ [ω = কৌণিক বেগ]

গ স্প্রিং কর্তৃক সঞ্চিত শক্তি = বলটির লব্ধ গতিশক্তি।

স্প্রিং কর্তৃক সঞ্চিত শক্তি, $E = \frac{1}{2}kx^2$ $\begin{bmatrix} k = \text{স্প্রিং ধ্রুবক} \\ x = \text{সংকোচন} \end{bmatrix}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$

$\Rightarrow v^2 = \frac{kx^2}{m}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$

$= \sqrt{\frac{5000 \times (0.08)^2}{0.06}}$

$= 23.09\ ms^{-1}$

স্প্রিং বল, $F = kx'$
চিত্রানুযায়ী, $x' = 0.04m$
সংকোচনে স্প্রিং এর প্রযুক্ত বল,
$F = 200\ N$
$\therefore k = \frac{200\ N}{0.04\ m} = 5000\ Nm^{-1}$

$\therefore$ বলটির নিক্ষপ্ত বেগ $23.09\ ms^{-1}$। **(Ans.)**

ঘ 'গ' নং থেকে প্রাপ্ত নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 23.09\ ms^{-1}$
এবং নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 64°$

আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(23.09)^2 \sin(2 \times 64°)}{9.8} = 42.87\ m$

অতএব, বলটির আনুভূমিক পাল্লা 45 m অতিক্রম করবেনা।

ধরি, θ′ কোণে নিক্ষেপ করলে R = 45 m অতিক্রম করতে পারবে।

$\because 45 = \frac{v_0^2 \sin 2\theta'}{g}$

$\Rightarrow \sin 2\theta' = \frac{45 \times 9.8}{(23.09)^2}$

$\Rightarrow \sin 2\theta' = 0.83$

$\Rightarrow 2\theta' = \sin^{-1}(0.83)$

$\Rightarrow 2\theta' = 56.099 \therefore \theta' = 28.05°$

অতএব, 28.05° কোণে নিক্ষেপ করলে বলটি 45 m অতিক্রম করতে পারবে। **(Ans.)**

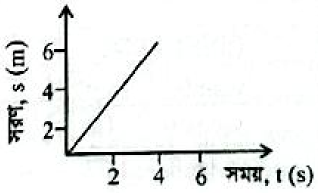
প্রশ্ন ▶ ১৩ একটি বাস $90\ kmhr^{-1}$ সুষম বেগে গতিশীল ছিল। যখন বাসটি একটি গাড়িকে অতিক্রম করে তখন গাড়িটি স্থির অবস্থা থেকে $5\ ms^{-2}$ সুষম ত্বরণে যাত্রা শুরু করে। বাস ও গাড়ি একই দিকে গতিশীল।

(ক) পড়ন্ত বস্তুর ২য় সূত্রটি বিবৃত করো।
(খ) সমবেগ এবং অসমবেগ সম্পর্কে লেখচিত্র অঙ্কণ করে ব্যাখ্যা দাও।
(গ) কখন গাড়িটি বাসকে অতিক্রম করবে নির্ণয় কর।
(ঘ) একই কাঠামোতে অঙ্কিত বাস ও গাড়ির বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের রেখাদ্বয় একটি বিন্দুতে ছেদ করে। সেই বিন্দুতে নির্দেশিত সময়ে কি গাড়িদ্বয় একে অপরকে অতিক্রম করবে? লেখটি অঙ্কন করে উপযুক্ত কারণসহ তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

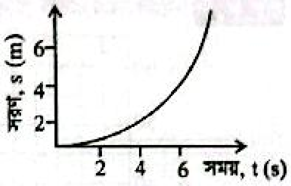
সমাধান:

ক স্থির অবস্থান থেকে বিনাবাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক। অর্থাৎ অর্জিত বেগ ∝ পতনকাল বা, v ∝ t।

খ সময়ের সাথে সরণ নির্দিষ্ট ব্যবধানে পরিবর্তিত হলে তা সুষম বেগ। লেখচিত্রে, 2s এ সরণ 2m, 4s এ সরণ 4m এবং 6s এ সরণ 6m। প্রতি ক্ষেত্রে বেগ, $v = \frac{2}{2} = 1ms^{-1}$



লেখচিত্র অনুযায়ী, সময়ের পরিবর্তনের সাথে সরণের পরিবর্তন নির্দিষ্ট নয় অর্থাৎ বেগ অসমবেগ।



গ মনে করি, t সময় পরে গাড়িটি বাসকে অতিক্রম করবে।

t সময়ে বাসের অতিক্রান্ত দূরত্ব,
$s_1 = vt = 25t$
t সময়ে গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব,
$s_2 = v_0 + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2$

বাসের বেগ, $v = 90kmhr^{-1}$
$= 25ms^{-1}$
গাড়ির আদিবেগ, $v_0 = 0ms^{-1}$
গাড়ির ত্বরণ, $a = 5ms^{-2}$

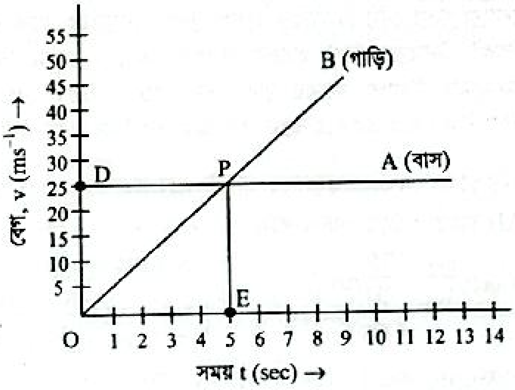
এখন, $s_1 = s_2$ হলে, $25t = \frac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow \frac{at}{2} = 25$

$\therefore t = \frac{25 \times 2}{5} = 10sec$

সুতরাং 10sec পর গাড়িটি বাসটিকে অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

ঘ



একই কাঠামোতে বাস ও গাড়ির বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্রে রেখাদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়।

বাসটি গাড়িটিকে অতিক্রম করার 5sec পরে তাদের রেখাদ্বয় মিলিত হয়।

এ সময়ে গাড়ির অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 5^2 = 62.5\ m$

বাসের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_2 = vt = 25 \times 5 = 125m$

গাড়িটির প্রাপ্ত বেগ, $v_1 = v_0 + at = 0 + 5 \times 5 = 25\ ms^{-1}$

বাসের সুষম বেগ, $v = 25\ ms^{-1}$

এখন, গাড়ি ও বাস একে অপরকে অতিক্রম করতে হলে অতিক্রান্ত দূরত্ব সমান হতে হবে।

আবার, P বিন্দুতে গাড়টির নির্দেশিত সরণ,

$s_1 = \Delta POE$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times OE \times PE = \frac{1}{2} \times 5 \times 25 = 62.5m$

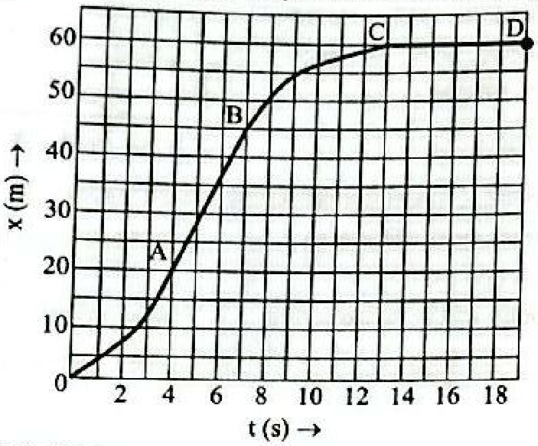
P বিন্দুতে নির্দেশিত বাসের সরণ,

$s_2 = ODPE$ এর ক্ষেত্রফল $= OD \times OE = 25 \times 5m = 125m$

$\therefore s_1 \neq s_2$

অর্থাৎ P বিন্দুতে গাড়িটি বাসের বেগ অতিক্রম করলেও বাসকে অতিক্রম করেনি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ নিচের চিত্রে একটি গাড়ির অবস্থান বনাম সময় লেখ দেখানো হয়েছে।



(ক) ত্বরণ কাকে বলে?

(খ) "কোনো বস্তুর বেগ দ্বি-মাত্রিক কিন্তু ত্বরণ একমাত্রিক হতে পারে" ব্যাখ্যা করো।

(গ) BC অংশের মন্দন নির্ণয় কর।

(ঘ) OB ও CD অংশের গড় বেগের মানের তুলনা কর।

সমাধান:

ক সময়ের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে এর ত্বরণ বলে।

খ কোনো বস্তুর বেগ দ্বি-মাত্রিক হলেও ত্বরণ একমাত্রিক হতে পারে। এক্ষেত্রে উৎকৃষ্ট উদাহরণ হলো প্রাসের গতিপথ। প্রাসের ক্ষেত্রে নিক্ষেপণ বেগের অনুভূমিক উপাংশ বরাবর ত্বরণ শূন্য হলেও উল্লম্ব বেগ বরাবর ত্বরণ ক্রিয়াশীল। তাই এক্ষেত্রে বস্তুর বেগ দ্বি-মাত্রিক কিন্তু ত্বরণ একমাত্রিক।

গ উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে গাড়িটি AB অংশে সমবেগে চলে।

AB অংশে গাড়ির বেগ v হলে,

$$v_{AB} = \frac{s_{AB}}{t_{AB}} = \frac{25}{3}\ ms^{-1} = 8.33\ ms^{-1}$$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{AB} = 45 - 20 = 25$ m

মোট সময়, $t_{AB} = 7 - 4 = 3$ sec

এখন, BC অংশে গাড়ির আদিবেগ v_0 হলে,

v_0 = AB অংশের গাড়ির বেগ $= 8.33\ ms^{-1}$

BC অংশে গাড়ির মন্দন a হলে,

$$s_{BC} = v_0 t_{BC} - \frac{1}{2} a t_{BC}^2$$

$$\Rightarrow 15 = 8.33 \times 5 - \frac{1}{2} a \times 5^2$$

$$\Rightarrow 15 = 41.65 - \frac{25}{2} a$$

BC অংশে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_{BC} = 60 - 45 = 15$m

মোট সময়, $t_{BC} = 12 - 7 = 5$ sec

আদিবেগ, $v_0 = 8.33\ ms^{-1}$

মন্দন, a = ?

$$\Rightarrow \frac{25}{2} a = 26.65$$

$$\therefore a = \frac{26.65 \times 2}{25} = 2.13\ ms^{-2}$$ **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি,

$$\text{গড় বেগ} = \frac{\text{মোট অতিক্রান্ত পথ}}{\text{মোট সময়}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

OB অংশের ক্ষেত্রে গড় বেগ $\bar{v}_{OB} = \frac{\Delta s_{OB}}{\Delta t_{OB}} = \frac{45}{7} = 6.43\ ms^{-1}$

এখানে,
$\Delta s_{OB} = 45 - 0 = 45$ m
$\Delta t_{OB} = 7 - 0 = 7$ sec

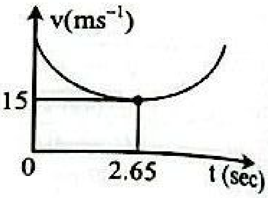
CD অংশের ক্ষেত্রে গড় বেগ,

$$\bar{v}_{CD} = \frac{\Delta s_{CD}}{\Delta t_{CD}} = \frac{0}{7} = 0\ ms^{-1}$$

এখানে,
$\Delta s_{CD} = 60 - 60 = 0$ m
$\Delta t_{CD} = 19 - 12 = 7$ sec

সুতরাং, OB অংশের গড়বেগ $6.43\ ms^{-1}$ এবং CD অংশের গড়বেগ $0\ ms^{-1}$। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি বস্তুকে 75 m দূরে এবং 7.4 m উচ্চতায় রাখা একটি ঝুড়িতে ফেলার জন্য লেখচিত্র অনুযায়ী নিক্ষেপ করা হলো।



(ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে?

(খ) অসমবেগে গতিশীল কোনো কাঠামো জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হতে পারে না- ব্যাখ্যা কর।

(গ) বস্তুটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে?

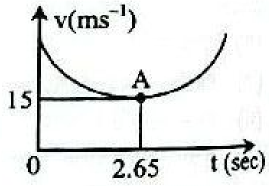
(ঘ) বস্তুটিকে ঝুড়িতে ফেলার চেষ্টা সফল হবে কী না? গাণিতিকভাবে যাচাই করো।

সমাধান:

ক সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

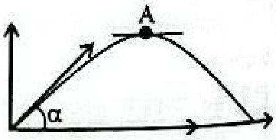
খ জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হলো প্রসঙ্গ কাঠামোর বিশেষ একটি রূপ যেখানে দুটি প্রসঙ্গ কাঠামোকে একে অপরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। কিন্তু কোনো একটি প্রসঙ্গ কাঠামো যদি অসমবেগে গতিশীল হয় তবে অপর প্রসঙ্গ কাঠামোয় নিউটনের গতির সূত্রসমূহ প্রযোজ্য হবে না। যেমন– বাহ্যিক বল প্রয়োগ ব্যতিরেকেই বস্তুর গতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটবে। সুতরাং অসমবেগে গতিশীল কাঠামো জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হতে পারে না।

গ চিত্রে A বিন্দুতে বেগের মান সর্বনিম্ন। যেহেতু নিক্ষিপ্ত বস্তুটির গতি দ্বিমাত্রিক এবং অনুভূমিক বরাবর বেগ সুষম। সুতরাং A অবস্থানে 2.65 sec সময়ে বস্তুটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় অবস্থান করবে এবং উল্লম্ব বেগ শূন্য হবে।



অনুভূমিক বেগ,

$v_0 \cos\theta_0 = 15$ .... (i)



আবার, উলম্ব বেগ, $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$

যখন, $t = 2.65$, $v_y = 0$

$\Rightarrow 0 = v_0 \sin\theta_0 - 9.8 \times 2.65$

$\Rightarrow v_0 \sin\theta_0 = 25.97$ ....(ii)

(ii) ÷ (i) হতে,

$$\frac{v_0 \sin\theta_0}{v_0 \cos\theta_0} = \frac{25.97}{15} = 1.73$$

$\Rightarrow \tan\theta_0 = 1.73$

$\Rightarrow \theta_0 = \tan^{-1}(1.73) = 59.99° \approx 60°$

আবার, $(i)^2 + (ii)^2$ হতে পাই,

$v_0^2\cos^2\theta_0 + v_0^2\sin^2\theta_0 = 15^2 + 25.97^2$

$\Rightarrow v_0^2(\cos^2\theta_0 + \sin^2\theta_0) = 899.44$

$\Rightarrow v_0^2 = 899.44 \quad \therefore v_0 = 29.99\ ms^{-1} \approx 30ms^{-1}$

$\therefore$ সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \dfrac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2g} = \dfrac{899.44 \times \sin^2 60°}{2 \times 9.8}$

$= 34.417$ m **(Ans.)**

Another process:

এখানে, $t_H = 2.65$ s $\quad \therefore T = t_H = 5.3$ s

আমরা জানি, $4H = \dfrac{1}{2}gT^2 \quad \therefore H = \dfrac{1}{8} \times 9.8 \times 5.3^2 = 34.41$ m.

ঘ 'গ' হতে পাই, $v_0 = 30\ ms^{-1}$ এবং $\theta_0 = 60°$

অনুভূমিক পাল্লা, $R = \dfrac{v_0^2\sin2\theta_0}{g} = \dfrac{30^2 \times \sin^2(2 \times 60°)}{9.8} = 79.53$ m

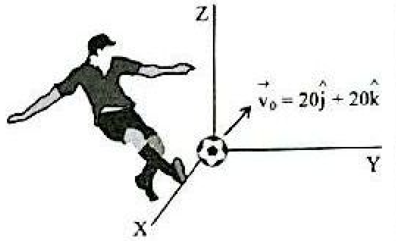
ধরি, বস্তুটিকে নিক্ষেপণের পর x = 75m অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করতে উল্লম্ব সরণ হবে, $y = x\tan\alpha\left(1 - \dfrac{x}{R}\right)$

এখানে, x = 75 m
নিক্ষেপণ কোণ, $\alpha = 60°$
এবং নিক্ষেপণ বেগ,
$v_0 = 30\ ms^{-1}$ [গ হতে প্রাপ্ত]

$= 75 \times \tan60° \times \left(1 - \dfrac{75}{79.53}\right) = 7.3999\ m \approx 7.4$ m

সুতরাং বস্তুটি 75 m আনুভূমিক দূরত্বে 7.4 m উচ্চতায় থাকে। ফলে, বস্তুটিকে ঝুড়িতে ফেলার চেষ্টা সফল হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৬ একজন খেলোয়াড় একটি ফুটবলকে পা দিয়ে আঘাত করলে বলটি $\vec{v}_0$ বেগ প্রাপ্ত হলো। সে সময় বায়ুর বেগ $\vec{v}_a = 5\hat{j}$।



(ক) সুষম বেগ কাকে বলে?
(খ) জড় ও অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।
(গ) ফুটবলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে বের কর।
(ঘ) যদি বায়ুর বেগের মান অপরিবর্তিত রেখে দিক বিপরীত করা হয় তাহলে আনুভূমিক ও উলম্ব দিকে অতিক্রান্ত দূরত্বের কোনো পরিবর্তন হবে কি না, উপযুক্ত কারণসহ ব্যাখ্যা কর।

সমাধান:

ক সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হার একইরূপ থাকলে, অর্থাৎ বস্তুটি সমান সময়ে যদি সমান সরণ অতিক্রম করতে থাকে, তবে তার বেগকে সুষম বেগ বলে।

খ জড় প্রসঙ্গ কাঠামোকে গ্যালিলীয় প্রসঙ্গ কাঠামো বা নিউটনীয় প্রসঙ্গ কাঠামোও বলা হয়। এ প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের দ্বিতীয় ও তৃতীয় গতিসূত্র খুব ভালো খাটে। একে অন্য কথায় এভাবে বলা যায়, জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হলো সে প্রসঙ্গ কাঠামো যার মধ্যে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায়। এরা পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল।

অর্থাৎ, পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যেসব প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায় তাদেরকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামো পরস্পরের সাপেক্ষে অসম বেগে গতিশীল অর্থাৎ যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামোর ত্বরণ থাকে তাদেরকে অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। উদাহরণ: লিফট, রকেট, কৃত্রিম উপগ্রহ ইত্যাদিকে আমরা অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে পারি, কেননা এগুলো সমবেগে চলেনা। এদের ত্বরণ হয়।

গ আমরা জানি,

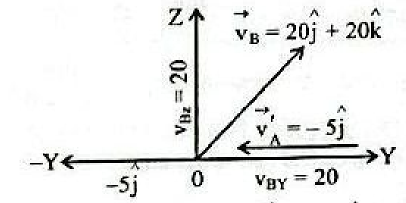
$H = \dfrac{v_{AB}^2\sin^2\theta}{2g}$

$= \dfrac{(\sqrt{25^2 + 20^2})^2\sin^2 38.66°}{2 \times 9.8}$

$= 20.4$ m **(Ans.)**

এখানে, ফুটবলের আদিবেগ,
$\vec{v}_B = 20\hat{j} + 20\hat{k}$
বাতাস, $\vec{v}_a = 5\hat{j}$
লব্ধি বেগ, $\vec{v}_{AB} = 25\hat{j} + 20\hat{k}$
Y অক্ষের সাথে $\vec{v}_{AB}$, θ কোণে আনত হলে, $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{20}{25}\right) = 38.66°$

ঘ



চিত্র থেকে দেখা যায়, ফুটবলের বেগ, $\vec{v}_B = 20\hat{j} + 20\hat{k}\ ms^{-1}$ যার আনুভূমিক উপাংশ OY অক্ষ বরাবর, $v_{BY} = 20\ ms^{-1}$ এবং উল্লম্ব উপাংশ OZ বরাবর, $v_{BZ} = 20\ ms^{-1}$। এখন বায়ু পূর্বের বেগে বিপরীত দিকে প্রবাহিত হলে বায়ুর বেগ, $\vec{v}_A' = -5\hat{j}\ ms^{-1}$। বায়ুর কারণে ফুটবলের বেগের উল্লম্ব উপাংশের কোনো পরিবর্তন না হলেও, আনুভূমিক উপাংশ পরিবর্তিত হবে। যেহেতু বায়ু ফুটবলের আনুভূমিক দিকের বিপরীত দিক বারাবর প্রবাহিত হচ্ছে। সুতরাং ফুটবলের বেগের কার্যকর আনুভূমিক উপাংশ,

$v_{BY}' = v_{BY} - |\vec{v}_A'| = 20 - \sqrt{5^2} = 15\ ms^{-1}$

আমরা জানি, অনভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত ক্ষেপক বা বস্তুর গতিপথ পরাবৃত্ত হয়। এক্ষেত্রে ফুটবলের গতিপথও পরাবৃত্ত হবে। তবে, ফুটবলের বেগের উলম্ব উপাংশ অপরিবর্তিত থাকায় এর উলম্ব সরণ তথা সর্বোচ্চ উচ্চতার পরিবর্তন হবে না অর্থাৎ পূর্বের ন্যায় H = 20.4 m হবে ('গ' হতে পাই)। কিন্তু পরিবর্তিত আনুভূমিক উপাংশের কারণে আনুভূমিক সরণ তথা আনুভূমিক পাল্লা পরিবর্তিত হবে।

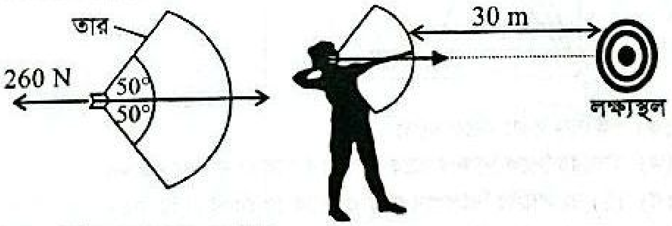
এক্ষেত্রে, আনুভূমিক দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব Y′ হলে,

$Y' = v_{BY}'\,t = (v_{BY} - v_A')\,t$

অর্থাৎ আনুভূমিক দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব হ্রাস পাবে।

সুতরাং, বায়ুর বেগের মান অপরিবর্তিত রেখে দিক বিপরীত করা হলে, উল্লম্ব দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব অপরিবর্তিত থাকবে কিন্তু আনুভূমিক দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৭ একজন তীরন্দাজ তীর ছোড়ার জন্য লক্ষ্যস্থলের দিকে তাক করেছে। তীরটি যখন 260 N বলে টানা হয় তখন তীর ও তারের মধ্যবর্তী কোণ 50° হয়। তীরটি যখন ধনুক থেকে মুক্ত হয় তখন $25ms^{-1}$ বেগ প্রাপ্ত হয়। বায়ুর বাধা উপেক্ষণীয়।



(ক) কৌণিক সরণ কাকে বলে?
(খ) গড়বেগ থেকে কীভাবে তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যায়?
(গ) টানা অবস্থায় তারের টান নির্ণয় কর।
(ঘ) লক্ষ্যস্থলে তীরটি লাগানোর জন্য তীরন্দাজকে তুমি কী পরামর্শ দিবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ আলোচনা কর।

সমাধান:

ক কোনো ঘূর্ণনশীল কণার প্রাথমিক ও অন্তিম অবস্থান দুইটি গতি পথটির কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কণাটির কৌণিক সরণ বলা হয়।

খ Δt সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর সরণ Δs হলে ঐ সময় ব্যবধানে গড়বেগ,

$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ......(i)

কিন্তু আমরা জানি, কোনো মুহূর্তকে ঘিরে অতি অল্প সময় ব্যবধানে সময়ের সাপেক্ষে সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

অর্থাৎ, তাৎক্ষণিক বেগ, $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ ......(ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, তাৎক্ষণিক বেগ, $v = \lim_{\Delta t \to 0} \overline{v}$ ($\overline{v}$ = গড়বেগ)

সুতরাং কোনো মুহূর্তেকে ঘিরে অল্প সময় ব্যবধানে গড়বেগের সীমান্তিক মান নিলেই তাৎক্ষণিক বেগ পাওয়া যায়।

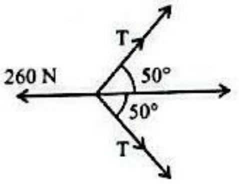
গ এখানে, লব্ধি বল = 260 N

$(260)^2 = T^2 + T^2 + 2T^2 \cos 100°$

$\Rightarrow 67600 = 2T^2 - 2 \times 0.17 T^2$

$\Rightarrow 1.66 T^2 = 67600$

$\therefore T = 201.799$ N **(Ans.)**



ঘ উদ্দীপকের চিত্রানুযায়ী, তীরটি যদি অনুভূমিক অক্ষ বরাবর ছোঁড়া হয় তাহলে তীরটি লক্ষ্যস্থলে না পৌঁছে নিচে গিয়ে পড়বে। কারণ এক্ষেত্রে তীরের গতিপথ পরাবৃত্তাকার হয়। কিন্তু তীরটিকে আনুভূমিক অবস্থা থেকে নির্দিষ্ট কোণে ছোঁড়া হয় তাহলে তীরটি লক্ষ্যস্থানে পৌছাবে।

ধরি, এক্ষেত্রে তীরটিকে অনুভূমিক অক্ষের সাথে θ কোণে ছোঁড়া হয়েছে।

এখানে, তীরের বেগ, $v = 25 ms^{-1}$
অনুভূমিক পাল্লা, R = 30m
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-1}$

$\therefore R = \frac{v^2}{g} \sin 2\theta$

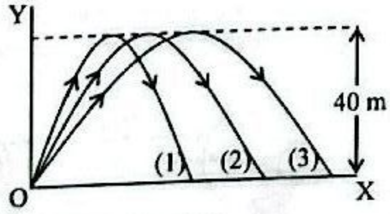
বা, $\sin 2\theta = \frac{Rg}{v^2} = \frac{30 \times 9.4}{(25)^2} = 0.4704$

বা, $2\theta = \sin^{-1}(0.4704) = 28.06°$

$\therefore \theta = \frac{28.06°}{2} = 14.03°$

সুতরাং, তীরটিকে লক্ষ্যস্থলে পাঠানোর জন্য তীরন্দাজের উচিত অনুভূমিকের সাথে তীরটিকে 14.03° কোণে ছোঁড়া। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ নিচের চিত্রে একই বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত তিনটি প্রাসের গতিপথ দেখানো হয়েছে এবং এদের আনুভূমিক পাল্লা দেওয়া হয়েছে।



$R_1 = 40$ m
$R_2 = 65$ m
$R_3 = 90$ m
$g = 10 ms^{-2}$

(ক) কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে?
(খ) উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ হ্রাস পায় কেন– ব্যাখ্যা কর।
(গ) (2) নং প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ ও নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর।
(ঘ) প্রাস তিনটির উড্ডয়নকাল সমান হবে না কম-বেশি হবে গানিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

সমাধান:

ক সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

খ উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষ বলের দিক নিচের দিকে। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণের দিকও খাড়া নিচের দিকে। ফলে, উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বদা মন্দন ঘটে এবং এ কারণে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায়। অর্থাৎ $v = v_0 - gt$, সময়ের সাথে বেগ হ্রাস পেতে থাকে।

গ এখানে, সর্বাধিক উচ্চতা, $y_{max} = 40$ m

এবং, আনুভূমিক পাল্লা, $R_2 = 65$ m

আমরা জানি, সর্বাধিক উচ্চতা, $y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$

$\Rightarrow v_0^2 \sin^2\theta_0 = y_{max} \times 2g = 40 \times 2 \times 10 = 800$ ....(i)

এবং, আনুভূমিক পাল্লা, $R_2 = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$

$\Rightarrow 2v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0 = R_2 \times g = 65 \text{ m} \times 10 \text{ ms}^{-2} = 650$

$\Rightarrow v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0 = 325$ ....(ii)

সমীকরণদ্বয় ভাগ করে, $\tan\theta_0 = 2.46$ $\therefore \theta_0 = 67.89°$ **(Ans.)**

(i) নং সমীকরণ থেকে, $v_0^2 \sin^2\theta_0 = 800$

$\Rightarrow v_0^2 \sin^2 67.89° = 800$

$\therefore v_0 = 30.535 ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে পাই, ২য় প্রাসের নিক্ষিপ্ত বেগ, $v_2 = 30.53 ms^{-1}$

এবং নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_2 = 67.89°$

২য় প্রাসের উড্ডয়নকাল,

$T_2 = \frac{2v_2 \sin\theta_2}{g} = \frac{2 \times 30.53 \times \sin(67.89°)}{10} = 5.66$ s

১ম প্রাসের শেষে,

$R_1 = 40$ m

$H = 40$ m

$\tan\theta_1 = \frac{4H}{R_1}$

$\therefore \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{4 \times 40}{40}\right) = 75.96°$

$H = \frac{v_1^2 \sin^2\theta_1}{2g}$

$\Rightarrow v_1^2 = \frac{40 \times 2 \times 10}{(\sin 75.96°)^2}$

$\therefore v_1 = 29.16 ms^{-1}$

$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

H =

$\frac{R}{H} = \frac{v_0^2 2\sin\theta.\cos\theta}{g} \times \frac{2g}{v_0^2 \sin^2\theta}$

$\Rightarrow \frac{R}{H} = \frac{4}{\tan\theta}$

$\therefore \tan\theta = \frac{4H}{R}$

$\therefore$ ১ম প্রাসের উড্ডয়নকাল,

$T_1 = \frac{2v_1\sin\theta_1}{g} = \frac{2 \times 29.16 \times \sin 75.96°}{10} = 5.66$ s

৩য় প্রাসের ক্ষেত্রে, $\tan\theta_3 = \frac{4H}{R_3}$ $\therefore \theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{4 \times 40}{90}\right) = 60.64°$

$H = \frac{v_3^2 \sin^2\theta_3}{2g}$

$\Rightarrow v_3^2 = \frac{40 \times 2 \times 10}{(\sin 60.64°)^2}$ $\therefore v_3 = 32.45 ms^{-1}$

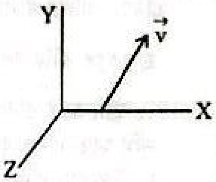
৩য় প্রাসের উড্ডয়নকাল, $T_3 = \frac{2v_3\sin\theta_3}{g}$

$= \frac{2 \times 32.45 \times \sin(60.64°)}{10} = 5.66$ s

দেখা যাচ্ছে, $T_1 = T_2 = T_3$

অতএব, প্রাস তিনটির উড্ডয়নকাল সমান। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৯ চাঁদের চারপাশে কোনো বায়ুমন্ডল নেই কিন্তু এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষের ত্বরণের মান $1.6\ ms^{-2}$। এক খন্ড গ্রহাণু চন্দ্রপৃষ্ঠে আঘাত করার পর এর একটি টুকরো আনুভূমিক ও উল্লম্ব বরাবর যথাক্রমে $240\ km\ hr^{-1}$ ও $120\ km\ hr^{-1}$ বেগ প্রাপ্ত হয়। XZ তলটি চন্দ্রপৃষ্ঠ হিসেবে বিবেচনা করা হয়েছে।



(ক) তাৎক্ষণিক বেগ কী?

(খ) গড় ত্বরণ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

(গ) ভূমিকে স্পর্শ করার পূর্বে টুকরাটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে নির্ণয় কর।

(ঘ) "টুকরাটির বেগের আনুভূমিক উপাংশে অপরিবর্তিত রেখে উল্লম্ব উপাংশে $240\ kmhr^{-1}$ হলে এটি সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করতো" উক্তিটির যথার্থতা বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

ক সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলা হয়।

খ নিচে গড় ত্বরণ ও তাৎক্ষণিক ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য দেওয়া হলো:

গড় ত্বরণ	তাৎক্ষণিক ত্বরণ
১. যেকোনো সময় ব্যবধানে সময়ের সাপেক্ষে বেগের পরিবর্তনের হারকে গড় ত্বরণ বলে।	১. সময়কে শূন্যের কাছাকাছি রেখে সময়ের সাপেক্ষে বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।
২. গড় ত্বরণ, $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	২. তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
৩. যেকোনো সময় ব্যবধান প্রযোজ্য।	৩. সময়ের ব্যবধান অতিক্ষুদ্র (শূন্যের কাছাকাছি) হতে হয়।

গ এখানে,

বেগের আনুভূমিক উপাংশ, $v_x = 240\ kmhr^{-1} = 66.67\ ms^{-1}$

বেগের উলম্ব উপাংশ, $v_y = 120\ kmhr^{-1} = 33.33\ ms^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 1.6\ ms^{-2}$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $R = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(66.67)^2 + (33.33)^2} = 74.53\ ms^{-1}$

আবার, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_x}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{33.67}{66.67}\right) = 26.79°$

এখন, $R = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(74.53)^2 \times \sin(2 \times 26.79)}{1.6} = 2793.63\ m$

অতএব ভূমি স্পর্শ করার পূর্বে টুকরাটি 2793.63 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

ঘ টুকরাটির বেগের আনুভূমিক উপাংশে অপরিবর্তিত রেখে উল্লম্ব উপাংশে $240\ kmhr^{-1}$ করা হলে,

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(66.67)^2 + (66.67)^2}$ ['গ' হতে মান নিয়ে']

$= 94.29\ ms^{-1}$

এক্ষেত্রে, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_x}{v_y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{66.67}{66.67}\right) = 45°$

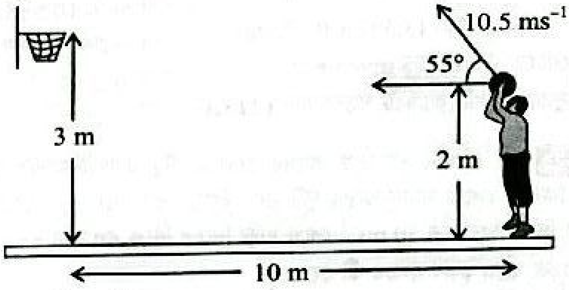
সুতরাং, টুকরাটির বেগের আনুভূমিক উপাংশে অপরিবর্তিত রেখে উল্লম্ব উপাংশ $240\ km.hr^{-1}$ হলে এটি সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করতো।

সর্বাধিক দূরত্ব, $R = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$

$= \frac{(94.29)^2 \times \sin(2 \times 45°)}{1.6} = 5556.63\ m$

সুতরাং, এক্ষেত্রে এটি সর্বাধিক 5556.63 m দূরত্ব অতিক্রম করতো। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২০ একজন বাস্কেট বল খেলোয়ার বলটিকে বাস্কেটে ফেলার জন্য 10 m দূর থেকে চিত্রানুরূপ বল নিক্ষেপ করে। বায়ুর বাধা উপেক্ষণীয়।



(ক) জড় কাঠামো কী?

(খ) রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।

(গ) নিক্ষেপের 2s পর বলটির বেগ কত হবে নির্ণয় কর।

(ঘ) বলটি বাস্কেটে পড়বে কিনা গাণিতিক যুক্তিসহ উত্তর দাও।

সমাধান:

ক যে প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্রসমূহ খাটে তাকে জড় কাঠামো বলে।

খ রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের পার্থক্য নিম্নরূপ:

রৈখিক বেগ	কৌণিক বেগ
১. রৈখিক বেগ হলো সময়ের সাথে নির্দিষ্ট দিকে অবস্থান পরিবর্তনের হার তথা সরণের হার।	১. কৌণিক বেগ হলো সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হার।
২. রৈখিক বেগের একক ms^{-1}	২. কৌণিক বেগের একক $rads^{-1}$
৩. রৈখিক বেগের মাত্রা $[V] = LT^{-1}$	৩. কৌণিক বেগের মাত্রা, $[\omega] = T^{-1}$

গ নিক্ষেপের 2 s পর বলটির বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$\Rightarrow v_x = v_0\cos\theta = 10.5 \times \cos 55° = 6.02\ ms^{-1}$

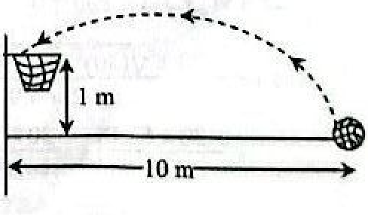
$v_y = v_0\sin\theta - gt$

$= 10.5 \times \sin 55° - 9.8 \times 2$

$= -10.99\ ms^{-1}$ [অর্থাৎ বলটি নিম্নমুখী ছিল]

$\therefore v = \sqrt{(6.02)^2 + (-10.99)^2} = 12.53\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ বলটির বাস্কেটে পড়তে হলে t সময়ে বলটির আনুভূমিক দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব হতে হবে 10m এবং উল্লম্ব দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব হতে হবে (3 – 2) m বা 1m।



আনুভূমিক দিকে অতিক্রান্ত দূরত্বের ক্ষেত্রে,

$x = v_0\cos\theta t$

$\Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\theta}$

$= \frac{10}{10.5 \times \cos55°} = 1.66$ sec

আনুভূমিক দিকে অতক্রান্ত দূরত্ব, $x = 10m$
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 55°$
সময় = t

$t = 1.66$ sec বলটির উল্লম্ব দূরত্ব y হলে,

$y = v_0\sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 10.5 \times \sin(55°) \times 1.66 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.66^2$

$= 14.277 - 13.502 = 0.775$ m

যেহেতু $y = 0.775$ m < 1m

সুতরাং বলটি বাস্কেটে পড়বে না। **(Ans.)**

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$
সময়, $t = 1.66$ sec
নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 10.5$ ms^{-1}
নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 55°$

প্রশ্ন ▶ ২১ রনি ও মনি দুই ভাই তাদের 100 m উঁচু অ্যাপার্টমেন্টের ভবনের ছাদের কিনারা থেকে সমান ভরের দুটি বল ছোঁড়ে। রনি 30 ms^{-1} বেগে খাড়া উপরের দিকে আর মনি 30 ms^{-1} বেগে খাড়া নিচের দিকে বল ছোঁড়ে।

(ক) পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলতে কী বোঝায়?
(খ) সমবেগে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র কীরূপ হবে এঁকে ব্যাখ্যা করো।
(গ) মনির বলটি কত সময় পর ভূমিতে আঘাত করবে?
(ঘ) কার নিক্ষিপ্ত বল ভূমিতে বালির মধ্যে বেশি পরিমাণ প্রবেশ করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করো।

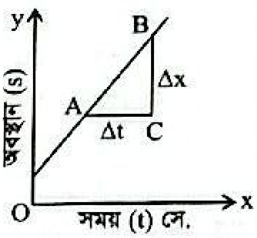
সমাধান:

ক অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলে।

খ ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর সময় (t) এবং y-অক্ষ বরাবর অবস্থান (s) নিয়ে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্র আঁকলে সেটি নিম্নরূপ হবে।

i. এটি একটি সরলরেখা।

ii. আদি অবস্থান $(x_0 = 0)$ শূন্য হলে সরলরেখাটি মূল বিন্দুগামী এবং আদি অবস্থান $(x_0 = 0)$ শূন্য না হলে সরল রেখাটি y অক্ষকে ছেদকারী সরলরেখা হবে।



iii. সরলরেখার ঢাল $\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$ যা বেগ নির্দেশ করে।

গ আমরা জানি,

$h = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 100 = 30t + \frac{1}{2} \times 9.8t^2$

$\Rightarrow 4.9t^2 + 30t - 100 = 0$

উদ্দীপক হতে পাই,
উচ্চতা, h = 100 m
মনির বলের আদি বেগ, $v_0 = 30$ ms^{-1}
মনির বলের ভূমিতে আঘাত করার সময়, t = ?
অভিকর্ষজ ত্বরণ, g = 9.8 ms^{-1}

$\Rightarrow t = \frac{-30 \pm \sqrt{(30)^2 - 4 \times 4.9 \times (-100)}}{2 \times 4.9}$

$= \frac{-30 \pm 53.48}{9.8} = \frac{-30 + 53.48}{9.8}$ [∵ সময় ঋণাত্মক হতে পারে না]

$= 2.4$ s **(Ans.)**

ঘ ভূমিতে বালি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে যার বলের বেগ বেশি হবে তার বল ভূমিতে বালির মধ্যে বেশি পরিমাণ প্রবেশ করবে।

ছাদ হতে রনির বলটির সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h_m = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{30^2}{2 \times 9.8} = 91.84$ m

∴ ভূমি হতে রনির বলের উচ্চতা, $h_1 = (100 + 91.84) = 191.84$ m

ভূমি হতে মনির বলের উচ্চতা, $h_2 = 100$ m

h_1 উচ্চতায় রনির বলের আদি বেগ, $v_{0_1} = 0$ ms^{-1}

h_2 উচ্চতায় মনির বলের আদি বেগ, $v_{0_2} = 30$ ms^{-1}

ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে রনির বলের বেগ v_1 এবং মনির বলের বেগ v_2 হলে,

$v_1^2 = v_{0_1}^2 + 2gh_1$

$\Rightarrow v_1^2 = 0^2 + 2 \times 9.8 \times 191.84$

$\Rightarrow v_1^2 = 3.76 \times 10^3$

$\therefore v_1 = 61.32$ ms^{-1}

আবার, $v_2^2 = v_{0_2}^2 + 2gh_2$

বা, $v_2^2 = (30)^2 + 2 \times 9.8 \times 100$

বা, $v_2^2 = 900 + 1960$

বা, $v_2^2 = 2860$

$\therefore v_2 = 53.48$ ms^{-1}

লক্ষ্য করি, $v_1 > v_2$। অতএব রনির বলটি ভূমিতে বালির মধ্যে বেশি পরিমাণ প্রবেশ করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২২ 245 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তু ফেলে দেওয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

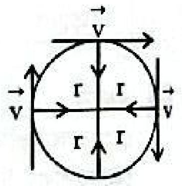
(ক) সুষম ত্বরণ কী?
(খ) রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কী?
(গ) উদ্দীপকে উল্লেখিত প্রথম বস্তুটির ভূমিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে?
(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর কত বেগে দ্বিতীয় বস্তুকে নিক্ষেপ করলে এটি ঠিক মাঝপথে প্রথম বস্তুর সাথে মিলিত হবে? কোন বস্তু আগে ভূমিতে পৌঁছাবে নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর বেগ পরিবর্তনের হার সমান তথা ত্বরণ যদি সব সময় ধ্রুব হয় তবে তাকে সমত্বরণ বা সুষম ত্বরণ বলে।

খ কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের সম্পর্ক হচ্ছে,
রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × বৃত্তের ব্যাসার্ধ
রৈখিক বেগ, v, কৌণিক বেগ ω এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, v = rω আবার রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যকার ভেক্টর রূপ হচ্ছে,

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$



গ আমরা জানি, $h = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$\therefore t = \sqrt{\frac{2 \times 245}{9.8}} = 7.07$ s **(Ans.)**

ঘ ধরি, দ্বিতীয় বস্তুটি নিক্ষেপের t সময় পর ভূমি থেকে x উচ্চতায় অর্থাৎ মাঝপথে $x = \frac{245}{2} = 122.5$ m উচ্চতায় মিলিত হবে।

২য় বস্তুর ক্ষেত্রে, $x = v_{0_2}t - \frac{1}{2}gt^2$........ (i) [$v_{0_2}$ = ২য় বস্তুর নিক্ষিপ্ত বেগ]

১ম বস্তুর ক্ষেত্রে, $245 - x = \frac{1}{2}gt^2$........ (ii)

(ii) থেকে পাই, $122.5 = \frac{1}{2}gt^2$ $\therefore t = \sqrt{\frac{2 \times 122.5}{9.8}} = 5$ s

t এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $122.5 = 5v_{0_2} - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 5^2$

$\Rightarrow 5v_{0_2} = 245$ $\therefore v_{0_2} = 49$ ms^{-1}

অর্থাৎ দ্বিতীয় বস্তুটি 49 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে তা ঠিক মাঝপথে মিলিত হবে।

দ্বিতীয় বস্তুটি ভূমিতে ফিরে আসবে, $T = \frac{2v_{0_2}}{g} = \frac{2 \times 49}{9.8} = 10$ s

'গ' থেকে প্রাপ্ত, ১ম বস্তুর সময়, t = 7.07 s যা, T > t

অতএব, প্রথম বস্তু আগে ভূমিতে পৌছাবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▸ ২৩ কৌশিক ও শৌমিক কলেজের ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় 1.4 m উচ্চতা থেকে 10 ms^{-1} বেগে গোলক নিক্ষেপ করে। কৌশিকের গোলক অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে আর শৌমিকের গোলক অনুভূমিকের সাথে 50° কোণে নিক্ষিপ্ত হয়।

(ক) গড় ত্বরণ কী?

(খ) $v = \omega r$ সমীকরণটির অর্থ বুঝিয়ে দাও।

(গ) শৌমিক এবং কৌশিকের মধ্যে কার গোলকটি ভূমি থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় থাকে?

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও কৌশিক ও সৌমিকের গোলকের মধ্যে কোনটি বেশি দূরত্ব অতিক্রম করবে?

সমাধান:

ক যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর প্রতি একক সময়ে বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে বস্তুটির গড় ত্বরণ বলে।

খ মনে করি, একটি বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v সমবেগে গতিশীল। এক্ষেত্রে বেগের মান ধ্রুব কিন্তু দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তন হচ্ছে। v এর দিক হবে বৃত্তের পরিধির উপর অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। বস্তুটি Δt সময়ে পরিধির উপর A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যায়। সুতরাং রৈখিক সরণ = AB = ΔS এবং কৌণিক সরণ = Δθ। কোণ Δθ কে রেডিয়ানে পরিমাপ করলে, $\Delta\theta = \frac{\Delta S}{r}$ বা, $\Delta S = r\Delta\theta$

উভয়দিকে Δt দিয়ে ভাগ করে পাই, $\frac{\Delta S}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

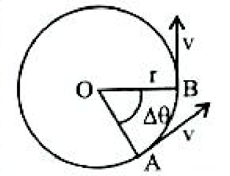
সময়ের ব্যবধান অত্যন্ত ক্ষুদ্র হলে অর্থাৎ $\Delta t \rightarrow 0$ হলে A ও B বিন্দুর বেগের দিক প্রায় সমান্তরাল হয়।

অতএব, $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

বা, $\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$

রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের সংজ্ঞা থেকে–

$\boxed{v = \frac{ds}{dt}}$ এবং $\boxed{\omega = \frac{d\theta}{dt}}$



চিত্র: রৈখিক বেগ ও ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক

সুতরাং, $v = r\omega$

অর্থাৎ, রৈখিক বেগ = ব্যাসার্ধ × কৌণিক বেগ।

গ কৌশিকের ক্ষেত্রে,

$$y'_{max} = \frac{(v_{0_1}\sin\theta_{0_1})^2}{2g} = \frac{(10 \times \sin 40°)^2}{2 \times 9.8} = 2.18 \text{ m}$$

ভূমি থেকে উচ্চতা, (1.4 + 2.18) = 3.58 m

শৌমিকের ক্ষেত্রে, $y''_{max} = \frac{(v_{0_2}\sin\theta_{0_2})^2}{2g} = \frac{(10 \sin 50°)^2}{2 \times 9.8} = 2.99$ m

ভূমি থেকে উচ্চতা = (1.4 + 2.99) = 4.39 m

অতএব, শৌমিকের গোলক ভূমি থেকে সর্বাধিক উচ্চতায় থাকে। (Ans.)

ঘ কৌশিক ও সৌমিকের সাধারণ নিক্ষেপন বেগ, $v_0 = 10\ ms^{-1}$

উভয়ক্ষেত্রে, প্রাসের আদি উচ্চতা, h = 1.4 m

কৌশিকের নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_{01} = 40°$

সৌমিকের নিক্ষেপণ কোণ, $\theta_{02} = 50°$

মনে করি, কৌশিক ও সৌমিকের গোলকের ভূমি স্পর্শ করতে যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময় লাগে।

তাহলে, $h = -v_0\sin\theta_{0_1}t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$ ....(i)

এবং $h = -v_0\sin\theta_{0_2}t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$ ....(ii)

(i) নং এ মানসমূহ বসিয়ে পাই,

$1.4 = -10 \sin 40° t_1 + 4.9\ t_1^2$

$\Rightarrow 4.9\ t_1^2 - 6.43t_1 - 1.4 = 0$

$\therefore t_1 = 1.50$ sec (একমাত্র গ্রহনযোগ্য সমাধান)

(ii) নং-এ সংশ্লিষ্ট মানসমূহ বসিয়ে পাই,

$1.4 = -10 \sin 50° t_2 + 4.9\ t_2^2$

$\Rightarrow 4.9t_2^2 - 7.66\ t_2 - 1.4 = 0$

$\therefore t_2 = 1.73$ sec (একমাত্র গ্রহনযোগ্য সমাধান)

কৌশিকের গোলকের অনুভূমিক পাল্লা $= v_0\cos\theta_{0_1}t_1$

$= 10 \cos 40° \times 1.5$

$= 11.5$ m

এবং সৌমিকের গোলকের অনুভূমিক পাল্লা $= v_0\cos\theta_{0_2}t_2$

$= 10 \cos 50° \times 1.73$

$= 11.2 \text{ m} < 11.5$ m

সুতরাং কৌশিকের গোলক বেশি দূরত্ব অতিক্রম করবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▸ ২৪ ভূমি থেকে 1.8 m উপরে অনুভূমিক তলে একটি বস্তুকে 1.5 m ব্যাসার্ধের সুতা দিয়ে বেঁধে স্থিরাবস্থা থেকে 3.14 $rads^{-2}$ সমকৌণিক ত্বরণে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। 10 সেকেন্ড ঘুরানোর পর হঠাৎ সুতা ছিঁড়ে গেল।

(ক) 1 rpm বলতে কী বোঝায়?

(খ) প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা এবং উড্ডয়নকালের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিপাদন কর।

(গ) সুতা ছেঁড়ার আগে বস্তুটি কতটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করবে?

(ঘ) সুতা ছেঁড়ার পর বস্তুটির চলার পথ কীরূপ হবে? বস্তুটি ভূমি স্পর্শ করার আগে কত অনুভূমিক দূরত্ব দূরত্ব করবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

সমাধান:

ক 1 rpm বা 1 revolution per minute বলতে বোঝায় কোনো ঘূর্ণনশীল বস্তু 1 min এ 1 টি পূর্ণঘূর্ণন সম্পন্ন করেছে।

খ $H_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$ ....(i)

$T = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$ ....(ii)

ধরি, নিক্ষেপন বেগ, v_0
নিক্ষেপন কোণ, θ
সর্বোচ্চ উচ্চতা, H_{max}
এবং উড্ডয়নকাল, T

(i) ÷ (ii) করে, $\frac{H_{max}}{T} = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} \times \frac{g}{2v_0\sin\theta} = \frac{v_0\sin\theta}{4}$

$\therefore \frac{H_{max}}{T} = \frac{v_0\sin\theta}{4}$

গ আমরা জানি, $\omega_f = \omega_i + \alpha t$

$= 0 + 3.14 \times 10$

$= 31.4\ rads^{-1}$

আবার, $\theta = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t$

$= \left(\frac{0 + 31.4}{2}\right) \times 10$

$= 157$ rad

ব্যাসার্ধ, r = 1.5 m
কৌনিক ত্বরণ, $\alpha = 3.14\ rads^{-2}$
আদি কৌণিক বেগ, $\omega_i = 0$
শেষ কৌণিক বেগ = ω_f
সময়, t = 10 s
ঘূর্ণন সংখ্যা, N = ?

$\therefore$ ঘূর্ণন সংখ্যা, $N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{157}{2 \times 3.14} = 25$

অতএব, 25 বার পূর্ণঘূর্ণন সম্পন্ন করবে। (Ans.)

ঘ সুতা ছেঁড়ার পর বস্তুটির চলার পথ হবে প্রাসের গতিপথের অনুরূপ।
উলম্ব গতির ক্ষেত্রে,

$y = v_{y0}t + \frac{1}{2}a_yt^2$

$\Rightarrow 1.8 = 0 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$

$\Rightarrow 1.8 \times 2 = 9.8\ t^2$

$\Rightarrow t^2 = \frac{1.8 \times 2}{9.8}$

$\therefore t = 0.606$ s

আবার অনুভূমিক গতির ক্ষেত্রে,

(গ) হতে পাই,
$\omega = 31.4$ rads^{-1}
ব্যাসার্ধ, r = 1.5 m
আমরা জানি,
$v = \omega r = 31.4 \times 1.5 = 47.1$ ms^{-1}
উলম্ব সরণ, y = 1.8 m
উলম্ব ত্বরণ, $a_y = g = 9.8$ ms^{-1}
অনুভূমিক ত্বরণ, $a_x = 0$

$x = v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2$

$= 47.1 \times 0.606 + \frac{1}{2} \times 0 \times (0.606)^2$

$= 28.54$ m

সুতরাং, ভূমি স্পর্শ করার আগে বস্তুটি অনুভূমিক বরাবর 28.54 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৫ একটি বৈদ্যুতিক ফ্যানের রেগুলেটর 3 দাগে রাখলে ফ্যানটি প্রতি মিনিটে 1500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করলে এটি 1 মিনিট পর থেমে যায়। রেগুলেটর 5 দাগে রাখলে সর্বোচ্চ মিনিটে 1800 বার ঘুরে। তখন সুইচ বন্ধ করলে এটি 1.5 মিনিট পর বন্ধ হয়।

(ক) বৃত্তাকার গতি কী?
(খ) ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কেন?
(গ) ফ্যানটির সর্বোচ্চ কৌণিক ত্বরণ কত?
(ঘ) রেগুলেটরের স্থান পরিবর্তন করার ফলে ফ্যানটি বন্ধ হওয়ার আগে অতিরিক্ত কতবার ঘুরবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

সমাধান:

ক গতিশীল বস্তুকণার গতিপথ বৃত্তাকার হলে তার গতিকে বৃত্তাকার গতি বলে।

খ পাখার প্রতিটি কণা ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে সমান সময়ে সমান কোণ উৎপন্ন করে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে।
যেহেতু, প্রতিটি কণাই সমান সময়ে সমান কোণ এবং সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করবে এতে বলা যায় কৌণিক বেগ ধ্রুব থাকে।

গ যেহেতু, $\frac{1500 \text{ rev/min}}{1 \text{ min}} > \frac{1800 \text{ rev/min}}{1.5\text{min}}$

প্রথম ক্ষেত্রে ফ্যানটির কৌণিক ত্বরণ সর্বোচ্চ হবে।

এক্ষেত্রে, আদি কৌণিক বেগ, $\omega_i = \frac{1500 \text{ rev}}{60 \text{ s}}$

$= \frac{1500 \times 2\pi}{60}$ rad/s

$= 157$ rad/s

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$ rad/s এবং সময়কাল, t = 1 min = 60s

তাহলে, কৌণিক ত্বরণ, $\alpha_1 = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$

$= \frac{0 - 157}{60}$ rad/s^{-2}

$= -2.62$ rads^{-2}

অতএব, সর্বোচ্চ কৌণিক ত্বরণ -2.62 rads^{-2} **(Ans.)**

ঘ প্রথম ক্ষেত্রে, আদি কৌণিক বেগ, $\omega_i = 157$ rad/s^{-1} ['গ' হতে]
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$ rads^{-1}
সময়কাল, t = 1 min = 60s

সুতরাং, এক্ষেত্রে ফ্যানটি বন্ধ হওয়ার আগে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করবে, $\theta_1 = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t$

$= \frac{157 + 0}{2} \times 60$ rad

$= 4710$ rad $= 750$ rev

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, আদি কৌণিক বেগ, $\omega_i = \frac{1800 \text{ rev}}{60\text{s}}$

$= 30 \times 2\pi$ rads^{-1}

$= 188.4$ rads^{-1}

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 0$ rads^{-1}
সময়কাল, t = 1.5 min = 90s

সুতরাং এক্ষেত্রে ফ্যানটি বন্ধ হওয়ার আগে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করবে, $\theta_2 = \left(\frac{\omega_i + \omega_f}{2}\right)t$

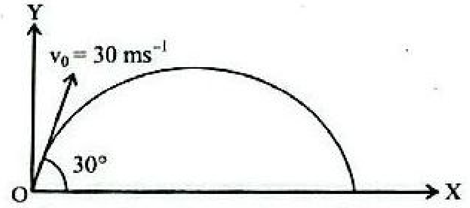
$= \frac{188.4 + 0}{2} \times 90$ rad

$= 8478$ rad $= 1350$ rev

অতএব, রেগুলেটরের স্থান পরিবর্তন করার ফলে ফ্যানটি বন্ধ হওয়ার আগে অতিরিক্ত (1350 – 750) = 600 বার ঘুরবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৬ দৃশ্যকল্প-১: কমলাপুর রেল স্টেশন থেকে একটি ট্রেন 0.5 ms^{-2} সমত্বরণে চলতে আরম্ভ করলো। একই সময়ে একটি খরগোশ 5 ms^{-1} সমবেগে ট্রেনটির সমান্তরাল পথে যাত্রা শুরু করলো। এক পর্যায়ে ট্রেনটি খরগোশটিকে অতিক্রম করে।

দৃশ্যকল্প-২:



30 ms^{-1} বেগে 30° কোণে একটি বস্তু নিক্ষিপ্ত করা হয়েছে।

(ক) তাৎক্ষণিক বেগ কী?
(খ) সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না কেন?
(গ) দৃশ্যকল্প-১ এ খরগোশটি কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর ট্রেনটি খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে?
(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এ বস্তুটি কত সময় পর নিক্ষেপণ দিকের সাথে লম্বভাবে থাকে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে দেখাও।

সমাধান:

ক কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে বস্তুর অবস্থান পরিবর্তনের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

খ আমরা জানি, ভেক্টরের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর পরিবর্তিত হয়। বেগ হচ্ছে ভেক্টর রাশি। সুতরাং মান পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তনে বেগ পরিবর্তিত হবে। সমদ্রুতিতে সরল পথে চলমান কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে এর গতির বেগ ও দিক উভয়ই ধ্রুব থাকে বিধায় এর কোনো ত্বরণ ঘটে না। কিন্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে বা বক্রপথে চলার সময় প্রতি মুহূর্তে বেগের দিক পরিবর্তন হয়। সুতরাং আমরা বলতে পারি, সরল পথে সমদ্রুতিতে চলমান কোনো বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বক্র পথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

গ মনে করি, ট্রেনটি t সময় পরে s দূরত্বে খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে।

এখন, ট্রেনের ক্ষেত্রে,

$s = u_1t + \frac{1}{2}a_1t^2$

$\Rightarrow s = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 0.5 \times t^2$

এখানে,
ট্রেনের আদিবেগ, $u_1 = 0\ ms^{-1}$
ট্রেনের ত্বরণ, $a_1 = 0.5\ ms^{-2}$
খরগোশের আদিবেগ, $u_2 = 5\ ms^{-1}$
খরগোশের ত্বরণ, $a_2 = 0\ ms^{-2}$

$\Rightarrow s = \frac{1}{4}t^2$ ...... (i)

এবং খরগোশের ক্ষেত্রে, $s = u_2t + \frac{1}{2}a_2t^2$

$\Rightarrow s = 5t + \frac{1}{2} \times 0 \times t^2$

$\Rightarrow s = 5t$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{1}{4}t^2 = 5t \quad \Rightarrow t^2 = 20t \quad \Rightarrow t(t - 20) = 0$

কিন্তু, t = 0 হতে পারে না। সুতরাং t − 20 = 0 হবে $\therefore t = 20\ s$

(ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $s = 5 \times 20\ m = 100\ m$

অতএব, খরগোশটি 100 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর ট্রেনটি খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে। **(Ans.)**

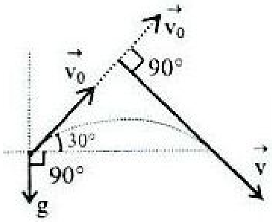
ঘ ধরি, নিক্ষেপের t সময় পর আদিবেগের সাথে লম্বভাবে থাকে।

লম্বভাবে থাকলে, $\vec{v_0} \cdot \vec{v} = 0$

$\Rightarrow \vec{v_0} \cdot (\vec{v_0} + \vec{g}\ t) = 0$

$\Rightarrow v_0^2 + v_0\,g\cos(90° + 30°) \times t = 0$

$\Rightarrow v_0 - \sin 30° \times g \times t = 0$



$\therefore t = \frac{v_0}{\sin 30° \times g} = \frac{30}{\frac{1}{2} \times 9.8} = 6.12\ s$

অতএব, 6.12 s পর লম্বভাবে থাকে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৭ ঢাকা থেকে একটি বাস 60 kmh^{-1} সমবেগে সোজা উত্তর দিকে রওনা দিল। একই সময়ে অপর একটি বাস একই সমবেগে সোজা পূর্বদিকে রওনা দিল।

(ক) পরম গতি কাকে বলে?

(খ) মহাবিশ্বের কোন গতিই বা স্থিতিই পরম নয়। সকল গতি বা স্থিতিই আপেক্ষিক ব্যাখ্যা কর।

(গ) 3 ঘণ্টা পর বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব কত হবে?

(ঘ) বাস দুটির বেগ কি সমান? ব্যাখ্যা কর। কত ঘণ্টা পরে বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব 800 km হবে?

সমাধান:

ক পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে পরম গতি বলে।

খ কোন প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন বস্তু যদি গতিশীল থাকে তবে এ অবস্থাকে আমরা গতি বলি। আর যদি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন না ঘটে তবে তাকে আমরা স্থিতি বলি। কিন্তু বস্তুর এই গতি বা স্থিতি সবই আপেক্ষিক, পরম নয়। কেননা মহাবিশ্বের সবকিছুই প্রতিনিয়ত ঘুরছে। মহাবিশ্বের কোন কিছুই স্থির নয়। আর তাই কোন বস্তুর গতি বা স্থিতি পরম হতে পারে না। সুতরাং মহাবিশ্বে পরম গতি বা স্থিতি বলে কিছুই নেই সবই আপেক্ষিক।

গ ধরি, উত্তর দিকের বাসটি OA বরাবর এবং পূর্ব দিকের বাসটি OB বরাবর রওনা হলো।

$\therefore$ 3 ঘণ্টায় উভয় বাস দূরত্ব অতিক্রম করবে $= 60 \times 3 = 180\ km$

অর্থাৎ, $OA = OB = 180\ km$

এখন, বাস দুটি উত্তর এবং পূর্ব দিকে রওনা হওয়ায় এরা পরস্পরের সাথে সমকোণে চলছে। সুতরাং OAB কে একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচনা করা যায়। 3 ঘণ্টা পর এদের মধ্যে দূরত্ব হবে AB।

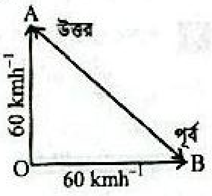
$\therefore AB^2 = OA^2 + OA^2 \qquad [\because OA = OB]$

$\Rightarrow AB^2 = 2OA^2$

$\therefore AB = \sqrt{2}OA$

$= \sqrt{2} \times 180\ km$

$= 254.56\ km$



অতএব, 3 ঘণ্টা পর বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব হবে 254.56 km **(Ans.)**

ঘ উভয় বাস 60 kmh^{-1} সমবেগে চলছে। এর মানে বাস প্রতি ঘণ্টায় 60 km করে দূরত্ব অতিক্রম করে চলছে। এদের গতির দিক ভিন্ন হলেও বেগের মান সমান। অর্থাৎ বাসদ্বয়ের বেগের মান সমান হবে।

এখন, বাস দুটি একই সমবেগে চলছে তাই যেকোনো সময়ে OA এবং OB বরাবর এদের অতিক্রান্ত দূরত্ব সমান হবে।

অর্থাৎ, OA = OB হবে।

মনে করি, t hr পরে বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব 800 km হবে।

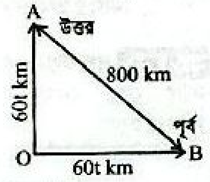
অতএব OAB কে সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ বিবেচনা করে পাই,

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

$\Rightarrow AB^2 = OA^2 + OA^2$

$\Rightarrow AB^2 = 2\ OA^2$

$\therefore OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{800\ km}{\sqrt{2}} = 565.69\ km$



60 kmh^{-1} বেগে 565.69 km দূরত্ব অতিক্রমে সময় লাগে,

$t = \frac{565.69}{60} = 9.43\ hr$

$\therefore$ 9.43 hr পর মধ্যবর্তী দূরত্ব 800 km হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৮ রাশিদ একটি ছোট্ট পাথরকে একটি সুতা দিয়ে বেঁধে সুতার অপর প্রান্ত ধরে পাথরটিকে ঘুরাতে থাকে। পাথরটি একটি বৃত্তকার পথে ঘুরছে দেখে রাশিদ অবাক দৃষ্টিতে চেয়ে থাকে। এবার রাশিদ তার গ্রামোফোনটি অন করে দেখে রেকর্ডটি সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। রাশিদ রেকর্ডের উপর কেন্দ্র হতে 0.12 m ও 0.18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগের অনুপাত নির্ণয় করে।

(ক) পরম স্থিতি বলতে কী বুঝ?

(খ) অবস্থান ভেক্টর হতে কীভাবে বেগ ও ত্বরণ পাওয়া যায়?

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত রৈখিক বেগদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় কর।

(ঘ) পাথর এবং গ্রামোফোন রেকর্ডের ভর একই বিবেচনা করে উভয় ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধান:

ক প্রসঙ্গ বস্তুটি যদি পরম স্থিতিতে থাকে তাহলে কোন বস্তু তার সাপেক্ষে স্থির থাকলে, এ ধরনের স্থিতিকে আমরা পরম স্থিতি বলতে পারি।

খ কোনো বস্তুর অবস্থান ভেক্টর থেকে আমরা জানতে পারি বস্তুটি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন দিকে কত দূরে অবস্থিত। আর বেগ থেকে আমরা জানতে পারি বস্তুটি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন দিকে কত দ্রুত যাচ্ছে। যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে। $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

আবার, অবস্থান ভেক্টর থেকে যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে বেগের যে পরিবর্তন হয় তাকে বস্তুটির গড় ত্বরণ বলে।

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

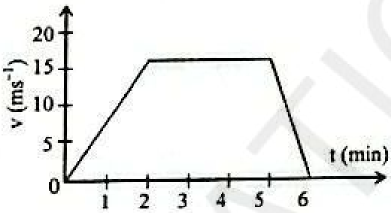
গ এখানে, ব্যাসার্ধ, $r_1 = 0.12$ m এবং $r_2 = 0.18$ m
কৌণিক বেগ, $\omega_1 = \omega$ এবং $\omega_2 = \omega$
$\therefore$ 0.12 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগ, $v_1 = \omega_1 r_1$
0.18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগ, $v_2 = \omega_2 r_2$
এখন, $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega r_1}{\omega r_2}$ $[\because \omega_1 = \omega_2]$
$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{0.12}{0.18} = \frac{2}{3}$ $\therefore v_1 : v_2 = 2 : 3$ **(Ans.)**

ঘ পাথর ও গ্রামোফোন রেকর্ডের কৌণিক ত্বরণ যথাক্রমে a_1 ও a_2 হলে,

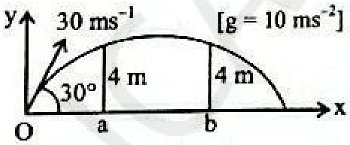
মনে করি, পাথরের ভর, $m_1 = m$
গ্রামোফোন রেকর্ডের ভর, $m_2 = m$
পাথরের কৌণিক বেগ, ω_1
গ্রামোফোন রেকর্ডের কৌণিক বেগ, ω_2
পাথরের ক্ষেত্রে ব্যাসার্ধ, r_1
গ্রামোফোনের ক্ষেত্রে ব্যাসার্ধ, r_2

$a_1 = \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{\omega_1^2 r_1^2}{r_1} = \omega_1^2 r_1$
$a_2 = \frac{v_2^2}{r_2} = \frac{\omega_2^2 r_2^2}{r_2} = \omega_2^2 r_2$
আবার, পাথরের কেন্দ্রমুখী বল
$F_1 = m_1\omega_1^2 r_1 = m_1 a_1$
এবং গ্রামোফোনের কেন্দ্রমুখী বল, $F_2 = m_2\omega_2^2 r_2 = m_2 a_2$
$F_1 = F_2$
$\Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2$
$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = 1$ $[\because m_1 = m_2]$
$\therefore$ নির্ণেয় অনুপাত $a_1 : a_2 = 1 : 1$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৯ দৃশ্যকল্প-১: চিত্রে একটি কণার বেগ বনাম সময় লেখ দেখানো হলো।



দৃশ্যকল্প-২: চিত্রে প্রাসের গতি দেখানো হলো।

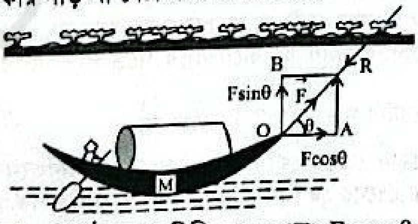


(ক) গড় বেগ কী?
(খ) গুণ টানার ফলে নৌকা সামনের দিকে কীভাবে এগিয়ে যায়?
(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, লেখটিকে সরণ বনাম সময় লেখে রূপান্তর করে এর প্রকৃতি বিশ্লেষণ কর। আদিতে কণাটির সরণ শূন্য।
(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, প্রাসটির অনুভূমিক পাল্লা এবং ab অংশের দৈর্ঘ্য গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তুলনা কর।

সমাধান:

ক যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

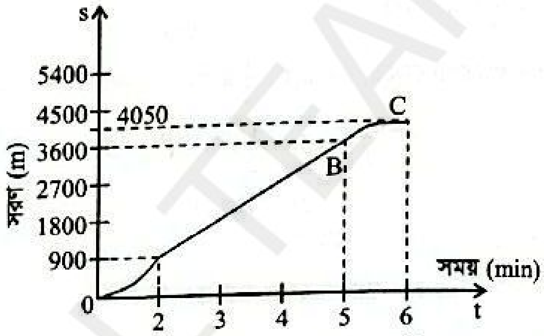
খ নৌকার গুণ টানা বলতে বুঝায়, নদীর পাড় হতে দড়ির সাহায্যে নৌকাকে সামনে টেনে নিয়ে যাওয়া। পাড় হতে গুণ টানা হলে টান বলের উলম্ব উপাংশ নৌকার দাড় বা বৈঠা দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়।



এখানে, F sin θ বৈঠা দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয় এবং F cos θ নৌকাকে সামনে নিয়ে যায়।

গ নিচে উদ্দীপকের লেখচিত্রটিকে সরণ বনাম সময় লেখে রূপান্তর করে দেখানো হলো–

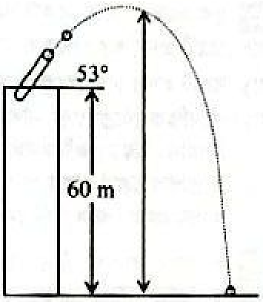
১ম 2 min সমত্বরণে চলায় অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = \frac{0 + 15}{2} \times 120 = 900$ m
পরবর্তী 3 min সমবেগে চলায়, $s_2 = 15 \times 180 = 2700$ m
এবং শেষ 1 min সমমন্দনে চলায়, $s_3 = \frac{15 + 0}{2} \times 60 = 450$ m



সরণ বনাম সময় লেখচিত্রে আমার দেখতে পাই, প্রথম 2 min সময়ে কণাটি সমত্বরণে স্থির অবস্থা থেকে গতিশীল হয়ে 900 m দূরত্ব অতিক্রম করে। স্থির অবস্থা থেকে সমত্বরণে গতিশীল কণার অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক হয় এবং সরণ বণাম সময় লেখ প্যারাবোলা হয়। তাই প্রথম অংশে অর্থাৎ চিত্রানুসারে OA অংশকে প্যারাবোলা দেখানো হয়েছে। ২য় অংশে কণাটি সমবেগে চলে 2700 m দূরত্ব অতিক্রম করে। তাই ২য় অংশে অর্থাৎ অই অংশকে সরলখো দেখানো হয়েছে। ৩য় অংশে কণাটি সমমন্দনে চলে 450 m দূরত্ব অতিক্রম করে স্থির হয়। তাই ৩য় অংশে অর্থাৎ BC অংশে অপর একটি প্যারাবোলার মাধ্যমে সরণ বনাম লেখ দেখানো হয়েছে।

ঘ অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$
$= \frac{(30\ ms^{-1})^2 \times \sin(2 \times 30°)}{10\ ms^{-2}}$
$= 77.94$ m
নিক্ষেপণের t সময় পরে প্রাসটি y = 4 m উচ্চতায় আসলে,
$y = v_0 \sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
$\Rightarrow 4 = 30\sin 30° t - \frac{1}{2} \times 10t^2$
$\Rightarrow 5t^2 - 15t + 4 = 0$
$\therefore t = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \times 5 \times 4}}{2 \times 5}$
$= \frac{15 \pm \sqrt{225 - 80}}{10} = \frac{15 \pm \sqrt{145}}{10}$
$= \frac{15 \pm 12.04}{10} = 0.296$ s অথবা, 2.704 s
বস্তুটি $t_1 = 0.296$ s সময়ে a বরাবর এবং $t_2 = 2.704$ s সময়ে b বরাবর উপরে অবস্থান করবে। সুতরাং ab দূরত্ব অতিক্রম করতে প্রয়োজনীয় সময়, $\Delta t = (2.704 - 0.296)$ s = 2.408 s
সুতরাং, ab অংশের দৈর্ঘ্য = বেগের অনুভূমিক উপাংশ × সময়
$= 30\cos 30° \times 2.408$
$= 30 \times 0.8660254 \times 2.408$
$= 62.56$ m
$\therefore$ R : ab = 77.94 : 62.56 **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৩০ 60 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়া হতে একটি কামানের গুলি 25 ms^{-1} বেগে আনুভূমিকের সাথে 53° কোণে ছোড়া হচ্ছে।



(ক) কৌণিক ত্বরণের মাত্রা লেখ।
(খ) একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন?
(গ) কামানের গুলিটি ভূমি হতে সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে?
(ঘ) পাহাড়ের চূড়া হতে উদ্দীপকে বর্ণিত গুলির অনুরূপ একটি কামানের গুলি একই সময় একই বেগে অনুভূমিক বরাবর নিক্ষেপ করা হলে, কোনটি আগে মাটিতে আঘাত করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

ক কৌণিক ত্বরণের মাত্রা হচ্ছে $= \frac{\text{কৌণিক বেগ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা

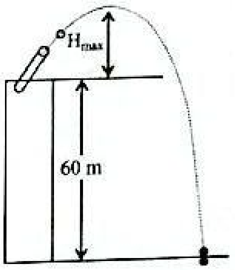
$$\therefore [\alpha] = \frac{T^{-1}}{T} = T^{-2}$$

খ দৌড় অ্যাথলেটকে ভরবেগ এবং গতি অর্জন করতে দেয় যা তার লাফ দেওয়ার পরে ও মাটিতে লাফিয়ে না পড়া তথা বিরোধী শক্তি পর্যন্ত চলতে থাকে। গতি দূরত্বের সাথে সমানুপাতিক হওয়ায়, গতি যত বেশি হবে তত বেশি দূরত্ব অতিক্রম করা যাবে।
সুতরাং দৌড়ে অর্জিত গতিজড়তার কারণে অ্যাথলেট সর্বোচ্চ সম্ভাব্য দূরত্ব অতিক্রম করতে সক্ষম হয়।

গ $H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$

$= \frac{25^2 \times \sin^2 53°}{2 \times 9.8}$

$= 20.34$ m



∴ কামানের গুলির ভূমি থেকে সর্বোচ্চ উচ্চতা হবে = (পাহাড়ের চূড়া + H_{max})
$= (60 + 20.34) = 80.34$ m **(Ans.)**

ঘ প্রথম ক্ষেত্রে, মাটিতে পড়তে t_1 সময় লাগলে,

$h = -v_0\sin\theta_0 t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$

$\Rightarrow 60 = -25\sin(53°)t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8\, t_1^2$

$\Rightarrow 4.9\, t_1^2 - 19.966t_1 - 60 = 0$

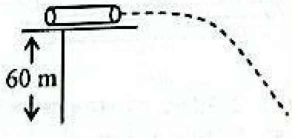
$\therefore t_1 = 6.09$ s [একমাত্র গ্রহণযোগ্য মান]

এখানে,
$v_0 = 25\ ms^{-1}$
$\theta_0 = 53°$
$g = 9.8\ ms^{-1}$
$t_1 = ?$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, t_2 সময় লাগলে,

$h = \frac{1}{2}gt_2^2$

$\therefore t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 60}{9.8}} = 3.5$ s

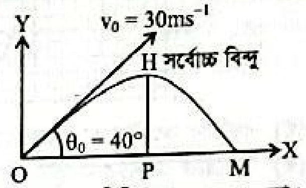


অতএব, আনুভূমিক বরাবর নিক্ষিপ্ত কামানের গুলি আগে মাটিতে পড়বে। **(Ans.)**

সৃজনশীল অংশ (Practice)

প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

১ ভূমি থেকে v_0 গতিতে একটি বস্তু θ_0 কোণে নিক্ষেপ করা হলো। ভূমি থেকে বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা HP।

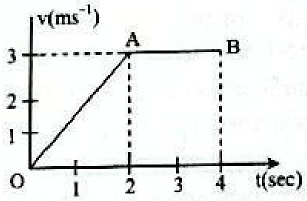


(গ) নিক্ষিপ্ত বস্তুটি কত বেগে M বিন্দুতে পতিত হবে– গাণিতিকভাবে বের করো।
[উত্তর: বেগ 30ms^{-1} এবং দিক হবে অনুভূমিকের সাথে 40° তবে তা নিচের দিকে।]
(ঘ) OP > PH কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। [উত্তর: OP > PH]

২ বাংলাদেশের কৃতি খেলোয়াড় সিদ্দিকুর রহমানের গলফ স্টিকের আঘাতে বলটি 50 ms^{-1} বেগে ভূমির সাথে 42° কোণে উত্তর দিকে ধেয়ে চললো।
(গ) 1.6 sec পর বলটির বেগের মান নির্ণয় করো। [উত্তর: 41.18 ms^{-1}]
(ঘ) 3.2 sec পর বলটির অবস্থান ভেক্টর নির্ণয়পূর্বক সেটি সর্বাধিক উচ্চতার অবস্থান কিনা যাচাই করো। [উত্তর: সর্বাধিক উচ্চতার অবস্থানে থাকে না।]

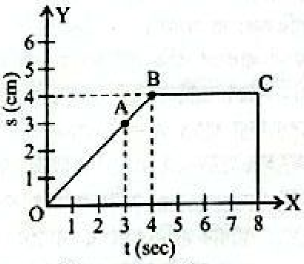
৩ XY তলের প্রথম চতুর্ভাগে কোনো কণার X অক্ষ বরাবর বেগ ধ্রুব। কণাটির X ও Y অক্ষ বরাবর বেগের উপাংশের অনুপাত y : x। প্রত্যেকটি পরিমাপ S.I একককে প্রকাশিত। কণাটি $(\sqrt{3}, 0)$ বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে।
(গ) কণাটির গতিপথ বর্ণনা করো। [উত্তর: কণাটির গতিপথ একটি অধিবৃত্ত।]
(ঘ) কণাটির X অক্ষ বরাবর ধ্রুব বেগ 5 ms^{-1} হলে কত সময় পর কণাটির মূলবিন্দু থেকে 100 m দূরের বিন্দুতে পৌঁছাবে? ব্যাখ্যা করো। [উত্তর: 13.8 sec]

৪ পাশের চিত্রে বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র দেখানো হলো:



(গ) উদ্দীপক অনুসারে বস্তুটির OA অংশের ত্বরণ নির্ণয় কর। [উত্তর: $\frac{3}{2}$ ms^{-2}]
(ঘ) উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে বস্তুটির OA এবং AB অংশের দূরত্ব এক না ভিন্ন– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: দূরত্ব সমান নয়]

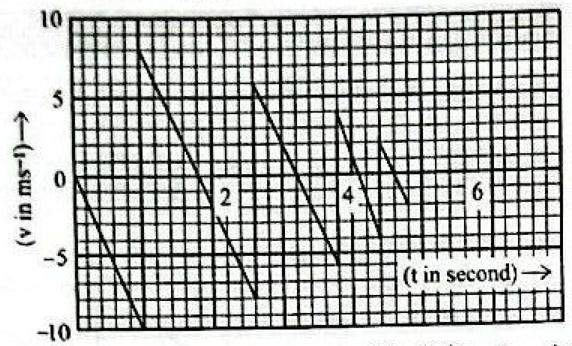
৫ একটি বস্তুর সরণ (s) বনাম সময় (t) এর লেখচিত্র দেখানো হলো:



চিত্র: s-t লেখচিত্র

(গ) লেখচিত্রের AB অংশে বস্তুর ত্বরণের মান নির্ণয় করো। [উত্তর: শূন্য]
(ঘ) লেখচিত্রের BC রেখাটির বস্তুটির সমবেগ না স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে? গাণিতিকভাবে যাচাই করো। [উত্তর: স্থিরাবস্থা নির্দেশ করবে]

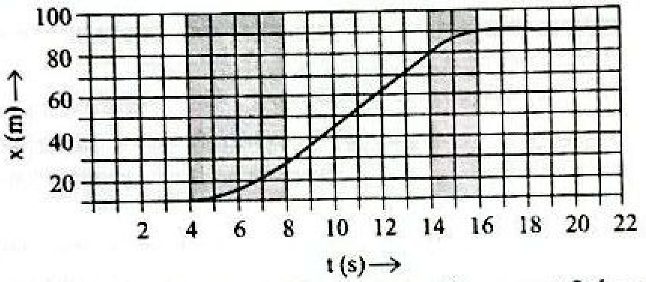
৬ একটি পিং-পিং বলকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়ায় এটি একটি দৃঢ় তলের উপর উল্লম্বভাবে লাফাতে থাকে। নিচের লেখচিত্রে বলটির বেগ কীভাবে সময়ের সাথে পরিবর্তিত হচ্ছে তা দেখানে হয়েছে। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 10 ms^{-2}।



(গ) বলটিকে কত উচ্চতা থেকে ছেড়ে দেওয়া হয়েছিল নির্ণয় করা। [উত্তর: 5 m]

(ঘ) উপরোক্ত লেখচিত্রকে ভূমি থেকে উচ্চতা বনাম সময় লেখচিত্রে পরিবর্তন কর এবং তোমার অঙ্কিত লেখচিত্রের এরূপ প্রকৃতির কারণ– ব্যাখ্যা কর।

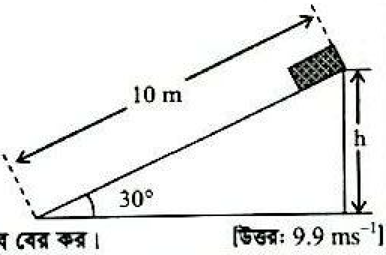
৭ নিচের চিত্রে x অক্ষ বরাবর গতিশীল একটি বস্তুর সময়ের সাথে অবস্থানের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। এখানে, সময় সেকেন্ড এবং অবস্থান মিটারে দেওয়া হয়েছে।



(গ) 4 s থেকে 8 s এবং 14 s থেকে 16 s সময় পর্যন্ত এর ত্বরণ নির্ণয় করো। [উত্তর: $-5\ ms^{-2}$]

(ঘ) গাণিতিকভাবে সরণ নির্ণয় করে চিত্রের সাথে সঙ্গতিপূর্ণ কি না মতামত দাও। [উত্তর: সঙ্গতিপূর্ণ]

৮ 10 m লম্বা এবং ভূমির সাথে 30° কোণে অবস্থিত একটি ঘর্ষণবিহীন তলের উপর প্রান্তে একটি কাঠের ব্লককে রেখে ছেড়ে দেয়া হলো। [$g = 9.8\ ms^{-2}$]



(গ) ব্লকটি মাটিতে কত বেগে পৌঁছাবে বের কর। [উত্তর: $9.9\ ms^{-1}$]

(ঘ) যদি বস্তুটি একই উচ্চতা থেকে মুক্তভাবে পড়তো তবে মাটিতে পৌঁছাতে একই সময় লাগতো কিনা– যুক্তিসহ আলোচনা কর। [উত্তর: কম সময়ে পৌঁছাতো]

৯ গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে গতির আদি শর্তাদি অর্থাৎ অবস্থান x_0 ও আদি বেগ v_0 ছাড়াও গতির চারটি চলক আছে। এগুলো হলো অবস্থান x_1, বেগ v_1 ত্বরণ a এবং গতিকাল বা সময় t। এগুলো পরস্পর সম্পর্কিত। এ চারটি চলকের যে কোনো দুটি জানা থাকলে বাকি দুটি নির্ণয় করা যায়। এ জন্য চারটি সমীকরণ আছে, প্রত্যেকটি সমীকরণে আদি শর্তাদি ব্যতীত তিনটি চলক থাকে, যার দুটি জানা থাকলে তৃতীয়টি বের করা যায়। এ সমীকরণগুলোই গতির সমীকরণ নামে পরিচিত। একটি বস্তু স্থির অবস্থান থেকে $25\ ms^{-2}$ সমত্বরণে চলে 50 m দূরত্ব অতিক্রম করে।

(গ) $v = v_0 + at$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুর শেষ বেগ বের করার জন্য একটি সমীকরণ নির্ণয় করে তার শেষ বেগ বের কর। [উত্তর: $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$]

১০ একটি বস্তু সুষম ত্বরণে চলে প্রথম 2 সেকেন্ডে 100 m এবং পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 104 m দূরত্ব অতিক্রম করে।

(গ) উদ্দীপকের বস্তুর ত্বরণ কত ছিল? [উত্তর: $-8\ ms^{-2}$]

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি চার সেকেন্ড পর তার আদি অবস্থান থেকে পেছনে সরে যাবে।

১১ স্থির অবস্থান থেকে একটি বস্তু যাত্রা শুরু করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে সমত্বরণে চলার পর সমবেগে চলতে শুরু করে।

(গ) বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [উত্তর: 16 m]

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর যে, "স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।" উদ্দীপকে উল্লেখিত বস্তুটি প্রথম চার সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তার দ্বিগুণ সময়ে অর্থাৎ প্রথম থেকে আট সেকেন্ডে কি তার চারগুণ দূরত্ব অতিক্রম করবে?

১২ কলেজের বার্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় চাকতি নিক্ষেপ প্রতিযোগিতা চলছিল। কয়েকজন প্রতিযোগী এতে অংশ নেয়। দেখা গেল সবচেয়ে চিকন রোগা পাতলা ছেলেটা মোটা ও শক্তিশালী ছেলেদের চেয়ে বেশি দূরত্ব পর্যন্ত চাকতি নিক্ষেপ করে প্রথম হলো। সবাই যখন তাকে ধরে বসল কী করে এটা সম্ভব হলো, সে বলল যে, নিক্ষেপের একটা কৌশল আছে, একটি নির্দিষ্ট কোণে নিক্ষেপ করলে চাকতিটি বেশি দূর যায়।

(গ) দেখাও যে, প্রাসের গতিপথ একটি পরাবৃত্ত (Parabola)।

(ঘ) যে কোণ করে চাকতি নিক্ষেপ করলে চাকতিটি বেশি দূর নেয়া যায় সে কোণের পরিমাণ কত? প্রাসের গতি বিশ্লেষণ করে এ কোণের মান প্রতিপাদন কর। [উত্তর: 45°]

১৩ একজন প্রশিক্ষণার্থী সৈনিক 50 m দূরে অবস্থিত 20 m উঁচু একটি দেয়ালকে লক্ষ্য করে একটি বুলেট ছোঁড়েন। বুলেটটি অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে $50\ ms^{-1}$ বেগে ভূমি থেকে ছোঁড়া হয়েছিল।

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বুলেটটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠেছিল? [উত্তর: 31.89 m]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বুলেটটি দেয়ালকে আঘাত করবে কি না গাণিতিক যুক্তিসহকারে বর্ণনা কর। [উত্তর: বুলেটটি দেয়ালকে আঘাত করবে না।]

১৪ 30 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি বস্তুকে $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে ছাদের সাথে 30° কোণ করে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

(গ) উদ্দীপকের বস্তুটি মাটিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে নির্ণয় করো। [উত্তর: 3.697 s]

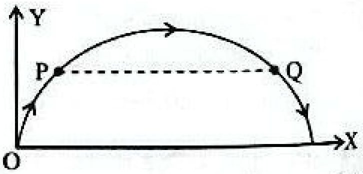
(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি মাটিতে আঘাত করার আগে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তা অনুভূমিক পাল্লার চেয়ে বেশি।

১৫ তানিয়া একটি বস্তুকে 180 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ফেলে দিলো। একই সময়ে তার বন্ধু জয়িতা একটি বস্তুকে $60\ ms^{-1}$ বেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করলো। নিক্ষিপ্ত বস্তুটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠে আবার ভূমিতে পতিত হয়।

(গ) উদ্দীপকের দুই বন্ধুর বস্তু দুটি কখন এবং কোথায় মিলিত হবে?
[উত্তর: বস্তুদ্বয় ভূমি হতে 135.9 m উচ্চতায় নিক্ষেপের 3 sec পর মিলিত হবে।]

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, ভূমি হতে সর্বাধিক উচ্চতায় উঠাতে বস্তুর যে সময় লাগে সর্বাধিক উচ্চতা হতে ভূমিতে পৌঁছাতে সেই একই সময় লাগে।

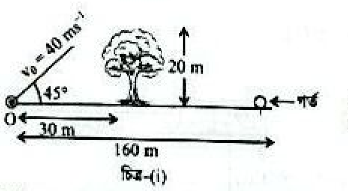
১৬ চিত্র অনুসারে একটি প্রাস 1 s পরে P বিন্দুতে পৌঁছায় $\overrightarrow{OP} = (10\hat{i} + 12\hat{j})$ m হয়। প্রাসের P ও Q বিন্দুর উচ্চতা সমান।



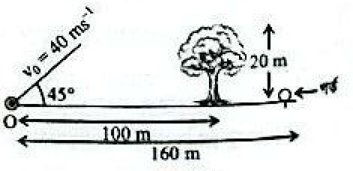
(গ) প্রাসটির নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 59.39°]

(ঘ) প্রাসটির P বিন্দুর গতিশক্তি ও সর্বোচ্চ বিন্দুর গতিশক্তি একই হবে কি-না- গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [উত্তর: একই হবে না।]

১৭ একজন গলফ্ খেলোয়াড় চিত্র (i) ও চিত্র (ii) পরিস্থিতিতে বল গর্তে ফেলার জন্য O বিন্দু থেকে বলকে আঘাত করে।



চিত্র-(i)

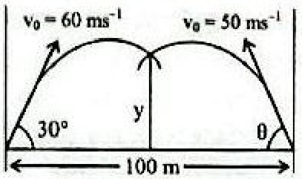


চিত্র-(ii)

(গ) 2 সেকেন্ড পর বলের বেগ কত? [উত্তর: $29.58\ ms^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকের কোন চিত্রের বলটি গর্তে পড়বে– গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মন্তব্য কর। [উত্তর: কোনো চিত্রের বলই গর্তে পড়বে না।]

১৮ 22 cm ব্যাসের একটি ফুটবল $20°C$ তাপমাত্রায় ও 1.6×10^5 Pa চাপে বায়ু দ্বারা পূর্ণ সূর্যের তাপে এর তাপমাত্রা $40°C$ হলো। ফুটবলের চামড়ার অসহপীড়ন 2.5×10^{10} Nm^{-2}।

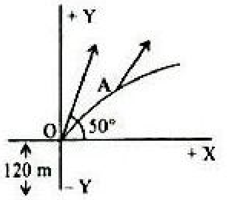


ফুটবলটিকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 60 ms^{-1} দ্রুতিতে ভূমি হতে নিক্ষেপ করা হলো। ঠিক একই সময়ে 100 m সামনে হতে প্রথম বলের বিপরীত দিকে (চিত্রানুযায়ী) ভূমি হতে θ কোণে 50 ms^{-1} দ্রুতিতে আরেকটি বল নিক্ষেপ করায় বল দুটি শূন্যে সংঘর্ষ করে।

(গ) উদ্দীপকে উল্লেখিত দ্বিতীয় ফুটবলের নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 36.87°]

(ঘ) উক্ত ফুটবল দিয়ে খেলা পরিচালনা করা নিরাপদ কিনা- গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: নিরাপদ।]

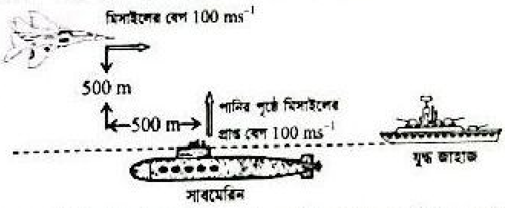
১৯ চিত্রের প্রাসের নিক্ষেপের 1 s পর A বিন্দুতে বেগ 10 ms^{-1}। একে 120 m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে চিত্রের ন্যায় নিক্ষেপ করা হলো। অপর একটি বস্তু 'B' কে + x অক্ষ বরাবর 10 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করা হলো।



(গ) 'A' বস্তুটির নিক্ষেপণ বেগ কত? [উত্তর: 15.26 ms^{-1}]

(ঘ) উল্লিখিত বস্তুদ্বয়ের কোনটি ভূমিতে আগে পড়বে- গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: B বিন্দুটি।]

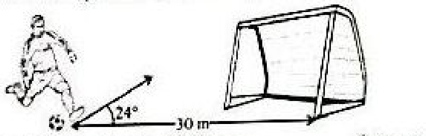
২০ নৌবাহিনীতে সাবমেরিন সংযোজনে সমুদ্র সীমার নিরাপত্তায় নতুন উচ্চতায় বাংলাদেশ। সমুদ্রে সামরিক মহড়ায় যুদ্ধ জাহাজকে লক্ষ্য করে বিমান থেকে একটি মিশাইল নিক্ষেপ করা হয়। অপরদিকে বিমানের মিসাইলকে প্রতিহত করার জন্য সাবমেরিন থেকে আর একটি মিশাইল নিক্ষেপ করা হয়।



(গ) বিমান থেকে নিক্ষিপ্ত মিসাইলের 1 sec পরে দ্রুতি কত হবে? [উত্তর: 100.48 ms^{-1}]

(ঘ) বিমান থেকে নিক্ষিপ্ত মিসাইলটি সবমেরিন দ্বারা প্রতিহত হবে কী? গাণিতিভাবে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: প্রতিহত হবে।]

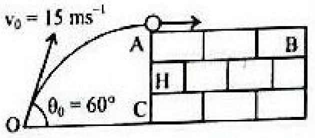
২১ গোলপোস্ট থেকে 30 m দূরে দাঁড়িয়ে ক্রিস্তিয়ানো রোনালদো 23 ms^{-1} বেগে এবং ভূমির সাথে 24° কোণে একটি ফুটবলকে কিক করলো, গোল পোস্টটির উচ্চতা 4 m।



(গ) 1.5 s পর ফুটবলটির বেগের মান নির্ণয় কর। [উত্তর: 21.68 ms^{-1}]

(ঘ) রোনালদো গোলটি করতে সফল হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এর সত্যতা যাচাই কর। [উত্তর: সক্ষম হবে।]

২২ O বিন্দু হতে একটি বুলেট ভূমির সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষেপ করায় এটি A বিন্দুতে অবস্থিত একটি স্থির ক্রিকেট বলের মধ্যে প্রবেশ করে এবং একসঙ্গে মিলিত হয়ে AB তল বরাবর গতিশীল হয়।

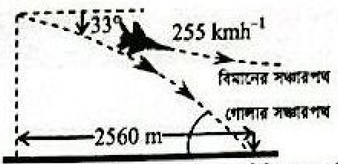


বুলেট ও ক্রিকেট বলের ভর যথাক্রমে 20 gm ও 150 gm। A বিন্দু বুলেটটির সর্বাধিক উচ্চতা নির্দেশ করে।

(গ) উদ্দীপকে বুলেটের সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় কর। [উত্তর: 8.61 m]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সংঘর্ষটি কিরূপ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক]

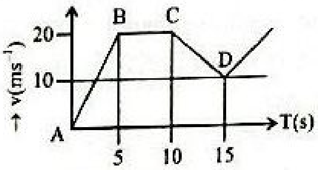
২৩



(গ) উদ্দীপক অনুসারে গোলা নিক্ষেপের মুহূর্তে বিমানের উচ্চতা কত ছিল? [উত্তর: 10718.90 m]

(ঘ) উদ্দীপকের গোলাটি নিক্ষেপণ কোণের সমান কোণে ভূমিতে আঘাত করবে কি না- গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। [উত্তর: আঘাত করবে না।]

২৪



(গ) লেখচিত্র থেকে মন্দন নির্ণয় কর। [উত্তর: 2 ms^{-2}]

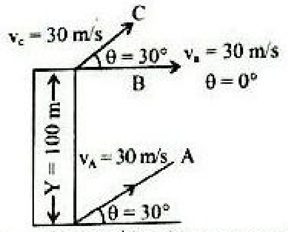
(ঘ) লেখচিত্র থেকে A এবং C এর মধ্যবর্তী দূরত্ব গাণিতিকভাবে নির্ণয় কর। [উত্তর: 150 m]

২৫ স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে একটি ট্রাক 5 sec এ 30 m/s ধ্রুব বেগ অর্জন করে। এই বেগে 2 min চলার পর ট্রাকের চালক তার 155 m সামনে একটি ধীর গতি সম্পন্ন ভ্যান দেখতে পান যা 5 m/s বেগে চলছিল। ট্রাকের চালক সঙ্গে সঙ্গে ব্রেক চাপার কারনে 2 m/s^2 মন্দন তৈরে হলো।

(গ) ব্রেক চাপার পূর্ব মুহূর্তে ট্রাক দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? [উত্তর: 3675 m]

(ঘ) ট্রাকের চালক ভ্যানের সাথে সংঘর্ষ এড়াতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে আলোচনা কর। [উত্তর: এড়াতে পারবে।]

২৬



(গ) উদ্দীপকের A প্রাসটি সর্বাধিক উচ্চতায় অনুভূমিক কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [উত্তর: 39.75 m]

(ঘ) প্রাস তিনটির মাঝে কোনটি সবচেয়ে বেশি দূরে গিয়ে ভূমিতে পতিত হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

[উত্তর: A, B এবং C প্রাসত্রয়ের আনুভূমিক পাল্লা যথাক্রমে 79.53 m, 135.52 m এবং 163.68 m. অতএব, C প্রাসটি বেশি দূরে গিয়ে পড়বে।]

২৭ XY তলে একটি কণা $y = x^2$ $(x > 0)$ বক্ররেখায় চলছে এবং $x = t$;

(গ) সময়ের সাথে বস্তুটির রৈখিক বেগ, রৈখিক ত্বরণের রাশিমালা ভেক্টরের সাহায্যে প্রকাশ করো। [উত্তর: $\vec{a} = 2\hat{j}$]

(ঘ) যেকোনো সময়ে বস্তুটির ঘূর্ণনজনিত বক্রতার ব্যাসার্ধ বের করতে পারবে কি?

[উত্তর: যে কোনো সময় t তে কণাটির ঘূর্ণনজনিত বক্রতার ব্যাসার্ধ হবে $\frac{1}{2}(1 + 4t^2)^{\frac{3}{2}}$]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

সরলরৈখিক গতি

১। গড়বেগ কী?

উত্তর: যেকোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

২। তাৎক্ষণিক বেগ কী?

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তের বেগকে ঐ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময়ের ব্যবধানে বস্তুর অবস্থান পরিবর্তনের হার দ্বারা তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা হয়।

৩। পরম স্থিতি বলতে কী বুঝ?

উত্তর: প্রসঙ্গ বস্তুটি যদি পরম স্থিতিতে থাকে তাহলে কোন বস্তু তার সাপেক্ষে স্থির থাকলে, এ ধরনের স্থিতিকে আমরা পরম স্থিতি বলতে পারি।

৪। পরম গতি কাকে বলে?

উত্তর: পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে পরম গতি বলে।

৫। বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের আবদ্ধ ক্ষেত্রফল কি নির্দেশ করে?

উত্তর: বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের আবদ্ধ ক্ষেত্রফল সরণ নির্দেশ করে।

পড়ন্ত বস্তু

৬। পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বলতে কী বোঝায়?

উত্তর: বাধাহীন বা মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর উপর একমাত্র বল হল অভিকর্ষ বল বা পৃথিবীর আকর্ষন বল। এই বলের জন্য বস্তুর উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে।

৭। পড়ন্ত বস্তুর ২য় সূত্রটি বিবৃত করো।

উত্তর: স্থির অবস্থান থেকে বিনাবাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক। অর্থাৎ অর্জিত বেগ ∝ পতনকাল। বা, $v \propto t$

দ্বিমাত্রিক গতি (প্রাস)

৮। প্রাসের পাল্লা কী? [ঢা. বো. ১৯]

উত্তর: অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত কোনো বস্তু আদি উচ্চতায় ফিরে আসতে যে সময় লাগে, সেই সময়ে সেটি যে আনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে প্রাসের পাল্লা বলে।

৯। প্রক্ষেপক কাকে বলে ? [চ. বো.১৯]

উত্তর: অভিকর্ষের প্রভাবে শূন্য স্থানে ভূমির সাথে তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রক্ষিপ্ত বস্তু বা প্রাস বলে।

১০। প্রাসের ক্ষেত্রে বিচরণকাল বলতে কী বুঝায়?

উত্তর: নির্দিষ্ট কোণে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তু যে সময় যাবৎ শূন্যে ভেসে থেকে আবার ভূমিতে ফিরে আসে সেই সময়কে উড্ডয়নকাল বা প্রাসের বিচরণকাল বোঝায়।

বৃত্তাকার গতি ও কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

১১। বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? [য. বো. ১৯]

উত্তর: বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুকণার গতিকে বৃত্তীয় গতি বলে।

১২। স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? [রা. বো. ১৭]

উত্তর: বৃত্তাকার গতিপথের স্পর্শক বরাবর বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

১৩। ত্বরণ কাকে বলে?

উত্তর: সময়ের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর বেগ বৃদ্ধির হারকে এর ত্বরণ বলে।

১৪। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কাকে বলে?

উত্তর: সময়ের ব্যবধানে শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে।

১৫। সুষম বেগ কাকে বলে?

উত্তর: সময়ের সাথে বস্তুর সরণের হার একইরূপ থাকলে, অর্থাৎ বস্তুটি সমান সময়ে যদি সমান সরণ অতিক্রম করতে থাকে, তবে তার বেগকে সুষম বেগ বলে।

১৬। কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে?

উত্তর: সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

১৭। কৌণিক সরণ কাকে বলে?

উত্তর: কোনো ঘূর্ণনশীল কণার প্রাথমিক ও অন্তিম অবস্থান দুইটি গতিপথের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কণাটির কৌণিক সরণ বলে।

১৮। কৌণিক বেগের মাত্রা লেখ।

উত্তর: কৌণিক বেগের মাত্রা হচ্ছে $= \frac{\text{কোণ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা $\therefore [\omega] = \frac{L}{L \times T} = T^{-1}$

১৯। 1 rpm বলতে কী বোঝায়?

উত্তর: 1 rpm বা 1 revolution per minute বলতে বোঝায় কোনো ঘূর্ণনশীল বস্তু 1 min এ 1 টি পূর্ণঘূর্ণন সম্পন্ন করেছে।

২০। কৌণিক ত্বরণের মাত্রা লেখ।

উত্তর: কৌণিক ত্বরণের মাত্রা হচ্ছে $= \frac{\text{কৌণিক বেগ}}{\text{সময়}}$ এর মাত্রা $\therefore [\alpha] = \frac{T^{-1}}{T} = T^{-2}$

২১। লম্ব ত্বরণ কাকে বলে?

উত্তর: বৃত্তাকার পথে গতিশীল বস্তুর কেন্দ্রের দিকে যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বা লম্ব ত্বরণ বলে।

২২। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টর রূপটি লেখ। [রা. বো. ১১]

উত্তর: কেন্দ্রমুখী ত্বরণের ভেক্টররূপ: $\vec{a} = -\omega^2 \vec{r} = -\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$

এখানে (–) চিহ্ন থেকে দেখা যায় কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক ব্যাসার্ধ ভেক্টর তথা অবস্থান ভেক্টরের বিপরীত দিকে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

সরলরৈখিক গতি

১। কোন বস্তুর ত্বরণ $2\ ms^{-2}$ বলতে কী বুঝ?

উত্তর: কোন বস্তুর ত্বরণ $2\ ms^{-2}$ বলতে বোঝায় বস্তুটির বেগের পরিবর্তনের হার $2\ ms^{-2}$। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে বেগ $2\ ms^{-2}$ করে বৃদ্ধি পায়।

অন্যভাবে বলা যায়, ত্বরণ, $a = \frac{v\ (\text{বেগ})}{\text{সময়}\ (t)} = \frac{10\ ms^{-1}}{5\ s} = 2\ ms^{-2}$

অর্থাৎ কোনো কণা 5 s সময়ে $10\ ms^{-1}$ বেগ অর্জন করলে তার ত্বরণ $2\ ms^{-2}$ হবে।

২। অসমবেগে গতিশীল কোনো কাঠামো জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হতে পারে না- ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হলো প্রসঙ্গ কাঠামোর বিশেষ একটি রূপ যেখানে দুটি প্রসঙ্গ কাঠামোকে একে অপরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল হিসেবে বিবেচনা করা হয়। কিন্তু কোনো একটি প্রসঙ্গ কাঠামো যদি অসমবেগে গতিশীল হয় তবে অপর প্রসঙ্গ কাঠামোয় নিউটনের গতির সূত্রসমূহ প্রযোজ্য হবে না। যেমন- বাহ্যিক বল প্রয়োগ ব্যতিরেকেই বস্তুর গতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটবে। সুতরাং অসমবেগে গতিশীল কাঠামো জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হতে পারে না।

৩। **সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না কেন?**

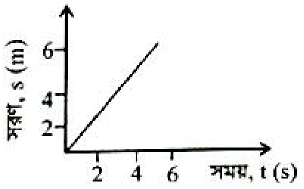
উত্তর: আমরা জানি, ভেক্টরের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর পরিবর্তিত হয়। বেগ হচ্ছে ভেক্টর রাশি। সুতরাং মান পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তনে বেগ পরিবর্তিত হবে। সমদ্রুতিতে সরল পথে চলমান কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে এর গতির বেগ ও দিক উভয়ই ধ্রুব থাকে বিধায় এর কোনো ত্বরণ ঘটে না। কিন্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে বা বক্রপথে চলার সময় প্রতি মুহূর্তে বেগের দিক পরিবর্তন হয়। সুতরাং আমরা বলতে পারি, সরল পথে সমদ্রুতিতে চলমান কোনো বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বক্র পথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

৪। **মহাবিশ্বের কোন গতিই বা স্থিতিই পরম নয়। সকল গতি বা স্থিতিই আপেক্ষিক ব্যাখ্যা কর।**

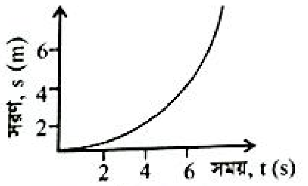
উত্তর: কোন প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোন বস্তু যদি গতিশীল থাকে তবে এ অবস্থাকে আমরা গতি বলি। আর যদি প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন না ঘটে তবে তাকে আমরা স্থিতি বলি। কিন্তু বস্তুর এই গতি বা স্থিতি সবই আপেক্ষিক, পরম নয়। কেননা মহাবিশ্বের সবকিছুই প্রতিনিয়ত ঘুরছে। মহাবিশ্বের কোন কিছুই স্থির নয়। আর তাই কোন বস্তুর গতি বা স্থিতি পরম হতে পারে না। সুতরাং মহাবিশ্বে পরম গতি বা স্থিতি বলে কিছুই নেই সবই আপেক্ষিক।

৫। **সমবেগ এবং অসমবেগ সম্পর্কে লেখচিত্র অঙ্কণ করে ব্যাখ্যা দাও।**

উত্তর: সময়ের সাথে সরণ নির্দিষ্ট ব্যবধানে পরিবর্তিত হলে তা সুষম বেগ। লেখচিত্রে, 2s এ সরণ 2m, 4s এ সরণ 4m এবং 6s এ সরণ 6m। প্রতি ক্ষেত্রে বেগ, $v = \frac{2}{2} = 1ms^{-1}$



লেখচিত্র অনুযায়ী, সময়ের পরিবর্তনের সাথে সরণের পরিবর্তন নির্দিষ্ট নয়। অর্থাৎ বেগ অসমবেগ।



৬। **একজন অ্যাথলেট লং জাম্প দেয়ার পূর্বে বেশ কিছুদূর দৌড় দেন কেন?**

উত্তর: দৌড় অ্যাথলেটকে ভরবেগ এবং গতি অর্জন করতে দেয় যা তার লাফ দেওয়ার পরেও মাটিতে লাফিয়ে না পড়া তথা বিরোধী শক্তি পর্যন্ত চলতে থাকে। গতি দূরত্বের সাথে সমানুপাতিক হওয়ায়, গতি যত বেশি হবে তত বেশি দূরত্ব অতিক্রম করা যাবে।

সুতরাং দৌড়ে অর্জিত গতিজড়তার কারণে অ্যাথলেট সর্বোচ্চ সম্ভাব্য দূরত্ব অতিক্রম করতে সক্ষম হয়।

৭। **জড় ও অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: জড় প্রসঙ্গ কাঠামো: জড় প্রসঙ্গ কাঠামোকে গ্যালিলীয় প্রসঙ্গ কাঠামো বা নিউটনীয় প্রসঙ্গ কাঠামোও বলা হয়। এ প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের দ্বিতীয় ও তৃতীয় গতিসূত্র খুব ভালো খাটে। একে অন্য কথায় এভাবে বলা যায়, জড় প্রসঙ্গ কাঠামো হলো সে প্রসঙ্গ কাঠামো যার মধ্যে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায়। এরা পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল। অর্থাৎ, পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল যেসব প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র অর্জন করা যায় তাদেরকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। চিত্রে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো দেখানো হয়েছে।

উদাহরণ: সমবেগে চলমান ট্রেন।

অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো: যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামো পরস্পরের সাপেক্ষে অসম বেগে গতিশীল অর্থাৎ যে সকল প্রসঙ্গ কাঠামোর ত্বরণ থাকে তাদেরকে অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

উদাহরণ: লিফট, রকেট, কৃত্রিম উপগ্রহ ইত্যাদিকে আমরা অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে পারি, কেননা এগুলো সমবেগে চলেনা। এদের ত্বরণ হয়।

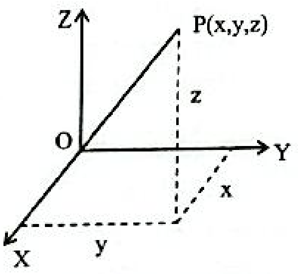
৮। **উদাহরণসহ দেখাও যে, বস্তুর ত্বরণ ধ্রুব হলেও বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হতে পারে।**

উত্তর: কোনো বস্তুর ত্বরণ স্থির থাকলেও তার বেগের দিক পরিবর্তিত হতে পারে। যেমন: কোনো বস্তুকে অনুভূমিকের সঙ্গে কোনো কোণে ছুড়ে দিলে বস্তুটি পরাবৃত্তাকার পথে ভূ-পৃষ্ঠে নেমে আসে। বস্তুটির গতিপথের প্রতিটি বিন্দুতে বস্তুর ত্বরণ হলো অভিকর্ষজ ত্বরণ যার মান স্থির, কিন্তু বস্তুটির গতিবেগের দিক সর্বদাই পরিবর্তিত হয়।

৯। **ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: ত্রিমাত্রিক স্থানে কোনো কণার অবস্থান সূচিত করার জন্য একটি নির্দিষ্ট বিন্দু O (মূল বিন্দু) থেকে তিনটি সরলরেখা OX,OY,OZ টেনে একটি নির্দিষ্ট প্রসঙ্গ কাঠামো গঠন করা হয়।

OX,OY ও OZ সরলরেখা তিনটি পরস্পরের সঙ্গে লম্বভাবে নেওয়া হয়। (x,y,z) স্থানাঙ্কের সাহায্যে P এর অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা সম্ভব। এরূপ প্রসঙ্গ কাঠামোকে ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বলা হয়। O থেকে P এর দূরত্ব r হলে, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$



কোনো ত্রিমাত্রিক স্থানে গতিশীল কোনো কণার গতি অর্থাৎ কোনো ত্রিমাত্রিক গতি তিনটি স্থানাঙ্ক x,y ও z এর থেকে কম স্থানাঙ্ক দ্বারা বর্ণনা করা যায় না।

১০। **সুষম গতি বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর।**

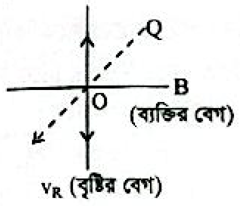
উত্তর: যদি কোনো বস্তুর গতিকালে তার বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকে তবে সেই বস্তুর বেগকে সমবেগ বলে। সমবেগ সম্পন্ন কোনো বস্তুর গতিই সমবেগ গতি বা সুষম গতি। নির্দিষ্ট মাধ্যমে শব্দের গতি, আলোর গতি প্রভৃতি সুষম গতি।

পড়ন্ত বস্তু

১১। **বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও একজন সাইকেল আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করেন কেন? ব্যাখ্যা করো।** [রা. বো. ১৯]

উত্তর: যখন সাইকেল আরোহী গতিশীল হয়, তখন বায়ুপ্রবাহ না থাকলেও গতিশীল সাইকেল আরোহীর সাপেক্ষে স্থির বায়ু আর স্থির থাকে না, সাইকেল আরোহীর সাপেক্ষে বায়ুর আপেক্ষিক বেগ সৃষ্টি হয় আরোহীর বিপরীতে। ফলে আরোহী বাতাসের ঝাপটা অনুভব করে।

উদাহরণস্বরূপ: চলন্ত রাস্তা OB পথে চলমান সাইকেল আরোহীর উপর QO পথে বৃষ্টির ঝাপটা পড়বে। কেননা আপেক্ষিক বেগ ক্রিয়া করে।



১২। **উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ হ্রাস পায় কেন– ব্যাখ্যা কর।**

উত্তর: উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষ বলের দিক নিচের দিকে। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণের দিকও খাড়া নিচের দিকে। ফলে, উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বদা মন্দন ঘটে এবং এ কারণে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিবেগ হ্রাস পায়। অর্থাৎ $v = v_0 - gt$, সময়ের সাথে বেগ হ্রাস পেতে থাকে।

১৩। ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৭]

উত্তর: ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g′ হলে,

$$g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$$

যেখানে, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, g = ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ। এখানে দেখা যায় যে, উচ্চতা h বৃদ্ধির সাথে সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণ g′ এর মান হ্রাস পায় এবং h কমার সাথে সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি পেয়ে থাকে। তাই ভিন্ন ভিন্ন উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তন হতে থাকে তথা সুষম থাকে না।

দ্বিমাত্রিক গতি (প্রাস)

১৪। প্রাসের ক্ষেত্রে কোন সময়ে বেগ সর্বোচ্চ হবে? ব্যাখ্যা দাও। [ঢা. বো. ১৯]

উত্তর: প্রাসের ক্ষেত্রে শুরুতে ও শেষ মুহূর্তে বেগ সর্বোচ্চ হয়। কারণ প্রাসের ক্ষেত্রে আনুভূমিক উপাংশ $v_x = v_0\cos\theta$ নির্দিষ্ট আর উল্লম্ব উপাংশ $v_y = v_0\sin\theta - gt$ পরিবর্তনশীল এবং এটি সময় (t) এর উপর নির্ভরশীল। প্রাসের ক্ষেত্রে শুরুতে $t = 0$ হওয়ায় $v_0\sin\theta$ সর্বোচ্চ হয়। আবার, শেষ মুহূর্তে (ভূমিতে পতন বা আঘাতের মুহূর্তে বেগ),

$$v_y = v_0\sin\theta - gt$$

$$= v_0\sin\theta - g\times\frac{2v_0\sin\theta}{g}\left[t = T = \frac{2v_0\sin\theta}{g}\right] = -v_0\sin\theta$$

অর্থাৎ প্রাসের ক্ষেত্রে শেষ মুহূর্তেও বেগের মান সর্বোচ্চ, তবে বিপরীতমুখী হয়। সুতরাং প্রাসের ক্ষেত্রে শুরুতে ও শেষ মুহূর্তে বেগ সর্বোচ্চ হয়।

১৫। "কোনো বস্তুর বেগ দ্বি-মাত্রিক কিন্তু ত্বরণ একমাত্রিক হতে পারে" ব্যাখ্যা করো।

উত্তর: কোনো বস্তুর বেগ দ্বি-মাত্রিক হলেও ত্বরণ একমাত্রিক হতে পারে। এক্ষেত্রে উৎকৃষ্ট উদাহরণ হলো প্রাসের গতিপথ। প্রাসের ক্ষেত্রে নিক্ষেপণ বেগের অনুভূমিক উপাংশ বরাবর ত্বরণ শূন্য হলেও উল্লম্ব বেগ বরাবর ত্বরণ ক্রিয়াশীল। তাই এক্ষেত্রে বস্তুর বেগ দ্বি-মাত্রিক কিন্তু ত্বরণ একমাত্রিক।

১৬। দেখাও যে, নিক্ষেপ কোণ 45° হলে প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে।

উত্তর: প্রাসের ক্ষেত্রে আনুভূমিক পাল্লা, $R = \dfrac{v_0^2\sin2\theta}{g}$

এখন, R_{max} হতে হলে $\sin2\theta$ এর সর্বোচ্চ মান 1 হতে হবে।

$\therefore \sin2\theta = 1 \quad \Rightarrow 2\theta = 90° \quad \therefore \theta = 45°$

অতএব, নিক্ষেপণ কোণ 45° হলে প্রাসের আনুভূমিক পাল্লা সর্বোচ্চ হবে।

১৭। খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক দূরত্ব শূন্য হয় কেন ? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তু অণুভূমিকের সাথে ($\theta = 90°$) সমকোণ উৎপন্ন করে চলে।

আবার নিক্ষিপ্ত বেগ, v_0 অণুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ θ হলে, খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগের অণুভূমিক উপাংশ হয়, $v_x = v_0\cos\theta = v_0\cos90° = 0$। অর্থাৎ, বেগের অণুভূমিক উপাংশ শূন্য। ফলে বেগের অণুভূমিক উপাংশ না থাকায়, খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর কোনো অণুভূমিক অতিক্রান্ত দূরত্ব থাকে না।

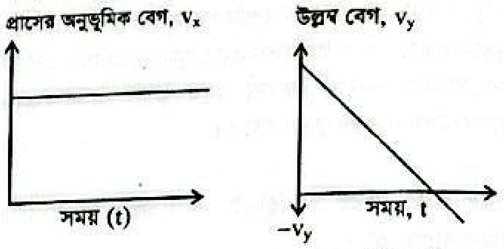
($x = v_0\cos\theta\times t = v_0\cos90°\times t = 0$) অর্থাৎ, অণুভূমিক অতিক্রান্ত দূরত্ব শূন্য হয়।

১৮। প্রাসের ক্ষেত্রে, বেগ বনাম সময় লেখচিত্র ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: প্রাসের ক্ষেত্রে, অনুভূমিক এবং উল্লম্ব দুই ধরণের বেগ বিদ্যমান থাকে।

$v_x = v_0\cos\theta$ এবং $v_y = v_0\sin\theta - gt$

$$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta - gt)^2}$$



প্রাসের আনুভূমিক বেগ, v_x ধ্রুবক থাকে। কিন্তু উল্লম্ব বেগ সর্বোচ্চ উচ্চতায় শূন্য হয়ে পরবর্তীতে বিপরীত দিকে বেগ বাড়তে থাকে।

১৯। প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা এবং উড্ডয়নকালের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিপাদন কর।

ধরি, নিক্ষেপন বেগ, v_0
নিক্ষেপন কোণ, θ
সর্বোচ্চ উচ্চতা, H_{max}
এবং উড্ডয়নকাল, T

উত্তর: $H_{max} = \dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$ ....(i)

$T = \dfrac{2v_0\sin\theta}{g}$ ....(ii)

(i) ÷ (ii) করে, $\dfrac{H_{max}}{T} = \dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}\times\dfrac{g}{2v_0\sin\theta} = \dfrac{v_0\sin\theta}{4}$

$$\therefore \frac{H_{max}}{T} = \frac{v_0\sin\theta}{4}$$

২০। দেখাও যে, $\tan\theta = \dfrac{4H}{R}$ [যেখানে, H = সর্বোচ্চ উচ্চতা] [R = আনুভূমিক পাল্লা] [θ = নিক্ষেপন কোণ]

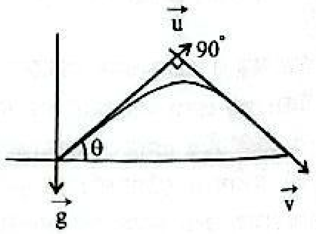
উত্তর: এখানে, $H = \dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$ এবং $R = \dfrac{v_0^2\sin2\theta}{2g}$

$$\therefore \frac{H}{R} = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}\times\frac{g}{(v_0^2\sin2\theta)} = \frac{\sin^2\theta}{2\times2\sin\theta.\cos\theta} = \frac{\tan\theta}{4}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{4H}{R}$$

২১। দেখাও যে, $t = \dfrac{u}{g\sin\theta}$ সময় পর একটি প্রাস আদি দিকের সাথে লম্বভাবে চলবে?

উত্তর: ধরি, t সময় পর লম্বভাবে চলবে,



$\vec{v} = \vec{u} + \vec{g}t$

যেহেতু লম্বভাবে চলবে, $\vec{u}\,.\,\vec{v} = 0$

$\Rightarrow \vec{u}\,(\vec{u} + \vec{g}t) = 0$

$\Rightarrow u^2 + \vec{u}\,.\,\vec{g}t = 0$

$\Rightarrow u^2 + ug\cos(\theta + 90°)\,t = 0$

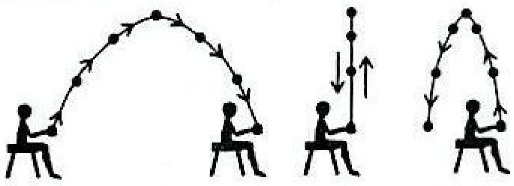
$\Rightarrow u - g\sin\theta\times t = 0$

$$\therefore t = \frac{u}{g\sin\theta}$$

২২। চলন্ত গাড়ির কামড়ায় একটি বলকে উপরে ছুঁড়ে দিলে তা আবার হাতে ফিরে আসে কেন?

উত্তর: মনে করি, গতিশীল একটি ট্রেনের কামরায় বসা একজন যাত্রী একটি বল খাড়া উর্ধ্বে নিক্ষেপ করল। যদি ট্রেনটি সুষম গতিতে চলে, তবে প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ানো এক ব্যক্তি বলটিকে অধিবৃত্তাকার (parabolic) পথে চলতে দেখবে চিত্র (i) কিন্তু নিক্ষেপকারীর কামরায় আরেক সহযাত্রী দেখবে যে বলটি খাড়া উর্ধ্বে উঠল এবং পরে একই পথে নিচে নেমে প্রথম যাত্রীর হাতে এসে পড়ল চিত্র (ii)। চিত্রে বিভিন্ন সময়ে বলের অবস্থান কালো ডট দ্বারা দেখানো হয়েছে। প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ানো ব্যক্তি বলের অনুভূমিক গতির ব্যাখ্যা স্বরূপ বলবে যে এটি ট্রেনের অনভূমিক গতির জন্যই হয়েছে, কিন্তু ট্রেনের কামরায় বসা যাত্রী ঐ অনুভূমিক গতি টের পাবে না; সে দেখবে বলটি খাড়া উপর-নিচে একই পথে উঠা-নামা করল। উভয় ব্যক্তির কাছেই নিউটনের গতিসূত্রগুলো প্রযোজ্য হবে। প্রকৃতপক্ষে, এক দর্শকের প্রসঙ্গ কাঠামো (এখানে ট্রেনের কামরা) যদি অপর দর্শকের প্রসঙ্গ কাঠামোর (এখানে প্ল্যাটফর্ম) সাপেক্ষে সমবেগে গতিশীল হয় তবে, এক দর্শকের প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্র সত্য হলে, অপর দর্শকের প্রসঙ্গ কাঠামোতেও তা সত্য হবে। এই ধরনের প্রসঙ্গ কাঠামোকে বলা হয় জড় প্রসঙ্গ কাঠামো। সুতরাং কোনো জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে অন্য কোনো প্রসঙ্গ কাঠামো সমবেগে গতিশীল থাকলে, ঐদ প্রসঙ্গ কাঠামো ও জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে গণ্য করা যাবে। জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর বৈশিষ্ট্য এই যে, পদার্থবিজ্ঞানের সকল মৌলিক সূত্রই এই প্রসঙ্গ কাঠামোতে প্রযুক্ত হবে।

যদি ট্রেন সুষম গতিবেগের পরিবর্তে পরিবর্তনশীল বেগ অর্থাৎ ত্বরণসহ চলে তবে বলটি নিক্ষেপকারীর হাতে এসে পড়বে না; তার পিছনে এসে পড়বে চিত্র (iii) প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ানো দর্শকের কাছে এই ঘটনা স্বাভাবিক বলেই মনে হবে। কিন্তু কামরায় বসা যাত্রীর মনে হবে পশ্চাৎবর্তী কোনো অনুভূমিক বল না থাকা সত্ত্বেও বলটি পিছনে চলে গেল। এইরূপ ঘটনার কারণ ট্রেনের ত্বরণ। এই অবস্থায় ট্রেনের কামরাকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলা যাবে না। এটি হবে অজড় প্রসঙ্গ কাঠমো; যেখানে নিউটনের গতিসূত্রগুলো প্রয়োগ করা যাবে না।



চিত্র: (i) চিত্র: (ii) চিত্র: (iii)

২৩। ভিন্ন কোণে নিক্ষিপ্ত দুটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা সমান হওয়া সম্ভব কি? ব্যাখ্যা করো।

উত্তর: আমরা জানি, প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$

এখন নিক্ষেপণ কোণ θ_1 হলে, $R_1 = \frac{u^2 \sin 2\theta_1}{g}$

আবার, বস্তুটিকে θ_1 এর পূরক কোণে নিক্ষেপ করা হলে, অর্থাৎ নিক্ষেপণ কোণ $\theta_2 = 90° - \theta_1$ হলে,

$$R_2 = \frac{u^2 \sin\{2(90° - \theta_1)\}}{g}$$

$$= \frac{u^2 \sin(180° - 2\theta_1)}{g} = \frac{u^2 \sin 2\theta_1}{g} = R_1$$

অর্থাৎ প্রাসের ক্ষেত্রে যেকোনো নিক্ষেপণ কোণ এবং তার পূরক কোণের জন্য একই অনুভূমিক পাল্লা পাওয়া যাবে।

বৃত্তাকার গতি ও কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

২৪। একটি বস্তু সমত্বরণে চলা সত্ত্বেও প্রতিনিয়ত তার বেগের দিক পরিবর্তিত হচ্ছে—ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: একটি বস্তু সমত্বরণে চলা সত্ত্বেও প্রতিনিয়ত তার বেগের দিক পরিবর্তিত হচ্ছে এর উৎকৃষ্ট উদাহরণ হলো প্রাস। প্রাসের ত্বরণ হলো g (অভিকর্ষজ ত্বরণ), যা সর্বদা খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। কিন্তু প্রাসের গতিবেগের দিক সর্বদাই পরিবর্তিত হচ্ছে। প্রথমে প্রাসের অভিমুখ উপরের দিকে থাকলেও ধীরে ধীরে এর আনতি কমতে থাকে এবং একসময় আনুভূমিক হয়। এরপর প্রাসের অভিমুখ হয় নিচের দিকে এবং এর নতিকোণের মান ক্রমে বাড়তে থাকে।

২৫। কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরাবর এবং বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে বেগের পরিবর্তনের হারকে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বলে। যেহেতু এ ত্বরণ ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে এই জন্যএ ত্বরণকে ব্যাসার্ধমুখী ত্বরণও বলে। আবার কেন্দ্রমুখী ত্বরণ বেগের দিকের সাথে লম্ব বরাবর অর্থাৎ স্পর্শকের সাথে লম্বভাবে ব্যাসার্ধের দিকে ক্রিয়া করে বলে একে লম্ব ত্বরণও বলে।

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$ [ω = কৌণিক বেগ]

২৬। বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোনো দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না কেন? ব্যাখ্যা করো। [চ. বো.১৯]

উত্তর: বেগের মান ও দিকের যেকোনো একটির পরিবর্তন হলেই সেটি অসমবেগ হবে। বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর বেগের মানের পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তন হয়। কারণ, বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর বেগের দিক হয় ঐ বিন্দুতে স্পর্শক বরাবর। এখন, বৃত্তের প্রতিটি বিন্দুর জন্য স্পর্শকের দিক ভিন্ন। সুতরাং বস্তুর বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হতে থাকে। একারণে বৃত্তাকার ট্র্যাকে কোন দৌড়বিদ সমবেগে দৌড়াতে পারে না।

২৭। কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 $rads^{-2}$ বলতে কী বুঝ?

উত্তর: সময়ের সাথে কৌণিক বেগের পরিবর্তনকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

অর্থাৎ, কৌণিক ত্বরণ: $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$ [ω = কৌণিক বেগ]

কোনো বস্তুর কৌণিক ত্বরণ 3 $rads^{-2}$ বলতে বোঝায়, প্রতি সেকেন্ডে 3 $rads^{-1}$ সুষম কৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান কোন বস্তুর ত্বরণ।

অন্যভাবে বলা যায়, প্রতি একক সময়ের ব্যবধানে কৌণিক বেগের পরিবর্তন 3 $rads^{-1}$ হলে ঐ বস্তুর কৌণিক ত্বরণকে 3 $rads^{-2}$ বোঝায়।

২৮। সুষম বৃত্তাকার গতির বৈশিষ্ট্য লেখ।

উত্তর: বৃত্তপথে ঘূর্ণায়মান কোনো কণার কৌণিক বেগ ধ্রুবক হলে তার গতিকে সুষম বৃত্তাকার গতি বলে। সমবৃত্তীয় গতিতে কণার গতিপথের অভিমুখ প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হয়। তাই কণার রৈখিক বেগ v এর অভিমুখও প্রতি মুহূর্তে বদলায়। কিন্তু দ্রুতি ধ্রুবক হওয়ায় এক্ষেত্রে রৈখিক বেগের মান ধ্রুবক থাকে। রৈখিক বেগ একটি ভেক্টর রাশি হওয়ায় তার মান ও দিক দুই-ই আছে।

সুতরাং এক্ষেত্রে, কণার বেগ ধ্রুবক একথা বলা চলেনা। অর্থাৎ, সমবৃত্তীয় গতি হল সমদ্রুতির উদাহরণ, কিন্তু সমবেগের উদাহরণ নয়।

২৯। ভরকে জাড্যভর বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো বস্তুর মধ্যকার মোট পদার্থের পরিমাণকে এর ভর বলে। ভর দুই প্রকারঃ অভিকর্ষীয় ভর ও জাড্যভর। দাড়িপাল্লা বা নিক্তির সাহায্যের আমরা যে ভর মাপি, সেটি হলো অভিকর্ষীয় ভর। কিন্তু যে স্থানে অভিকর্ষ নেই (যেমনঃ মহাশূন্যযানে), সেখানে অভিকর্ষীয় ভরের বিষয়টি অকার্যকর হয়ে পড়ে। তখন বস্তুর ভর মাপা হয় $F = ma$ সূত্র ব্যবহার করে; অর্থাৎ, কোনো বস্তুতে নির্দিষ্ট মানের বল প্রয়োগ করে এতে সৃষ্ট ত্বরণ মাপা হয়। তখন F ও a এর অনুপাতের দ্বারা বস্তুর জাড্যভর মাপা হয়। তবে যেকোনো বস্তুর বৈশিষ্ট্য এমন যে, এর অভিকর্ষীয় ভর ও জাড্যভর সর্বদা সমান হয়। তাই ভরকে জাড্যভর বলা হয়।

৩০। প্রতিপাদন কর $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

উত্তর: মনে করা যাক, $\vec{r}$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে গতিশীল একটি বস্তু কণার রৈখিক বেগ t সময়ে $\vec{v_1}$ থেকে পরিবর্তিত হয়ে $\vec{v_2}$ হলো এবং ওই একই সময়ে কৌণিক বেগ $\vec{\omega_1}$ পরিবর্তিত হয়ে $\vec{\omega_2}$ হলো।

$\therefore \vec{v_1} = \vec{\omega_1} \times \vec{r}$ এবং $\vec{v_2} = \vec{\omega_2} \times \vec{r}$

সুতরাং রৈখিক ত্বরণ, $\vec{a} = \dfrac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t} = \dfrac{\vec{\omega_2} \times \vec{r} - \vec{\omega_1} \times \vec{r}}{t} = \dfrac{\vec{\omega_2} - \vec{\omega_1}}{t} \times \vec{r}$

আবার, কৌণিক ত্বরণ, $\vec{\alpha} = \dfrac{\vec{\omega_2} - \vec{\omega_1}}{t}$ $\quad \therefore \vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

৩১। ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কেন?

উত্তর: পাখার প্রতিটি কণা ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে সমান সময়ে সমান কোণ উৎপন্ন করে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে। যেহেতু, প্রতিটি কণাই সমান সময়ে সমান কোণ এবং সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করবে এতে বলা যায় কৌণিক বেগ ধ্রুব থাকে।

৩২। একটি ঘড়ির ঘন্টা ও মিনিটের কাঁটা দুইটি কতক্ষন অন্তর পরস্পর মিলিত হয়?

উত্তর: মনে করা যাক, কাঁটা দুটি t h অন্তরে মিলিত হয়। ঘন্টার কাঁটার ক্ষেত্রে

$\omega = \dfrac{2\pi}{12} = \dfrac{\pi}{6}\ \text{radh}^{-1}$।

অতএব t h এ ঘন্টার কাঁটার সরণ, $\theta = \omega t = \dfrac{\pi}{6} t$ rad

মিনিটের কাঁটার ক্ষেত্রে $\omega' = \dfrac{2\pi}{1} = 2\pi\ \text{radh}^{-1}$ অতএব t h-এ মিনিটের কাঁটার কৌণিক সরণ, $\theta' = \omega' t = 2\pi t$ rad।

কাঁটা দুটি একবার মিলিত হওয়ার t h পরে যখন আবার মিলিত হয়, তখন ঘন্টার কাঁটা অপেক্ষা মিনিটের কাঁটা এক পাক বেশি ঘোরে; অর্থাৎ তার কৌণিক সরণ 2π rad বেশি।

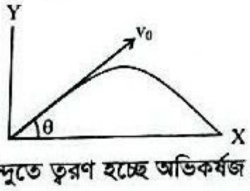
সুতরাং, $\theta' - \theta = 2\pi$

$\Rightarrow 2\pi t - \dfrac{\pi t}{6} = 2\pi \quad \Rightarrow t \times \dfrac{11}{6} = 2$

$\Rightarrow t = \dfrac{12}{11}$ h = 1 h 5 min 27 s (প্রায়)

৩৩। সমত্বরণ গতির একটি উদাহরণ দাও।

উত্তর: সময়ের সাথে বেগের নির্দিষ্ট ব্যবধানে পরিবর্তনকে সমত্বরণ গতি বলে। অন্যভাবে বলা যেতে পারে, ত্বরণ সুষম হলে সমত্বরণ বলা হয়। সমত্বরণের উৎকৃষ্ট উদাহরণ বুলেটের গতি। বুলেট একটি নির্দিষ্ট দিক দিয়ে আকাশে নিক্ষেপ করা হলে, এটি একটি বক্ররেখা পথে চলতে থাকে। এই বক্ররেখার ব্যাসার্ধ হল বুলেটের গতির সাথে সমানুপাতিক।



প্রাসের প্রতিটি বিন্দুতে ত্বরণ হচ্ছে অভিকর্ষজ ত্বরণ বা সুষম ত্বরণ।

৩৪। শূন্য গতিশক্তি বিশিষ্ট কোনো সংস্থার লব্ধি ভরবেগ শূন্য কিন্তু শূন্য লব্ধি ভরবেগ বিশিষ্ট কোনো সংস্থার গতিশক্তি শূন্য নাও হতে পারে-ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: কোনো সংস্থার গতিশক্তি শূন্য হলে তার লব্ধি ভরবেগ শূন্য হয়। কারণ ঐ সংস্থায় কোনো গতি থাকে না। কিন্তু কোনো সংস্থায় লব্ধি ভরবেগ শূন্য হলে গতিশক্তি শূন্য নাও হতে পারে। যেমন– কোনো ব্যক্তি যখন স্থির নৌকা হতে লাফ দেয়, তখন বক্তি ও নৌকা দুই-ই গতিপ্রাপ্ত হয়। ফলে বিপরীত দিকে গতিশীল হলেও গতিশক্তি অঋণাত্মক হয়ে মোট গতিশক্তি অশূন্য হবে। কিন্তু ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে সংস্থায় মোট লব্ধি ভরবেগ শূন্য হবে।
একারণে কোনো সংস্থায় লব্ধি ভরবেগ শূন্য হলেও গতিশক্তি নাও হতে পারে।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনী প্রশ্নোত্তর

জড় প্রসঙ্গ কাঠামো

১। কোনো বস্তুর স্থিতি বা গতীয় অবস্থা সুনির্দিষ্টভাবে নির্ণয় করার জন্য কোনটির প্রয়োজন হয়?

ক) প্রসঙ্গ বিন্দু　খ) প্রসঙ্গ কাঠামো
গ) মূল বিন্দু　ঘ) দ্বিমাত্রিক কাঠামো

উত্তর: খ) প্রসঙ্গ কাঠামো

ব্যাখা: প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থান গতীয় না স্থিতি তা নির্ণয় করা যায়।

২। কোন ধরনের প্রসঙ্গ কাঠামোতে নিউটনের গতিসূত্রসমূহ প্রয়োগ করা যায়?

ক) জড় প্রসঙ্গ কাঠামো　খ) অজড় প্রসঙ্গ কাঠামো
গ) ত্বরিত প্রসঙ্গ কাঠামো　ঘ) ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো

উত্তর: ক) জড় প্রসঙ্গ কাঠামো

ব্যাখা: পরস্পরের সাপেক্ষে ধ্রুব বেগে গতিশীল কাঠামোকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। জড় প্রসঙ্গ কাঠামোকে নিউটনীয় কাঠামোও বলে।

৩। খাড়া মুক্তভাবে পড়ন্ত একটি বস্তুর বিভিন্ন সময়ের অবস্থান নির্ণয়ের জন্য কী ধরনের প্রসঙ্গ কাঠামো ব্যবহৃত হয়?

ক) একমাত্রিক　খ) দ্বিমাত্রিক　গ) ত্রিমাত্রিক　ঘ) চতুর্মাত্রিক

উত্তর: ক) একমাত্রিক

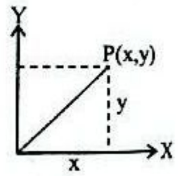
ব্যাখা: খাড়া মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে এর গতিপথ একটি সরলরেখা বরাবর থাকে। অর্থাৎ গতিপথ একমাত্রিক।

৪। সমতলে একটি কণার গতি ব্যাখ্যা করার জন্য কোন ধরনের প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হবে?

ক) একমাত্রিক　খ) দ্বিমাত্রিক　গ) ত্রিমাত্রিক　ঘ) চতুর্মাত্রিক

উত্তর: খ) দ্বিমাত্রিক

ব্যাখ্যা: কোনো সমতলে P বিন্দুতে অবস্থান নির্দেশ করার জন্য (x,y) স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায়, যা দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো। এছাড়াও টেবিলের উপর সঞ্চারণশীল মার্বেল তলের উপর বিচরণ করে যা দ্বিমাত্রিক প্রসঙ্গ নির্দেশ করে।



৫। টেবিলের উপর সঞ্চরমান একটি মার্বেল কোন ধরনের স্থানে বিচরণ করে?

ক) একমাত্রিক　খ) দ্বিমাত্রিক　গ) ত্রিমাত্রিক　ঘ) চতুর্মাত্রিক

উত্তর: খ) দ্বিমাত্রিক

ব্যাখা: সময়ের সাথে কোনো বস্তু স্থান পরিবর্তন না করে তবে তাকে স্থির বস্তু বলে। যেমন: গাছপালা, রাস্তাঘাট আমরা স্থির দেখি এবং সময়ের সাথে সাথে অবস্থানের পরিবর্তন হওয়াকে গতি বলে। কিন্তু এই স্থিতি/গতি সবগুলোই আপেক্ষিক স্থিতি/আপেক্ষিক গতি। কোনো স্থিতি বা কোনো গতিই পরম নয়। কেননা সূর্যের চারিদিকে পৃথিবী গতিশীল আবার সূর্যও নিজ কক্ষপথে ঘূর্ণায়মান।

৬। প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর স্থিতিকে কী বলে?

ক) স্থিতি　খ) গতি
গ) আপেক্ষিক স্থিতি　ঘ) আপেক্ষিক গতি

উত্তর: গ) আপেক্ষিক স্থিতি

৭। সময়ের সাথে বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন হওয়াকে বলে?

ক) স্থিতি　খ) গতি
গ) আপেক্ষিক স্থিতি　ঘ) আপেক্ষিক গতি

উত্তর: খ) গতি

৮। সময়ের সাথে পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর অবস্থান পরিবর্তন না করাকে কী বলে?
ⓚ স্থিতি ⓛ গতি
ⓖ আপেক্ষিক স্থিতি ⓘ আপেক্ষিক গতি
উত্তর: ⓚ স্থিতি

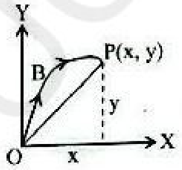
৯। কোনো বস্তুর স্থিতি প্রকৃতপক্ষে–
ⓚ আপেক্ষিক স্থিতি ⓛ আপেক্ষিক গতি
ⓖ পরম স্থিতি ⓘ পরম গতি
উত্তর: ⓚ আপেক্ষিক স্থিতি

১০। নিচের কোনটি জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর উদাহরণ?
ⓚ অসমবেগে গতিশীল ট্রেন ⓛ সমবেগে গতিশীল ট্রেন
ⓖ বৃত্তাকার পথে গতিশীল ট্রেন ⓘ সমত্বরণে গতিশীল ট্রেন
উত্তর: ⓛ সমবেগে গতিশীল ট্রেন
ব্যাখ্যা: যে প্রসঙ্গ কাঠামো স্থির অথবা সমবেগে গতিশীল (অর্থাৎ ত্বরণহীন) তাকে জড় প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। যেমন: সমবেগে চলন্ত ট্রেনের কাঠামোতে ট্রেনের কামড়া এবং প্লাটফর্ম উভয় স্থানে নিউটনের সূত্র সত্য হবে।

১১। একমাত্রিক গতির উদাহরণ হলো–
(i) সোজা সড়কে একটি সাইকেলের গতি
(ii) পৃথিবীর বার্ষিক গতি
(iii) একটি সরু সুতার ওপর পিঁপড়ার গতি
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii
উত্তর: ⓛ i ও iii
ব্যাখ্যা: সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর যে গতি তা হলো বার্ষিক গতি। এটি দ্বিমাত্রিক গতির উদাহরণ।

গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণের ধারণা– সরণ, বেগ, ত্বরণ

১২। বস্তুর অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে কী বলে?
ⓚ দূরত্ব ⓛ সরণ ⓖ ত্বরণ ⓘ বেগ
উত্তর: ⓛ সরণ
ব্যাখ্যা: সরণ একটি ভেক্টর রাশি। কোনো বস্তু OBP পথে P তে অবস্থান পরিবর্তন করেছে। তাহলে সরণ হচ্ছে $\overrightarrow{OP}$।



১৩। কোনো বস্তুর বেগের মান কোনটির পরিমাণ–
ⓚ ত্বরণ ⓛ সরণ ⓖ দ্রুতি ⓘ দূরত্ব
উত্তর: ⓖ দ্রুতি
ব্যাখ্যা: নির্দিষ্ট দিকে বস্তুর দ্রুতিই বেগ। দ্রুতি স্কেলার রশি। আবার একক সময়ে দূরত্বের পরিবর্তনই দ্রুতি। কোন বস্তুর বেগ, $\vec{v}$ হলে বেগের মান, $|\vec{v}|$=দ্রুতি।

১৪। বস্তু একক সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কী বলে?
ⓚ বেগ ⓛ দ্রুতি ⓖ সরণ ⓘ ত্বরণ
উত্তর: ⓛ দ্রুতি

১৫। কোনো বস্তুর বেগ $\vec{v}$ হলে, তার দ্রুতি নিচের কোনটি?
ⓚ $\frac{\vec{v}}{2}$ ⓛ $|\vec{v}|$ ⓖ $\frac{d\vec{r}}{dt}$ ⓘ $2\vec{v}$
উত্তর: ⓛ $|\vec{v}|$

১৬। তাৎক্ষণিক বেগ নিচের কোনটিকে নির্দেশ করে?
ⓚ প্রারম্ভিক বেগ ⓛ গড় বেগ
ⓖ একটি বিশেষ মুহূর্তের বেগ ⓘ চূড়ান্ত বেগ
উত্তর: ⓖ একটি বিশেষ মুহূর্তের বেগ
ব্যাখ্যা: বস্তুর কোনো একটি মুহূর্তের বেগকে বস্তুর তাৎক্ষণিক বেগ বলে। ধরা যাক, চলন্ত ট্রেনে 0.5 s সময়ে 10 m সরণ ঘটে। ট্রেনের গতির ক্ষেত্রে 0.5 s অবকাশটি খুবই ছোট তাই তাকে একটি মুহূর্ত বলা যেতে পারে।
অর্থাৎ ট্রেনটির তাৎক্ষণিক বেগ $= \frac{10}{0.5} = 20\ ms^{-1}$

১৭। অসম বেগের ক্ষেত্রে সরণ বনাম সময় লেখটি হয় একটি–
ⓚ বক্ররেখা
ⓛ মূলবিন্দুগামী সরলরেখা
ⓖ সময় অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা
ⓘ দূরত্ব অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা
উত্তর: ⓚ বক্ররেখা
ব্যাখ্যা: বেগ হলো সরণ বনাম সময় লেখের ঢাল। অসমবেগ মানে এই ঢাল সর্বত্র সমান নয়। এই কারণেই অসম বেগের ক্ষেত্রে সরণ বনাম সময় লেখটি বক্ররেখা। এটি নিয়মিত আকৃতির বক্ররেখা হতে পারে, যেমন: পরাবৃত্ত। অথবা অনিয়মিত আকৃতির বক্ররেখা হতে পারে।

১৮। সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে গড় ত্বরণের সীমান্তিক মানকে কী বলে?
ⓚ তাৎক্ষণিক ত্বরণ ⓛ তাৎক্ষণিক বেগ
ⓖ সরণ ⓘ মন্দন
উত্তর: ⓚ তাৎক্ষণিক ত্বরণ
ব্যাখ্যা: তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $a = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2s}{dt^2}$

১৯। সময়ের সাথে বেগ হ্রাসের হারকে কী বলে?
ⓚ ত্বরণ ⓛ মন্দন ⓖ দ্রুতি ⓘ সরণ
উত্তর: ⓛ মন্দন
ব্যাখ্যা: বেগ হ্রাস পেতে থাকলে ত্বরণ ঋণাত্মক হয়। অর্থাৎ মন্দন ঋণাত্মক ত্বরণ ছাড়া আর কিছুই নয়।

২০। একমাত্রিক গতির ক্ষেত্রে ত্বরণের মান a_x = ?
ⓚ $\frac{dx}{dt}$ ⓛ $\frac{d^2x}{dt^2}$ ⓖ $\frac{d^3x}{dt^3}$ ⓘ $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$
উত্তর: ⓛ $\frac{d^2x}{dt^2}$

২১। একটি গতিশীল বস্তুর x এর সঙ্গে সময় t এর সম্পর্ক হচ্ছে $x = 1.4\ t^2 + 0.15\ t^3 m$। 5.0 s সময়ে বস্তুটির তাৎক্ষণিক দ্রুতি কত?
ⓚ 12.125 m/s ⓛ 20.25 m/s
ⓖ 25.25 m/s ⓘ 31.31 m/s
উত্তর: ⓖ 25.25 m/s
ব্যাখ্যা: $v_t = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(1.4\ t^2 + 0.15\ t^3) = 2.8t + 0.45\ t^2$
$\therefore\ v = 2.8 \times 5 + 0.45 \times 25 = 25.25\ ms^{-1}$

২২। কোনো একটি বস্তুর আদিবেগ $(3\hat{i} + 4\hat{j})\ ms^{-1}$ এবং ত্বরণ $(0.4\hat{i} + 0.3\hat{j})\ ms^{-2}$ হলে 10 s পরে বেগ কত একক? [সি. বো. ১৬]
ⓚ 7 ⓛ 8.5 ⓖ 9.2 ⓘ 10
উত্তর: ⓘ 10
ব্যাখ্যা: $\vec{v} = \vec{u} + \vec{a}t = (3\hat{i} + 4\hat{j}) + (0.4\hat{i} + 0.3\hat{j}) \times 10 = 7\hat{i} + 7\hat{j}$
$|\vec{v}| = \sqrt{7^2 + 7^2} = 9.89 \approx 10\ ms^{-1}$

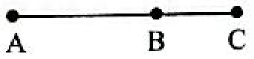
THE EDUCATION TEAM

২৩। সরণ হচ্ছে–
(i) অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনের হার
(ii) নির্দিষ্ট দিকে অতিক্রান্ত দূরত্ব (iii) একটি ভেক্টর রাশি
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ ii ও iii
ব্যাখ্যা: সরণ হচ্ছে একটি ভেক্টর রাশি। এটি নির্দিষ্ট দিকে অবস্থানের পরিবর্তন বোঝায়। অবস্থানের পরিবর্তনের হার তথা সময়ের সাপেক্ষে অবস্থান ভেক্টরের পরিবর্তনকে বেগ বলে।

২৪। সাকিব প্রথম 1 s এ নির্দিষ্ট দিকে যায় 6 m এবং একই দিকে 2 s এ যায় 10 m। সাকিবের–
(i) গড় বেগ 5 ms^{-1} (ii) গড় দ্রুতি 4.5 ms^{-1}
(iii) মন্দন হচ্ছে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও iii
ব্যাখ্যা: 2 sec-এ গড় বেগ $= \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{6+4}{2} = 5\ ms^{-1}$
নির্দিষ্ট দিকে সরলরৈখিকভাবে গতিশীল হওয়ায়, বেগ = দ্রুতি = 5 ms^{-1}

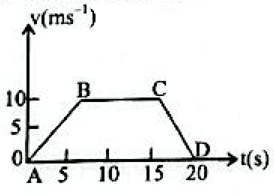


AB পথে বেগ, $v_1 = \frac{6\ m}{1\ s} = 6\ ms^{-1}$ এবং BC পথে বেগ v_2 হলে
$AC = \frac{v_1 + v_2}{2} \times t \Rightarrow 10 = \frac{6 + v_2}{2} \times 2 \quad \therefore v_2 = 4\ ms^{-1}$
অর্থাৎ ১ম sec-এ বেগ 6 ms^{-1}, কিন্তু ২য় sec-এ বেগ 4 ms^{-1}; সুতরাং মন্দন হচ্ছে।

২৫। একটি কণার সরণ $x = (t^3 - 2t + 1)\hat{i}$ সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত হলে কণাটির–
(i) আদি বেগের মান –2 (ii) 1 s পর ত্বরণের মান 6
(iii) 2 s পর সরণ 7
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii
ব্যাখ্যা: $\vec{x} = (t^3 - 2t + 1)\hat{i}$; $\vec{v} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3 - 2t + 1)\hat{i} = (3t^2 - 2)\hat{i}$
$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = 6t\hat{i}$; আদিবেগ, $\vec{v} = -2\hat{i}$ এবং মান হবে = – 2
1s পর ত্বরণ, $\vec{a} = 6\hat{i}$ এবং $|\vec{a}| = 6$
2s পর সরণ, $x = (2^3 - 2 \times 2 + 1) = 5$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ২৬ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

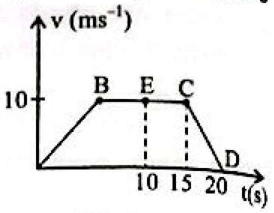


২৬। CD রেখার ত্বরণ কত?
ⓚ 2.0 ms^{-2}
ⓚ 0.5 ms^{-2}
ⓖ –0.5 ms^{-2}
ⓘ –2.0 ms^{-2}

উত্তর: ⓘ –2.0 ms^{-2}
ব্যাখ্যা: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0-10)\ ms^{-1}}{(20-15)\ s} = -2\ ms^{-2}$

২৭। শেষ 10 সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? [ঢা. বো. ১৭]
ⓚ 75 m ⓚ 150 m ⓖ 200 m ⓘ 350 m

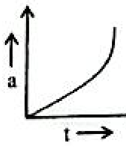
উত্তর: ⓚ 75 m
ব্যাখ্যা: EC সমবেগে, $s_1 = 10 \times 5 = 50$ m
CD অসমবেগে,
$s_2 = \frac{u+v}{2} t = \frac{10+0}{2} \times 5 = 25$ m
∴ মোট দূরত্ব = 50 + 25 = 75 m

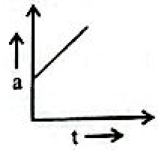


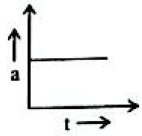
❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
$s = \left(\frac{1}{12}t^4 + 3t\right)$ m সমীকরণটি একটি বস্তুর সরণ নির্দেশ করছে।

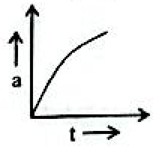
২৮। 3 sec পর বস্তুর বেগ কত হবে?
ⓚ 3 m/s ⓚ 9 m/s ⓖ 12 m/s ⓘ 29.25 m/s

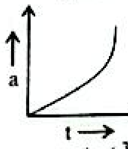
উত্তর: ⓖ 12 m/s
ব্যাখ্যা: $v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{t^4}{12} + 3t\right) = \frac{1}{12} \times 4t^3 + 3 = \frac{t^3}{3} + 3$
t = 3 sec হলে, $v = \frac{3^3}{3} + 3 = 12$ m/s

২৯। উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ 

ⓚ 

ⓖ 

ⓘ 

উত্তর: ⓚ 

ব্যাখ্যা: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{t^3}{3} + 3\right) \quad \therefore a = t^2$
যেহেতু ত্বরণ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক তাই সময়ের সাথে ত্বরণ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং এর আকৃতি পরাবৃত্তাকার।

গতি বর্ণনায় যোগজীকরণের ধারণা ও গতির সমীকরণ

৩০। বেগ-সময় লেখচিত্র X অক্ষের সমান্তরাল হয় কোন ক্ষেত্রে?
ⓚ সমবেগ ⓚ অসমবেগ ⓖ সমত্বরণ ⓘ অসমত্বরণ

উত্তর: ⓚ সমবেগ

৩১। সমবেগে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ বেগ শূন্য হয় ⓚ ত্বরণ শূন্য হয়
ⓖ ত্বরণ সবসময় সমান থাকে
ⓘ সমান সময়ে অসমান দূরত্ব অতিক্রম করে

উত্তর: ⓚ ত্বরণ শূন্য হয়
ব্যাখ্যা: সমবেগে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে a = 0
কেননা, $a = \frac{v-u}{t} = \frac{\Delta v}{t} = \frac{0}{t} = 0 \quad [\because v = u]$

৩২। স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর শেষবেগ, ব্যয়িত সময়ের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত?
ⓚ সমানুপাতিক ⓚ ব্যস্তানুপাতিক
ⓖ সমান ⓘ বর্গের সমানুপাতিক

উত্তর: ⓚ সমানুপাতিক
ব্যাখ্যা: v = u + at [u = 0]
v = at ∴ $v \propto t$

৩৩। a সমত্বরণের ক্ষেত্রে $\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t adt$ সমাকলনের ফলাফল কোনটি হবে?

ⓚ $v = v_0 - at$ ⓚh $v_0 = v + at$

ⓖ $v = v_0 + at$ ⓖh $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$

উত্তর: ⓖ $v = v_0 + at$

ব্যাখ্যা: $\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t adt \Rightarrow [v]_{v_0}^{v} = a[t]_0^t$

$\Rightarrow v - v_0 = at \quad \therefore v = v_0 + at$

৩৪। একটি বস্তুর বেগ $v(t) = (6t^2 + 2t)\ ms^{-1}$। 2s পর বস্তুটির সরণ কত?

ⓚ 20 m ⓚh 26 m ⓖ 28 m ⓖh 56 m

উত্তর: ⓚ 20 m

ব্যাখ্যা: $v = 6t^2 + 2t$

$s = \int vt = \int(6t^2 + 2t)\,dt = 6 \times \frac{t^3}{3} + t^2 = 2t^3 + t^2 = 2 \times 2^3 + 2^2 = 20\ m$

৩৫। এক ব্যক্তি $7\ kmh^{-1}$ বেগে তার গন্তব্যে পৌঁছায় এবং $8\ kmh^{-1}$ বেগে পূর্বের অবস্থানে ফিরে আসে। তার গড় বেগ কত?

ⓚ $1.5\ kmh^{-1}$ ⓚh $7.66\ kmh^{-1}$

ⓖ $7.33\ kmh^{-1}$ ⓖh $7.47\ kmh^{-1}$

উত্তর: ⓖh $7.47\ kmh^{-1}$

ব্যাখ্যা: গড় বেগ = $\frac{\text{মোট সরণ}}{\text{মোট সময়}} = \frac{d+d}{\frac{d}{v_1}+\frac{d}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2} = \frac{2 \times 7 \times 8}{7+8} = 7.47\ kmh^{-1}$

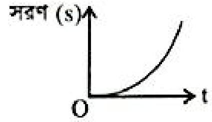
৩৬। সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণের লেখ কীরূপ হবে?

ⓚ সরলরৈখিক ⓚh বৃত্তাকার ⓖ উপবৃত্তাকার ⓖh পরাবৃত্তাকার

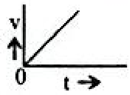
উত্তর: ⓖh পরাবৃত্তাকার

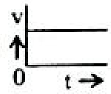
ব্যাখ্যা: $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad \therefore s = \frac{1}{2}at^2$

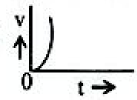
$\therefore t^2 = \frac{2}{a}s$ যা পরাবৃত্তাকার

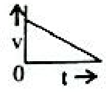


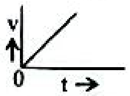
৩৭। স্থির অবস্থা থেকে সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে নিম্নের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?

ⓚ 

ⓚh 

ⓖ 

ⓖh 

উত্তর: ⓚ 

ব্যাখ্যা: $v = v_0 + at$

$v = at \quad [\because v_0 = 0\ ms^{-1}] \quad \therefore v \propto t$

৩৮। অবস্থান-সময় লেখের যেকোনো বিন্দুতে স্পর্শকের নতি হলো–

ⓚ তাৎক্ষণিক সরণ ⓚh তাৎক্ষণিক বেগ

ⓖ তাৎক্ষণিক ত্বরণ ⓖh তাৎক্ষণিক দ্রুতি

উত্তর: ⓚh তাৎক্ষণিক বেগ

ব্যাখ্যা: তাৎক্ষণিক বেগ, $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$

৩৯। সমবেগের ক্ষেত্রে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্রটি কীরূপ হবে?

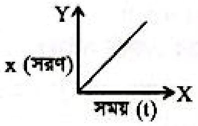
ⓚ মূলবিন্দুগামী বক্ররেখা ⓚh মূলবিন্দুগামী সরলরেখা

ⓖ X-অক্ষের ছেদক ⓖh Y-অক্ষের ছেদক

উত্তর: ⓚh মূলবিন্দুগামী সরলরেখা

ব্যাখ্যা: $x = vt$

$\therefore x \propto t \quad [v = \text{সমবেগ}]$



৪০। বেগ-সময় রেখার ঢাল থেকে কী নির্ণয় করা যায়?

ⓚ ত্বরণ ⓚh দ্রুতি ⓖ বেগ ⓖh সরণ

উত্তর: ⓚ ত্বরণ

৪১। বেগ (v), সময় (t) লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর লম্বরেখা টানলে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল কী নির্দেশ করে?

ⓚ তাৎক্ষণিক দ্রুতি ⓚh তাৎক্ষণিক বেগ

ⓖ তাৎক্ষণিক ত্বরণ ⓖh অতিক্রান্ত দূরত্ব

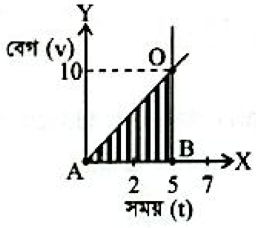
উত্তর: ⓖh অতিক্রান্ত দূরত্ব

ব্যাখ্যা: $\Delta AOB = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25\ m$

$s = \frac{u+v}{2} \times t$

$= \frac{10}{2} \times 5 = 25\ m$

অর্থাৎ, ক্ষেত্রফল = অতিক্রান্ত দূরত্ব



৪২। সমবেগের ক্ষেত্রে s বনাম t লেখচিত্রটি কীরূপ?

ⓚ সরলরৈখিক ⓚh উপবৃত্তাকার ⓖ অধিবৃত্তাকার ⓖh পরাবৃত্তাকার

উত্তর: ⓚ সরলরৈখিক

ব্যাখ্যা: সমবেগের ক্ষেত্রে সরণ s সময় t এর সমানুপাতিক। তাই s বনাম t লেখ সরলরৈখিক হবে।

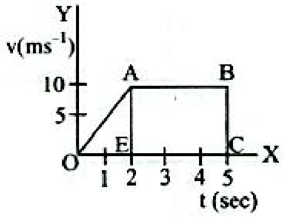
৪৩। নিচের লেখ অনুযায়ী 5 sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

ⓚ 40 m

ⓚh 50 m

ⓖ 60 m

ⓖh 70 m



উত্তর: ⓚ 40 m

ব্যাখ্যা: অতিক্রান্ত দূরত্ব = ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times (AB + OC) \times AE$

$= \frac{1}{2} \times (3 + 5) \times 10 = 40\ m$

৪৪। $s = \frac{1}{2}t^3 + 2t$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখা বরাবর গতিশীল হলে, 4 s সময়ে বস্তুটির বেগ কত?

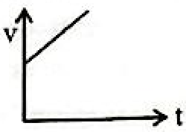
ⓚ 24 একক ⓚh 34 একক ⓖ 36 একক ⓖh 26 একক

উত্তর: ⓖh 26 একক

ব্যাখ্যা: $v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}t^3 + 2t\right) = \frac{1}{2} \times 3t^2 + 2$

$\therefore v_t = \frac{3}{2} \times 4^2 + 2 = (1.5 \times 16) + 2 = 26$ একক

৪৫। একটি কণার v – t লেখচিত্র দেখানো হলো।



লেখচিত্রটি প্রকাশ করে–

(i) $v = v_0 + at$

(ii) $F > 0$

(iii) $a < 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

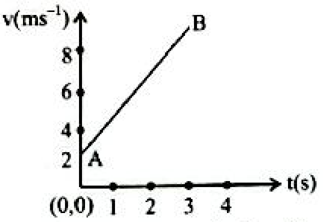
উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: i. v বনাম t গ্রাফ $y = mx + c$, অর্থাৎ $v = at + v_0$ বোঝায়।

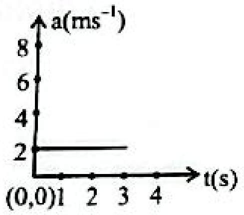
ii. বলের মান অশূন্য এবং ধ্রুব হওয়ায় বেগের পরিবর্তন সমহারে ঘটেছে।

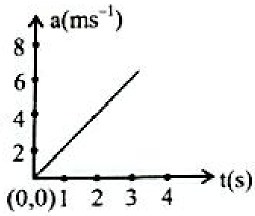
iii. সময়ের সাথে বেগ বৃদ্ধি পাচ্ছে বলে ত্বরণ ধনাত্মক।

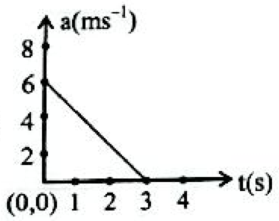
❖ নিচের লেখচিত্রটি দেখে ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

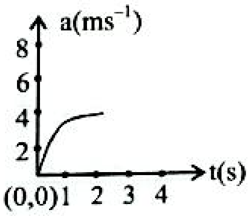


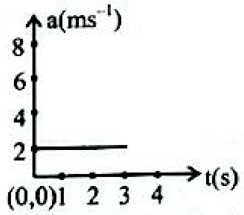
৪৬। উদ্দীপকের আলোকে নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?

ⓚ 

ⓚ 

ⓖ 

ⓖ 

উত্তর: ⓚ 

ব্যাখ্যা: সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তন সমহারে হওয়ায় ত্বরণ ধ্রুবক,

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{6}{3} = 2\ ms^{-2}$$

৪৭। লেখচিত্রের AB অংশের অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

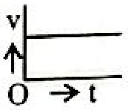
ⓚ 10 m ⓚ 15 m ⓖ 20 m ⓖ 24 m

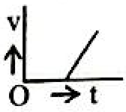
উত্তর: ⓚ 15 m

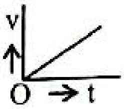
ব্যাখ্যা: $v_0 = 2\ ms^{-1}$, $t = 3\ s$; $a = \frac{8-2}{3} = 2\ ms^{-2}$

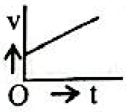
$$\therefore s = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 15\ m$$

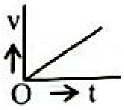
৪৮। কোন লেখচিত্রটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর পথ নির্দেশ করে? [ঢা. বো. ১৯; দি. বো. ১৫]

ⓚ 

ⓚ 

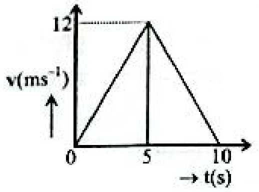
ⓖ 

ⓖ 

উত্তর: ⓖ 

ব্যাখ্যা: সময়ের পরিবর্তনে বেগের সমান হারে পরিবর্তন হওয়া সমত্বরণ বোঝায়।

৪৯। নিচের লেখচিত্র অনুযায়ী $t = 0\ s$ হতে $t = 10\ s$ সময়ে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে? [ঢা. বো. ১১]



ⓚ 60 m

ⓚ 50 m

ⓖ 40 m

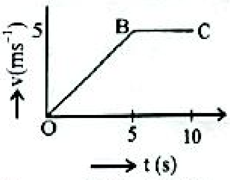
ⓖ 30 m

উত্তর: ⓚ 60 m

ব্যাখ্যা: বেগ বনাম সময় লেখচিত্র,

$$\text{আবদ্ধ ক্ষেত্রফল} = \text{অতিক্রান্ত দূরত্ব} = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60\ m$$

৫০। একটি বস্তুর গতিপথের লেখচিত্র নিম্নরূপ– [কু. বো. ১৯]



(i) OB অংশে বস্তুটি সমত্বরণে চলে

(ii) BC অংশে ত্বরণ শূন্য

(iii) 10 sec এ বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 62.5 m

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

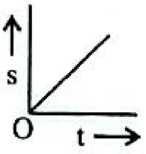
ব্যাখ্যা: (i) OB পথে সমত্বরণে চলবে; ত্বরণ, $a = \frac{5}{5} = 1\ ms^{-2}$

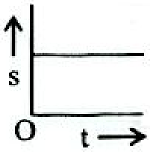
(ii) BC অংশে সমবেগ হওয়ায় ত্বরণ শূন্য

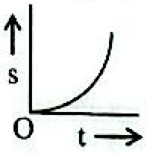
(iii) 10 sec এ বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব = OB + BC

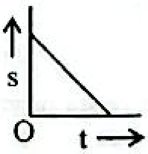
$$= \left(\frac{0+5}{2} \times 5\right) + (5 \times 5) = 12.5 + 25 = 37.5\ m$$

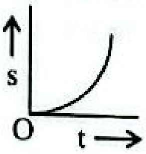
৫১। $s = \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণে সরণ, সময় এবং ত্বরণ নির্দেশ করে। নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক? [চ. বো. ১৭]

ⓚ 

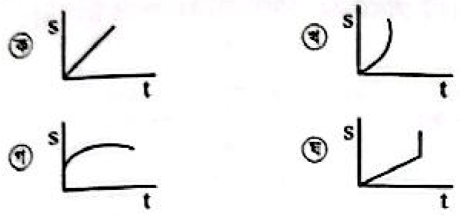
ⓚ 

ⓖ 

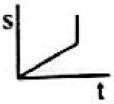
ⓖ 

উত্তর: ⓖ 

৫২। নিচের কোন লেখচিত্রটি (দূরত্ব s বনাম সময় t) সম্ভব নয়? [সকল বো. ১৮]

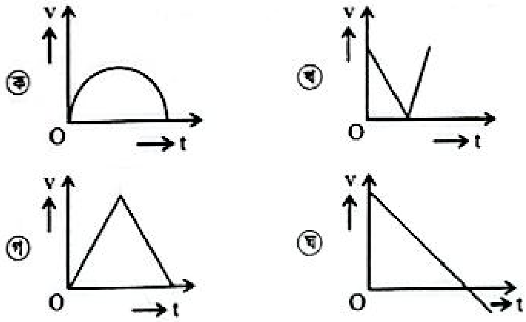


উত্তর: ঘ

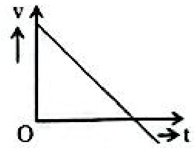


ব্যাখ্যা: 'ঘ' অপশনে s-এর যে অংশ খাড়া, সেখানে $v = \frac{ds}{dt}$ সমীকরণ অনুসারে বেগের মান অসীম, অথচ এর আগ মুহূর্তে বেগের মান ছিল সসীম। হঠাৎ করে এত বেগ পাওয়া সম্ভব নয়।

৫৩। খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর v-t লেখচিত্রটি কোনটি? [রা. বো. ১৫]

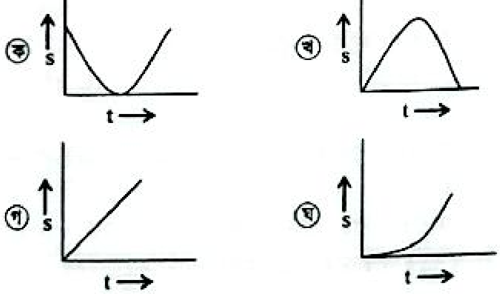


উত্তর: ঘ

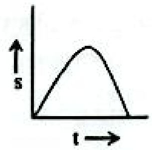


ব্যাখ্যা: খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ সময়ের সাথে সাথে কমে এবং সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগ শূন্য হবে। পরবর্তীতে সময়ের সাথে বেগ বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু এইবার বেগের দিক পূর্বের বিপরীত অর্থাৎ ঋণাত্মক Y অক্ষের দিকে।

৫৪। খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সরণ বনাম সময়ের লেখচিত্র কোনটি?

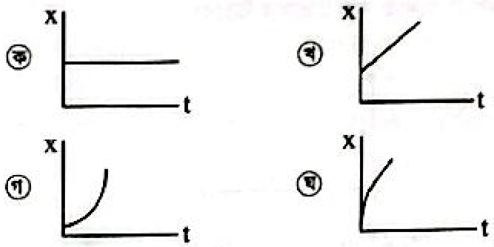


উত্তর: খ

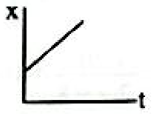


ব্যাখ্যা: খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তু একটি নির্দিষ্ট সময়ে সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছে এবং পরবর্তীতে তা ভূমিতে ফিরে আসে।

৫৫। নিচের কোনটি সমবেগ প্রকাশ করেছে?



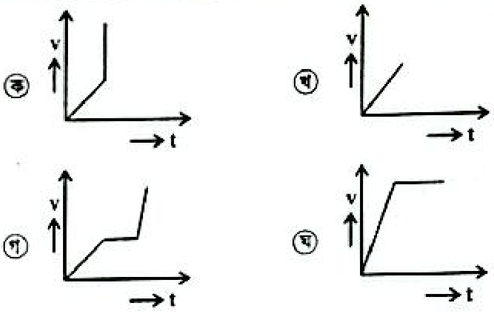
উত্তর: খ



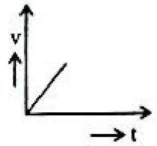
ব্যাখ্যা: সমবেগের ক্ষেত্রে সময়ের সাথে সরণ সরলরৈখিক।
আমরা জানি, সমবেগের ক্ষেত্রে, $s = vt$।
আদি সরণ থাকলে তা $y = mx + c$ রেখার লেখচিত্র অনুসরণ করবে।

৫৬। উদ্দীপকের আলোকে নিচের কোন v-t লেখচিত্র সঠিক?

সময় t সে.	0.50	1.00	1.50	2.00	2.75
বেগ v cms^{-1}	0.50	1.00	1.50	2.00	2.75

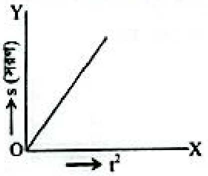


উত্তর: খ



ব্যাখ্যা: সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে একটি লেখচিত্র অঙ্কন করা হলো যেটি $v = v_0 + at$ সমীকরণ মেনে চলে।

৫৭। লেখটি গতিশীল বস্তুর কোন অবস্থা নির্দেশ করে?



ক সমবেগ খ সমত্বরণ গ সমমন্দন ঘ অসম ত্বরণ

উত্তর: খ সমত্বরণ

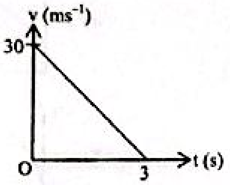
ব্যাখ্যা: সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে, $s \propto t^2$

৫৮। সরণ পাওয়া যায়–

ক বেগ-সময় লেখচিত্রের ঢাল থেকে
খ ত্বরণ-সময় লেখচিত্রের ঢাল থেকে
গ বেগ-সময় লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল থেকে
ঘ ত্বরণ-সময় লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল থেকে

উত্তর: গ বেগ-সময় লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল থেকে

৫৯। খাড়া ওপর দিকে নিক্ষিপ্ত একটি কণার বেগ-সময় লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। কণাটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় উঠবে?

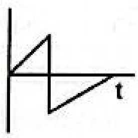


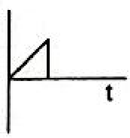
ক 30 m খ 45 m গ 60 m ঘ 90 m

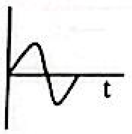
উত্তর: খ 45 m

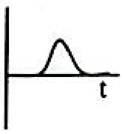
ব্যাখ্যা: নিক্ষিপ্ত বেগ, $v = 30\ ms^{-1}$; $H_{max} = \frac{u^2}{2g} = \frac{(30)^2}{2 \times 9.8} = 45\ m$

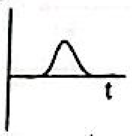
৬০। একটি গাড়ি স্থির অবস্থা হতে সোজা রাস্তায় যাত্রা শুরু করল। কিছু সময় পরে গাড়িটি মন্দনের ফলে থেমে গেল এবং একইভাবে (প্রথমে গতি বাড়িয়ে এবং পরে গতি কমিয়ে) আবার যাত্রা শুরুর বিন্দুতে ফিরে আসলো। নিচের কোন লেখচিত্রটি গাড়ির গতিকে নির্দেশ করে?

ক 

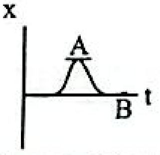
খ 

গ 

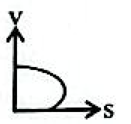
ঘ 

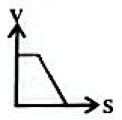
উত্তর: ঘ 

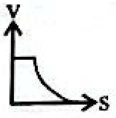
ব্যাখ্যা: অপশন 'ঘ' সঠিক। A বিন্দুটি সাময়িক সময়ের জন্য স্থির কেননা সময়ের পরিবর্তনে সরণ শূন্য এবং B বিন্দুটিতে পুনরায় গতি কমিয়ে আগের অবস্থায় ফিরে এসে সরণ শূন্য বোঝায়।

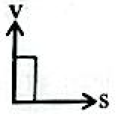


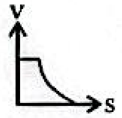
৬১। সমবেগে চলমান একটি গাড়ির ব্রেক কষার পর গাড়িটি সমমন্দনে থামতে শুরু করল। নিম্নের কোন লেখচিত্রটি গাড়িটির সরণ (s) এর সাথে বেগ (v) এর পরিবর্তন নির্দেশ করে?

ক 

খ 

গ 

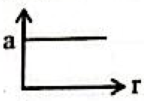
ঘ 

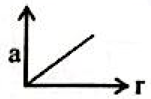
উত্তর: গ 

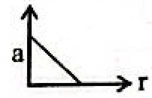
ব্যাখ্যা: সমবেগে চলায় প্রথমে সরলরেখা দেখা যায়। পরবর্তীতে হঠাৎ ব্রেক কষায় মন্দন হয়েছে। অর্থাৎ $v^2 = 2as$ [শেষ বেগ = 0]

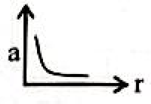
$\therefore v^2 \propto s$ যা পরাবৃত্তাকার।

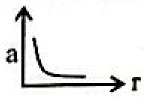
৬২। 10 m/s সমদ্রুতিতে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান একটি কণার ক্ষেত্রে নিচের চারটি লেখচিত্রের কোনটি সঠিক? [কণার ত্বরণ a]

ক 

খ 

গ 

ঘ 

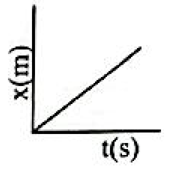
উত্তর: ঘ 

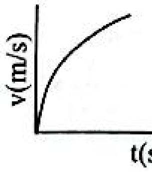
ব্যাখ্যা: ঘূর্ণায়মান বস্তুর ক্ষেত্রে,

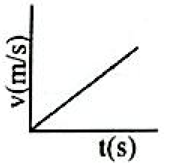
কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a = \frac{v^2}{r}$ $\therefore a \propto \frac{1}{r}$ [v = ধ্রুবক]

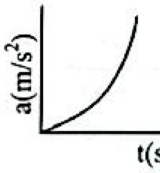
অর্থাৎ, r এর মান খুব কম হলে a এর মান বেশি হয়। আবার a = 0 হলে r অসীম হয়ে যাবে।

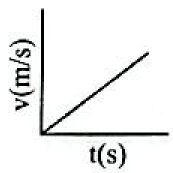
৬৩। একটি পাথরকে একটি উঁচু জায়গা থেকে নিচে ফেলে দেওয়া হলো। নিম্নের কোন লেখচিত্রটি এর গতিকে প্রকাশ করে?

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: গ 

ব্যাখ্যা: $v = u + gt$

$v = gt$ [$\because u = 0$]

$v \propto t$; যা মূলবিন্দুগামী সরলরেখা

অভিকর্ষের প্রভাবে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ও দ্বিমাত্রিক গতি

৬৪। পড়ন্ত বস্তুর সূত্র প্রদান করেন কোন বিজ্ঞানী?

ক নিউটন খ গ্যালিলিও গ আইনস্টাইন ঘ কেপলার

উত্তর: খ গ্যালিলিও

৬৫। পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কিত গ্যালিলিওর সূত্র কয়টি?

ক ২টি খ ৩টি গ ৪টি ঘ ৫টি

উত্তর: খ ৩টি

ব্যাখ্যা: প্রথম সূত্র : স্থিরাবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সব বস্তুই সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে।

দ্বিতীয় সূত্র: পড়ন্ত বস্তুর বেগ পতনের সময়ের সমানুপাতিক, $v \propto t$

তৃতীয় সূত্র: পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক, $h \propto t^2$

৬৬। উপর থেকে পড়ন্ত কোনো বস্তু কোনটির প্রভাবে ভূমিতে পৌছায়?

ক প্লবতা খ বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা

গ বায়ুপ্রবাহ ঘ অভিকর্ষ বল

উত্তর: ঘ অভিকর্ষ বল

ব্যাখ্যা: পড়ন্ত কোনো বস্তু অভিকর্ষ বল তথা তার ওজনের জন্য পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী অর্থাৎ অভিকর্ষ বলের প্রভাবে যেকোনো বস্তুই ভূমিতে ফিরে আসে।

৬৭। কোন বিজ্ঞানী গিনি ও পালক পরীক্ষা সম্পন্ন করেন?
ⓚ গ্যালিলিও ⓜ আর্কিমিডিস ⓖ ল্যাপ্লাস ⓖ নিউটন
উত্তর: ⓚ গ্যালিলিও

৬৮। মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর ত্বরণ কোনটি দ্বারা প্রকাশ করা হয়?
ⓚ $\vec{a} = g\hat{i}$ ⓜ $\vec{a} = -g\hat{i}$ ⓖ $\vec{a} = -g\hat{j}$ ⓖ $\vec{a} = -g\hat{k}$
উত্তর: ⓖ $\vec{a} = -g\hat{j}$
ব্যাখ্যা: $\vec{a} = -g\hat{j}$ [উপরের দিকে ধনাত্মক বিবেচনা করে]

৬৯। কোনো বস্তুকে v_0 আদিবেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে যদি সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে t_1 পরিমাণ সময় লাগে; তাহলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
ⓚ $t_1 \propto v_0$ ⓜ $t_0 \propto v_0^2$ ⓖ $t_1 \propto \frac{1}{v_0}$ ⓖ $t_1 \propto \frac{1}{v_0^2}$
উত্তর: ⓚ $t_1 \propto v_0$
ব্যাখ্যা: $v = v_0 - gt$
$v_0 = gt$ [সর্বোচ্চ উচ্চতায় শেষবেগ, $v = 0\ ms^{-1}$]
$\therefore v_0 \propto t$

৭০। কোনো বস্তুকে v_0 আদিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছাতে এর কত সময় লাগবে?
ⓚ $\frac{v_0}{g}$ ⓜ $\frac{v_0}{2g}$ ⓖ $\frac{v_0^2}{g}$ ⓖ $\frac{v_0^2}{2g}$
উত্তর: ⓚ $\frac{v_0}{g}$
ব্যাখ্যা: $v = v_0 - gt \quad \therefore t = \frac{v_0}{g}$

৭১। 32 ft/sec বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত একটি বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা কত?
ⓚ 6 ft ⓜ 16 ft ⓖ 30 ft ⓖ 128ft
উত্তর: ⓜ 16 ft
ব্যাখ্যা: $v^2 = u^2 - 2gh$
$\Rightarrow 0^2 = 32^2 - 2 \times 32 \times h \quad \therefore h = \frac{32^2}{2 \times 32} = 16$ ft

৭২। মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর 1 s, 2 s ও 3 s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত–
ⓚ 1 : 2 : 3 ⓜ 1 : 4 : 9 ⓖ 1 : 3 : 9 ⓖ 1 : 3 : 5
উত্তর: ⓜ 1 : 4 : 9
ব্যাখ্যা: $h \propto t^2 \quad \therefore h_1 : h_2 : h_3 = t_1^2 : t_2^2 : t_3^2 = 1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$

৭৩। উল্লম্বভাবে 4.9 ms^{-1} বেগে একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো, শূন্যে এটি কত সময় অবস্থান করবে?
ⓚ 1 s ⓜ 2 s ⓖ 3 s ⓖ 4 s
উত্তর: ⓚ 1 s
ব্যাখ্যা: $T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 4.9}{9.8} = 1$ sec

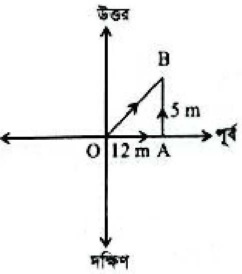
৭৪। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু একটি টাওয়ারের $\frac{1}{20}$ অংশ 8^{th} সেকেন্ডে অতিক্রম করে, টাওয়ারটির উচ্চতা কত?
ⓚ 2000 m ⓜ 1250 m ⓖ 1400 m ⓖ 1470 m
উত্তর: ⓖ 1470 m
ব্যাখ্যা: $s = u + \frac{1}{2}g(2t-1)$
$\Rightarrow \frac{H}{20} = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 15 \quad \therefore H = 1470$ m

❖ নিচের অনুচ্ছেদ পড়ো এবং ৭৫ ও ৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
ঊর্ধ্বগামী বেলুন যখন ভূপৃষ্ঠ থেকে 290 মিটার উচ্চতায় পৌছায় তখন কোনো বস্তুকে ঐ বেলুন থেকে ছেড়ে দেওয়া হলো। বস্তুটি 10 সেকেন্ড পরে ভূমি স্পর্শ করল।

৭৫। বস্তুটি বেলুন থেকে নিচে ফেলার সময় বেলুনের ঊর্ধ্বগতির বেগ কত ছিল?
ⓚ 20 ms^{-1} ⓜ 25 ms^{-1} ⓖ 30 ms^{-1} ⓖ 35 ms^{-1}
উত্তর: ⓚ 20 ms^{-1}
ব্যাখ্যা: $h = -ut + \frac{1}{2}gt^2$
$\Rightarrow 290 = -u \times 10 + \frac{1}{2} \times 9.8 \times 10^2$
$\Rightarrow u = 20\ ms^{-1}$

৭৬। বস্তুটি কত বেগে মাটিতে আঘাত করবে?
ⓚ 74 ms^{-1} ⓜ 76 ms^{-1} ⓖ 78 ms^{-1} ⓖ 80 ms^{-1}
উত্তর: ⓖ 78 ms^{-1}
ব্যাখ্যা: $v = -u + gt = -20 + 9.8 \times 10 = 78\ ms^{-1}$

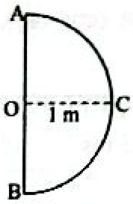
৭৭। 4 kg ভরের একটি পাথরকে 100 m উঁচু বিল্ডিংয়ের উপর থেকে ছেড়ে দেয়া হলে ভূমিতে পতিত হতে কত সময় লাগবে? [সি. বো. ১৯]
ⓚ 3.2 সে ⓜ 4.5 সে ⓖ 10.2 সে ⓖ 20.4 সে
উত্তর: ⓜ 4.5 সে.
ব্যাখ্যা: $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$
$\Rightarrow 100 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 9.8\, t^2$
$\Rightarrow t^2 = \frac{100}{4.9}$
$\therefore t = \sqrt{\frac{100}{4.9}} = 4.5$ সে.

৭৮। এক ব্যক্তি সূর্যোদয়ের দিকে 12 m যাবার পর ঠিক উত্তর দিকে ঘুরলো এবং 5 m গেল। তার সরণ কত মিটার?
ⓚ 17 ⓜ 16.67 ⓖ 17.67 ⓖ 13
উত্তর: ⓖ 13
ব্যাখ্যা:


সরণ, $OB = \sqrt{12^2 + 5^2}$
$= 13$ m

৭৯। 100 m দীর্ঘ একটি ট্রেন 45 km h^{-1} বেগে চলে 1 km দীর্ঘ একটি ব্রিজ অতিক্রম করে। ব্রিজটি অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে?
ⓚ 10 s ⓜ 20 s ⓖ 40 s ⓖ 88 s
উত্তর: ⓖ 88 s
ব্যাখ্যা: $s = vt \quad \Rightarrow (1000 + 100) = \frac{45 \times 1000}{3600} \times t \quad \therefore t = 88$ s

৮০। একটি বস্তু ACB পথে A থেকে B বিন্দুতে 1 sec-এ পৌছায়। নিচের কোনটি বস্তুটির গড় বেগ নির্দেশ করছে?

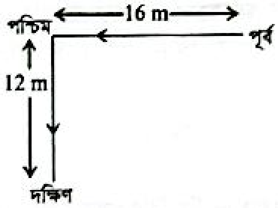


ⓚ $0\ ms^{-1}$ ⓛ $1\ ms^{-1}$ ⓜ $2\ ms^{-1}$ ⓝ $\pi\ ms^{-1}$

উত্তর: ⓜ $2\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: গড় বেগ $= \frac{\text{সরণ}}{\text{সময়}} = \frac{AB}{t} = \frac{\text{অর্ধবৃত্তের ব্যাস}}{t} = \frac{2}{1} = 2\ ms^{-1}$

❖ **নিচের উদ্দীপকটি হতে ৮১, ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**



রঞ্জিত পশ্চিম দিকে 16 m গেল, অতঃপর দক্ষিণ দিকে 12 m গেল।

৮১। উপরোক্ত ক্ষেত্রে তার অতিক্রান্ত দূরত্বের মান কত?

ⓚ 12 m ⓛ 16 m ⓜ 20 m ⓝ 28 m

উত্তর: ⓜ 28 m

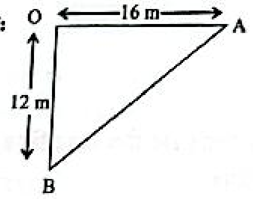
ব্যাখ্যা: দূরত্ব স্কেলার রাশি, অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = 16 + 12 = 28$ m

৮২। অবস্থান পরিবর্তন করায় তার সরণের মান কত?

ⓚ 12 m ⓛ 16 m ⓜ 20 m ⓝ 28 m

উত্তর: ⓜ 20 m

ব্যাখ্যা:



সরণ, $AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ m

৮৩। অবস্থানের উক্ত পরিবর্তনে 4 s সময় লাগলে তার–

i. দ্রুতির মান $7\ ms^{-1}$

ii. বেগের মান $5\ ms^{-1}$

iii. বেগ অপেক্ষা দ্রুতির মান বেশি

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ *i, ii ও iii*

ব্যাখ্যা: দ্রুতি $= \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{28}{4} = 7\ ms^{-1}$

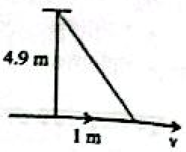
বেগ $= \frac{\text{সরণ}}{\text{সময়}} = \frac{20}{4} = 5\ ms^{-1}$

৮৪। 4.9 m উচ্চতা থেকে একটি স্থির বস্তু নিচের দিকে পড়ছে। বায়ু প্রবাহের কারণে বস্তুটি অনুভূমিক 1 m দূরত্বে ভূমিকে স্পর্শ করে। বায়ুর অনুভূমিক বেগ কত?

ⓚ $0.5\ ms^{-1}$ ⓛ $1\ ms^{-1}$ ⓜ $2\ ms^{-1}$ ⓝ $9.8\ ms^{-1}$

উত্তর: ⓛ $1\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: আনুভূমিক সরণ, s = 1 m



পড়তে সময়, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$= \sqrt{\frac{2 \times 4.9}{9.8}}$

$= 1$ sec

অতএব, আনুভূমিক বেগ, $v = \frac{s}{t} = \frac{1}{1} = 1\ ms^{-1}$

৮৫। একটি টাওয়ারের উপর হতে এক টুকরো পাথর খাড়া উপরের দিকে v_0 আদিবেগে নিক্ষেপ করা হলো। পাথরটি $3v_0$ বেগে ভূমিতে পৌছলে টাওয়ারটির উচ্চতা–

ⓚ $\frac{3v_0^2}{g}$ ⓛ $\frac{4v_0^2}{g}$ ⓜ $\frac{6v_0^2}{g}$ ⓝ $\frac{9v_0^2}{g}$

উত্তর: ⓛ $\frac{4v_0^2}{g}$

ব্যাখ্যা: $H = -v_0t + \frac{1}{2}gt^2$; $v = -v_0 + gt$

$\Rightarrow 3v_0 + v_0 = gt$

$\therefore t = \frac{4v_0}{g}$

$\therefore H = \frac{-4v_0^2}{g} + \frac{1}{2}g\frac{16v_0^2}{g^2} = \frac{-4v_0^2}{g} + \frac{8v_0^2}{g} = \frac{4v_0^2}{g}$

❖ **নিচের উদ্দীপকটি হতে ৮৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

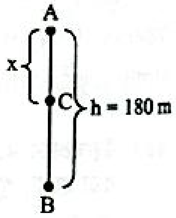
একটি বস্তুকে 180 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ছেড়ে দেয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে $60\ ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

৮৬। কখন বস্তুদ্বয় পরস্পর মিলিত হবে?

ⓚ 1 sec ⓛ 2 sec ⓜ 3 sec ⓝ 4 sec

উত্তর: ⓜ 3 sec

ব্যাখ্যা: ধরি, t সময় পর মিলিত হয়।



উপর থেকে পড়ন্ত বস্তুর জন্য, $x = \frac{1}{2}gt^2$

নিক্ষিপ্ত বস্তুর জন্য, $180 - x = 60t - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 60t = 180$

$\therefore t = 3$ sec

❖ **নিচের উদ্দীপকটি হতে ৮৭ ও ৮৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

ভূমির সাথে 30° কোণে এবং $50\ ms^{-1}$ বেগে উপরের দিকে একটি বস্তুকে নিক্ষেপ করা হল।

৮৭। নিক্ষেপ করার 2 sec পর বস্তুটির বেগ কত? [চ. বো. ১১]

ⓚ $62.6\ ms^{-1}$ ⓛ $43.63\ ms^{-1}$

ⓜ $31.89\ ms^{-1}$ ⓝ $5.4\ ms^{-1}$

উত্তর: ⓛ $43.63\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta - gt)^2}$

$= \sqrt{(50\cos30°)^2 + (50\sin30° - 9.8 \times 2)^2}$

$= 43.63\ ms^{-1}$

৮৮। উদ্দীপকের প্রাসটির–
i. অনুভূমিক পাল্লা 220.92 m
ii. সর্বাধিক উচ্চতা 63.77 m
iii. সর্বাধিক উচ্চতায় বেগের উল্লম্ব উপাংশে শূন্য
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i,ii ও iii
উত্তর: ⓛ i ও iii
ব্যাখ্যা: $R = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g} = \frac{(50)^2 \sin(2\times 30°)}{9.8} = 220.92$ m
$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{(50)^2 \sin^2(30°)}{2\times 9.8} = 31.89$ m
এবং সর্বাধিক উচ্চতায়, $v_y = 0$ ms^{-1}

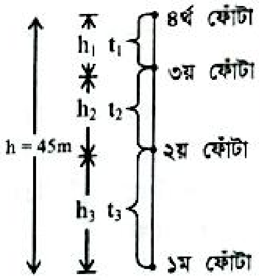
❖ নিচের তথ্যের আলোকে ৮৯ ও ৯০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি গাড়ি স্থির অবস্থান থেকে 2 ms^{-2} সমত্বরণে চলতে শুরু করে।

৮৯। 2 s পরে এটি কত দূরে যাবে? [সি. বো. ১৯]
ⓚ 1 m ⓛ 2 m ⓖ 4 m ⓘ 8 m
উত্তর: ⓖ 4 m
ব্যাখ্যা: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0\times t + \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 = 4$ m

৯০। 4 s পরে তার অতিক্রান্ত দূরত্ব 2s এ অতিক্রান্তের কত গুণ?
ⓚ 16 গুণ ⓛ 8 গুণ ⓖ 4 গুণ ⓘ 2 গুণ
উত্তর: ⓖ 4 গুণ
ব্যাখ্যা: $s_t = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow s_4 = \frac{1}{2}\times 2\times 4^2 = 16$ m $\therefore \frac{s_4}{s_2} = \frac{16}{4} = 4$ গুণ

❖ উদ্দীপকটি হতে ৯১ ও ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
45 m উচ্চতায় অবস্থিত নল হতে সমান সময় ব্যবধানে পানির ফোঁটা ভূমিতে পতিত হচ্ছে। প্রথম ফোঁটা যখন ভূমিতে পড়ে তখন চতুর্থ ফোঁটা নল হতে পড়ার উপক্রম হয়।

৯১। প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে তৃতীয় ফোঁটা ভূমি হতে কত উচ্চতায় থাকবে?
ⓚ 10.2 m ⓛ 15.5 m ⓖ 20 m ⓘ 40.1 m
উত্তর: ⓘ 40.1 m

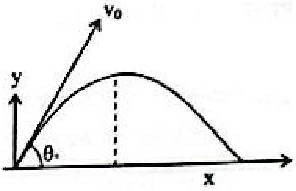


ব্যাখ্যা: $h = \frac{1}{2}gt^2$
$\Rightarrow 45 = \frac{1}{2}9.8\times t^2 \quad \therefore t = 3$ sec
∵ যখন ৪র্থ ফোঁটা নলে তখন ১ম ফোঁটা ভূমিতে তাই প্রতি ক্ষেত্রে সময় ব্যবধান সমান হলেও $h_1 \neq h_2 \neq h_3$
এখানে, $t_1 = t_2 = t_3$
$\Rightarrow 3t_1 = 3 \quad \therefore t_1 = 1$ s
৩য় ফোঁটা মুক্তভাবে $t_1 = 1$ s এ অতিক্রম করে, $h_1 = \frac{1}{2}gt^2 = 4.9$ m
অতএব, ৩য় ফোঁটা ভূমি থেকে উঁচুতে থাকে $= (45 - 7.9) = 40.1$ m

৯২। প্রথম ফোঁটা ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে তৃতীয় ফোঁটা ও দ্বিতীয় ফোঁটার বেগের অনুপাত–
ⓚ 4 : 1 ⓛ 2 : 1 ⓖ 1 : 2 ⓘ 1 : 4
উত্তর: ⓖ 1 : 2
ব্যাখ্যা: তৃতীয় ফোঁটার বেগ, $v_3 = u + gt = 0 + 9.8\times 1 = 9.8$ ms^{-1}
দ্বিতীয় ফোঁটার বেগ, $v_2 = u + g(2t) = 0 + 9.8\times 2 = 19.6$ ms^{-1}
$\therefore \frac{v_3}{v_2} = \frac{9.8}{19.6} = \frac{1}{2}$

প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতি

৯৩। বাধাহীন পথে নিক্ষিপ্ত প্রাসের গতিপথ হলো–
ⓚ অধিবৃত্ত ⓛ উপবৃত্ত ⓖ অর্ধবৃত্ত ⓘ পরাবৃত্ত
উত্তর: ⓘ পরাবৃত্ত
ব্যাখ্যা: প্রাসের সঞ্চারপথ,
$y = x\tan\theta_0 - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\cdot x^2$
সমীকরণটি, $y = ax - bx^2$ যা পরাবৃত্তের সমীকরণ।



৯৪। সমত্বরণে বক্রগতির উদাহরণ নিচের কোনটি?
ⓚ প্রাসের গতি ⓛ সাইকেলের চাকার গতি
ⓖ শব্দের গতি ⓘ আলোর গতি
উত্তর: ⓚ প্রাসের গতি
ব্যাখ্যা: প্রাসের ক্ষেত্রে প্রক্ষেপিত বস্তুর ত্বরণ হচ্ছে সমত্বরণ।

৯৫। প্রাসের গতি একটি–
ⓚ একমাত্রিক গতি ⓛ দ্বি-মাত্রিক গতি
ⓖ ত্রি-মাত্রিক গতি ⓘ চতুর্মাত্রিক গতি
উত্তর: ⓛ দ্বি-মাত্রিক গতি
ব্যাখ্যা: প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক। কারণ, $v_x = v_0\cos\theta$ এবং $v_y = v_0\sin\theta - gt$

৯৬। প্রক্ষিপ্ত বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণ কোনদিকে ক্রিয়া করে?
ⓚ খাড়া উপরের দিকে
ⓛ খাড়া নিচের দিকে
ⓖ অনুভূমিক বরাবর সামনের দিকে
ⓘ অনুভূমিক বরাবর পিছনের দিকে
উত্তর: ⓛ খাড়া নিচের দিকে

৯৭। উৎক্ষেপণ মুহূর্ত হতে যে সময় পরে কোনো প্রাস প্রসঙ্গ সমতলে ফিরে আসে তাকে কী বলে?
ⓚ গতিকাল ⓛ বিচরণকাল ⓖ নিক্ষেপণকাল ⓘ প্রসঙ্গকাল
উত্তর: ⓛ বিচরণকাল
ব্যাখ্যা: বিচরণকাল, $T = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$

৯৮। প্রাসের ক্ষেত্রে নিক্ষেপণ বিন্দু ও পতনবিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্বকে কী বলে?
ⓚ অনুভূমিক দূরত্ব ⓛ উল্লম্ব দূরত্ব
ⓖ পাল্লা ⓘ উল্লম্ব সরণ
উত্তর: ⓖ পাল্লা
ব্যাখ্যা: আনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$

৯৯। যে বিন্দু হতে কোনো প্রাস নিক্ষিপ্ত হয় তাকে কী বলে?
ⓚ প্রাস বিন্দু ⓛ মূলবিন্দু
ⓖ আদি বিন্দু ⓘ নিক্ষেপণ বিন্দু
উত্তর: ⓘ নিক্ষেপণ বিন্দু

১০০। যাত্রা শুরুর মুহূর্তে নিক্ষেপণ বেগের অভিমুখ অনুভূমিকের সাথে যে কোণ সৃষ্টি করে তাকে কী বলে?
ⓚ প্রারম্ভিক কোণ ⓛ প্রাস কোণ
ⓖ নিক্ষেপণ কোণ ⓘ অনুভূমিক কোণ
উত্তর: ⓖ নিক্ষেপণ কোণ

১০১। কোনো প্রক্ষেপকের বিচরণকাল T এবং প্রসঙ্গ তল হতে সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে এটি t' সময় নিলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

ⓚ T = t' ⓚ T = 2t' ⓖ T = 3t' ⓖ T = 4t'

উত্তর: ⓚ T = 2t'

ব্যাখ্যা: $T = \frac{2u\sin\theta}{g}$; $t' = \frac{u\sin\theta}{g}$ $\therefore T = 2t'$

১০২। অনুভূমিক নিক্ষিপ্ত প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ v_0 হলে অনুভূমিক দিকে এই বেগের উপাংশ কত?

ⓚ $(v_0^2 \sin\theta_0)$ ⓚ $v_0 \cos\theta_0$
ⓖ $\frac{1}{2} v_0 \cos\theta_0$ ⓖ v_0

উত্তর: ⓖ v_0

ব্যাখ্যা: আনুভূমিক দিকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে, $\theta_0 = 0°$ $\therefore v = v_0 \cos 0° = v_0$

১০৩। একটি বোমা বিস্ফোরিত হওয়ার পর তার কণাগুলো u বেগে ছড়িয়ে পড়লে তা সর্বোচ্চ কত ব্যাসার্ধের বৃত্ত গঠন করে?

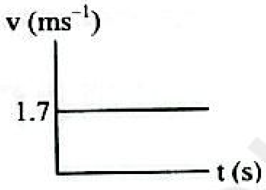
ⓚ $\frac{u^2}{2g}$ ⓚ $\frac{u^2}{g}$ ⓖ $\frac{u}{g}$ ⓖ $\frac{u}{2g}$

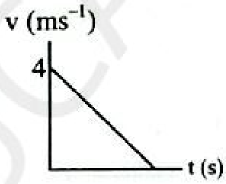
উত্তর: ⓚ $\frac{u^2}{g}$

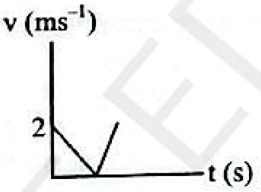
ব্যাখ্যা: সর্বোচ্চ আনুভূমিক পাল্লার ক্ষেত্রে, $R_{max} = \frac{u^2 \sin(2 \times 45°)}{g} = \frac{u^2}{g}$

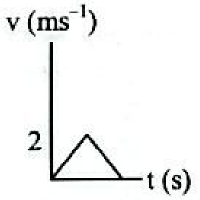
যেহেতু, বোমা বিস্ফোরিত হওয়ার পর তার কণাগুলো সবদিকে ছড়িয়ে পড়ে। তাই সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লার সমান ব্যাসার্ধের বৃত্ত গঠন সম্ভব।

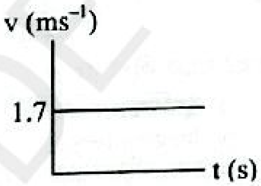
১০৪। $2\ ms^{-1}$ বেগে 30° কোণে নিক্ষিপ্ত প্রাসের বেগের অনুভূমিক উপাংশ বনাম সময় লেখচিত্র হবে–

ⓚ


ⓚ


ⓖ


ⓖ


উত্তর: ⓚ


ব্যাখ্যা: প্রাসের বেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$v = v_0 \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = 1.7\ ms^{-1}$

সময়ের সাথে প্রাসের বেগের অনুভূমিক উপাংশ ধ্রুব থাকে। কারণ অনুভূমিক বরাবর ত্বরণ থাকে না।

১০৫। প্রাসের গতিপথের যে কোনো বিন্দুতে ত্বরণের অনুভূমিক উপাংশ– [সি. বো. ১৯, ১৬]

ⓚ g ⓚ – g ⓖ g/2 ⓖ শূন্য

উত্তর: ⓖ শূন্য

ব্যাখ্যা: গতিপথের আনুভূমিক উপাংশে ত্বরণ, $a_x = g \cos 90° = 0$

১০৬। একটি প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতা H, প্রক্ষেপ কোণ θ° ও প্রক্ষেপ বেগ v_0 হলে–

ⓚ $H \propto (v_0 \sin\theta)$ ⓚ $H \propto (v_0 \sin\theta)^2$
ⓖ $H \propto v_0^2$ ⓖ $H \propto \frac{1}{v_0 \sin\theta}$

উত্তর: ⓚ $H \propto (v_0 \sin\theta)^2$

১০৭। সর্বোচ্চ অনুভূমিক পাল্লার জন্য প্রাস নিক্ষেপ করা হলে এর সর্বোচ্চ উচ্চতা কত?

ⓚ $\frac{u^2}{g}$ ⓚ $\frac{u^2}{2g}$ ⓖ $\frac{u^2}{2\sqrt{2g}}$ ⓖ $\frac{u^2}{4g}$

উত্তর: ⓖ $\frac{u^2}{4g}$

ব্যাখ্যা: $H = \frac{u^2 \sin^2 45°}{2g} = \frac{u^2}{4g}$ [সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লার জন্য, θ = 45°]

১০৮। প্রসঙ্গ সমতলের যে বিন্দুতে কোনো প্রাস পতিত হয় তাকে কী বলে?

ⓚ প্রাস বিন্দু ⓚ নিক্ষেপণ বিন্দু
ⓖ বিচরণ বিন্দু ⓖ পতন বিন্দু

উত্তর: ⓖ পতন বিন্দু

১০৯। একটি বস্তুকে $40\ ms^{-1}$ বেগে এবং 35° নিক্ষেপণ কোণে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলো। কতক্ষণ পর বস্তুটির বেগের অভিমুখ আনুভূমিক হবে?

ⓚ 1.34 sec ⓚ 2.34 sec ⓖ 3.34 sec ⓖ 4.34 sec

উত্তর: ⓚ 2.34 sec

ব্যাখ্যা: $t = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{40 \sin 35°}{9.8} = 2.34$ sec

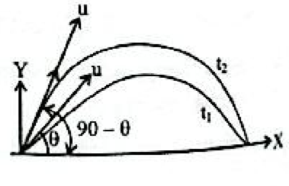
[∵ সর্বোচ্চ উচ্চতায় বেগের শুধুমাত্র অনুভূমিক উপাংশ থাকে।]

১১০। একটি প্রাসে দুটি বিচরণ পথের জন্য পাল্লা একই। যদি বিচরণকাল t_1 ও t_2 হয় তবে–

ⓚ $t_1 t_2 \propto R$ ⓚ $t_1 t_2 \propto R^2$ ⓖ $t_1 t_2 \propto \frac{1}{R}$ ⓖ $t_1 t_2 \propto \frac{1}{R^2}$

উত্তর: ⓚ $t_1 t_2 \propto R$

ব্যাখ্যা: $t_1 = \frac{2u\sin\theta}{g}$



$t_2 = \frac{2u\sin(90-\theta)}{g} = \frac{2u\cos\theta}{g}$

$t_1 t_2 = \frac{4u^2}{g^2} \sin\theta \cos\theta$

$= \frac{2u^2}{g^2} \sin 2\theta = \frac{2}{g} \frac{u^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{2}{g} \times R$

$\therefore t_1 t_2 \propto R$

TDE EDUCATIONAL TEAM

১১১। নিক্ষেপণ কোণ কত হলে পাল্লা সর্বনিম্ন হবে?

ⓚ 30° ⓚ 45° ⓖ 90° ⓘ 60°

(ক) $30°$ (খ) $45°$ (গ) $90°$ (ঘ) $60°$

উত্তর: (গ) $90°$

ব্যাখ্যা: $R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$ [θ এর মান 90° হলে, R = 0]

অর্থাৎ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে আনুভূমিক পাল্লা সর্বনিম্ন হবে।

১১২। একটি প্রাসের সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা 200 m। এটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় পৌছবে?

(ক) 5 m (খ) 50 m (গ) 75 m (ঘ) 100 m

উত্তর: (খ) 50 m

ব্যাখ্যা: $R_{max} = \frac{u^2 \sin(2\times 45°)}{g} = \frac{u^2}{g}$

$H = \frac{u^2 \sin^2 45°}{2g} = \frac{u^2}{4g}$

$\Rightarrow \frac{R_{max}}{H} = 4 \therefore H = \frac{200}{4} = 50$ m

১১৩। $48\ ms^{-1}$ বেগে একটি বল খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে বলটি কত সময় শূন্যে অবস্থান করবে?

(ক) 10.8 s (খ) 9.8 s (গ) 8.2 s (ঘ) 7.8 s

উত্তর: (খ) 9.8 s

ব্যাখ্যা: $t = \frac{2v_0}{g} = \frac{2\times 48}{9.8} = 9.8$ s

১১৪। কোনো প্রাসের নিক্ষেপণ বেগ v_0 এবং নিক্ষেপণ কোণ θ_0 হলে, t সময়ে এর দ্বারা অতিক্রান্ত–

i. সরণ = $\sqrt{v_0t - \frac{1}{2}gt^2}$

ii. উল্লম্ব দূরত্ব = $(v_0 \sin\theta_0)\times t - \frac{1}{2}gt^2$

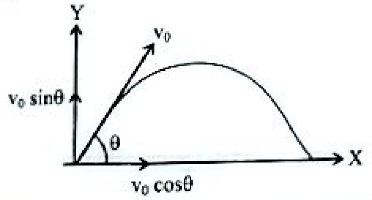
iii. অনুভূমিক দূরত্ব = $(v_0 \cos\theta_0)\times t$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (গ) ii ও iii

ব্যাখ্যা:



বেগের আনুভূমিক এবং উলম্ব উপাংশ যথাক্রমে $v_0\cos\theta$ এবং $v_0\sin\theta$।

উল্লম্ব দূরত্ব, $y = v_{y_0}t + \frac{1}{2}a_yt^2 = v_0\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ এবং

আনুভূমিক দূরত্ব, $x = v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_xt^2 = (v_0\cos\theta_0)\,t$

১১৫। তীর্যকভাবে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর গতি কীরূপ?

(ক) এক মাত্রিক অসমত্বরণ সম্পন্ন (খ) একমাত্রিক সমত্বরণ সম্পন্ন

(গ) দ্বিমাত্রিক অসমত্বরণ সম্পন্ন (ঘ) দ্বিমাত্রিক সমত্বরণ সম্পন্ন

উত্তর: (ঘ) দ্বিমাত্রিক সমত্বরণ সম্পন্ন

ব্যাখ্যা: প্রক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বত্র ত্বরণ সমান অর্থাৎ অভিকর্ষ ত্বরণ সমান। কিন্তু বেগের দুটি উপাংশ বিদ্যমান। তাই দ্বিমাত্রিক সমত্বরণ সম্পন্ন গতি।

১১৬। প্রাসের ক্ষেত্রে – [য.বো. ১৯]

i. প্রাসের উপর একমাত্র ক্রিয়াশীল বল অভিকর্ষজ বল

ii. প্রাসের গতির ক্ষেত্রে g এর মান স্থির ধরা হয়

iii. প্রাসের গতিপথ ত্রিমাত্রিক

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও ii

উত্তর: (ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: প্রাসের ক্ষেত্রে, গতিপথ দ্বিমাত্রিক; v_x এবং v_y।

ক্রিয়াশীল বল হলো অভিকর্ষজ বল এবং গতির ক্ষেত্রে g এর মান ধ্রুব।

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১১৭ ও ১১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

ইশান একটি বলকে 30° কোণে $25\ ms^{-1}$ বেগে ব্যাট দ্বারা আঘাত করে। $[g = 9.8\ ms^{-2}]$

১১৭। বলটি কত সময় পরে ভূমিতে ফিরে আসবে? [কু. বো. ১৯]

(ক) 1.27 sec (খ) 2.21 sec (গ) 2.55 sec (ঘ) 5.10 sec

উত্তর: (গ) 2.55 sec

ব্যাখ্যা: $T = \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$

$= \frac{2\times 25\times \sin 30°}{9.8}$

$= 2.55$ s

১১৮। ব্যাটসম্যান থেকে 80 m দূরে থাকা একজন ফিল্ডার ন্যূনতম কত বেগে দৌড়ালে বলটি মাটিতে পড়ার পূর্বে ধরতে পারবে? [কু. বো. ১৯]

(ক) $9.72\ ms^{-1}$ (খ) $11.22\ ms^{-1}$

(গ) $31.37\ ms^{-1}$ (ঘ) $36.23\ ms^{-1}$

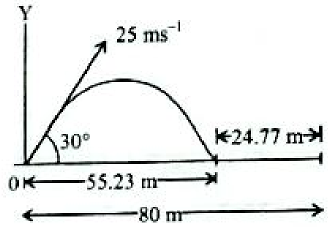
উত্তর: (ক) $9.72\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $R = \frac{25^2 \sin(2\times 30°)}{g}$

$= 55.23$ m

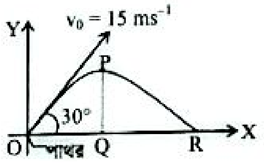
$s = vt$

$\Rightarrow v = \frac{24.77}{2.55} = 9.72\ ms^{-1}$



❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১১৯ ও ১২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

নাহিদ একটি পাথর ভূমির সাথে 30° কোণে $15\ ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করলো এবং পাথরটির গতিপথ নিচের চিত্রে দেখানো হলো।



১১৯। OQ = কত? [ব. বো. ১৯]

(ক) 9.94 m (খ) 9.95 m (গ) 9.96 m (ঘ) 9.97 m

উত্তর: (ক) 9.94 m

ব্যাখ্যা: $OQ = \frac{R}{2} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

$= \frac{1}{2}\times\frac{15^2 \sin(2\times 30°)}{9.8}$

$= 9.94$ m

১২০। উদ্দীপকের পাথরটির– [ব. বো. ১৯]

(i) P বিন্দুতে পৌঁছতে 0.756 sec সময় লাগে

(ii) OP এবং OQ এর দৈর্ঘ্য সমান নয়

(iii) P বিন্দুতে বেগের উলম্ব উপাংশ শুন্য

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ i ও ii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যাঃ (i) P বিন্দুতে উঠতে সময়, $t = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = \frac{15 \times \sin 30°}{9.8} = 0.765$ s

(ii) $OP^2 = PQ^2 + OQ^2$

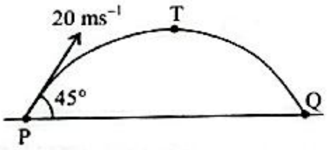
$\therefore OP = \sqrt{(5.74)^2 + (9.94)^2} = 11.48$ m

$PQ = H = \frac{15^2 \sin^2 30°}{2 \times 9.8} = 5.74$ m $\therefore OP \neq OQ$

এবং P বিন্দুতে $v_{P_y} = v_p \sin 0° = 0$ ms^{-1}

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১২১ ও ১২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

বাতাসের বাধার অনুপস্থিতিতে একটি পাথরকে চিত্রানুযায়ী P বিন্দু হতে তীর্যকভাবে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। পাথরটির গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দু T এবং পাথরটি ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে Q বিন্দুতে পৌঁছায়।



১২১। পাথরটির সর্বাধিক আনুভূমিক পাল্লা কত? [ঢা. বো. ১৫]

ⓚ 81.6 m ⓛ 40.8 m ⓜ 28.8 m ⓝ 2.04 m

উত্তর: ⓛ 40.8 m

ব্যাখ্যা: $R_{max} = \frac{20^2 (\sin 2 \times 45°)}{9.8} = 40.8$ m

১২২। পাথরটির বেগের উলম্ব উপাংশ– [ঢা. বো. ১৫]

ⓚ T বিন্দুতে শূন্য

ⓛ T বিন্দুতে Q বিন্দুর তুলনায় বেশি

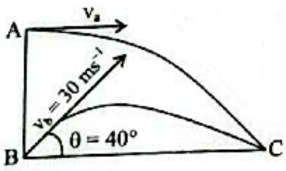
ⓜ Q বিন্দুতে T বিন্দুর তুলনায় বেশি

ⓝ Q এবং T বিন্দুতে সমান

উত্তর: ⓚ T বিন্দুতে শূন্য; ⓜ Q বিন্দুতে T বিন্দুর তুলনায় বেশি

ব্যাখ্যা: T বিন্দুতে, $v_y = v \sin 0° = 0$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১২৩ ও ১২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ



চিত্রানুযায়ী A ও B বিন্দু থেকে দুটি বস্তু নিক্ষেপ করা হল।

১২৩। B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির 1 সে. পর বেগের উল্লম্ব উপাংশ– [সকল বো. ১৮]

ⓚ 9.48 ms^{-1} ⓛ 16.18 ms^{-1}

ⓜ 19.28 ms^{-1} ⓝ 25.98 ms^{-1}

উত্তর: ⓚ 9.48 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt = 30 \times \sin 40° - 9.8 \times 1 = 9.48$ ms^{-1}

১২৪। যদি লক্ষবস্তু T তে আঘাত করতে প্রাস দুটি একই সময় নেয় তবে- [সকল বো. ১৮]

ⓚ $v_a = v_b \cos\theta$ ⓛ $v_b = v_a \sin\theta$

ⓜ $v_a = v_b \sin\theta$ ⓝ $v_b = v_a \cos\theta$

উত্তর: ⓛ $v_b = v_a \sin\theta$

ব্যাখ্যা: B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের ক্ষেত্রে, $T = \frac{2v_b \sin\theta}{g}$

A বিন্দু থেকে নিক্ষেপের ক্ষেত্রে,

$x = v_a T$ [x = B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত প্রাসের আনুভূমিক পাল্লা]

$\Rightarrow \frac{v_b^2 \sin 2\theta}{g} = v_a \times \frac{2v_b \sin\theta}{g}$

$\Rightarrow v_a = v_b \cos\theta$

❖ নিচের উদ্দীপকটি হতে ১২৫ ও ১২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে এবং 30 ms^{-1} বেগে কিক করা হলে এর–

১২৫। সর্বাধিক উচ্চতা–

ⓚ 0.866 m ⓛ 22.9 m ⓜ 11.48 m ⓝ 15m

উত্তর: ⓜ 11.48 m

ব্যাখ্যা: $H_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g} = \frac{(30 \sin 30°)^2}{2 \times 9.8} = 11.48$ m

১২৬। উড্ডয়ন কাল–

ⓚ 5.3 sec ⓛ 11.49 sec

ⓜ 3.06 sec ⓝ 30.6 sec

উত্তর: ⓜ 3.06 sec

ব্যাখ্যা: $T = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} = \frac{2 \times 30 \times \sin 30°}{9.8} = 3.06$ s

সুষম বৃত্তাকার গতি ও কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

১২৭। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের দিক পাওয়া যায়–

ⓚ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে ⓛ ব্যাসার্ধ বরাবর বাইরের দিকে

ⓜ বৃত্তের স্পর্শক বরাবর ⓝ বেগের অভিমুখে

উত্তর: ⓚ ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে

১২৮। বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত কোনো কণা বা বস্তুর কেন্দ্রের দিকে যে ত্বরণ থাকে তাকে কী বলে?

ⓚ কেন্দ্রমুখী ত্বরণ ⓛ কেন্দ্রবিমুখী ত্বরণ

ⓜ একক ত্বরণ ⓝ সমত্বরণ

উত্তর: ⓚ কেন্দ্রমুখী ত্বরণ

১২৯। নিচের কোনটি রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যকার সম্পর্ক নির্দেশ করে?

ⓚ $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$ ⓛ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

ⓜ $\vec{v} = \vec{\omega} . \vec{r}$ ⓝ $\vec{v} = \frac{\vec{\omega}}{r}$

উত্তর: ⓛ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

১৩০। সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক সরণের বৃদ্ধির হারকে কী বলে?

ⓚ কৌণিক ত্বরণ ⓚ কৌণিক বেগ
ⓖ কেন্দ্রমুখী ত্বরণ ⓘ রৈখিক বেগ

উত্তর: ⓚ কৌণিক বেগ

১৩১। কেন্দ্রমুখী বলের মাত্রা কোনটি?

ⓚ MLT^{-1} ⓚ $M^{-1}LT^{-1}$ ⓖ MLT^{2} ⓘ $M^{-1}L^{-1}T^{-1}$

উত্তর: ⓖ MLT^{2}

ব্যাখ্যা: কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{ML^2T^{-2}}{L} = MLT^{-2}$

১৩২। বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্দিষ্ট থাকলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ (a) এবং কৌণিক বেগের (ω) মধ্যকার সম্পর্ক কীরূপ?

ⓚ $a \propto \omega$ ⓚ $a \propto \omega^2$ ⓖ $a \propto \sqrt{\omega}$ ⓘ $a^2 \propto \omega$

উত্তর: ⓚ $a \propto \omega^2$

ব্যাখ্যা: $a_c = r\omega^2$ [কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, a_c] $\therefore a_c \propto \omega^2$

১৩৩। বৃত্তপথে অসম-দ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান বস্তুকণার ওপর কয়টি ত্বরণ ক্রিয়া করে?

ⓚ একটি ⓚ দুইটি ⓖ তিনটি ⓘ চারটি

উত্তর: ⓖ তিনটি

ব্যাখ্যা: কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, কৌণিক ত্বরণ এবং স্পর্শকীয়/রৈখিক ত্বরণ।

১৩৪। m ভরের কোনো বস্তুকণা r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে v দ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান থাকলে এর ওপর ক্রিয়ারত কেন্দ্রমুখী বলের মান কত হবে?

ⓚ $\frac{mv}{r}$ ⓚ $\frac{mv}{r^2}$ ⓖ $\frac{mv^2}{r^2}$ ⓘ $\frac{mv^2}{r}$

উত্তর: ⓘ $\frac{mv^2}{r}$

ব্যাখ্যা: $F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r}$

১৩৫। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক কোনটি?

ⓚ $a = \frac{r}{a}$ ⓚ $a = \frac{a}{r}$ ⓖ $a = r^2\alpha$ ⓘ $a = r\alpha$

উত্তর: ⓘ $a = r\alpha$

ব্যাখ্যা: $\vec{a} = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t} = \frac{\vec{\omega_2} \times \vec{r} - \vec{\omega_1} \times \vec{r}}{t} = \frac{\vec{\omega_2} - \vec{\omega_1}}{t} \times \vec{r}$

$\therefore \vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

১৩৬। 4g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 1.5 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে এবং বস্তুটি 5 s এ 20 বার পূর্ণ আবর্তন করছে। এক্ষেত্রে সুতার টান কত হবে?

ⓚ 3.2 N ⓚ 3.4 N ⓖ 3.5 N ⓘ 3.8 N

উত্তর: ⓘ 3.8 N

ব্যাখ্যা: $T = m\omega^2 r = 4 \times 10^{-3} \times \left(\frac{2\pi \times 20}{5}\right)^2 \times 1.5 = 3.78$ N

১৩৭। বৃত্তাকার পথে 72 kmh^{-1} সমদ্রুতিতে চলমান কোনো গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 1 ms^{-2} হলে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত?

ⓚ 100 m ⓚ 200 m ⓖ 300 m ⓘ 400 m

উত্তর: ⓘ 400 m

ব্যাখ্যা: $a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{a_c} = \frac{\left(\frac{72 \times 1000}{3600}\right)^2}{1} = 400$ m

১৩৮। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7000 km ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির পর্যায়কাল 2h হলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত?

ⓚ 1.331 m/s^2 ⓚ 2.663 m/s^2
ⓖ 5.325 m/s^2 ⓘ 10.650 m/s^2

উত্তর: ⓖ 5.325 m/s^2

ব্যাখ্যা: $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$

$\Rightarrow a_c = \left(\frac{2 \times 3.1416}{2 \times 3600}\right)^2 \times 7000 \times 10^3 = 5.325\ ms^{-2}$

১৩৯। কৌণিক বেগের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য–

(i) কৌণিক বেগের একক $rads^{-1}$

(ii) কৌণিক বেগ $\omega = \frac{q}{t}$

(iii) সমকৌণিক বেগে চলে বলে এর কোনো রৈখিক ত্বরণ থাকে না

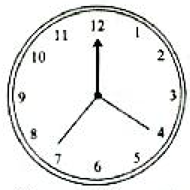
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও ii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও ii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: সুষম বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে গতিশীল বস্তুর বেগের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না; কিন্তু বেগের দিকের পরিবর্তন হয়। অর্থাৎ বস্তুর ত্বরণ থাকে।

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১৪০ ও ১৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**



১৪০। একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার কৌণিক বেগ হবে– [রা. বো. ১৯; য. বো. ১৭]

(i) $\omega = \frac{2\pi}{f}$ (ii) $\omega = 2\pi f$ (iii) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ ii ও iii

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $\left[\because f = \frac{1}{T}\right]$

১৪১। মিনিটের কাঁটাটির পর্যায়কাল T = 1 h = 3600 s হলে এর কৌণিক বেগ কত হবে? [রা. বো. ১৯; য. বো. ১৭]

ⓚ $1.047 \times 10^{-4}\ ms^{-1}$ ⓚ $1.74 \times 10^{-3}\ rads^{-1}$
ⓖ $3600\ ms^{-1}$ ⓘ $3600\ \pi\ ms^{-1}$

উত্তর: ⓚ $1.74 \times 10^{-3}\ rads^{-1}$

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3600} = 1.74 \times 10^{-3}\ rads^{-1}$

নিজেকে যাচাই করো

১. কোনো বস্তুর স্থিতি বা গতীয় অবস্থা সুনির্দিষ্টভাবে নির্ণয় করার জন্য কোনটির প্রয়োজন হয়?
ক) প্রসঙ্গ বিন্দু   খ) প্রসঙ্গ কাঠামো
গ) মূল বিন্দু   ঘ) দ্বিমাত্রিক কাঠামো

২. সমতলে একটি কণার গতি ব্যাখ্যা করার জন্য কোন ধরনের প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হবে?
ক) একমাত্রিক   খ) দ্বিমাত্রিক   গ) ত্রিমাত্রিক   ঘ) চতুর্মাত্রিক

৩. প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর স্থিতিকে কী বলে?
ক) স্থিতি   খ) গতি
গ) আপেক্ষিক স্থিতি   ঘ) আপেক্ষিক গতি

৪. নিচের কোনটি জড় প্রসঙ্গ কাঠামোর উদাহরণ?
ক) অসমবেগে গতিশীল ট্রেন   খ) সমবেগে গতিশীল ট্রেন
গ) বৃত্তাকার পথে গতিশীল ট্রেন   ঘ) সমত্বরণে গতিশীল ট্রেন

৫. একমাত্রিক গতির উদাহরণ হলো–
(i) সোজা সড়কে একটি সাইকেলের গতি
(ii) পৃথিবীর বার্ষিক গতি
(iii) একটি সরু সুতার ওপর পিঁপড়ার গতি
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii   খ) i ও iii   গ) ii ও iii   ঘ) i, ii ও iii

৬. অসম বেগের ক্ষেত্রে সরণ বনাম সময় লেখটি হয় একটি–
ক) বক্ররেখা   খ) মূলবিন্দুগামী সরলরেখা
গ) সময় অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা   ঘ) দূরত্ব অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা

৭. সমত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণের লেখ কীরূপ হবে?
ক) সরলরৈখিক   খ) বৃত্তাকার   গ) উপবৃত্তাকার   ঘ) পরাবৃত্তাকার

৮. সমবেগের ক্ষেত্রে অবস্থান বনাম সময় লেখচিত্রটি কীরূপ হবে?
ক) মূলবিন্দুগামী বক্ররেখা   খ) মূলবিন্দুগামী সরলরেখা
গ) X-অক্ষের ছেদক   ঘ) Y-অক্ষের ছেদক

৯. বেগ-সময় রেখার ঢাল থেকে কী নির্ণয় করা যায়?
ক) ত্বরণ   খ) দ্রুতি   গ) বেগ   ঘ) সরণ

১০. সমবেগের ক্ষেত্রে s বনাম t লেখচিত্রটি কীরূপ?
ক) সরলরৈখিক   খ) উপবৃত্তাকার   গ) অধিবৃত্তাকার   ঘ) পরাবৃত্তাকার

১১. পড়ন্ত বস্তুর সূত্র প্রদান করেন কোন বিজ্ঞানী?
ক) নিউটন   খ) গ্যালিলিও   গ) আইনস্টাইন   ঘ) কেপলার

১২. পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কিত গ্যালিলিওর সূত্র কয়টি?
ক) ২টি   খ) ৩টি   গ) ৪টি   ঘ) ৫টি

১৩. উপর থেকে পড়ন্ত কোনো বস্তু কোনটির প্রভাবে ভূমিতে পৌছায়?
ক) প্লবতা   খ) বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা
গ) বায়ুপ্রবাহ   ঘ) অভিকর্ষ বল

১৪. কোন বিজ্ঞানী গিনি ও পালক পরীক্ষা সম্পন্ন করেন?
ক) গ্যালিলিও   খ) আর্কিমিডিস   গ) ল্যাপ্লাস   ঘ) নিউটন

১৫. মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর ত্বরণ কোনটি দ্বারা প্রকাশ করা হয়?
ক) $\vec{a} = g\hat{i}$ খ) $\vec{a} = -g\hat{i}$ গ) $\vec{a} = -g\hat{j}$ ঘ) $\vec{a} = -g\hat{k}$

১৬. উল্লম্বভাবে 4.9 ms^{-1} বেগে একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো, শূন্যে এটি কত সময় অবস্থান করবে?
ক) 1 s   খ) 2 s   গ) 3 s   ঘ) 4 s

১৭. মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর 1 s, 2 s ও 3 s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত–
ক) 1 : 2 : 3   খ) 1 : 4 : 9   গ) 1 : 3 : 9   ঘ) 1 : 3 : 5

১৮. মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তু একটি টাওয়ারের $\frac{1}{20}$ অংশ 8^{th} সেকেন্ডে অতিক্রম করে, টাওয়ারটির উচ্চতা কত?
ক) 2000 m   খ) 1250 m   গ) 1400 m   ঘ) 1470 m

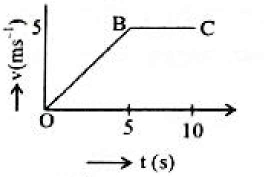
১৯. কোনো বস্তুকে v_0 আদিবেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলে যদি সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে t_1 পরিমাণ সময় লাগে; তাহলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
ক) $t_1 \propto v_0$ খ) $t_0 \propto v_0^2$ গ) $t_1 \propto \frac{1}{v_0}$ ঘ) $t_1 \propto \frac{1}{v_0^2}$

২০. কোনো বস্তুকে v_0 আদিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছাতে এর কত সময় লাগবে?
ক) $\frac{v_0}{g}$ খ) $\frac{v_0}{2g}$ গ) $\frac{v_0^2}{g}$ ঘ) $\frac{v_0^2}{2g}$

২১. প্রাসের গতি একটি–
ক) একমাত্রিক গতি   খ) দ্বি-মাত্রিক গতি
গ) ত্রি-মাত্রিক গতি   ঘ) চতুর্মাত্রিক গতি

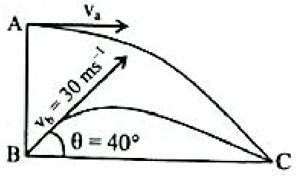
২২. যাত্রা শুরুর মুহূর্তে নিক্ষেপণ বেগের অভিমুখ অনুভূমিকের সাথে যে কোণ সৃষ্টি করে তাকে কী বলে?
ক) প্রারম্ভিক কোণ   খ) প্রাস কোণ
গ) নিক্ষেপণ কোণ   ঘ) অনুভূমিক কোণ

২৩. একটি বস্তুর গতিপথের লেখচিত্র নিম্নরূপ–



(i) OB অংশে বস্তুটি সমত্বরণে চলে
(ii) BC অংশে ত্বরণ শূন্য
(iii) 10 sec এ বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 62.5 m
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii   খ) i ও iii   গ) ii ও iii   ঘ) i, ii ও iii

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রানুযায়ী A ও B বিন্দু থেকে দুটি বস্তু নিক্ষেপ করা হল।

২৪. B বিন্দু থেকে নিক্ষিপ্ত বস্তুটির 1 সে. পর বেগের উল্লম্ব উপাংশ–
ক) 9.48 ms^{-1} খ) 16.18 ms^{-1}
গ) 19.28 ms^{-1} ঘ) 25.98 ms^{-1}

২৫. যদি লক্ষবস্তু T তে আঘাত করতে প্রাস দুটি একই সময় নেয় তবে–
ক) $v_a = v_b \cos\theta$ খ) $v_b = v_a \sin\theta$
গ) $v_a = v_b \sin\theta$ ঘ) $v_b = v_a \cos\theta$

উত্তরপত্র																								
	১	খ	২	খ	৩	গ	৪	খ	৫	খ	৬	ক	৭	ঘ	৮	খ	৯	ক	১০	ক	১১	খ	১২	খ
১৩	ঘ	১৪	ক	১৫	গ	১৬	ক	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	ক	২১	খ	২২	গ	২৩	ক	২৪	ক	২৫	খ

চতুর্থ অধ্যায়

নিউটনিয়ান বলবিদ্যা
Newtonian Mechanics

Board Questions Analysis

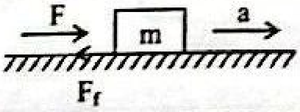
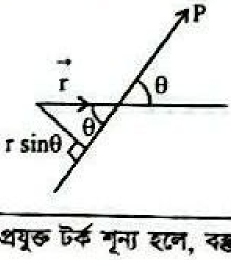
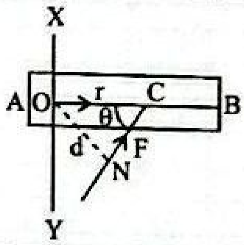
সৃজনশীল প্রশ্ন

টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
বল ও বলের ধারণা	★★★★	২	৫	ঢা. বো. ২৫, ২৩; চ. বো. ২৩; সি. বো. ২১; য. বো. ১৭	গ → ৮, ১৮, ২০, ২২, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮, ৩২, ঘ → ৮, ১২, ২০, ২২, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮	গ → ৬, ৭, ৮, ১১, ১৫, ১৯, ২২ ঘ → ৬, ৭, ৮, ১১, ১৫, ২০,
সংঘর্ষ ও পশ্চাৎ বেগ	★★★★	১১	৯	ঢা. বো., দি. বো., রা. বো. ২৫; কু. বো., সি. বো. ২৪; সি. বো. ২৩; ব. বো. ২৩; চ. বো. ২৩; চ. বো. ২২; ব. বো. ১৯; য. বো. ১৭; রা. বো. ১৬	গ → ৫, ১২, ১৪, ২৯ ঘ → ৫, ১৪, ২৯	গ → ১২, ২০ ঘ → ২২
জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ	★★★★★	৮	৮	য. বো., চ. বো., দি. বো., ২৫; রা. বো. ২৩; য. বো. ২২, ২১; ঢা. বো. ২১; ব. বো. ২১; চ. বো. ২১; দি. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮	গ → ৯, ১৫, ১৯, ৩০, ৩৫ ঘ → ৯, ২১, ৩০, ৩১	গ → ৯, ১৪, ১৮, ২৪, ২৫ ঘ → ৫, ১৪, ২৪, ২৫
বৃত্তাকার গতি, কৌণিক ভরবেগ, ঘূর্ণনগতিশক্তি	★★★	২১	৮	চ. বো., ব. বো., দি. বো., ২৫; সি. বো. ২২; রা. বো. ২১; য. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮; কু. বো. ১৭; রা. বো. ২৪, ২১; ম. বো. ২৪; দি. বো. ২৩, ২২, ২১; য. বো. ২৩, ২১; কু. বো. ২২, ২১; চ. বো. ২১, ১৯, ১৫; ব. বো. ১৭, ১৫; য. বো. ২৪, ১৯; দি. বো. ২৩; রা. বো. ২২; চ. বো. ২১; ব. বো. ১৭	গ → ৩, ২, ১১, ১৬, ১৭, ২১, ২৪, ৩১ ঘ → ৭, ১৭, ১৯, ২৪, ৩৪	গ → ১, ২, ৫, ১০, ১৩, ১৬, ১৭, ২৩, ২৬ ঘ → ৯, ১৩, ১৭, ১৮, ২১, ২৩, ২৬
টর্ক	★★★★	৩	৭	ব. বো. ২৪, ২১; চ. বো. ২৪, ২৩; ম. বো. ২৪; রা. বো. ২২; কু. বো. ২১; দি. বো. ২১; ঢা. বো. ১৯	গ → ৬, ১৩, ৩৩, ৩৪ ঘ → ৩, ২, ১৩	গ → ২১ ঘ → ১৬
কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল	★★★★	৯	১০	ঢা. বো., ব. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪; রা. বো. ২৪; ব. বো. ২৪, ১৫; য. বো. ২৩; কু. বো. ২৩, ২২, ১৭; দি. বো. ২২, ১৭; সি. বো. ২২; ম. বো. ২১; চ. বো. ১৫	গ → ১, ৭ ঘ → ৬, ১১, ১৫, ১৬, ৩২, ৩৩, ৩৫	গ → ৩ ঘ → ১, ৩, ১০
ব্যাংকিং	★★★★★	১৭	২৫	ঢা. বো., কু. বো., রা. বো., ২৫; ঢা. বো., ব. বো. ২৪; ঢা. বো., ম. বো., কু. বো., ব. বো. ২৩; ঢা. বো., ম. বো., ব. বো. ২২; ঢা. বো., কু. বো., সি. বো., দি. বো., চ. বো., য. বো., ম. বো. ২১; ঢা. বো., কু. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮; রা. বো., সি. বো. ১৭; সি. বো. ১৬	গ → ৪, ১০, ২৩, ঘ → ১, ৪, ১০, ১৮ ২৩	গ → ৪ ঘ → ২, ৪, ১২, ১৯

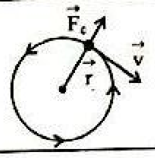
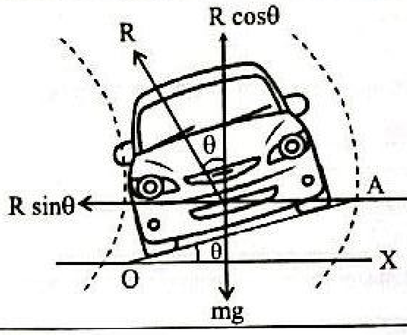
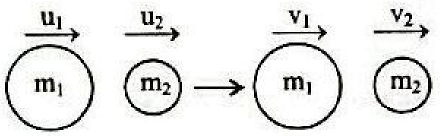
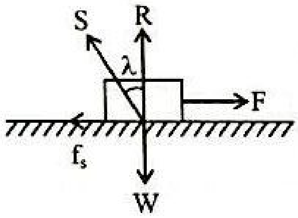
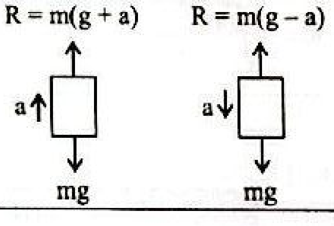
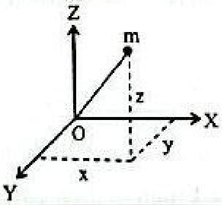
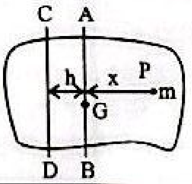
বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

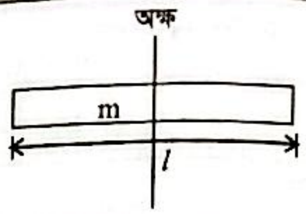
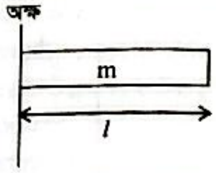
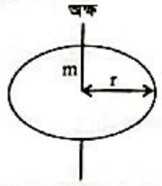
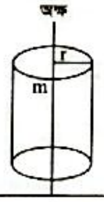
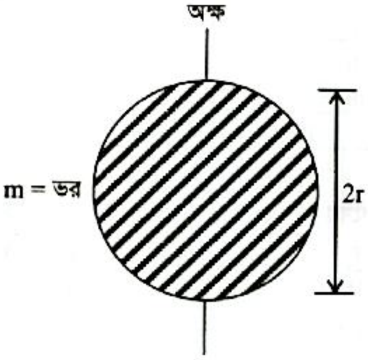
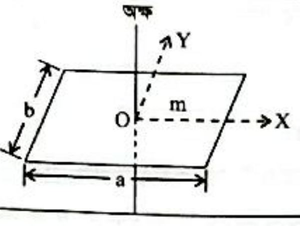
বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৫	৯	৪	৫	৬	৪	৪	৪	৪
২০২৪	৫	৫	৫	৪	৪	৫	৪	৫	৩
২০২৩	৬	৪	২	৭	৬	৪	৪	৪	৩
২০২২	৩	৫	৫	৩	৭	৩	৩	৭	৭
২০২১	৪	৬	৪	৪	৫	২	৫	৫	৫
২০১৯	৪	৩	৩	৩	৩	৭	২	৪	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-১								৩
২০১৭	২	৩	৪	২	৫	২	৫	৩	–
২০১৬	৫	৫	৫	৭	৩	৬	৪	২	–
২০১৫	৫	৬	৪	৪	২	২	৩	৩	–

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ **নিউটনের গতির ২য় সূত্র:** • $\sum F = ma$ • $F - F_f = ma$	
■ **বলের ঘাত:** • $F \times t = m(v - u)$	বলের ঘাত = বল × সময় = ভরবেগের পরিবর্তন
■ **রকেট সংক্রান্ত:** • প্রযুক্ত বল, $F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v_r$ • তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $a = \frac{F}{M} = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v_r$ • লব্ধি বল, $F' = F - mg = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v_r - mg$ • পৃথিবীর সাপেক্ষে রকেটের ত্বরণ, $a' = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v_r - g$ [Δt সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন = রকেটের ওপর প্রযুক্ত বলের ঘাত; $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ = জ্বালানি ব্যয়ের হার]	
■ **কৌণিক বেগ:** • $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi N}{t} = 2\pi f$ • $\omega = \frac{v}{r}$ • $\omega = \omega_0 + \alpha t$	ω = কৌণিক বেগ T = পর্যায়কাল f = কম্পাঙ্ক N = ঘূর্ণন সংখ্যা t = সময়
■ **কৌণিক ত্বরণ:** • $\alpha = \frac{\omega}{t}$ • $\alpha = \frac{a}{r}$	α = কৌণিক ত্বরণ r = বৃত্তাকার পথের ব্যসার্ধ
■ **কৌণিক ভরবেগ:** • $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$ • $L = rP \sin\theta$ • $L = mvr = m\omega r^2$ [$\theta = 90°$ হলে] • $L = I\omega$	
■ **কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র:** • $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$	কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হলে, বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।
■ **ঘূর্ণন শক্তি বা কৌণিক গতিশক্তি:** • $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$	সরলরৈখিক ঘূর্ণনরত বস্তুর মোট শক্তি = রৈখিক গতিশক্তি + ঘূর্ণন গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$
■ **টর্ক:** • $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ • $\tau = rF \sin\theta$ • $\tau = I\alpha$	

THE EDUCATIONAL TEAM

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ **কেন্দ্রমুখী বল এবং কেন্দ্রবিমুখী বল:** • $F_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$	
■ **রাস্তার ব্যাংকিং:** • $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ • $\mu = \frac{v^2}{rg}$ • $\sin\theta = \frac{h}{d}$ θ = ব্যাংকিং কোণ v = গাড়ির বেগ r = বাঁকের ব্যাসার্ধ μ = গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক d = রাস্তার প্রস্থ h = রাস্তার ভেতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্তের উচ্চতা	
■ **সংঘর্ষ:** ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি: • $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ • $m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$ [যেখানে, v = মিলিত বেগ] স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে: $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$	 স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগের সাথে সাথে গতিশক্তিও সংরক্ষিত থাকে।
■ **স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে শেষবেগ নির্ণয়:** • $v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)u_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)u_2$ • $v_2 = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)u_2 + \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)u_1$	u_1 = সংঘর্ষের পূর্বে ১ম বস্তুর বেগ u_2 = সংঘর্ষের পূর্বে ২য় বস্তুর বেগ v_1 = সংঘর্ষের পরে ১ম বস্তুর বেগ v_2 = সংঘর্ষের পরে ২য় বস্তুর বেগ
■ **ঘর্ষণ:** স্থিতি ঘর্ষণের ক্ষেত্রে • $\mu_s = \frac{f_s}{R}$ • $\mu_s = \tan\lambda$ গতীয় ঘর্ষণের ক্ষেত্রে: • $\mu_k = \frac{f_k}{R}$ μ_s = স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক f_s = স্থিতি ঘর্ষণের সীমান্তিক মান R = অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া μ_k = গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক f_k = গতীয় ঘর্ষণ বল	
■ **লিফট সংক্রান্ত:** • লিফট a ত্বরণে উপরে উঠার ক্ষেত্রে, R = m(g + a) • লিফট a ত্বরণে নিচের নামার ক্ষেত্রে, R = m(g − a) • লিফট যখন স্থির বা সমবেগে গতিশীল, R = mg • লিফট যখন অবাধে নিচে নামে, R = 0	R = প্রতিক্রিয়া বল 
■ **জড়তার ভ্রামক:** • $I = \sum mr^2 = \int r^2 dm$ • লম্ব অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে, $I_z = I_x + I_y$ • সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে, $I = I_G + Mh^2$	 
■ **চক্রগতির ব্যাসার্ধ:** • $K = \sqrt{\frac{I}{M}}$	এখানে, I = জড়তার ভ্রামক M = ভর

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ ঘূর্ণন অক্ষের অবস্থান অনুযায়ী জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধঃ • সুষম সরু দণ্ডের ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে, ➤ $I = \frac{ml^2}{12}$ ➤ $K = \frac{l}{\sqrt{12}}$	
• সুষম সরু দণ্ডের প্রান্তবিন্দুগামী লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে ➤ $I = \frac{ml^2}{3}$ ➤ $K = \frac{l}{\sqrt{3}}$	
• পাতলা বৃত্তাকার চাকতির ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে, ➤ $I = \frac{mr^2}{2}$ ➤ $K = \frac{r}{\sqrt{2}}$	
• নিরেট সিলিন্ডারের নিজ অক্ষের সাপেক্ষে, ➤ $I = \frac{mr^2}{2}$ ➤ $K = \frac{r}{\sqrt{2}}$	
• নিরেট গোলকের যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে, ➤ $I = \frac{2}{5}mr^2$ ➤ $K = \sqrt{\frac{2}{5}}\,r$ • ফাঁপা গোলকের যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে, ➤ $I = \frac{2}{3}mr^2$ ➤ $K = \sqrt{\frac{2}{3}}\,r$	
• আয়তাকার পাতের ভরকেন্দ্রগামী লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে, ➤ $I = \frac{m(a^2+b^2)}{12}$ ➤ $K = \sqrt{\frac{(a^2+b^2)}{12}}$	

একক রূপান্তর

- 1N = 10^5 dyne
- 1 ton = 1 metric ton = 1000 kg = 2240 *l*b
- 1 *l*b = 0.4536 kg
- 1 ft = 0.3048 m
- 1 inch = 2.54 cm
- 1 rpm $= \frac{2\pi}{60}$ rads^{-1} $= \frac{\pi}{30}$ rads^{-1}

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১ বান্দরবানের পাহাড়ি রাস্তার বাঁকে সুমন 200 kg ভরের একটি গাড়ি 60 kmh^{-1} বেগে চালাচ্ছে। রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ 150 m। ঐ স্থানে রাস্তাটি 4 m চওড়া এবং ভিতরের কিনারা থেকে বাইরের কিনারা 0.5 m উঁচু।

(ক) ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি লেখ। [ঢা. বো. ২৪; য. বো., দি. বো. ২১]

(খ) কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তার ভ্রামক 15 kgm^2 বলতে কী বুঝায়? [ঢা. বো. ২৪; রা. বো. ১৭]

(গ) গাড়িটির কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২৪; অনুরূপ ঢা. বো. ২৫; দি. বো. ২৪; ম. বো. ২১]

(ঘ) সুমন রাস্তার বাঁকটিতে নিরাপদে গাড়িটি চালাতে পারবে কি না? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তর দাও। [ঢা. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো., সি. বো., কু. বো. ২৫; দি. বো. ২৪, ২১; ম. বো. ২৩, ২১; ঢা. বো. ২২, ২১; কু. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮; রা. বো. ১৭]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর উপর বাহ্যিক বল প্রযুক্ত না হলে ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হবে না অর্থাৎ ভরবেগ সংরক্ষিত থাকবে, একেই ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বলে।

খ একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারিদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ওই অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বুঝায়।

অর্থাৎ, জড়তার ভ্রামক, $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তার ভ্রামক 15 kgm^2 বলতে বুঝায়, বস্তুটির নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টি 15 kgm^2। অন্যভাবে, বস্তুটিতে 1 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে বস্তুটির উপর 15 Nm টর্ক প্রয়োগ করতে হবে।

গ আমরা জানি, কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r}$

$= \frac{200 \times (16.67)^2}{150}$

$= 370.52$ N

দেওয়া আছে,
গাড়ির বেগ, $v = 60\ kmh^{-1} = 16.67\ ms^{-1}$
ভর, m = 200 kg
বাঁকের ব্যাসার্ধ, r = 150 m

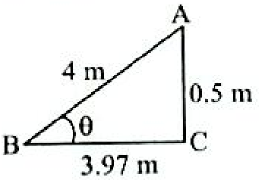
সুতরাং, গাড়িটির কেন্দ্রমুখী বল 370.52 N **(Ans.)**

ঘ ধরি, সর্বোচ্চ v_M বেগে গাড়িটি গতিশীল হলে নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে।

আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{gr}$

$\Rightarrow \frac{0.5}{3.97} = \frac{v_M^2}{150 \times 9.8}$

$\therefore v_M = 13.60\ ms^{-1}$



প্রশ্নমতে, গাড়িটির বেগ, $v = 16.67\ ms^{-1}$

$\therefore v_M < v$;

সুতরাং, সুমন রাস্তার বাঁকটিতে নিরাপদে গাড়িটি চালাতে পারবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ দুটি বস্তু মুখোমুখি সংঘর্ষে লিপ্ত হলো। এদের ভর যথাক্রমে 20 kg এবং 10 kg। প্রথম বস্তুটি 100 kmh^{-1} বেগে বাম থেকে ডান দিকে এবং দ্বিতীয় বস্তুটি 50 kmh^{-1} বেগে ডান থেকে বাম দিকে চলছিল। সংঘর্ষের পর দুটি বস্তু সম্মিলিতভাবে একই বেগে বাম থেকে ডান দিকে চলছে।

(ক) ঘূর্ণন অক্ষ কাকে বলে?

(খ) দেয়ালে ধাক্কা খেয়ে বল পিছনে ফিরে আসে কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো., সি. বো. ২৪; কু. বো. ২১]

(গ) দুটি বস্তুর সম্মিলিত বেগ হিসাব কর। [দি. বো. ২৫; অনুরূপ কু. বো., দি. বো. ২৪; সি. বো. ২৩; ব. বো. ১৯; য. বো. ১৭; রা. বো. ১৬]

(ঘ) দুটি বস্তুর সম্মিলিত বেগ বাম থেকে ডান দিকে 70 kmh^{-1} হলে সংঘর্ষটি কোন ধরনের হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫; অনুরূপ কু. বো., সি. বো ২৪; রা. বো. ২৫; সি. বো. ২৩; চ. বো. ২২; ব. বো. ১৯; রা. বো. ১৬]

সমাধান:

ক ঘূর্ণনশীল কোনো বস্তুর প্রত্যেকটি কণার বৃত্তাকার গতির কেন্দ্রগুলো যে সরলরেখায় অবস্থিত তাকে ঘূর্ণন অক্ষ বলে।

খ প্রতিক্রিয়া বলের কারণে দেয়ালে ধাক্কা খেয়ে বল পিছনে ফিরে আসে। নিউটনের তৃতীয় সূত্রের মতে, প্রতিটি ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে। বল দেয়ালে আঘাত করার সময় দেওয়ালের উপর F বল প্রয়োগ করে। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে দেয়াল একই পরিমাণ বল বলটির উপর প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বলের মান F_1 হলে, $F = -F_1$। প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হওয়ায় বলটি ধাক্কা খেয়ে আবার পিছনে ফিরে আসে।

গ

ভরবেগের সংরক্ষণে সূত্র হতে,

$m_1u_1 - m_2u_2 = (m_1 + m_2)\ v$

$\Rightarrow 20 \times 100 - 10 \times 50 = (20 + 10) \times v$

$\Rightarrow v = \frac{20 \times 100 - 10 \times 50}{30} = 50$ km/h **(Ans.)**

$m_1 = 20$ kg
$u_1 = 100$ km/h
$m_2 = 10$ kg
$u_2 = 50$ km/h
সংঘর্ষের পরে বেগ, v = ?

ঘ প্রথম বস্তুর সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি,

$E_1 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2$

$= \frac{1}{2} \times 20 \times 27.78^2$

$= 7717.284$ J

$m_1 = 20$ kg
$u_1 = 100$ km/h $= \frac{100}{3.6}\ ms^{-1} = 27.78\ ms^{-1}$

দ্বিতীয় বস্তুর সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি,

$E_2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 13.89^2 = 964.67$ J

$m_2 = 10$ kg
$u_2 = 50$ km/h $= \frac{50}{3.6}\ ms^{-1} = 13.89\ ms^{-1}$

সংঘর্ষের পূর্বে বস্তুদ্বয়ের মোট শক্তি, $E_i = E_1 + E_2$
$= 7717.284 + 964.67$ J
$= 8681.95$ J

সংঘর্ষের পরে মোট গতিশক্তি,

$E_f = \frac{1}{2} Mv^2$

$= \frac{1}{2} \times 30 \times 19.45^2$

$= 5671.29$ J

$M = m_1 + m_2 = (20 + 10)$ kg $= 30$ kg
$v = 70$ km/h $= \frac{70}{3.6}\ ms^{-1} = 19.45\ ms^{-1}$

যেহেতু, $E_i \neq E_f$ তাই সংঘর্ষটি অস্থিতিস্থাপক হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ কোনো চাকার ভর 10 kg এবং ব্যাসার্ধ 0.5 m। চাকার ঘূর্ণন বেগ 500 rpm। চাকাটিতে ঘূর্ণনরত অবস্থায় 6855 Nm বাধাদানকারী টর্ক প্রয়োগ করা হল।

(ক) চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী? [কু. বো. ২৫; য. বো. ২৪; কু. বো., সি. বো., ম. বো. ২৩; ব. বো. ২২, ১৭; চ. বো. ২১]

(খ) উলম্ব বৃত্তাকার তলে পানিভর্তি বালতিকে ঘুরালে পানি পড়ে না কেন? [য. বো. ২৪]

(গ) চাকার ঘূর্ণন গতিশক্তি কত? [য. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২২]

(ঘ) চাকাটি 10 সেকেন্ডে থামবে কি না? যাচাই কর। [য. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২২; কু. বো., দি. বো. ২১]

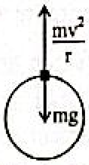
সমাধান:

ক যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর মোট ভর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত আছে মনে করা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দু ভরের জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

খ উলম্ব বৃত্তাকার তলে পানিভর্তি বালতিকে ঘুরালে সর্বোচ্চ বিন্দুতে পানি না পড়লে,

$\Rightarrow mg = \frac{mv^2}{r}$

$\Rightarrow v = \sqrt{gr}$



অর্থাৎ বালতিকে সর্বনিম্ন $\sqrt{gr}$ বেগে ঘুরালে, পানির উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রবিমুখী বলের মান পানির ওজনের সমান হয়। এর ফলে পানির উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বল শূন্য হয় এবং বালতি হতে পানি নিচে পড়ে না। আবার বালতিকে $\sqrt{gr}$ অপেক্ষা অধিক বেগে ঘুরানো হলে ও কেন্দ্রবিমুখী বল ওজন অপেক্ষা বেশি হবে এবং টান সহ্য করার সাপেক্ষে বালতির পানি নিচে পড়বে না।

গ আমরা জানি, ঘূর্ণন গতিশক্তি,

$E = \frac{1}{2}I\omega_i^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}mr^2 \times \omega_i^2$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 0.5^2 \times 52.36^2$

$= 1713.48$ J

দেওয়া আছে,
চাকার আদি ঘূর্ণন বেগ,
$\Rightarrow \omega_i = 500$ rpm
$= \frac{2\pi \times 500}{60}$ rads^{-1}
$= 52.36$ rads^{-1}

সুতরাং, চাকার ঘূর্ণন গতিশক্তি 1713.48 J। **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, চাকার আদি কৌণিক বেগ, $\omega_i = 52.36$ rads^{-1}

আমরা জানি, $\Rightarrow \tau = I\alpha$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{\tau}{\frac{1}{2}mr^2} = \frac{6855}{\frac{1}{2} \times 10 \times 0.5^2} = 5484$ rads^{-2}

এখন, $\omega_f = \omega_i - \alpha t$

$\Rightarrow t = \frac{52.36}{5484} = 0.0096$ s < 10 s

সুতরাং চাকাটি 10 s এর পূর্বেই থেমে যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৪ একটি রাস্তার প্রস্থ 3.65 m এবং বাঁকের ব্যাসার্ধ 170 m। একটি সতর্কতা বোর্ডে গাড়ির সর্বোচ্চ গতিসীমার 30 kmh^{-1} নির্দেশিত আছে। একজন বাইক চালক উক্ত বাঁকে 60 kmh^{-1} বেগে মোটর বাইক চালাতে ইচ্ছুক।

$(g = 9.81$ ms$^{-2})$

(ক) জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? [চ. বো. ২৫; চ. বো., কু. বো. সি. বো. ২৪; রা. বো. ২৩; চ. বো. ১৯]

(খ) একটি স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 2200 Nm^{-1} বলতে কী বুঝ? [চ. বো. ২৪]

(গ) রাস্তার ভিতর অপেক্ষা বাহিরের অংশের উচ্চতা নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৪; অনুরূপ সি. বো., কু. বো. ২৫; ব. বো. ২৩]

(ঘ) বাইক চালক তাৎক্ষণিকভাবে কী ব্যবস্থা গ্রহণ করলে নিরাপদে বাঁক অতিক্রম করতে পারবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো., ম. বো. ২২; ঢা. বো., য. বো., চ. বো. ২১; সি. বো. ১৭]

সমাধান:

ক একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ঐ অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলে।

খ কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে একক সরণ ঘটাতে স্প্রিং-এর সরণের বিপরীতে যে বাহ্যিক বলের প্রয়োগ হয় তাকে স্প্রিং ধ্রুবক বা বল ধ্রুবক বলে।

অর্থাৎ, $F = -kx$; এখন, বল ধ্রুবক 2200 Nm^{-1} বলতে বুঝায় স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে একক সরণ ঘটাতে 2200 N বাহ্যিক বল প্রয়োগ করতে হবে।

গ আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{8.33^2}{170 \times 9.81}\right)$

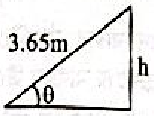
$= \tan^{-1}(0.04164) = 2.3844°$

এখন, $\sin\theta = \frac{h}{3.65}$

$\Rightarrow h = \sin(2.3844°) \times 3.65$

$= 0.1518$ m $= 15.18$ cm

দেওয়া আছে,
গাড়ির সর্বোচ্চ গতিসীমা,
$v = 30$ kmh^{-1} $= 8.33$ ms^{-1}
রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ, $r = 170$ m
রাস্তার প্রস্থ, $d = 3.65$ m



সুতরাং, রাস্তার ভিতর অপেক্ষা বাহিরের অংশের উচ্চতা 15.18 cm। **(Ans.)**

ঘ ধরি, যদি রাস্তায় ব্যাংকিং না থাকতো তবে বাইক চালককে উলম্বের সাথে θ কোণে হেলে থাকতে হতো।

$\therefore \tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{16.67^2}{170 \times 9.81}\right) = 9.46°$

দেওয়া আছে, বাইকের বেগ,
$v = 60$ kmh^{-1}
$= 16.67$ ms^{-1}

'গ' হতে পাই, রাস্তার ব্যাংকিং কোণ $\theta_s = 2.3844°$

$\therefore$ রাস্তার ব্যাংকিং এর কারণে মোটর বাইক চালক ইতিমধ্যে উলম্বের সাথে $\theta_s = 2.3844°$ কোণে হেলে আছেন।

অতএব, তাকে অতিরিক্ত হেলতে হবে $= \theta - \theta_s$

$= 9.46° - 2.3844° = 7.0756°$

সুতরাং, বাইক চালক তাৎক্ষণিকভাবে উলম্বের সাথে 7.0756° কোণে হেলে পড়লে নিরাপদে বাঁক নিতে পারবেন। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৫ একজন সার্কাসের খেলোয়াড় 60 cm দীর্ঘ সুতার একপ্রান্তে 80 g ভরের একটি বস্তুকে বেঁধে উলম্বতলে প্রতি মিনিটে 120 বার ঘুরাচ্ছেন। পরে তিনি সুতার দৈর্ঘ্য 10% কমিয়ে এবং প্রতি মিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা 5% বৃদ্ধি করে বস্তুটিকে অনুভূমিক তলে ঘুরাতে থাকেন।

(ক) টর্ক কী? [ম. বো. ২৫, ২২; রা. বো. ২৪; য. বো. ২৩, ১৯; চ. বো., কু. বো. ২২; সি. বো. ২১, ১৭; সম্মিলিত বো. ১৮]

(খ) ঘোড়ার গাড়ি কীভাবে গতিপ্রাপ্ত হয়? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

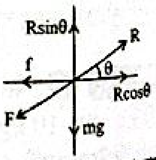
(গ) বস্তুটি যখন উলম্ব তলের সর্বোচ্চ বিন্দুতে অবস্থান করে তখন সুতার টান নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৪]

(ঘ) উলম্বতলে ও অনুভূমিকতলে ঘুরানোর সময় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ সমান হবে না- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২৪]

সমাধান:

ক কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্য প্রযুক্ত দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে।

খ গাড়িকে সামনে নেয়ার জন্য ঘোড়া মাটিতে তীর্যকভাবে F বল প্রয়োগ করে। এ বলের প্রতিক্রিয়াস্বরূপ মাটি ঘোড়ার উপর R বল প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বলকে উলম্ব ও অনুভূমিক উপাংশে বিভক্ত করা যায়। প্রতিক্রিয়া বলের উলম্ব উপাংশ ঘোড়ার ওজনকে প্রশমিত করে। অপরদিকে প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ ঘোড়াসহ গাড়িটিকে সামনে নিয়ে যেতে সাহায্য করে। এক্ষেত্রে ঘোড়ার গাড়ির উপর ক্রিয়ারত ঘর্ষণ বল গাড়িটিকে সামনে যেতে বাধা দেয়।



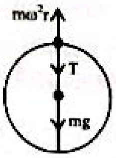
$\therefore R\cos\theta > f$ হলে ঘোড়া গাড়িসমেত সামনে যেতে পারবে।

গ কৌণিক বেগ, $\omega = 120$ rpm

$= \frac{2\pi \times 120}{60} rads^{-1} = 4\pi\ rads^{-1}$

দেওয়া আছে, বস্তুর ভর, $m = 0.08$ kg

কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্ব, $r = 0.6$ m



উলম্ব তলের সর্বোচ্চ বিন্দুতে,

$T + mg = m\omega^2 r$

$\Rightarrow T = m\omega^2 r - mg$

$= 0.08 \times (4\pi)^2 \times 0.6 - 0.08 \times 9.8$

$= 6.8$ N

সুতরাং, উলম্ব তলের সর্বোচ্চ বিন্দুতে সুতার টান 6.8 N। **(Ans.)**

ঘ উলম্বতলে ঘুরানোর ক্ষেত্রে,

কৌণিক ভরবেগ, $L_1 = I\omega$

$\Rightarrow L_1 = mr^2\omega$

$= 0.08 \times 0.6^2 \times 4\pi$

$= 0.362\ kgm^2s^{-1}$

দেওয়া আছে,

বস্তুর ভর, $m = 0.08$ kg

কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্ব, $r = 0.6$ m

কৌণিক বেগ, $\omega = 4\pi\ rads^{-1}$

অনুভূমিক তলে ঘুরানোর ক্ষেত্রে,

সুতার নতুন দৈর্ঘ্য, $r_2 = (r - 10\%\ r) = 0.9 \times 0.6 = 0.54$ m

নতুন কৌণিক বেগ, $\omega_2 = (\omega + 5\%\ \omega) = 1.05 \times 4\pi = 4.2\pi\ rads^{-1}$

$\therefore$ কৌণিক ভরবেগ, $L_2 = I_2\omega_2$

$\Rightarrow L_2 = mr_2^2\omega_2 = 0.08 \times 0.54^2 \times 4.2\pi = 0.308\ kgm^2s^{-1}$

$\therefore L_1 \neq L_2$

সুতরাং, উলম্বতলে ও অনুভূমিক তলে ঘুরানো সময় বস্তুর কৌণিক ভরবেগ সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ 0.5 kg ভরের কোনো বস্তুকে 80 cm লম্বা একটি সুতার সাহায্যে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি স্থির অবস্থা থেকে সমকৌণিক ত্বরণে ঘুরতে আরম্ভ করে 2 মিনিট পর থেকে প্রতি মিনিটে 120 বার ঘুরছে।

(ক) কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? [ব. বো., সি. বো. ২৪; কু. বো. ২১]

(খ) ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কারণে কোনো বস্তুর সাম্যাবস্থার সৃষ্টি হয় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৪]

(গ) 2 মিনিট পর বস্তুটির ওপর কী পরিমাণ টর্ক ক্রিয়া করছে তার মান নির্ণয় কর। [ব. বো. ২৪]

(ঘ) বস্তুর ওপর টানের মান যদি পূর্বের টানের তিনগুণ করা হয় তাহলে কৌণিক বেগের কী পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ব. বো. ২৪]

সমাধান:

ক ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হওয়ায় এরা সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করে না। প্রতিটি ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

একটি বল দেয়ালে আঘাত করার সময় দেয়ালের উপর F বল প্রয়োগ করে, এ বলের প্রতিক্রিয়া স্বরূপ দেয়াল বলটির উপর F' বল প্রয়োগ করে, যেখানে F' = F। অর্থাৎ ক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয় দেয়ালের উপর এবং প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয়ে বলটির উপর। দুটি বল দ্বারা সাম্যাবস্থা সৃষ্টি হতে হলে তাদের অবশ্যই একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করতে হবে, এক্ষেত্রে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল সমান মান ও বিপরীতমুখী হলেও তারা দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। তাই সাম্যাবস্থা সৃষ্টি সম্ভব না।

গ বস্তুটির 2 min পর কৌণিক বেগ,

$\omega_f = 120\ rev\ min^{-1} = \frac{2\pi \times 120}{60} rads^{-1} = 12.566\ rads^{-1}$

$\therefore$ কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{12.566 - 0}{2 \times 60} = 0.1047\ rads^{-2}$

টর্ক, $\tau = I\alpha = mr^2\alpha = 0.5 \times (0.8)^2 \times 0.1047 = 0.0335$ Nm

$\therefore$ 2 min পর বস্তুটির উপর 0.0335 Nm টর্ক ক্রিয়া করছে। **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, অনুভূমিকভাবে বৃত্তাকার পথে ঘুরালে টানবল, $T = m\omega^2 r$

$\therefore T \propto \omega^2$ [$\because$ m, r ধ্রুবক]

$\therefore \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \times \omega_1$

$= \sqrt{\frac{3T_1}{T_1}} \times 12.566$ [$\because T_2 = 3T_1$]

$= 21.765\ rads^{-1}$

$\therefore$ কৌণিক বেগের বৃদ্ধি $= (21.765 - 12.566)\ rads^{-1} = 9.2\ rads^{-1}$

সুতরাং, বস্তুর উপর টানের মান যদি পূর্বের টানের তিনগুণ করা হয় তাহলে কৌণিক বেগ 9.2 $rads^{-1}$ বৃদ্ধি পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ রহিম 200 g ভরের একটি বস্তুকে সুতায় বেঁধে দুটি অবস্থান থেকে অনুভূমিকভাবে প্রতি মিনিটে 60 বার ঘুরাচ্ছে। অবস্থান ভেক্টর দুটি যথাক্রমে $\vec{r_1} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m এবং $\vec{r_2} = (4\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ m। উভয় ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত বলের পরিমাণ $\vec{F_1} = (5\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})$ N।

(ক) নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা লেখ।

(খ) রাস্তার বাঁকের ভিতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু হয় কেন? [ম. বো. ২৪; ব. বো. ২১]

(গ) ১ম ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ চ. বো. ২৫, ২১; কু. বো. ২২; য. বো., ২১]

(ঘ) উদ্দীপকের দুটি অবস্থানে টর্ক সমান হবে কি না– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২৩; ঢা. বো. ১৯]

সমাধান:

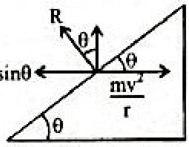
ক নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয় না–

i. ক্ষুদ্র ভর বিশিষ্ট কণার ক্ষেত্রে।

ii. বস্তুর ত্বরণ খুব কম ($< 10^{-10} ms^{-2}$) হলে।

iii. আলোর বেগের কাছাকাছি বেগ সম্পন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে।

খ রাস্তায় বাঁক নিতে হলে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। দ্রুতগামী গাড়ির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল যোগান না পেলে গাড়ি ছিটকে যেতে পারে। এজন্য রাস্তায় ব্যাংকিং করা হয়।



অর্থাৎ রাস্তার বাহিরের প্রান্তকে ভিতরের প্রান্ত অপেক্ষা উঁচু করা হয়। এর ফলে প্রতিক্রিয়া বলের একটি উপাংশ গাড়িটির কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দিতে সক্ষম হয় এবং গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারে। চিত্রের প্রতিক্রিয়া বলের উপাংশ Rsinθ কেন্দ্রমুখী বলকে যোগান দেয়।

গ ঘূর্ণন পথের ব্যাসার্ধ,

$|\vec{r_1}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}$ m

$\Rightarrow |\vec{r_1}| = \sqrt{14}$ m

দেওয়া আছে, কৌণিক বেগ,

$\omega = 60\ rpm = \frac{2\pi \times 60}{60} rads^{-1}$

$= 2\pi\ rads^{-1}$

$\therefore$ কৌণিক ভরবেগ, $L = I\omega = m|\vec{r_1}|^2\omega$

$= 0.2 \times 14 \times 2\pi = 17.6\ kgm^2s^{-1}$

সুতরাং, প্রথম ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগ 17.6 kgm^2s^{-1} **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, টর্ক, $\vec{\tau}_1 = \vec{r} \times \vec{F}$

প্রথম ক্ষেত্রে, $\vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-6+4) - \hat{j}(-9+5) + \hat{k}(12-10)$

$\therefore \vec{\tau}_1 = (-2\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ Nm

$|\vec{\tau}_1| = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2 + (2)^2} = 4.90$ Nm

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $\vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & 2 & -3 \\ 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(-6+12) - \hat{j}(-12+15) + \hat{k}(16-10)$

$\therefore \vec{\tau}_2 = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ Nm

$|\vec{\tau}_2| = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2 + (6)^2} = 9$ Nm

$\because \vec{\tau}_1 \neq \vec{\tau}_2$ সুতরাং, উদ্দীপকের দুটি অবস্থানে টর্ক সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ 400 kg ভরের একটি গাড়ি 60 kmh^{-1} সমবেগে 10° কোণে নত তল বরাবর উপরে উঠে। [ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu = 0.3$ এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$]

(ক) ডাইভারজেন্স কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩]

(খ) একটি স্প্রিং-কে খণ্ডিত করলে এর স্প্রিং ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কি? ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২৩]

(গ) গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল বিরুদ্ধ বলের মান নির্ণয় করো। [ঢা. বো. ২৩]

(ঘ) গাড়ির ইঞ্জিনের ক্ষমতা কত হলে গাড়িটি সমবেগে না চলে বরং ত্বরণ প্রাপ্ত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [ঢা. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক ত্রিমাত্রিক ব্যবস্থায় কোনো অঞ্চলে একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের অবস্থান ভেক্টর, $\vec{P}(x, y, z) = P_1(x, y, z)\hat{i} + P_2(x, y, z)\hat{j} + P_3(x, y, z)\hat{k}$ হলে ডেল (∇) অপারেটরের সাথে $\vec{P}$ এর স্কেলার গুণফলকে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স বলে।

খ ধরি, প্রাথমিক অবস্থায় স্প্রিং এর প্রসারণে উদ্ভূত প্রত্যয়নী বল F এবং প্রসারণ x। এখন স্প্রিংটিকে $l_1 : l_2$ অনুপাতে খণ্ডিত করলে এদের প্রসারণ যথাক্রমে x_1 ও x_2; অর্থাৎ, $x = x_1 + x_2$ এবং $\frac{x_1}{x_2} = \frac{l_1}{l_2}$

$\Rightarrow \frac{x_1}{x_2} + 1 = \frac{l_1}{l_2} + 1 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_2} = \frac{l_1 + l_2}{l_2} \Rightarrow \frac{x}{x_2} = \frac{l_1 + l_2}{l_2}$

$\therefore x_2 = \frac{l_2}{l_1 + l_2}x$; অনুরূপভাবে, $x_1 = \frac{l_1}{l_1 + l_2}x$

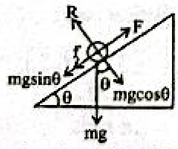
এখন, $F = -kx = -k_1x_1 = -k_2x_2$

$\therefore k_1 = \frac{kx}{x_1} = k \times \frac{l_1 + l_2}{l_1}$ | এবং $k_2 = \frac{kx}{x_2} = k \times \frac{l_1 + l_2}{l_2}$

এখানে, $\frac{l_1 + l_2}{l_1} > 0$ এবং $\frac{l_1 + l_2}{l_2} > 0$

সুতরাং একটি স্প্রিংকে খণ্ডিত করলে এর স্প্রিং ধ্রুবকের পরিবর্তন ঘটবে।

গ



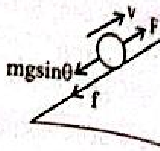
দেওয়া আছে, গাড়ির ভর, m = 400 kg
আনত কোণ, θ = 10°
ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, μ = 0.3
তল প্রতিক্রিয়া, R = mgcosθ

গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল মোট বিরুদ্ধ বল = mgsinθ + f

$= mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta = mg(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

$= 400 \times 9.8(\sin 10° + 0.3 \times \cos 10°) = 1838.83$ N **(Ans.)**

ঘ গাড়িটি সমবেগে চললে,



$F - mg\sin\theta - f = 0$

$\Rightarrow F = mg\sin\theta + f$

$\therefore F = mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta = 1838.83$ N

বর্তমানে গাড়ির ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত ক্ষমতা,

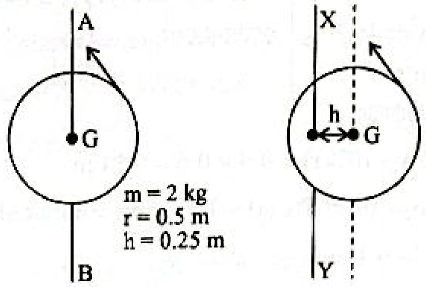
$P = Fv = 1838.83 \times \frac{60}{3.6}$

$= 30647.246$ W

দেওয়া আছে, গাড়ির বেগ, $v = 60\ kmh^{-1} = \frac{60}{3.6}\ ms^{-1}$

$\therefore P > 30647.246$ W হলে গাড়িটি সমবেগে না চলে বরং ত্বরণ প্রাপ্ত হবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৯ একটি বৃত্তাকার চাকতি এর তলের সাথে মধ্যবিন্দুগামী লম্ব অক্ষ AB সাপেক্ষে চিত্র-১ অনুযায়ী ঘুরছে। আবার চিত্র-২ অনুযায়ী চাকতিটির সাথে লম্বভাবে স্থাপিত XY অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে।



(ক) ভরবেগ কাকে বলে?

(খ) বৃত্তাকার পথে বাঁক পার হওয়ার সময় একজন সাইকেল আরোহী হেলে যায় কেন? [রা. বো. ২৩; চ. বো. ২২]

(গ) ১ম চিত্রে চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৩]

(ঘ) কোন অক্ষের সাপেক্ষে চাকতিটি ঘুরানো সহজ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [রা. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক বস্তুর ভর ও বেগের সমন্বয়ে বস্তুতে যে ধর্মের উদ্ভব হয় তাকে বস্তুর ভরবেগ বলে। ভরবেগ = ভর × বেগ।

খ আনুভূমিক রাস্তার বাঁক নিতে হলে বাঁকের স্থলে রাস্তার বাঁকের ভেতরের দিকে নিচু এবং বাইরের দিকে উঁচু করে রাস্তা ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে।

একজন সাইকেল আরোহী বক্রপথে বাঁক নেওয়ার সময় বাঁকের কেন্দ্রের দিকে হেলে থাকতে হয়। কারণ বক্রপথে চলার সময় একটি কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয় যা সমতল রাস্তার চেয়ে অপেক্ষাকৃত কম। ফলে গতিশীল গাড়ি বা যানবাহন কেন্দ্রের বাইরে উল্টে পড়ে। তাই প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল জোগান জন্য এবং গতি জড়তাকে প্রশমিত করতে বক্রপথে ব্যাংকিং তথা রাস্তার বাঁকে ভেতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু করে তৈরি করার প্রয়োজন হয়।

গ আমরা জানি, $MK^2 = \frac{1}{2}Mr^2$

$\Rightarrow K = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{0.5}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ m **(Ans.)**

ঘ চিত্র-১ এর জন্য জড়তার ভ্রামক,

$I_1 = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(0.5)^2 \times 2 = 0.25\ kgm^2$

চিত্র-2 এর জন্য,

$I_2 = \frac{1}{2}mr^2 + mh^2 = 0.25 + 2 \times (0.25)^2 = 0.375\ kgm^2$

$\therefore I_2 > I_1$; তাই চিত্র-১ এর চাকতি ঘুরানো বেশি সহজ হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ 8 m প্রশস্ত এবং 50 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি ব্যাংকিং যুক্ত বাঁকা পথে একটি গাড়ি 25 kmh^{-1} বেগে চলে নিরাপদে বাঁক নিতে পারে। (রাস্তার ঘর্ষণ গুণাঙ্ক $\mu = 0.5$ এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$)

(ক) ঘর্ষণ কোণ কাকে বলে? [রা. বো. ২৫]

(খ) বাঁকা পথে অতিদ্রুত গতিশীল গাড়ি উল্টে যায় কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

(গ) রাস্তার ব্যাংকিং উচ্চতা নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৫]

(ঘ) রাস্তাটি ব্যাংকিংবিহীন হলে গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে কি-না? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [রা. বো. ২৫; অনুরূপ কু. বো. ২৩; ব. বো ২৩]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর উপর একটি বল প্রয়োগ করলে সেটি চলতে চাইলে ঘর্ষণ বল তাকে প্রতিরোধ করে। ঘর্ষণ বল এবং লম্ব প্রতিক্রিয়া বলের মধ্যে যে কোণ গঠিত হয় তাকে ঘর্ষণ কোণ বলে।

খ গাড়ি যখন বাঁকা পথে চলে তখন তাকে বৃত্তাকার পথে রাখতে কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r}$ প্রয়োজন হয়। এই কেন্দ্রমুখী বল আসে চাকা এবং সড়কের মধ্যকার ঘর্ষণ বল থেকে। কিন্তু যদি গাড়ির গতি খুব বেশি হয়, তাহলে গাড়িকে বাঁকা পথে রাখতে যে পরিমাণ কেন্দ্রমুখী বল প্রয়োজন হয়, তা ঘর্ষণ বল দিতে পারে না। ফলে গাড়ির উপর কার্যরত বলের ক্রিয়ারেখা গাড়ির ভরকেন্দ্রের পাশ দিয়ে যায়। যখন বলের ক্রিয়া রেখা গাড়ির ভিত্তি থেকে সরে গিয়ে বাইরে পড়ে, তখন গাড়ি ভারসাম্য হারিয়ে উল্টে যায়।

গ আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6.95^2}{50 \times 9.8}\right) = 5.629°$

আবার, $\sin\theta = \frac{h}{d}$

$\Rightarrow h = d\sin\theta = 8 \times \sin 5.629°$

$\therefore h = 0.784$ m **(Ans.)**

গাড়ির বেগ, $v = \frac{25}{3.6}\ ms^{-1} = 6.95\ ms^{-1}$
বাঁকের ব্যাসার্ধ, r = 50 m
প্রশস্থতা, d = 8 m
রাস্তার উচ্চতা, h = ?
ব্যাংকিং কোণ, θ = ?

ঘ রাস্তাটি ব্যাংকিং বিহীন হলে বাঁক নেওয়ার জন্য সর্বোচ্চ বেগ,

$v_{max} = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0.5 \times 50 \times 9.8} = 15.65$ m/s

দেওয়া আছে,
ঘর্ষণ গুনাঙ্ক, μ = 5
বাঁকের ব্যাসার্ধ, r = 50 m
$g = 9.8\ m/s^2$

দেওয়া আছে, গাড়ির বেগ, $v = 25\ km/h = \frac{25}{3.6} = 6.95$ m/s

এখানে, $v_{max} > v$

∴ রাস্তাটি ব্যাংকিংবিহীন হলে গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ একটি ইলেকট্রন একটি প্রোটনের চারপার্শ্বে 5.2×10^{-10} m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে $6.977 \times 10^5\ ms^{-1}$ বেগে আবর্তন করছে। ইলেকট্রনের ভর 9.1×10^{-31} kg।

(ক) কৌণিক সরণ কাকে বলে?

(খ) "একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক সংখ্যাগতভাবে এর কৌণিক ভরবেগের সমান।"– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

(গ) উদ্দীপকের আলোকে ইলেকট্রনটির কৌণিক ভরবেগ কত? [য. বো. ২৩; চ. বো. ১৫]

(ঘ) "উদ্দীপকের ইলেকট্রনটি কক্ষপথে নিরাপদে ঘুরছে।"– উক্তিটি সঠিক কিনা তা যাচাই কর। [য. বো. ২৩]

সমাধান:

ক বৃত্তপথে ঘূর্ণায়মান একটি কণা একটি নির্দিষ্ট সময়ে বৃত্তের একটি নির্দিষ্ট চাপ পরিভ্রমণ করে। সেই চাপ কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কৌণিক সরণ বলে।

খ আমরা জানি, ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক বেগের গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

∴ জড়তার ভ্রামক I, কৌণিক বেগ ω এবং কৌণিক ভরবেগ L হলে, $L = I\omega$

এখন, একক সমকৌণিক বেগের ক্ষেত্রে, $\omega = 1\ \therefore L = I \times 1 = I$

অতএব, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান।

গ কৌণিক ভরবেগ, $L = mvr$
$= 9.1 \times 10^{-31} \times 6.977 \times 10^5 \times 5.2 \times 10^{-10}$
$= 3.3 \times 10^{-34}\ kgm^2s^{-1}$ **(Ans.)**

ভর, $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg
বেগ, $v = 6.977 \times 10^5\ ms^{-1}$
ব্যাসার্ধ, $r = 5.2 \times 10^{-10}$ m

ঘ ইলেকট্রনের উপর কেন্দ্রমুখী বল,

$$F_c = \frac{mv^2}{r} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (6.977 \times 10^5)^2}{5.2 \times 10^{-10}} = 8.52 \times 10^{-10}\ N$$

আবার, প্রোটন ও ইলেকট্রনের মধ্যকার স্থির তড়িৎবল,

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{e^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.2 \times 10^{-10})^2} = 8.52 \times 10^{-10}\ N$$

∵ $F = F_c$; উদ্দীপকের ইলেকট্রনটি কক্ষপথে নিরাপদে ঘুরছে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ 6000 kg ভরের একটি বালুভর্তি ট্রাক 72 kmh^{-1} বেগে চলছে। ট্রাক হতে 0.1 kgs^{-1} হারে ছিদ্রপথে বালু পরে যাচ্ছে। 30 min পরে ট্রাকটিকে 10 m দূরত্বের মধ্যে থামানো হল।

(ক) ব্যাংকিং কোণ কী? [ঢা. বো. ২৫]

(খ) বালুর মধ্যে স্বাচ্ছন্দ্যে হাঁটা যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো.,ব. বো. ২৫]

(গ) 30 min পরে ট্রাকের বেগের মান বের কর। [ঢা. বো. ২৫; অনুরূপ চ. বো. ২৩]

(ঘ) ট্রাকটিকে থামানোর জন্য প্রয়োজনীয় বলের মান বের করা যাবে কি-না? বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২৫; অনুরূপ চ. বো. ২৩]

সমাধান:

ক অনুভূমিক রাস্তায় হঠাৎ বাঁক নেওয়ার সময় গাড়ি যাতে ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনায় না পড়ে সেজন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভিতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করে তৈরি করা হয়। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে। অনুভূমিক রেখার সাথে ঐ স্থানে দুই পাশ যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ব্যাংকিং কোণ বলে।

খ বালু দানাদার পদার্থ, এর কণাগুলো পরস্পরের সাথে দুর্বলভাবে যুক্ত এবং বালু কঠিন মাটির মতো প্রতিরোধ দিতে পারে না। যখন আমরা বালুর উপর ভর দেই তখন আমাদের শরীরের ছোট ক্ষেত্রফল (পায়ের তলায়) ক্রিয়া করে এর ফলে চাপ বেড়ে যায়। চাপ বেড়ে যাওয়ায় পা বালুর দানার ফাঁকে ডুবে যায়। এর ফলে স্বাভাবিক প্রতিক্রিয়া বল যথেষ্ট পরিমাণ পাওয়া যায় না। অর্থাৎ যথেষ্ট প্রতিক্রিয়া বল না থাকার দরুণ বালুর মধ্যে স্বাচ্ছন্দ্যে হাঁটা যায় না।

গ দেওয়া আছে, প্রাথমিক ভর, $m_0 = 6000$ kg

প্রাথমিক বেগ, $v_0 = 72\ kmh^{-1} = 20\ ms^{-1}$

বালু পড়ার হার, $\frac{dm}{dt} = 0.1\ kgs^{-1}$

∴ 30 min পর বালুসহ ট্রাকের ভর,

$m = m_0 - 0.1 \times t = 6000 - 0.1 \times 30 \times 60 = 5820$ kg

ট্রাকের উপর কোনো বাহ্যিক বল প্রযুক্ত না হওয়ায় ভরবেগ সর্বদা সংরক্ষিত থাকবে।

অর্থাৎ, $m_0v_0 = mv \Rightarrow v = \frac{m_0v_0}{m} = \frac{6000 \times 20}{5820}$

$\therefore v = 20.61\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে পাই, 30 min পর বেগ, $v = 20.61\ ms^{-1}$

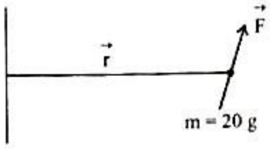
30 min পর ভর, $m = 6000 - 30 \times 60 \times 0.1 = 5820\ kg$

ট্রাকটিকে স্বল্প দূরত্বের মধ্যে থামানোর কারণে ভর এর পরিবর্তন অগ্রাহ্য করা যায়।

ভর ধ্রুবক থাকলে প্রয়োজনীয় বল, $F = ma$

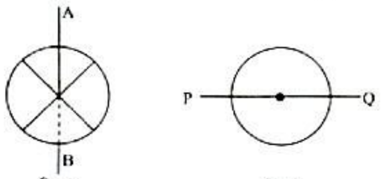
$$\Rightarrow F = m \times \frac{v^2}{2s} = 5820 \times \frac{20.61^2}{2 \times 10} N = 123.6\ kN\ \textbf{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ১৩ **দৃশ্যকল্প-১:** ঘূর্ণনরত বস্তুর ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})m$ এবং বল, $\vec{F} = (\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})N$।



বস্তুটি শুরুতে 200 rpm এ ঘুরছিল। অতঃপর উক্ত বল 3 s ব্যাপী প্রয়োগ করা হল।

দৃশ্যকল্প-২: নিচের চিত্র-১ এ একটি বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্র দিয়ে পাতের অভিলম্বভাবে AB অক্ষ দণ্ডটি এবং চিত্র-২ এ চাকতির পাতের সমতলে ব্যাসের মধ্য দিয়ে PQ অক্ষ দণ্ডটি আছে। প্রতিটি পাতের ভর $m = 2\ kg$ এবং ব্যাসার্ধ, $r = 1\ m$।



চিত্র-১ চিত্র-২

(ক) সংঘর্ষ কাকে বলে? [য. বো. ২৩]

(খ) গতিশীল লিফটে বস্তুর কার্যকর ওজনের তারতম্য ব্যাখ্যা করো। [য. বো. ২৩]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর পাতদুটিতে সমপরিমাণ টর্ক প্রয়োগ করলে এদের মধ্যে একই ঘূর্ণন সৃষ্টি হবে কি? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [ব. বো. ২১]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, বল প্রয়োগের পূর্বের ও পরের পর্যায়কাল তুলনা করো। [য. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক অতি অল্প সময়ের জন্য বৃহৎ কোনো বল ক্রিয়া করে বস্তুর গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন করাকে সংঘর্ষ বলে।

খ m ভরবিশিষ্ট একজন লোক যখন একটি গতিশীল লিফটের মেঝের উপর দাঁড়িয়ে থাকে, তখন তার দেহের ওজনের জন্য মেঝের উপর একটি নিম্নমুখী বল mg ক্রিয়া করে এবং মেঝে লোকটির উপর একটি ঊর্ধ্বমুখী প্রতিক্রিয়া বল R প্রয়োগ করে।

লিফটের সম্ভাব্য বিভিন্ন ত্বরণ a এর জন্য আপাত ওজন অর্থাৎ প্রতিক্রিয়া বল নিম্নরূপে নির্ণয় করা হল−

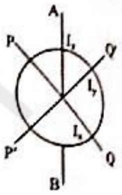
i. লিফট যখন a ত্বরণ নিয়ে ওঠে তখন, $R = m(g + a)$ হয়। যা লোকের ওজন mg অপেক্ষা বেশি, তাই লোকটি তখন নিজেকে অপেক্ষাকৃত ভারী অনুভব করে।

ii. লিফট যখন a ত্বরণ নিয়ে নিচে নামে তখন $R = m(g - a)$ হয়। যা লোকটির ওজন mg অপেক্ষা কম। তাই লোকটি নিজেকে অপেক্ষাকৃত হালকা মনে করে।

iii. লিফটের তার ছিঁড়ে লিফটি অবাধে নিজের দিকে পড়তে থাকলে লিফটের নিম্নমুখী ত্বরণ $a = g$ হয়। তাই তখন $R = 0$ হয়ে যায়, ফলে লোকটি নিজেকে সম্পূর্ণ ওজনহীন মনে করে।

গ AB অক্ষের সাপেক্ষে, $I_1 = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1\ kgm^2$

PQ অক্ষের সাপেক্ষে, $I_x + I_y = I_z$ [লম্ব অক্ষ উপপাদ্য অনুযায়ী]



$$\Rightarrow I_x + I_x = \frac{1}{2}mr^2 \quad [\because I_x = I_y]$$

$$\Rightarrow I_x = \frac{1}{4}mr^2 = \frac{1}{4} \times 2 \times 1^2 = 0.5\ kgm^2$$

আমরা জানি, $\tau = I\alpha$; τ ধ্রুবক থাকলে, $I\alpha$ = ধ্রুবক

$$\therefore I_1\alpha_1 = I_2\alpha_2 \Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{0.5}{1} \Rightarrow \alpha_1 = 0.5 \times \alpha_2$$

∴ সমপরিমাণ টর্ক প্রয়োগ করলে এদের মধ্যে একই ঘূর্ণন সৃষ্টি হবে না। **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \times (\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -3 \end{vmatrix} = \hat{i}(-6 + 4) - \hat{j}(-6 + 1) + \hat{k}(8 - 2)$$

$$= -2\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}\ Nm$$

$$\therefore |\vec{\tau}| = \sqrt{2^2 + 5^2 + 6^2} = 8.06\ Nm$$

বল প্রয়োগের পূর্বে, $\omega_i = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 200}{60} = 20.944\ rads^{-1}$

$$\therefore T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} = \frac{2\pi}{20.944} = 0.3\ s$$

বল প্রয়োগের পরে, $\tau = I\alpha$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{\tau}{mr^2} = \frac{8.06}{20 \times 10^{-3} \times (2^2 + 2^2 + 1^2)} = 44.778\ rads^{-2}$$

$$\therefore \omega_f = \omega_i + \alpha t = 20.944 + 44.778 \times 3 = 155.278\ rads^{-1}$$

∴ পর্যায়কাল, $T_f = \frac{2\pi}{\omega_f} = 0.04\ s < T_i$

সুতরাং বল প্রয়োগের পরে পর্যায়কাল হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ $3\ ms^{-1}$ বেগে 2 kg ভরের একটি বস্তু 0.5 kg ভরের অন্য একটি স্থির বস্তুর সঙ্গে সোজাসুজি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হয়।

(ক) নিশ্চল কোণ কী? [ব. বো. ২৩]

(খ) রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতিতে দিকের গুরুত্ব আছে কি না? আলোচনা কর। [ব. বো. ২৩]

(গ) সংঘর্ষের পর স্থির বস্তুর শেষ বেগ কত? নির্ণয় কর। [ব. বো. ২৩]

(ঘ) উদ্দীপকের গতিশীল বস্তুর ভর স্থির বস্তুর ভরের তুলনায় অনেক বেশি হলে সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয়ের পরিণতি কী হবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ব. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক অনুভূমিকের সাথে আনত কোনো তলের যে কোণের জন্য আনত তলের উপর অবস্থিত স্থির কোনো বস্তু গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয় তাকে নিশ্চল কোণ বলে।

খ কোনো বস্তুর ভর এবং রৈখিক বেগের গুণফলকে বস্তুটির রৈখিক ভরবেগ বলে। রৈখিক ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি।

আমরা জানি, রৈখিক ভরবেগ $\vec{P} = m\vec{v}$। যেহেতু ভরবেগ $\vec{P}$ একটি ভেক্টর রাশি, তাই $\vec{P}$ সংরক্ষিত হওয়ার অর্থ হচ্ছে এর মান ও দিক উভয়ই অপরিবর্তিত থাকবে। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে সংঘর্ষের পূর্বে ব্যবস্থার ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি আর সংঘর্ষের পরে ব্যবস্থার ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি সর্বদা সমান থাকে। তাই রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতিতে দিকের গুরুত্ব রয়েছে।

TDE EDUCATIONAL TEAM

গ আমরা জানি,

$v_2 = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right) u_2 + \left(\frac{2m_1}{m_2 + m_1}\right) u_1$

$= \frac{0.5 - 2}{0.5 + 2} \times 0 + \frac{2 \times 2}{0.5 + 2} \times 3$

$= 4.8\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
১ম বস্তুর ভর, $m_1 = 2\ kg$
১ম বস্তুর বেগ, $u_1 = 3\ ms^{-1}$
২য় বস্তুর ভর, $m_2 = 0.5\ kg$
২য় বস্তুর বেগ, $u_2 = 0$

ঘ যখন, $m_1 >> m_2$ হয় তখন, $m_1 - m_2 \approx m_1$; $m_1 + m_2 \approx m_1$

যদি $m_1 >> m_2$ হয় তবে, $v_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2$

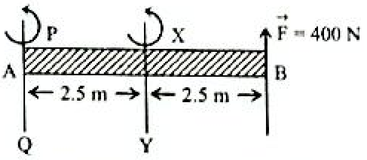
$= \frac{m_1}{m_1} \times u_1 + 0 \quad [\because u_2 = 0]$

$= u_1 = 3\ ms^{-1}$

$v_2 = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right) u_2 + \frac{2m_1}{m_2 + m_1} u_1 = 0 + \frac{2m_1}{m_1} \times u_1 = 2u_1 = 2 \times 3 = 6\ ms^{-1}$

সুতরাং, গতিশীল বস্তুটি আদিবেগেই চলবে। কিন্তু স্থির বস্তুটি গতিশীল বস্তুর দ্বিগুণ বেগ প্রাপ্ত হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ দৃশ্যকল্প-১: AB দণ্ডের ভর 8 kg এবং PQ ও XY ঘূর্ণন অক্ষ।



দৃশ্যকল্প-২: P ও Q দুটি গোলকের ভর যথাক্রমে 0.025 kg ও 0.05 kg। P ও Q গোলকদ্বয়কে 2টি পৃথক সুতার সাহায্যে বেঁধে যথাক্রমে 0.909 m ও 0.709 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আনুভূমিকভাবে মিনিটে 30 বার ঘুরানো হচ্ছে। সুতাটি সর্বোচ্চ 0.275 N বল সহ্য করতে পারে।

(ক) কৌণিক বেগ কাকে বলে? [ব. বো. ২৫]

(খ) রাস্তার ব্যাংকিং এর প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২; চ. বো. ১৭; ঢা. বো. ১৬]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, PQ ও XY এর মধ্যে কোন অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো অধিকতর সহজ হবে? গাণিতিকভাবে মতামত দাও। [য. বো. ২৫; অনুরূপ য. বো. ২১; সম্মিলিত বো. ১৮]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, P ও Q গোলকের সুতার মধ্যে কোন সুতাটি ছিঁড়ে যাবে? গাণিতিভাবে বিশ্লেষণপূর্বক যুক্তি দাও। [কু. বো. ২২; অনুরূপ ব. বো. ২৫]

সমাধান:

ক সময়ের সাথে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

খ বাঁকের মুখের রাস্তার তলকে আনুভূমিক তলের সাথে হেলিয়ে রাখতে হয় যাতে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে উঁচুতে থাকে। একে ব্যাংকিং বলে।

কোনো গাড়ি যখন রাস্তা বাঁক নেয়, তখন বক্রপথে বাঁক নেওয়ার জন্য একটি কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এই কেন্দ্রমুখী বলের যোগান না পেলে গাড়ি রাস্তা থেকে ছিটকে যেতে পারে। তাই দুর্ঘটনা এড়াতে বাঁক নেওয়ার জায়গায় রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে উঁচুতে রাখা হয়। ফলে কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি হয় এবং এ বলের কারণে গাড়িটি বাঁক নেওয়ার সময় রাস্তা থেকে ছিটকে যায় না।

গ PQ অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক,

$I_{PQ} = \frac{1}{3} mL^2 = \frac{1}{3} \times 8 \times 5^2 = 66.67\ kgm^2$

দণ্ডটির ভর, $m = 8\ kg$
দণ্ডটির দৈর্ঘ্য, $L = 5\ m$

XY অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক,

$I_{XY} = \frac{1}{12} mL^2 = \frac{1}{12} \times 8 \times 5^2 = 16.67\ kgm^2$

$I_{PQ} > I_{XY}$ $\therefore$ XY অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটি ঘুরানো অধিকতর সহজ হবে। **(Ans.)**

ঘ P গোলকের ক্ষেত্রে, সুতার টান, $T_1 = F_c$

$= m_1\omega^2 r_1 = m_1 \times \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \times r_1 = 0.025 \times \left(\frac{2\pi \times 30}{60}\right)^2 \times 0.909$

$= 0.224\ N$

Q গোলকের ক্ষেত্রে, সুতার টান, $T_2 = F_c$

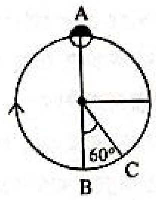
$= m_2\omega^2 r_2 = m_2 \times \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \times r_2 = 0.05 \times \left(\frac{2\pi \times 30}{60}\right)^2 \times 0.709$

$= 0.35\ N$

$\therefore T_1 < 0.275\ N$ এবং $T_2 > 0.275\ N$

সুতরাং Q গোলকের সুতাটি ছিড়ে যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ পাশের চিত্রটি লক্ষ্য কর: 100 g ভরের একটি পাথরখণ্ডকে 4 ms^{-1} বেগে উলম্বতলে পাশে বর্ণিত চিত্র মতে 1 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে।



(ক) নিউটন বল কাকে বলে? [ব. বো. ২৫]

(খ) দ্রুত দরজা খোলার জন্য বল কোথায় প্রয়োগ করতে হয়? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৫]

(গ) ঘূর্ণনরত বস্তুটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [সি. বো. ২২; অনুরূপ ম. বো. ২১]

(ঘ) উদ্দীপকে বর্ণিত A, B ও C বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটিতে সুতার টান সবচেয়ে বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ধারণ কর। [সি. বো. ২২; অনুরূপ ঢা. বো. ২৫; দি. বো., ম. বো. ২১]

সমাধান:

ক 1 কেজি ভরবিশিষ্ট কোনো একটি বস্তুতে প্রযুক্ত হয়ে 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 নিউটন বল বলে।

খ দরজার কব্জার কাছাকাছি বল প্রয়োগ করলে দরজা খোলা কঠিন হয়। কিন্তু কব্জা থেকে যত দূরে বল প্রয়োগ করা হয়, দরজা তত সহজে ও দ্রুত খোলা যায়। এর কারণ হলো দরজা ঘোরার ক্ষেত্রে ঘূর্ণন বল (Torque) কাজ করে। ঘূর্ণন বলের সূত্রানুযায়ী টর্ক, $\tau = F \times d$, যেখানে F = প্রয়োগকৃত বল এবং d = বলের লম্ব দূরত্ব (কব্জা থেকে যেখানে বল প্রয়োগ করা হয়)।

অর্থাৎ, কব্জা থেকে যত বেশি দূরত্বে বল প্রযুক্ত হবে তথা d এর মান বেশি হবে, তত বেশি ঘূর্ণন বল তৈরি হবে। যত বেশি ঘূর্ণন বল তত সহজে এবং দ্রুত দরজা খোলা যাবে।

গ আমরা জানি, $v = r\omega$

$\Rightarrow v = r \times \frac{2\pi}{T}$

দেওয়া আছে, বেগ, $v = 4\ ms^{-1}$
ব্যাসার্ধ, $r = 1\ m$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \times 1}{4} = 1.571\ s$ **(Ans.)**

ঘ উলম্বতলে ঘূর্ণনরত বস্তুর যেকোনো বিন্দুতে সুতার টান,

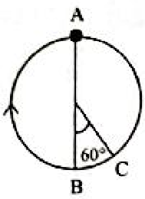
$T = \frac{mv^2}{r} + mg\cos\theta$

$\therefore$ A বিন্দুতে টান, $T_A = \frac{mv^2}{r} + mg\cos(180°)$

$= \frac{0.1 \times 4^2}{1} - 0.1 \times 9.8 = 0.62\ N$

B বিন্দুতে টান, $T_B = \frac{mv^2}{r} + mg\cos(0°)$

$= \frac{0.1 \times 4^2}{1} + 0.1 \times 9.8 = 2.58$ N



C বিন্দুতে টান, $T_C = \frac{mv^2}{r} + mg\cos(60°)$

$= \frac{0.1 \times 4^2}{1} + 0.1 \times 9.8 \times \frac{1}{2} = 2.09$ N

অর্থাৎ, $T_B > T_C > T_A$ ∴ B অবস্থানে টান সবচেয়ে বেশি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ আরিতার ভর 40 kg। সে একটি ঘর্ষণহীন উলম্ব অক্ষের সাপেক্ষে অনুভূমিকভাবে ঘূর্ণায়মান নাগরদোলার প্রান্তবিন্দুতে চড়ে 25 m ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 10 বার ঘুরছে। আরিতা ধীরে ধীরে কেন্দ্রের দিকে আসতে থাকে এবং কেন্দ্র থেকে 6 m দূরে একটি বিন্দুতে পৌঁছায়।

(ক) টর্কের মাত্রা লিখ।

(খ) বৃত্তাকার পথে বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২১]

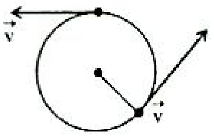
(গ) প্রান্তবিন্দুতে থাকাবস্থায় আরিতার রৈখিক বেগ কত? [রা. বো. ২১ অনুরূপ ব. বো. ২৫]

(ঘ) আরিতা প্রান্তবিন্দু থেকে কেন্দ্রের দিকে আসলে তার কৌণিক ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হবে কি-না তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে পর্যালোচনা কর। [রা. বো. ২১]

সমাধান:

ক টর্কের মাত্রা $[ML^2T^{-2}]$

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হতে থাকে। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর বেগের দিক বৃত্তের পরিধির উপর ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর।



পরিধির বিভিন্ন বিন্দুতে স্পর্শকের অভিমুখ বিভিন্ন হয় বলে বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হয়। বেগ একটি ভেক্টর রাশি। বেগের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনের কারণে বেগ পরিবর্তিত হয়। তাই বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

গ আমরা জানি, রৈখিক বেগ, $v = r\omega$

$\therefore v = \frac{d}{2} \times \frac{2\pi N}{t} = \frac{25}{2} \times \frac{2\pi \times 10}{60} = 13.09 \text{ ms}^{-1}$

আরিতার প্রান্তবিন্দুতে থাকাবস্থায় রৈখিক বেগ 13.09 ms^{-1} **(Ans.)**

ঘ প্রান্তবিন্দুতে থাকা অবস্থায়, কৌণিক ভরবেগ,

$L_1 = I_1\omega = mr_1^2\omega$

$= 40 \times \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times 1.047$

$= 6545 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$

দেওয়া আছে, কৌণিক বেগ,

$\omega = 10 \text{ rpm} = \frac{2\pi \times 10}{60} = 1.047 \text{ rads}^{-1}$

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$ m

কেন্দ্র থেকে 6 m দূরত্বে,

কৌণিক ভরবেগ, $L_2 = I_2\omega = mr_2^2\omega = 40 \times 6^2 \times 1.047 = 1508 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$

$\therefore L_1 > L_2$

এখন, $\Delta L = L_1 - L_2 = 6545 - 1508 = 5037 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$

∴ কেন্দ্রের দিকে অগ্রসর হলে ভরবেগ $5037 \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$ হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ 1400 kg ভরের একটি গাড়ি 20 m প্রশস্ত কোনো বাঁকা রাস্তায় বাঁক নিচ্ছে। রাস্তার বাইরের প্রান্ত ভিতরের প্রান্ত অপেক্ষা 0.75 m উঁচু। রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ 100 m। যাত্রীরা চালককে 8 ms^{-1} বেগে গাড়ি চালাতে অনুরোধ করে।

(ক) নিউটনের গতির ১ম সূত্রটি বিবৃত কর।

(খ) আমাদের হাঁটার ক্ষেত্রে নিউটনের ৩য় সূত্র প্রযোজ্য হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]

(গ) রাস্তায় গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল প্রতিক্রিয়া বল হিসাব কর। [কু. বো. ২১]

(ঘ) গাড়ির চালক যাত্রীদের অনুরোধ রক্ষা করতে পারবেন কি না যাচাই কর। [কু. বো. ২১]

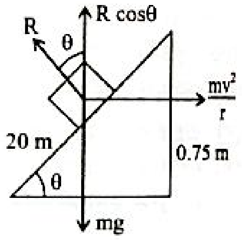
সমাধান:

ক বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে সরলপথে চলতে থাকবে।

খ আমাদের হাঁটার ক্ষেত্রে নিউটনের সূত্র প্রযোজ্য হয়। নিউটনের ৩য় সূত্র অনুযায়ী প্রত্যেক ক্রিয়ারই সমান এবং বিপরীত প্রতিক্রিয়া থাকে। আমরা যখন হাঁটি, তখন আমাদের পা মাটির ওপর পেছনের দিকে এক ধরনের বল প্রয়োগ করে। ক্রিয়া বল পা মাটিকে পেছনের দিকে ঠেলে দেয়। প্রতিক্রিয়া বল হিসেবে মাটি আমাদের পায়ের ওপর সমান মানের বিপরীতমুখী (অর্থাৎ সামনের দিকে) বল প্রয়োগ করে।

এই সামনের দিকে প্রাপ্ত প্রতিক্রিয়া বলই আমাদের শরীরকে সামনের দিকে অগ্রসর হতে সাহায্য করে।

গ দেওয়া আছে, গাড়ির ভর, m = 1400 kg



চিত্র হতে, $R\cos\theta = mg \Rightarrow R = \frac{mg}{\cos\theta}$

$\Rightarrow R = \frac{1400 \times 9.8}{\cos\left[\sin^{-1}\left(\frac{0.75}{20}\right)\right]}$

$\therefore R = 13.73$ kN **(Ans.)**

ঘ ধরি, v_{max} বেগে গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে।

$\therefore \tan\theta = \frac{v_{max}^2}{rg}$

$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\tan\theta rg}$

$= \sqrt{100 \times 9.8 \times \tan(2.149°)}$

$= 6.064 \text{ ms}^{-1} < 8 \text{ ms}^{-1}$

দেওয়া আছে, ব্যাংকিং কোণ,

$\theta = \sin^{-1}\frac{0.75}{20} = 2.149°$

ব্যাসার্ধ, r = 100 m

সুতরাং, গাড়িটি 8 ms^{-1} বেগে চালানো হলে নিরাপদে বাঁক নেয়া সম্ভব হবে না। তাই গাড়ির চালক যাত্রীদের অনুরোধ রক্ষা করতে পারবেন না।

প্রশ্ন ▶ ১৯ 60 kg ভরের একজন নৃত্যশিল্পী দুহাত প্রসারিত করে মিনিটে 20 বার ঘুরতে পারেন। তিনি একটি সংগীত এর সাথে তাল মেলানোর চেষ্টা করছিলেন।

(ক) বলের ঘাতের মাত্রা লিখ।

(খ) নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়– এর তাৎপর্য লিখ। [ব. বো. ১৭]

(গ) নৃত্যশিল্পীকে সংগীত এর সাথে ঐকতানিক হতে মিনিটে 30 বার ঘুরলে জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের তুলনা কর। [ব. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকের নৃত্যশিল্পীর পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে কি? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [ব. বো. ১৭; অনুরূপ য. বো. ১৯]

সমাধানঃ

ক বলের ঘাতের মাত্রা = $[MLT^{-1}]$

খ ধরি, নিজ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক = I_1 এবং কৌণিক বেগ = ω_1

কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুযায়ী, $L_1 = L_2$

$\Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow I_1\omega_1 = \frac{I_1}{2}\omega_2$ $\left[\text{প্রশ্নমতে, } I_2 = \frac{I_1}{2}\right]$

$\therefore \omega_2 = 2\omega_1$

সুতরাং কোন ব্যক্তির নিজ অক্ষের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান অবস্থায় জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়।

গ কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা অনুসারে, $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

$\Rightarrow I_1 \times 20 = I_2 \times 30$

$\Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} \times I_1$

প্রাথমিক কৌণিক বেগ, $\omega_1 = 20$ rpm
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_2 = 30$ rpm

সুতরাং ঐকতানিক হতে জড়তার ভ্রামক পূর্বের $\frac{2}{3}$ গুণ করতে হবে। (Ans.)

ঘ প্রথম ক্ষেত্রে, কৌণিক গতিশক্তি, $E_1 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2} \times I_1 \times 20^2$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, কৌণিক গতিশক্তি, $E_2 = \frac{1}{2} \times I_2 \times 30^2$

$\therefore \frac{E_1}{E_2} = \frac{I_1}{I_2} \times \frac{20^2}{30^2} = \frac{3}{2} \times \frac{20^2}{30^2} = \frac{2}{3}$ $\left[\text{'গ' হতে পাই, } I_2 = \frac{2}{3}I_1\right]$

$\therefore E_2 = 1.5\ E_1$

সুতরাং, নৃত্যশিল্পীর পরিবর্তিত কৌণিক গতিশক্তি পূর্বের 1.5 গুণ হবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২০ একটি মহাকাশযানের ভর 20,000 kg। এটি 1500 ms^{-1} ধ্রুব বেগে চলছিল। হঠাৎ গতিবেগ বাড়ানোর জন্য ইঞ্জিন থেকে 1200 ms^{-1} আপেক্ষিক বেগে 5 sec ধরে গ্যাস বাষ্প উৎক্ষেপণ করলো। এতে মহাকাশযানের গতিবেগ 3 ms^{-1} বেড়ে গেল।

(ক) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলতে কী বুঝ?

(খ) চলন্ত গাড়ির চাকার কাদা বাইরের দিকে ছিটকে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫]

(গ) মহাকাশযানের ত্বরণ কত হবে?

(ঘ) মহাকাশযানে ধাক্কার মান কত এবং উদ্দীপকে নির্গত গ্যাস বাষ্পের ভর কত?

সমাধানঃ

ক দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে যদি বস্তুদ্বয়ের গতিশক্তি সংরক্ষিত না হয় তবে সেই সংঘর্ষকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

খ গাড়ির চাকায় যখন কাদা লেগে থাকে, তখন চাকা ঘুরতে শুরু করলে কাদার কণাগুলোও চাকাসহ ঘুরতে থাকে। কিন্তু কাদার কণা ও চাকার ঘর্ষণবল সীমিত ফলে চাকা ঘোরার সময় কাদার কণা চাকার সাথে লেগে বৃত্তাকার পথে থাকতে পারে না। কণা বৃত্তাকার পথে থাকতে চাইলে তাকে কেন্দ্রমুখী বল পেতে হবে। কিন্তু চাকার ঘর্ষণ এ বল সরবরাহ করতে পারে না। ফলে কাদার কণাগুলো তাদের জড়তার কারণে সরলরেখায় চলতে থাকে। চাকাটি বৃত্তে ঘুরছে বলে বাইরে থেকে মনে হয় কাদার কণা বাইরের দিকে ছিটকে যাচ্ছে। অর্থাৎ কাদা বৃত্তাকার পথে থাকার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল পায় না তাই জড়তার কারণে সরলরেখায় চলতে গিয়ে বাইরের দিকে ছিটকে যায়।

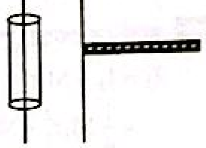
গ মহাকাশযানের ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t} = \frac{(1500+3)-1500}{5} = 0.6\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ মহাকাশযানে ধাক্কার মান, $F = ma = 20000 \times 0.6 = 12000$ N

আমরা জানি, $F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v_r$

$\Rightarrow \Delta m = \frac{F\Delta t}{v_r} = \frac{12000 \times 5}{1200} = 50$ kg **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২১ দৃশ্যকল্প-১: চিত্র-১ এ 2.5 kg ভরের ও 20 cm ব্যাসের একটি নিরেট সিলিন্ডার 120 rpm এ এর অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তন করছে। সিলিন্ডারটিকে গলিয়ে চিত্র-২ এর ন্যায় একই ভর ও 250 cm দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সুষম সরু দণ্ডে পরিণত করা হলো যা 100 rpm এ আবর্তন করছে।



চিত্র-১ চিত্র-২

দৃশ্যকল্প-২: একটি সরু সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে অভিলম্বভাবে একটি ঘূর্ণন অক্ষ স্থাপন করে তাকে ঘুরানো হচ্ছে। দণ্ডের দৈর্ঘ্য ও ভর যথাক্রমে 1 m ও 100 g। পরবর্তীতে দণ্ডটিকে পিটিয়ে 0.1 m ব্যাসার্ধের পাতলা বৃত্তাকার চাকতিতে পরিণত করা হলো। অপর ক্ষেত্রে, চাকতির ভরের সাথে আরো 200 g যোগ করে $2 \times 10^{-3}\ m^3$ আয়তনের নিরেট গোলকে পরিণত করা হলো।

(ক) **কেন্দ্রমুখী বল কী?** [চ. বো., কু. বো., দি. বো. ২১; ঢা. বো. ১৫; রা. বো. ১৭; দি. বো. ১৬]

(খ) **কৌণিক গতিতে গতিশীল কোনো বস্তুর গতিপথের ব্যাসার্ধ ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ একই হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর।** [চ. বো. ২৫]

(গ) **দৃশ্যকল্প-১ এর কোন বস্তুর ঘূর্ণন থামানো কঠিনতর হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর।** [চ. বো. ২৫; অনুরূপ চ. বো. ২১]

(ঘ) **দৃশ্যকল্প-২ হতে, চাকতির যে কোনো স্পর্শকের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ ও গোলকের ব্যাসের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।**

সমাধানঃ

ক যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে চলতে থাকে এবং যে বল সবসময় বস্তুর গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র বল (Centripetal force) বলা হয়।

খ কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে আবর্তন করলে আমরা বলি যে এটি কৌণিক গতিতে আছে। গতিপথের ব্যাসার্ধ হচ্ছে বৃত্তাকার পথে বস্তুর ঘূর্ণনের ব্যাসার্ধ। অন্যদিকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ হচ্ছে এমন একটি দূরত্ব যেখানে যদি পরো ভরকে কেন্দ্র করে ধরা হয়, তবে জড়তার ভ্রামক অপরিবর্তিত থকে।

কোনো বস্তু যদি একটি বিন্দু ভর (Point mass) হয় এবং এটি কেন্দ্র থেকে π দূরত্বে ঘুরে তবে এর জড়তার ভ্রামক হবে, $I = Mr^2$ তাই চক্রগতির ব্যাসার্ধ হবে, $k = r$

অর্থাৎ, বিন্দুভরের ক্ষেত্রে গতিপথের ব্যাসার্ধ ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ একই হয়।

গ চিত্র-১ এর বস্তুর জন্য জড়তার ভ্রামক,

$I_1 = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 2.5 \times 0.1^2$

$= 0.0125\ kgm^2$

m = বস্তুর ভর = 2.5 kg
$r = \frac{20}{2}$ cm = 0.1 m

১ম বস্তুর ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E_1 = \frac{1}{2}I_1\omega^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.0125 \times 12.56^2 = 0.986$ J

$\omega = \frac{120 \times 2\pi}{60}$
$= 12.56$ rad/s

চিত্র-২ এর বস্তুর জন্য জড়তার ভ্রামক,

$I_2 = \frac{1}{3}mL^2 = \frac{1}{3} \times 2.5 \times 2.5^2$

$= 5.209 \text{ kgm}^2$

| m = 2.5 kg
| L = দণ্ডের দৈর্ঘ্য = 2.5 m

২য় বস্তুর ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E_2 = \frac{1}{2}I_2\omega^2$

$= \frac{1}{2} \times 5.209 \times 10.47^2 = 285.507 \text{ J}$

| $\omega = \frac{2\pi \times 100}{60}$
| $= 10.47 \text{ rad/s}$

$\because E_1 < E_2$; ২য় বস্তুর ঘূর্ণন থামানো কঠিনতর হবে। **(Ans.)**

ঘ চাকতির ক্ষেত্রে, স্পর্শকের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$I_1 = I_d + M_1r_1^2$

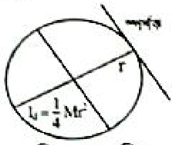
$= \frac{1}{4}M_1r_1^2 + M_1r_1^2$

$= \frac{5}{4}M_1r_1^2 = \frac{5 \times 0.1 \times (0.1)^2}{4}$

$= 1.25 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$

$\therefore$ চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K_1 = \sqrt{\frac{I_1}{M_1}}$

$= \sqrt{\frac{1.25 \times 10^{-3}}{0.1}} = 0.1118 \text{ m}$



চিত্র: চাকতি

দেওয়া আছে,
চাকতির ভর, $M_1 = 0.1$ kg
চাকতির ব্যাসার্ধ, $r_1 = 0.1$ m

আবার, নিরেট গোলকের জন্য ব্যাসের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$I_2 = \frac{2}{5}M_2r_2^2$

$= \frac{2}{5} \times 0.3 \times (0.078)^2$

$= 7.3 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$

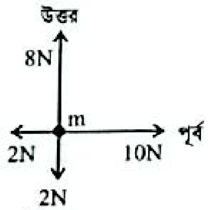
$\therefore$ চক্রগতির ব্যাসার্ধ, $K_2 = \sqrt{\frac{I_2}{M_2}}$

$= \sqrt{\frac{7.3 \times 10^{-4}}{0.3}} = 0.0493 \text{ m}$

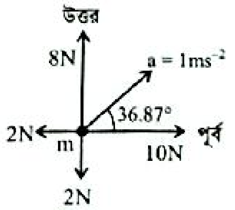
দেওয়া আছে,
নিরেট গোলকের ভর,
$M_2 = 0.1 + 0.2 = 0.3$ kg
আয়তন, $V = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi r_2^3 = 2 \times 10^{-3}$
$\therefore r_2 = 0.078$ m

$\therefore K_1 > K_2$ অর্থাৎ বৃত্তাকার চাকতির চক্রগতির ব্যাসার্ধ, নিরেট গোলকের চক্রগতির ব্যাসার্ধের তুলনায় বেশি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২২ m = (10 kg) ভরের একটি বস্তুর উপর একই সময়ে চারটি বল ক্রিয়া করছে, যা ১নং চিত্রে দেখানো হলো–



চিত্র-১



চিত্র-২

(ক) ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে নিউটনের ১ম সূত্র লিখ।

(খ) ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২১]

(গ) ১নং চিত্রে বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল নিট বলের মান কত? [সি. বো. ২১]

(ঘ) ১নং চিত্রের আলোকে ২নং চিত্রের সঠিকতা যাচাই কর। [সি. বো. ২১]

সমাধানঃ

ক কোনো বস্তুর ওপর টর্ক ক্রিয়াশীল না হলে স্থির বস্তু স্থির অবস্থানে এবং ঘূর্ণনরত বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে।

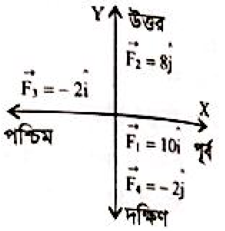
খ যে বলের বিরুদ্ধে করা কাজের পুনরুদ্ধার সম্ভব নয় তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে। কোনো বস্তুকে একটি অমসৃণ তলের উপর দিয়ে টেনে নিয়ে যাওয়ার সময় ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। অমসৃণ তলটি অনুভূমিক হলে এই কৃতকাজ বস্তুটির মধ্যে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত হয় না এবং বস্তুটিও কোনো কাজ করার সামর্থ্য লাভ করে না। বস্তুটিকে আবার প্রাথমিক অবস্থায় ফিরিয়ে আনার সময় ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। সুতরাং ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কৃতকাজের পুনরুদ্ধার সম্ভব নয়। তাই ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল।

গ ধরি, পূর্ব দিক ও উত্তর দিক যথাক্রমে X অক্ষ ও Y অক্ষের ধনাত্মক দিক।

নিট বল, $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}$

$= 10\hat{i} + 8\hat{j} - 2\hat{i} - 2\hat{j}$

$= 8\hat{i} + 6\hat{j}$



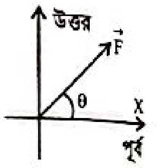
$\therefore$ নিট বলের মান, $|\vec{F}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ N **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, নিট বল, $\vec{F} = 8\hat{i} + 6\hat{j}$

এবং $|\vec{F}| = 10$ N

$\therefore \tan\theta = \frac{6}{8} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.87°$

$\therefore$ ত্বরণ, $a = \frac{F}{m} = \frac{10}{10} = 1 \text{ ms}^{-2}$



চিত্র-১ হতে পাই, নিট বল পূর্ব দিকের সাথে 36.87° কোণে ক্রিয়া করে এবং বস্তুর ত্বরণ 1 ms⁻² যা চিত্র-২ কে সমর্থন করে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৩ একজন সাইকেল আরোহী 15 ms⁻¹ বেগে একটি রাস্তার বাঁক অতিক্রম করার সময় উলম্বের সাথে 20° কোণে হেলে যায়। এ সময় সাইকেলের উপর রাস্তার মোট প্রতিক্রিয়া বলের মান ছিল 1147.18 N, সাইকেলের ভর 35 kg এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms⁻²। উপরোক্ত তথ্যগুলো বিশ্লেষণ করে একজন শিক্ষার্থী মন্তব্য করলেন সাইকেল আরোহীর ভর 75 kg।

(ক) কৌণিক ত্বরণের মাত্রা সমীকরণ বের করো।

(খ) ভিন্ন তলে অবস্থিত তিনটি ভেক্টর রাশির লব্ধি কখনো শূন্য হয় না- ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪]

(গ) রাস্তাটির বাঁকের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৪]

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর মন্তব্যের যথার্থতা যাচাই কর। [ম. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক কৌণিক ত্বরণের মাত্রা সমীকরণ: $[\alpha] = [T^{-2}]$

খ তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে হলে অবশ্যই সবগুলো ভেক্টরকে একই সমতলে থাকতে হয়। উদাহরণস্বরূপ: যদি তিনটি ভেক্টর একই সমতলে থাকে এবং একে অপরকে ত্রিভুজ আকারে সাজানো যায়, তবে তাদের লব্ধি শূন্য হতে পারে। কিন্তু ভিন্নতলে তিনটি ভেক্টর থাকলে তারা কোনো ত্রিভুজ বা বহুভুজ গঠন করতে পারে না। এইক্ষেত্রে একটির সাথে অপর দুইটি যোগ করে কখনোই সম্পূর্ণভাবে একে অপরকে নিঃশেষ করতে পারবে না। সহজভাবে বললে, ভিন্ন সমতলে থাকা মানে একটির উপাংশ এমন দিকে থাকবে যেদিকে বাকি দুইটি ভেক্টরের কোনো উপাংশ নেই। তাই ওই উপাংশকে অন্য দুইটি ভেক্টর দ্বারা প্রতিহত বা নিষ্ক্রিয় করা সম্ভব হয় না।

গ দেওয়া আছে, সাইকেল আরোহীর বেগ, v = 15 m/s

উলম্বের সাথে কোণ, θ = 20°

আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\Rightarrow r = \frac{v^2}{g\tan\theta} = \frac{15^2}{9.8\tan(20°)} = 63.08 \text{ m}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, প্রতিক্রিয়া বল, $R = 1147.18$ N

$$R\cos\theta = mg \Rightarrow 1147.18 \times \cos 20° = m \times 9.8$$
$$\Rightarrow m = \frac{1147.18 \times \cos 20°}{9.8} = 110 \text{ kg}$$

ধরি, আরোহীর ভর M $\therefore M + 35 = 110 \Rightarrow M = 75$ kg

অতএব, শিক্ষার্থীর মন্তব্য যথার্থ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৪ 142 cm এবং 122 cm ব্যাসের দুটি বৈদ্যুতিক পাখা বানানো হলো। প্রথমটি মিনিটে 150 বার ও দ্বিতীয়টি মিনিটে 180 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 2 s পর উভয় পাখা থেমে যায়।

(ক) 1 পাউন্ডাল বল কাকে বলে? [রা. বো. ১৬]

(খ) ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৭]

(গ) প্রথম পাখাটির প্রান্তবিন্দুতে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ হিসাব কর। [কু. বো. ১৭; অনুরূপ কু. বো. ২৩]

(ঘ) সুইচ বন্ধ করার পর থেকে থেমে যাবার আগ পর্যন্ত উভয় পাখাই কী সমান সংখ্যক বার ঘুরে থেমেছে– যাচাই কর। [কু. বো. ১৭]

সমাধান:

ক যে বল 1 পাউন্ড ভরবিশিষ্ট কোনো একটি বস্তুতে প্রযুক্ত হয়ে 1 ফুট/সে^{2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 পাউন্ডাল বলে।

খ কোনো বস্তু যে অবস্থায় আছে সে অবস্থায় থাকতে চাওয়ার প্রবণতাকে জড়তা বলে। রৈখিক গতির ক্ষেত্রে ভর হচ্ছে জড়তার পরিমাপক। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে ঘূর্ণন অক্ষ হতে বস্তুর সকল কণার ভর ও এদের স্ব স্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টি হচ্ছে জড়তার ভ্রামক। এক্ষেত্রে যার জড়তার ভ্রামক বেশি তাকে ঘুরাতে বেশি শক্তি দরকার হয়। আবার বলা যায়, ঘূর্ণন অক্ষ হতে বস্তুর সকল কণার দূরত্ব নির্দিষ্ট হলে ভর যার বেশি হবে জড়তার ভ্রামক তার বেশি হবে। এজন্য ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য।

গ আমরা জানি, কেন্দ্রমুখী ত্বরণ,

$$a_c = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi \times 150}{60}\right)^2 \times \frac{142}{2} \times 10^{-2} = 175.185 \text{ ms}^{-2} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ প্রথম পাখার ক্ষেত্রে, কৌণিক বেগ, $\omega_1 = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 150}{60} = 5\pi \text{ rads}^{-1}$

$\therefore$ কৌণিক সরণ, $\theta_1 = \frac{\omega_1 + 0}{2} \times t = \frac{5\pi}{2} \times 2 = 5\pi$ rad

$\therefore$ ঘূর্ণন সংখ্যা $= \frac{\theta_1}{2\pi} = \frac{5}{2} = 2.5$ rev

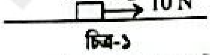
দ্বিতীয় পাখার ক্ষেত্রে, কৌণিক বেগ, $\omega_2 = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 180}{60} = 6\pi \text{ rads}^{-1}$

$\therefore$ কৌণিক সরণ, $\theta_2 = \frac{\omega_2 + 0}{2} \times t = \frac{6\pi}{2} \times 2 = 6\pi$ rad

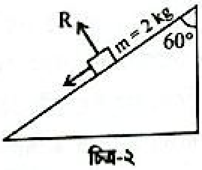
$\therefore$ ঘূর্ণন সংখ্যা $= \frac{\theta_2}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3 \text{ rev} > 2.5$ rev

সুতরাং, দ্বিতীয় পাখাটি বেশি ঘুরে থেমেছিল। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৫ নিচের চিত্র দুটি লক্ষ করো:



চিত্র-১



চিত্র-২

(ক) কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি লেখ।

(খ) দেখাও যে, ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র থেকে নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র প্রতিপাদন করা যায়।

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত চিত্র-২ এর বস্তুর ওপর অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া (R) নির্ণয় করো।

(ঘ) উদ্দীপকের উভয় চিত্র অনুযায়ী বস্তুটির ত্বরণ গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে নির্ণয় করে তুলনা করো।

সমাধান:

ক বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ লব্ধি টর্ক শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। এটিই কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র।

খ বাহ্যিক বল প্রয়োগ না করলে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে পাই,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ ......(i)

এখন, সংঘর্ষের আগে ১ম বস্তুর ভরবেগ, $P_1 = m_1u_1$

এবং সংঘর্ষের পরে ১ম বস্তুর ভরবেগ, $P_2 = m_1v_1$

$\therefore$ ভরবেগের পরিবর্তন, $P_1 - P_2 = m_1(v_1 - u_1)$

অনুরূপভাবে ২য় বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন, $P_1' - P_2' = m_2(v_2 - u_2)$

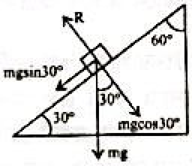
(i) নং হতে পাই, $m_1(v_1 - u_1) = -m_2(v_2 - u_2)$

যদি ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া t সময় ধরে স্থায়ী হয়, $m_1\frac{v_1 - u_1}{t} = -m_2\frac{v_2 - u_2}{t}$

$\Rightarrow m_1a_1 = -m_2a_2 \therefore F_1 = -F_2$ যা নিউটনের ৩য় সূত্রকে নির্দেশ করে।

গ অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়া,

$R = mg\cos 30°$
$= 2 \times 9.8 \times \cos 30°$
$= 16.97$ N **(Ans.)**



ঘ চিত্র-১ এর জন্য, $F = ma_1$

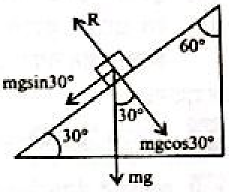
$\Rightarrow 10 = 2a_1 \therefore a_1 = 5 \text{ ms}^{-2}$

চিত্র-২ এর জন্য, $mg\sin 30° = ma_2$

$\therefore a_2 = 9.8 \times \sin 30° = 4.9 \text{ ms}^{-2}$

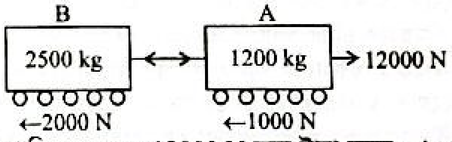
এখন, $\frac{a_1}{a_2} = 1.02$

$\therefore a_1 = 1.02a_2$



সুতরাং চিত্র-১ এর ত্বরণ চিত্র-২ এর বস্তুর ত্বরণের 1.02 গুণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৬



চিত্রে A ও B গাড়িকে একত্রে 12000 N বলে টানা হচ্ছে। A ও B এর উপর ঘর্ষণ বলদ্বয় যথাক্রমে 1000 N ও 2000 N।

(ক) একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? [রা. বো. ২৫]

(খ) পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এক না ভিন্ন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

(গ) উদ্দীপকের গাড়ি দুইটির ত্বরণ কত?

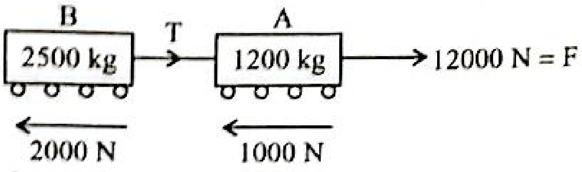
(ঘ) A ও B এর সংযোগ দন্ডের ওপর টান নির্ণয় করো।

সমাধান:

ক যখন দুই বা ততোধিক বস্তু একই সরলরেখা বরাবর চলতে চলতে একে অপরের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয়, তখন সেই সংঘর্ষকে একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে।

খ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই সংরক্ষিত থাকে। সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় সাধারণত আলাদা হয়ে যায়। অন্যদিকে, পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে কেবলমাত্র ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে কিন্তু গতিশক্তি থাকে না। কিছু গতিশক্তি, তাপ, শব্দ, বিকৃতি প্রভৃতিতে নষ্ট হয়। সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় একসাথে লেগে যায় এবং একই সাথে চলে। উদাহরণ: কাদার বলের সাথে আরেকটি কাদার বলের সংঘর্ষ।

গ



A গাড়ির জন্য, $F - T - 1000 = m_A a$ ......(i)

B গাড়ির জন্য, $T - 2000 = m_B a$ ......(ii)

(i) + (ii) ⇒ $F - 3000 = (m_A + m_B)a$

$\therefore a = \frac{F - 3000}{m_A + m_B} = \frac{12000 - 3000}{1200 + 2500} = 2.43\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

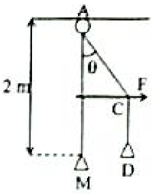
ঘ 'গ' হতে পাই, গাড়ি দুইটির ত্বরণ, $a = 2.43\ ms^{-2}$

B গাড়ির জন্য, $T - 2000 = m_B a$

$\Rightarrow T = 2000 + 2500 \times 2.43 = 8075$ N **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৭ পাশের চিত্রটি লক্ষ করো এবং নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

M ভরের একটি বস্তু A হতে 2 m সুতা দ্বারা ঝুলিয়ে দেওয়া হল। রনি একটি কাঠ দিয়ে সুতার মধ্যখানে আঘাত করে।



(ক) নিউটনের গতির ৩য় সূত্রটি লেখ।

(খ) জানালার কাঁচে ঢিল মারলে কাঁচটি টুকরো টুকরো হলেও বন্দুকের গুলি আঘাত করলে একটি ছোট গর্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

(গ) রনি সুতায় 49 N বল প্রয়োগ করায় সুতাটি সরে পূর্বের অবস্থানের সাথে 30° কোণ করে। বস্তুটির ভর কত হবে? নির্ণয় করো।

(ঘ) সুতাটি সর্বোচ্চ 300 N বল সহ্য করতে পারে। রনি সুতাটিতে সর্বোচ্চ কত বল প্রয়োগ করলে সেটি ছিঁড়বে না– গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে তা নির্ণয় করো, যখন বস্তুর ভর 10 kg হয়।

সমাধান:

ক প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

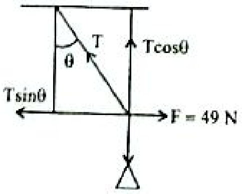
খ জানালার কাঁচে ঢিল মারলে তা টুকরো টুকরো হয়ে ভেঙ্গে যায় কিন্তু বন্দুকের গুলি আঘাত করলে শুধুমাত্র একটি ছোট গর্ত হয়। কারণ গুলির বেগ ঢিলের বেগের থেকে অনেক বেশি। এক্ষেত্রে ঢিল যখন জানালা স্পর্শ করে তখন সংঘর্ষের সময়কাল গুলির সংঘর্ষের সময়কাল অপেক্ষা বেশি হয়। ফলে ঢিলের সমস্ত গতিশক্তি সংঘর্ষকালীন শুধুমাত্র সংস্পর্শ অঞ্চলে সীমাবদ্ধ না থেকে সমগ্র কাঁচে ছড়িয়ে পড়ে এবং কাঁচটি টুকরো আকারে ভেঙ্গে যায়। অন্যদিকে গুলির সংঘর্ষকালীন সময় অনেক কম হওয়ায় এর সমস্ত গতিশক্তি এর স্পর্শ অঞ্চলে ক্রিয়া করে। তাই গুলির আঘাতে ছোট গর্ত তৈরি হয়।

গ এখানে, $F = T\sin\theta$

$\Rightarrow T = \frac{F}{\sin\theta} = \frac{49}{\sin 30°} = 98$ N

আবার, $T\cos\theta = mg$

$\Rightarrow m = \frac{98\cos 30°}{9.8} = 8.66$ kg **(Ans.)**



ঘ এখানে, $T\cos\theta = W$

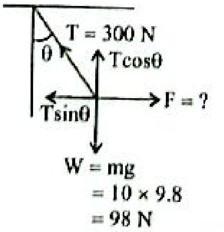
$\Rightarrow T\cos\theta = 98$ ......(i)

আবার, $T\sin\theta = F$ ......(ii)

$(i)^2 + (ii)^2$ করে, $\Rightarrow T^2 = 98^2 + F^2$

$\Rightarrow F = \sqrt{T^2 - 98^2} = \sqrt{(300)^2 - (98)^2}$

$\therefore F = 283.54$ N



সুতরাং আনুভূমিক বরাবর সর্বোচ্চ 283.54 N বল প্রয়োগ করতে পারবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৮ একটি গাড়িকে ভূমির সাথে 15° কোণে হেলানো তলে নীচের দিকে চলতে দেয়া হলো। চাকার সাথে তলের ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0.08। গাড়িটি সমতল রাস্তায় নেমে 30 m দূরে গিয়ে থেমে গেল। চাকার সাথে সমতল রাস্তার ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0.8।

(ক) লম্ব অক্ষ উপপাদ্য কী? [ঢা. বো. ২৪]

(খ) প্রযুক্ত বল থেকে ঘর্ষণ বল বেশি হতে পারে না– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৪]

(গ) হেলানো তলে গাড়িটির ত্বরণ নির্ণয় করো।

(ঘ) হেলানো তল থেকে পতন স্থলে গাড়িটির বেগ কত ছিলো? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ দেখাও।

সমাধান:

ক কোনো পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

খ কোনো বস্তুর উপর আমরা যখন একটি বল প্রয়োগ করি, তখন বস্তুটি সরাতে গেলে তার বিপরীতে ঘর্ষণ বল কাজ করে। ঘর্ষণ বলের সর্বোচ্চ মান হলো: $f_{max} = \mu N$। যেখানে, μ = ঘর্ষণ সহগ এবং N = লম্ব প্রতিক্রিয়া বল। ঘর্ষণ বল কখনোই প্রযুক্ত বলের চেয়ে বেশি হতে পারে না। বরং যা ঘটে তা হলো–

- যদি প্রযুক্ত বল ছোট হয় $(F < f_{max})$ তখন ঘর্ষণ বলের মান প্রযুক্ত বলের সমান হয়ে যায় এবং বস্তু স্থির থাকে। $f = F$
- যদি প্রযুক্ত বল বড় হয় $(F > f_{max})$, তখন ঘর্ষণ বল তার সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত কাজ করবে $(F = f_{max})$ এর বেশি পাবে না। ফলে বস্তুটি চলতে শুরু করবে। সুতরাং, ঘর্ষণ বল সর্বদা প্রযুক্ত বলের সমান বা তার চেয়ে ছোট হয়। এটি কখনো প্রযুক্ত বলের চেয়ে বেশি হতে পারে না।

গ গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল নীট বল,

$F_{net} = mg\sin\theta - f$

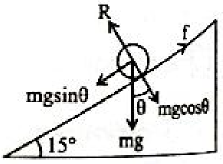
$\Rightarrow ma = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$

[$f = \mu R$ এবং $R = mg\cos\theta$]

$\therefore a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

$= 9.8(\sin 15° - 0.08 \times \cos 15°)$

$= 1.779\ ms^{-2}$ **(Ans.)**



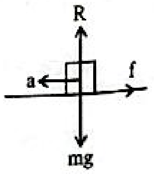
ঘ সমতল রাস্তায়, $f = \mu R = \mu mg$

$\Rightarrow ma = \mu mg \quad \therefore a = \mu g$

আবার, $v^2 = u^2 - 2as$

$\therefore u = \sqrt{2 \times a \times s} = \sqrt{2 \times \mu g \times s}$

$= \sqrt{2 \times 0.08 \times 9.8 \times 30} = 6.86\ ms^{-1}$ **(Ans.)**



প্রশ্ন ▸ ২৯ 100 kg ভরের একখানি স্থিরভাবে ভাসমান ভেলার দুই প্রান্তে দুজন সাঁতারু দাঁড়িয়ে আছেন। তাদের ভর যথাক্রমে 50 kg ও 70 kg। সাঁতারুদ্বয় একসাথে 4 m/s বেগে ভেলা থেকে পরস্পর বিপরীত দিকে লাফ দেন।

(ক) ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ কত?

(খ) নিউটনের গতির ২য় সূত্র ব্যাখ্যা করো।

(গ) ভেলাটির বেগ কত ছিল?

(ঘ) সাঁতারুদ্বয়ের বেগের অনুপাত কত হলে ভেলাটি স্থির থাকবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

সমাধানঃ

ক ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ 180°।

খ নিউটনের ২য় সূত্রটি হলো– ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। এই বল যেদিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।

অর্থাৎ, ভরবেগের পরিবর্তনের হার, $\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$

নিউটনের ২য় সূত্রানুযায়ী, $\vec{F} \propto \frac{d\vec{P}}{dt} = k.\frac{d\vec{P}}{dt} = k.\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = k.m\vec{a}$

একক বলের সংজ্ঞানুযায়ী, $k = 1$ বসিয়ে, $\vec{F} = m\vec{a}$

এই সূত্রের সাহায্যে বলের অভিমুখ, পরিমাণ, গুণগত বৈশিষ্ট্য, ত্বরণের সঙ্গে বলের সম্পর্ক, একক বল, বলের একক ও বলের নিরপেক্ষ নীতি সম্পর্কে জানা যায়।

গ রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা অনুসারে, $m_1u_1 + m_2u_2 + m_3u_3 = m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3$

$\Rightarrow 0 = 50 \times 4 + 70 \times (-4) + 100 \times v_3$

$\therefore v_3 = 0.8\ ms^{-1}$

v_3 এর ধনাত্মক মান দ্বারা বোঝায়, নৌকাটি 50 kg ভরের ব্যক্তির দিকে গতিশীল হবে। (Ans.)

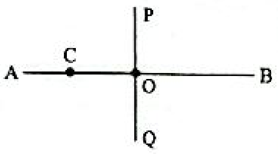
দেওয়া আছে, ১ম সাঁতারুর ভর, $m_1 = 50\ kg$
২য় সাঁতারুর ভর, $m_2 = 70\ kg$
নৌকার ভর, $m_3 = 100\ kg$
১ম সাঁতারুর আদিবেগ, $u_1 = 0\ ms^{-1}$
২য় সাঁতারুর আদিবেগ, $u_2 = 0\ ms^{-1}$
নৌকার আদিবেগ, $u_3 = 0\ ms^{-1}$
১ম সাঁতারুর শেষবেগ, $v_1 = 4\ ms^{-1}$
২য় সাঁতারুর শেষবেগ, $v_2 = -4\ ms^{-1}$

ঘ ধরি, ১ম ও ২য় সাঁতারুর শেষবেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2
রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা অনুসারে,

$m_1u_1 + m_2u_2 + m_3u_3 = m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3$
$\Rightarrow 0 = 50 \times v_1 + 70 \times v_2 + 100 \times (0)$
$\Rightarrow 5v_1 = -7v_2$
$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = -\frac{7}{5}$ $\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{-7}{5}$ হলে নৌকাটি স্থির থাকবে।

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল বুঝানো হয়েছে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৩০ উদ্দীপকের চিত্রে AB সুষম সরু দণ্ডের মধ্যবিন্দু O এবং OA অংশের মধ্যবিন্দু C। PQ অক্ষের সাপেক্ষে 1 m দৈর্ঘ্যের 100 g ভরের দণ্ডটি ঘুরছে।



(ক) আবর্ত ঘর্ষণ কাকে বলে?
(খ) দীর্ঘ লাফ দেওয়ার পূর্বে একজন অ্যাথলেটকে অনেক দূর হতে দৌড়াতে হয় কেন?
(গ) চিত্রের দণ্ডের জড়তার ভ্রামক কত?
(ঘ) ঘুরতে ঘুরতে দণ্ডের AC অংশ বিচ্ছিন্ন হলে, তখন অবশিষ্টাংশের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধের কোনোরূপ পরিবর্তন হবে কি? বিশ্লেষণ করো।

সমাধানঃ

ক যখন কোনো বস্তু কোনো তলের উপর দিয়ে গড়িয়ে যায় তখন গতির বিরুদ্ধে যে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে তাকে আবর্ত ঘর্ষণ বলে।

খ দীর্ঘ লাফ দেওয়ার পূর্বে একজন অ্যাথলেট অনেক দূর হতে দৌড়ে আসে। দৌড়ের মাধ্যমে অ্যাথলেট পর্যাপ্ত ভরবেগ ও গতি অর্জন করে যা তাকে দীর্ঘ পথ লাফ দিয়ে অতিক্রম করতে সহায়তা করে।

আমরা জানি, ভরবেগ $p = mv$

এখন, বেগ যত বেশি হবে বস্তুর ভরবেগ তত বেশি। ভরবেগ যত বেশি হবে বস্তুর গতিশক্তি তত বেশি অর্জন করবে। কারণ, গতিশক্তি, $E_k = \frac{p^2}{2m}$

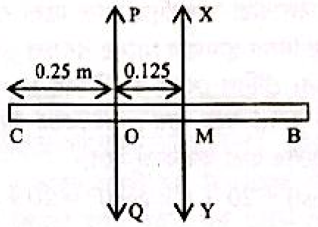
এই গতিশক্তির জন্য অ্যাথলেট বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে পারে। তাই দীর্ঘ লাফ দেয়ার আগে অ্যাথলেটকে অনেক দূর হতে দৌড়ে আসতে হয়।

গ PQ অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$I = \frac{1}{12}ML^2 = \frac{1}{12} \times 0.1 \times 1^2$
$= 0.0083\ kgm^2$ (Ans.)

দেওয়া আছে,
দণ্ডের ভর, $M = 0.1\ kg$
দণ্ডের দৈর্ঘ্য, $L = 1\ m$

ঘ



দেওয়া আছে, $OA = 2AC$

$\Rightarrow AC = \frac{OA}{2} = \frac{AB}{4} = \frac{1}{4} = 0.25\ m$

$\therefore$ অবশিষ্ট দণ্ডের দৈর্ঘ্য $= 1 - 0.25 = 0.75\ m$

1 m দৈর্ঘ্যের ভর, $M_1 = 0.1\ kg$

$\therefore$ 0.75m দৈর্ঘ্যের ভর, $M_2 = \frac{0.1}{1} \times 0.75 = 0.075\ kg$

CB দণ্ডের ভরকেন্দ্র মধ্যবিন্দুতে (M) অবস্থিত।

এখন, $CM = MB = \frac{1}{2} \times BC = \frac{0.75}{2} = 0.375\ m$

$\therefore OM = CM - CO = 0.375 - 0.25 = 0.125\ m$

$\therefore$ PQ এর সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$I = I_0 + Md^2$ [সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য হতে]

$= \frac{1}{12}M_2 \times CB^2 + M_2 \times (OM)^2$

$= \frac{1}{12} \times 75 \times 10^{-3} \times (0.75)^2 + 75 \times 10^{-3} \times (0.125)^2$

$= 4.6875 \times 10^{-3}\ kgm^2$

$\therefore$ জড়তার ভ্রামকের পরিবর্তন $= 0.0083 - 4.6875 \times 10^{-3}$
$= 3.6125 \times 10^{-3}\ kgm^2$

$\therefore$ জড়তার ভ্রামক $3.6125 \times 10^{-3}\ kgm^2$ পরিমাণ হ্রাস পাবে। (Ans.)

আবার, প্রাথমিক চক্রগতির ব্যাসার্ধ,

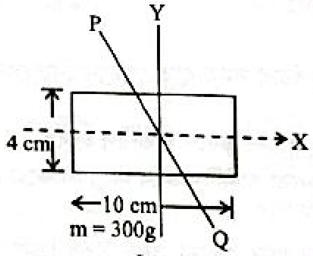
$K_1 = \sqrt{\frac{I_1}{M_1}} = \sqrt{\frac{0.0083}{0.1}} = 0.288\ m$

AC অংশ বিচ্ছিন্ন হলে চক্রগতির ব্যাসার্ধ,

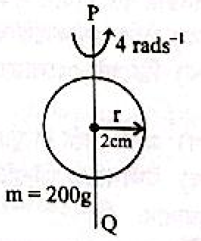
$K_2 = \sqrt{\frac{I_2}{M_2}} = \sqrt{\frac{4.6875 \times 10^{-3}}{75 \times 10^{-3}}} = 0.25\ m$

$\therefore$ চক্রগতির ব্যাসার্ধ হ্রাস পাবে, $(0.288 - 0.25) = 0.038\ m$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৩১



চিত্র-১



চিত্র-২

(ক) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? [দি. বো. ২৫]
(খ) বলের দ্বারা কাজ ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]
(গ) চিত্র-২ এর চাকতিটির ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর। [দি. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ২৫]
(ঘ) PQ অক্ষের সাপেক্ষে চিত্র-১ ও চিত্র-২ বস্তু দুটির জড়তার ভ্রামক একই হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২৫]

সমাধান:

ক যে সংঘর্ষে ভরবেগ এবং গতিশক্তি উভয়ই সংরক্ষিত থাকে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

খ বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর বলের দিকে সরণ ঘটে তাকে বলের দ্বারা কাজ বলে। বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ হলো বস্তুর উপর কার্যরত বলের মান ও বলের দিকে স্থানান্তর মানের গুণফল। $W = Fd\cos\theta$

উদাহরণস্বরূপ: টেবিল থেকে একটি বই $F = 20$ N বল প্রয়োগ করে বলের দিকে 1 m দূরে যায়। এইক্ষেত্রে বল এবং সরণের মধ্যবর্তী কোণ 0°। বলের দ্বারা কৃতকাজ হবে,

$W = Fs\cos\theta = 20 \times 1 \times \cos 0° = 20$ J।

গ আমরা জানি, জড়তার ভ্রামক, $I = \frac{1}{2}mr^2$ | এখানে, $m = 0.2$ kg, $r = 2$ cm $= 0.02$ m

$= \frac{1}{2} \times 0.2 \times 0.02^2 = 4 \times 10^{-5}$ kgm²

ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2}I\omega^2$ | কৌণিক বেগ, $\omega = 4$ rad/s

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-5} \times 4^2 = 3.2 \times 10^{-4}$ J **(Ans.)**

ঘ চিত্র-১ হতে, y অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক,

$I_y = \frac{1}{12}mL^2 = \frac{1}{12} \times 0.3 \times 0.1^2 = 2.5 \times 10^{-4}$ kgm²

x অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডের জড়তার ভ্রামক,

$I_x = \frac{1}{12}mb^2 = \frac{1}{12} \times 0.3 \times 0.04^2 = 4 \times 10^{-5}$ kgm²

∴ PQ অক্ষের সাপেক্ষে, $I_{PQ_1} = I_x + I_y$

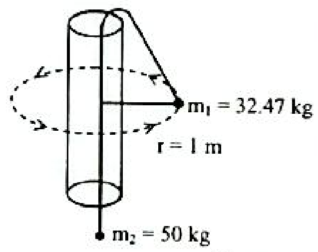
$= 4 \times 10^{-5} + 2.5 \times 10^{-4} = 2.9 \times 10^{-4}$ kgm²

চিত্র ২-এ, PQ অক্ষের সাপেক্ষে, $I_{PQ_2} = \frac{1}{2}mr^2$ | $m = 0.25$ kg, $r = 0.02$ m

$= \frac{1}{2} \times 0.2 \times 0.02^2 = 4 \times 10^{-5}$ kgm²

∴ $I_{PQ_1} \neq I_{PQ_2}$ অর্থাৎ PQ অক্ষের সাপেক্ষে চিত্র-১ ও চিত্র-২ এর বস্তু দুটির জড়তার ভ্রামক একই হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩২ কোনো একটি সার্কাসে দুইজন সার্কাস শিল্পী একটি মসৃণ উল্লম্ব নলের ভিতর দিয়ে একটি রশি ঢুকিয়ে রশিটির দুইপ্রান্তে দুইজন ধরে প্রথম শিল্পী নলের চারদিকে নির্দিষ্ট কৌণিক বেগে অনুভূমিক তলে ঘূর্ণনের মাধ্যমে দ্বিতীয় শিল্পীকে স্থির অবস্থায় ধরে রাখতে সক্ষম হয়েছে।



(ক) ঘাত বল কাকে বলে? [সি. বো. ২৫]

(খ) ক্রিকেট খেলোয়াড় বল ধরার সময় হাত পেছনে নেয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

(গ) প্রথম শিল্পী না ঘুরলে তারা কত ত্বরণে গতিশীল হবে?

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনাটির সফলতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

সমাধান:

ক যে বল খুব অল্প সময়ের জন্য কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করে কিন্তু সেই সময়ের মধ্যে বস্তুর ভরবেগের বড় পরিবর্তন ঘটায় তাকে ঘাত বল বলা হয়।

খ যখন ক্রিকেট খেলোয়াড় বল ধরে তখন বলের ভরবেগ হঠাৎ থামাতে হয়। ভরবেগ পরিবর্তনের ক্ষেত্রে, $F \times \Delta t = \Delta P$

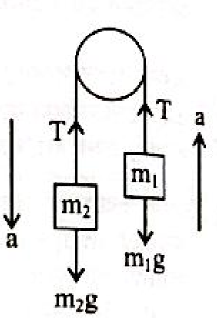
এখানে, F = খেলোয়াড়ের হাতে উৎপন্ন বল; Δt = বল ধরতে সময়
ΔP = বলের ভরবেগের পরিবর্তন

যদি খেলোয়াড় হাত একেবারে শক্ত করে স্থির রেখে বল ধরে তাহলে Δt (সময়) খুব ছোট হবে। ফলে সমীকরণ থেকে দেখা যায়, F (বল) অনেক বেশি হবে। এতে হাত আঘাত পেতে পারে বা বল ছিটকে যেতে পারে। কিন্তু যখন খেলোয়াড় হাত পেছনে নেয়, তখন বল থামানোর সময়কাল Δt বেড়ে যায়। যেহেতু ভরবেগের পরিবর্তন ΔP একই থাকে, তাই সময় বাড়লে প্রয়োজনীয় বল, F কমে যায়। এতে হাত কম আঘাত পায় এবং বল ধরা সহজ হয়।

গ $m_2 > m_1$ হওয়ায়,

m_2 এর ক্ষেত্রে, $m_2g - T = m_2a$ ...... (i)

m_1 এর ক্ষেত্রে, $T - m_1g = m_1a$ ...... (ii)



∴ (i) + (ii) করে, $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_2 + m_1}$

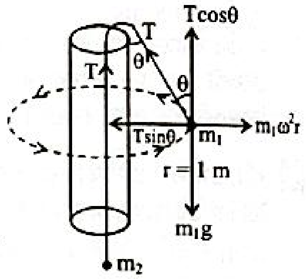
$\Rightarrow a = \frac{(50 - 32.47) \times 9.8}{50 + 32.47}$

$= 2.08$ ms⁻² **(Ans.)**

ঘ সাম্যাবস্থায়, $T = m_2g$

m_1 এর ক্ষেত্রে, $T\cos\theta = m_1g$

$\Rightarrow m_2g\cos\theta = m_1g \Rightarrow \cos\theta = \frac{m_1}{m_2}$



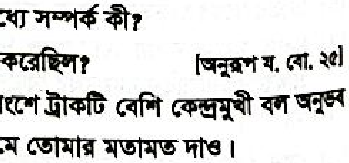
আবার, $T\sin\theta = m_1\omega^2 r$

$\Rightarrow m_2g \times \sqrt{1 - \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2} = m_1\omega^2 r$

$\Rightarrow 50 \times 9.8 \times \sqrt{1 - \frac{32.47^2}{50^2}} = 32.47 \times \omega^2 \times 1$ ∴ $\omega = 3.387$ rads⁻¹

প্রথম শিল্পী 3.387 rads⁻¹ কৌণিক বেগে ঘুরলে উদ্দীপকের ঘটনাটি সফল হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৩ চিত্রে AB ও CD অংশে ট্রাকটি 108 kmh⁻¹ বেগে গতিশীল থাকে। রাস্তার AB অংশে ব্যাংকিং কোণ 26° এবং CD অংশের ব্যাংকিং কোণ 18°। ট্রাকটির



স্টিয়ারিং এর ব্যাস 40 cm। ড্রাইভার স্টিয়ারিং এ $\vec{F} = (6\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করে।

(ক) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

(খ) রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক কী?

(গ) ড্রাইভার স্টিয়ারিং এ কত টর্ক সৃষ্টি করেছিল? [অনুরূপ য. বো. ২৫]

(ঘ) AB ও CD অংশের মধ্যে কোন অংশে ট্রাকটি বেশি কেন্দ্রমুখী বল অনুভব করবে– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও।

সমাধান:

ক যেকোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো সমতল পাতলা পাতের জড়তার ভ্রামক পাতটির ভারকেন্দ্রগামী তার সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং পাতের ভর ও দুই অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

খ আমরা জানি, $v = \omega r$; যেখানে, v = রৈখিক বেগ, r = ঘূর্ণন ব্যাসার্ধ

উভয়পক্ষকে t এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে, $\frac{dv}{dt} = \frac{d\omega r}{dt} = r \times \frac{d\omega}{dt}$

$\Rightarrow a = r\alpha$; যেখানে, a = রৈখিক ত্বরণ, α = কৌণিক ত্বরণ

গ আমরা জানি, $F = \sqrt{6^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{39}$ N | দেওয়া আছে,

$\therefore$ টর্ক, $\tau = rF\sin\theta$
$= 0.2 \times \sqrt{39} \times \sin 90°$ [$\theta = 90°$ ধরে]
$= 1.249$ Nm (Ans.)

প্রযুক্ত বল, $\vec{F} = 6\hat{j} + \sqrt{3}\hat{k}$
ব্যাসার্ধ, r = 20 cm = 0.2 m

ঘ আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\Rightarrow m\tan\theta = \frac{1}{g} \cdot \frac{mv^2}{r}$

$\Rightarrow mg\tan\theta = F_c \;\; \therefore F_c \propto \tan\theta$

দেওয়া আছে,
বেগ, $v = 108\ kmh^{-1} = 30\ ms^{-1}$
$\theta_{AB} = 26°$
$\theta_{CD} = 18°$

এখন, $\frac{F_{AB}}{F_{CD}} = \frac{\tan\theta_{AB}}{\tan\theta_{CD}} = \frac{\tan(26°)}{\tan(18°)} \;\; \Rightarrow F_{AB} = 1.5\ F_{CD}$

সুতরাং, AB অংশে ট্রাকটি বেশি কেন্দ্রমুখী বল অনুভব করবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▸ ৩৪ একটি পিচ ঢালা পথে চার চাকার ঘোড়ার গাড়ি চলার সময় দেখা গেল যে, সামনের চাকা দুটির সংযুক্ত ঘূর্ণন দণ্ড 10 Nm টর্ক সৃষ্টি করে, যার 20% রাস্তার ঘর্ষণ এড়াতে ব্যয়িত হয়। গাড়ির সামনের প্রতিটির চাকার ভর 100 kg ও ব্যাস 2 m এবং পিছনের প্রতিটি চাকার ভর 120 kg ও ব্যাস 2.5 m।

(ক) প্রবাহী ঘর্ষণ কাকে বলে?
(খ) জেট বিমান অনেক উচুঁতে উড়ে কেন- ব্যাখ্যা কর।
(গ) 2000 $rads^{-1}$ ঘূর্ণন বেগ অর্জন করতে চাকাটির কত সময় লাগবে?
(ঘ) গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর যে, 3140 m পথ অতিক্রম করতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা 100 বার বেশি ঘুরবে?

সমাধান:

ক যখন কোনো তরল পদার্থ বা বায়বীয় পদার্থের গতিপথে কোনো স্থিরবস্তু রাখা হয় বা কোনো বস্তুকে তরল বা বায়বীয় পদার্থের মাঝ দিয়ে গতিশীল হতে হয় তখন উভয়ের মধ্যে ঘর্ষণ উৎপন্ন হয়। এই ধরনের ঘর্ষণকে প্রবাহী ঘর্ষণ বলে।

খ জেট বিমান অনেক উঁচুতে উড়ে কারণ সেখানে বাতাসের ঘর্ষণজনিত বাধা কম। ভূপৃষ্ঠ থেকে যত উপরে উঠা যায় বায়ুর ঘনত্ব তত কমতে থাকে। ফলে এর মধ্যে দিয়ে গতিশীল বস্তুর উপর বাধা কম কাজ করে। জেট বিমান যেহেতু দ্রুত গতির বিমান। এটি অনেক উঁচুতে উড়লে এর উপর বাতাসের ঘর্ষণজনিত বল কম কাজ করবে যার ফলে বিমানটির তাপমাত্রা সহনশীল মাত্রার মধ্যে থাকবে।

গ ক্রিয়ারত টর্ক,
$\tau_{net} = 80\% \times 10 = 8$ Nm
আবার, $\tau_{net} = I\alpha$

দেওয়া আছে, প্রযুক্ত টর্ক, $\tau = 10$ Nm
আদি কৌণিক বেগ, $\omega_i = 0$
শেষ কৌণিক বেগ, $\omega_f = 2000\ rads^{-1}$

$\Rightarrow \tau_{net} = \frac{1}{2} \times 2 \times mr^2 \times \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$

$\Rightarrow 8 = 100 \times 1^2 \times \frac{2000 - 0}{t}$

$\Rightarrow t = 25000$ s (Ans.)

ঘ আমরা জানি, $s = 2\pi rn$
প্রথম চাকার ক্ষেত্রে সরণ, $s = 2\pi r_1 n_1$

১ম চাকার ব্যাসার্ধ, $r_1 = 1$ m
২য় চাকার ব্যাসার্ধ, $r_2 = 1.25$ m

$\Rightarrow n_1 = \frac{3140}{2\pi \times 1} = 500$ rev

দ্বিতীয় চাকার ক্ষেত্রে সরণ, $s = 2\pi r_2 n_2$

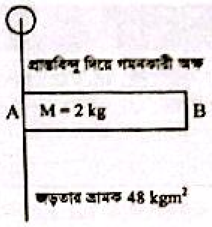
$\Rightarrow n_2 = \frac{3140}{2\pi \times 1.25} = 400$ rev

$\because n_1 > n_2 \;\; \therefore \Delta n = n_1 - n_2 = 100$ rev

$\therefore$ সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা 100 বার বেশি ঘুরবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▸ ৩৫ দৃশ্যকল্প-১: একটি ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য 4.4 cm, প্রস্থ 3.5 cm, উচ্চতা 1.4 cm। ঘন বস্তুটির ঘূর্ণন অক্ষ বস্তুটির এক প্রান্তে অবস্থিত এবং বড় অংশগুলোর সাথে লম্বভাবে অবস্থিত। ঘনবস্তুর ভর 172 g। একজন শিক্ষার্থী ঘনবস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করে $47 \times 10^{-5}\ kgm^2$।

দৃশ্যকল্প-২:



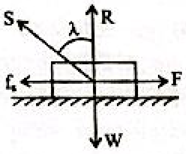
(ক) কৌণিক সরণ কাকে বলে?
(খ) দেখাও যে, স্থিতিঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu_s = \tan\lambda$ [যেখানে, λ = নিশ্চল কোণ]
(গ) দৃশ্যকল্প-১ এ শিক্ষার্থীদের পর্যবেক্ষণ সঠিক কি-না- বের কর।
(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এ 100 g ভরের একটি বস্তু B প্রান্তের সাথে কেন্দ্রের দিকে 135 N বলে জুড়ে দেওয়া হল। বস্তুটি দন্ড থেকে ছিটকে যেতে দণ্ডটি সেকেণ্ডে কতবার ঘুরবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

সমাধান:

ক বৃত্তপথে ঘূর্ণায়মান একটি কণা একটি নির্দিষ্ট সময়ে বৃত্তের একটি নির্দিষ্ট চাপ পরিভ্রমণ করে। সেই চাপ কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কৌণিক সরণ বলে।

খ দুটি বস্তু পরস্পরের সংস্পর্শে থাকলে স্থিতি ঘর্ষণের সীমান্তিক মান ও অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার অনুপাতকে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক বলে।

ধরি, লব্ধি প্রতিক্রিয়া = S
অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া = R
ঘর্ষণ বল = f_s



এখন, $R = S\cos\lambda$; $f_s = S\sin\lambda$

ঘর্ষণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞানুযায়ী, $\mu_s = \frac{f_s}{R} = \frac{S\sin\lambda}{S\cos\lambda} = \tan\lambda$

গ দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সাথে লম্ব বরাবর ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে,

$I = \frac{1}{3} M (a^2 + b^2)$

$= \frac{1}{3} \times 0.172 \times (0.044^2 + 0.035^2)$

$= 1.812 \times 10^{-4}\ kgm^2$

দেওয়া আছে,
ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, a = 4.4 cm = 0.044 m
প্রস্থ, b = 3.5 cm = 0.035 m
উচ্চতা, c = 1.4 cm = 0.014 m
ভর, M = 0.172 kg

শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণকৃত জড়তার ভ্রামক, $I' = 47 \times 10^{-5}\ kgm^2$

$\because I > I'$ সুতরাং, শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণটি সঠিক ছিল না। (Ans.)

ঘ দৃশ্যকল্প-২ এ চিত্রে জড়তার ভ্রামক, $I = \frac{1}{3} Ml^2$

$\Rightarrow 48 = \frac{1}{3} \times 2 \times l^2 \;\; \therefore l = 6\sqrt{2}$ m

দেওয়া আছে,
দণ্ডের ভর, M = 2 kg

এখন, কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = m\omega^2 r$

$\Rightarrow F_c = m\left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \times l$

$\Rightarrow N = \sqrt{\frac{F_c t^2}{m \cdot 4\pi^2 l}}$

দেওয়া আছে, বস্তুর ভর, m = 0.1 kg
কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = 135$ N
ব্যাসার্ধ, $r = l = 6\sqrt{2}$ m
সময়, t = 1 s

$= \sqrt{\frac{135 \times 1^2}{0.1 \times 4\pi^2 \times 6\sqrt{2}}} = 2.007 \approx 2$

সুতরাং, বস্তুটি দণ্ড থেকে ছিটকে যেতে দণ্ডটি সেকেণ্ডে ২ বার ঘুরবে। (Ans.)

সৃজনশীল অংশ (Practice)

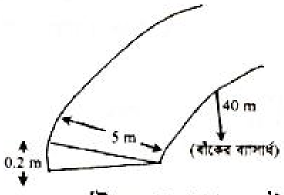
প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

১ একজন ছাত্র 0.1 kg ভরের একটি পাথরখণ্ডকে 0.20 m লম্বা একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 60 বার ঘুরাতে পারে। পরবর্তীতে সে সুতার দৈর্ঘ্য 3 গুণ করে একইভাবে ঘুরাতে চেয়েছিল। সুতাটি সর্বোচ্চ 2 N বল সহ্য করতে পারে।

(গ) পাথরখণ্ডটির ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.0789 J]

(ঘ) ছাত্রটি সফল হতে পেরেছিল কিনা? গানিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে যুক্তি দাও। [উত্তর: হবে না]

২ 600 kg ভরের একটি চাকার ব্যাস 1.2 m এবং চাকাটি 15 সেকেন্ডে 50 বার ঘূর্ণন সম্পন্ন করতে পারে। গাড়িটি 3600 $kgms^{-1}$ ভরবেগ নিয়ে চিত্রে প্রদর্শিত একটি রাস্তার বাঁক অতিক্রম করছিল।



(গ) চাকাটির প্রান্তের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 12.564 ms^{-1}]

(ঘ) গাড়িটি নিরাপদে বাঁকটি অতিক্রম করতে পারবে কি-না- গাণিতিকভাবে যাচাই করে মতামত দাও। [উত্তর: পারবে না]

৩ 200 gm ভরের একটি বস্তুকে 50 cm ব্যাসার্ধের উলম্ব বৃত্তাকার পথে 20 ms^{-1} দ্রুতিতে ঘুরানো হচ্ছে, যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2}।

(গ) ঘূর্ণনরত বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল বের কর। [উত্তর: 160 N]

(ঘ) ঘূর্ণনরত বস্তুর সর্বনিম্ন অবস্থানে সুতার টান সর্বোচ্চ এবং সর্বোচ্চ বিন্দুতে সুতার টান সর্বনিম্ন- বক্তব্যটি যথার্থ কিনা- বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: যথার্থ নয়]

৪ 60 kmh^{-1} গতিবেগ সম্পন্ন একটি ট্রেন 656 m ব্যাসের রেললাইনে বাঁক নেয়ার সময় বগিসহ উল্টে যায়। ঐ স্থানে রেললাইনের দুটি পাতের মধ্যে দূরত্ব 1 m এবং ভেতরের পাত অপেক্ষা বাইরের পাত 7 cm উঁচু ছিল।

(গ) ঐ স্থানের ব্যাংকিং কোণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 4.01°]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত ট্রেনটি দুর্ঘটনায় পড়ার কারণ বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: $v > v_{max}$]

৫ 3 সে. মি. ব্যাসার্ধ ও 2 kg ভরের দুটি লোহার গোলককে গলিয়ে 1টি কে 4 cm দৈর্ঘ্যের নিরেট সিলিন্ডারে এবং অপরটিকে 3.14 সে. মি. পুরুত্বের একটি বর্গাকার পাতে পরিণত করা হলো। উভয়কে কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে 2 rad s^{-1} কৌণিক বেগে ঘুরানো হলো।

(গ) সিলিন্ডারের কৌণিক গতিশক্তি হিসাব কর। [উত্তর: 1.8×10^{-3} J]

(ঘ) সিলিন্ডার ও পাতের মধ্যে কার জড়তার ভ্রামক বেশি হবে তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। [উত্তর: পাতের জড়তার ভ্রামক বেশি হবে।]

৬ একটি পিচ ঢালা পথে চার চাকার ঘোড়ার গাড়ী চলার সময় দেখা গেল যে, সামনের চাকা দুটির সংযুক্ত ঘূর্ণন দণ্ড 10 Nm টর্ক সৃষ্টি করে, যার 20% রাস্তার ঘর্ষণ এড়াতে ব্যয়িত হয়। গাড়ীর সামনের প্রতিটি চাকার ভর 100 kg ও ব্যাস 2.5 m এবং পিছনের প্রতিটি চাকার ভর 120 kg ও ব্যাস 2.5 m.

(গ) 2000 rad s^{-1} ঘূর্ণন বেগ অর্জন করতে চাকাটির কত সময় লাগবে? [উত্তর: 12,500 sec]

(ঘ) গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর যে, 3140 m পথ অতিক্রম করতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা 100 বার বেশি ঘুরবে?

৭ 4.5×10^4 mg ভরের একটি মার্বেল 15 ms^{-1} বেগে সোজা গিয়ে অপর একটি স্থির মার্বেলকে ধাক্কা দেয়। ধাক্কার ক্রিয়াকাল 2 s। ধাক্কার পর প্রথম মার্বেলটি তার তিন চতুর্থাংশ বেগ হারায়। স্থির মার্বেলটি 12 ms^{-1} বেগ লাভ করে একটি 1.1 m পুরু বালির স্তূপকে আঘাত করে। বালির বাধা দানকারী বল 2.5 N।

(গ) ধাক্কার সময় বলের ঘাত নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.506 Ns]

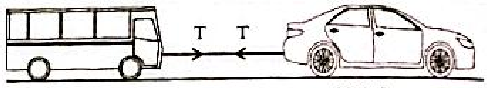
(ঘ) মার্বেলটি বালির স্তূপ ভেদ করতে পারবে কি না গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: ভেদ করতে পারবে।]

৮ 12 তলাবিশিষ্ট কোনো সুউচ্চ টাওয়ারে 1000 kg ভরের ধারণক্ষমতা সম্পন্ন লিফট 1.2 ms^{-2} ত্বরণে উঠানামা করে।

(গ) লিফটটি যদি 3.2 ms^{-1} ধ্রুববেগে উঠানামা করে, তবে লিফটটি চালনার জন্য কত অশ্ব ক্ষমতার মোটর পাম্প প্রয়োজন হবে? [উত্তর: 42 HP]

(ঘ) 72 kg ভরের কোন ব্যক্তি লিফটটির ত্বরণে চলন্ত অবস্থায় ওয়েট মেশিনে তার প্রকৃত ওজন নির্ণয় করতে সক্ষম হবে কি? গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: সক্ষম হবে না।]

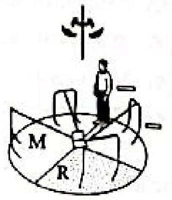
৯ চিত্রে একটি কার রশির সাহায্যে একটি বাসকে অনুভূমিক তলে টেনে নিয়ে যাচ্ছে। কারের ইঞ্জিন 5600 N সম্মুখবর্তী বল প্রয়োগ করায় এটির ত্বরণ হল 1.8 ms^{-2}। রশিটি সর্বোচ্চ 3481 N টান সহ্য করতে পারে।



(গ) কারের উপর ঘর্ষনজনিত বাধাদানকারী বল 65 N হলে, বাসের উপর ঘর্ষণজনিত বাধাদানকারী বল কত হবে? [উত্তর: 135 N]

(ঘ) গাড়ীর ত্বরণ পরিবর্তন করে যদি 1.96 ms^{-1} করা হয়, তবে সেটি বাসটিকে টেনে নিয়ে যেতে সক্ষম হবে কি না– গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: সক্ষম হবে না।]

১০ পাশের চিত্রে দোখানো নাগরদোলাটির ভর 100 kg এবং ব্যাসার্ধ 2 m। নাগরদোলাটি একটি ঘর্ষনহীন উল্লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে আনুভূমিক ভাবে ঘুরছে। 60 kg ভরের একজন ছাত্র যখন নাগরদোলাটির একদম ধারে লাফিয়ে উঠে, তখন পুরো ব্যবস্থার কৌণিক বেগ 2 rad/s কমে যায়। ছাত্রটি ধার থেকে ধীরে কেন্দ্রের দিকে আসতে থাকে এবং কেন্দ্র থেকে 0.5 m দূরে একটি বিন্দুতে পৌছায়।



(গ) ছাত্রটি নাগরদোলার ধারে লাফিয়ে উঠার পর পুরো সিস্টেমের ঘূর্ণন জড়তা নির্ণয় কর। [উত্তর: 440 kgm^2]

(ঘ) কেন্দ্র থেকে 0.5 m দূরের বিন্দুতে পৌছাতে ছাত্রটি দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় কর। [উত্তর: – 354.53 J]

১১ তানিয়া 0.25 kg ভরের একটি পাথর খন্ডকে একটি লম্বা সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরাচ্ছে। প্রথম মিনিটে সুতার দৈর্ঘ্য ছিল 0.25 m এবং তানিয়া প্রতি একটি মিনিট পর পর সুতার দৈর্ঘ্য 0.25 m করে বাড়াচ্ছিল।

(গ) তৃতীয় মিনিটে পাথরের রৈখিক বেগ কত ছিল? [উত্তর: 7.0686 ms^{-1}]

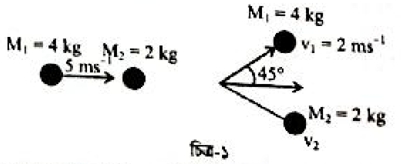
(ঘ) সুতাটি সর্বোচ্চ 30 N টান সহ্য করতে পারে। উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে তানিয়া 6 মিনিট পাথরটিকে ঘুরাতে পারবে কি না যাচাই কর। [উত্তর: ঘুরাতে পারবে না।]

১২ 2 kg ভরের একটি নারকেল 11 m উচ্চতা হতে সোজা নিচের দিকে পড়ছে। নিচে পড়ার সময় এটি 2.6 N বাতাসের বাদাজনিত বলের সম্মুখীন হয়। কিন্তু এটি ভূমি স্পর্শ করার 1 s পর থেমে যায়।

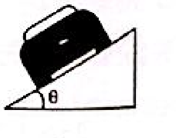
(গ) উদ্দীপকের নারকেলটির ভূমিতে পৌছাতে কত সময় লাগবে? [উত্তর: 1.61 s]

(ঘ) নারকেলটির সর্বোচ্চ প্রতিরোধ বল 20 N হলে, এটি ভেঙে যাবে কি না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: নারিকেলটি ভেঙে যাবে।]

১৩ চিত্র-১ এ M_1 ভরের একটি বস্তু 5 ms^{-1} বেগে M_2 স্থির ভরের বস্তুকে আঘাত করে। আঘাতের পর M_1 বস্তুটি 2 ms^{-1} বেগে 45° কোণে চলতে থাকে। অপরদিকে, 1500 kg ভরের একটি গাড়ি 2×10^4 J গতিশক্তি নিয়ে চলছে। গাড়িটি 80 m ব্যাসার্ধের একটি বাঁক অতিক্রমের সময় বেগ এক তৃতীয়াংশে নামিয়ে আনলেন। রাস্তার প্রস্থ 4 m এবং রাস্তার দুই প্রান্তের উচ্চতার পার্থক্য 0.6 m।



চিত্র-১



চিত্র-২

(গ) M_2 ভরের বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 7.709 ms^{-1}]

(ঘ) উদ্দীপকের চালক নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: নিরাপদে বাঁক নিতে পারবে।]

১৪ 0.20 m ব্যাসার্ধ এবং 50 kg ভরের একটি সিলিন্ডারের কেন্দ্রের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক 1 kg m^2। অপরদিকে সমান ভরের একটি নিরেট গোলক ঘূর্ণন গতিতে আনত তল বরাবর ভূমিতে পতিত হয়, যার উচ্চতা 7 m।

(গ) সিলিন্ডারের অনুভূমিক বেগ 2 ms^{-1} হলে এর মোট গতিশক্তি কত হবে? [উত্তর: 150 J]

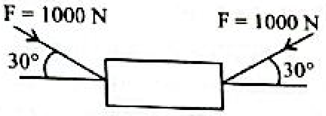
(ঘ) ভূমিতে স্পর্শ করার মুহূর্তে গোলকের ঘূর্ণন গতিশক্তি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: 979.9 J]

১৫ একটি সুষম পাতলা রডের ভর 2.5 kg এবং দৈর্ঘ্য 50 cm। দণ্ডটি কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে।

(গ) দণ্ডটির মধ্যবিন্দুগামী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.052 kgm^2]

(ঘ) যদি ঘূর্ণন অক্ষ কোনো এক প্রান্ত থেকে $\frac{2}{3}$ অংশ দূরে থাকে তবে এর চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা সম্ভব হবে কি? তোমার মতামত দাও। [উত্তর: সম্ভব, 0.167 m]

১৬ একটি 100 kg ভরের ব্লককে চিত্রের ন্যায় প্রথমে টানা এবং পরে ঠেলা হচ্ছে। ঘর্ষণ গুণাঙ্কের মান 0.2। বস্তুটিকে এর পূর্বে অনুভূমিকভাবে একই বলে টানা হচ্ছিল এবং 2 sec পর গতিশক্তি নির্ণয় করা হয়েছিল। ($g = 10\ ms^{-2}$)



(গ) অনুভূমিকভাবে সরানোর ক্ষেত্রে উক্ত সময় পর গতিশক্তি কত? [উত্তর: 12800 J]

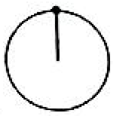
(ঘ) চিত্রের ন্যায় পর্যায়ক্রমে নির্দিষ্ট কোণে টানা ও ঠেলার ক্ষেত্রে ত্বরণের তুলনামূলক বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: ঠেলার ক্ষেত্রে ত্বরণ = 5.66 ms^{-2}, টানার ক্ষেত্রে ত্বরণ = 7.66 ms^{-2}]

১৭ একটি ভারী চাকার ভর 40 kg। জড়তার ভ্রামক 4000 kgm^2। চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 2 বার ঘুরছে। এক ব্যক্তি চাকাটিকে 70 সেকেন্ডে থামানোর জন্য 400 Nm বাধাদানকারী টর্ক প্রয়োগ করলেন।

(গ) চাকাটির কৌণিক ভরবেগ কত? [উত্তর: 50265.6 kgm^2s^{-1}]

(ঘ) ঐ ব্যক্তি উদ্দীপকের উল্লিখিত নির্দিষ্ট সময়ে চাকাটি থামাতে সক্ষম হবে কী? বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: সক্ষম হবে না।]

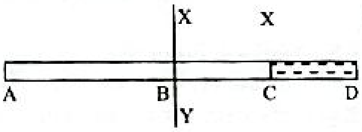
১৮ 0.2 kg ভরের একটি বস্তুকে 90 cm দৈর্ঘ্যের একটি সুতার সাহায্যে বেঁধে প্রতি মিনিটে 100 বার উলম্বভাবে ঘোরানো হচ্ছে।



(গ) উদ্দীপকের বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.7 kgm^2s^{-1}]

(ঘ) ঘূর্ণনশীল অবস্থায় যদি বস্তুটি ভেঙ্গে অর্ধেক হয়ে যায় তাহলে এটি প্রতি মিনিটে 150 বারের চেয়ে কত বেশি ঘুরবে বলে তুমি মনে কর? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [উত্তর: 50 বার বেশি ঘুরবে।]

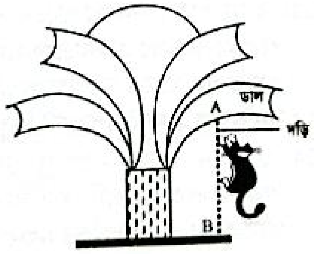
১৯ সাফা 20 gm ভরের বস্তুকে 20 cm দৈর্ঘ্যের সুতায় বেঁধে মিনিটে 20 বার ঘুরাচ্ছে। অপরদিকে সাবাবা 0.4 kg ভরের AD সুষম দণ্ডকে চিত্রের ন্যায় XY অক্ষের সাপেক্ষে মিনিটে 30 বার ঘুরাচ্ছে। কিছুক্ষণ পর দণ্ডের CD অংশটি ভেঙে বিচ্ছিন্ন হওয়ার পরেও সাবাবা দণ্ডটিকে পূর্বের কৌণিক বেগে ঘুরাতে থাকল। [AB = BD = 20 cm, CD = 10 cm]



(গ) সাফার ক্ষেত্রে ঘূর্ণনরত বস্তুটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। [উত্তর: 8×10^{-4} kgm^2]

(ঘ) CD অংশে বিচ্ছিন্ন হওয়ার পর দণ্ডটির গতিশক্তি সাফার বস্তুর গতিশক্তির সমান হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ দেখাও। [উত্তর: সমান হবে না।]

২০ পাশের চিত্রে গাছের ডাল হতে একটি শক্ত দড়ি (AB) এমনভাবে বাঁধা আছে যেন এর নিচের প্রান্ত ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করে আছে। একদিন একটি 2 kg ভরের বিড়াল দড়ি বেয়ে 3 ms^{-1} সমবেগে নিচ থেকে উপরে উঠলো। এরপর তাড়া খেয়ে 2 ms^{-2} ত্বরণে দড়ি বেয়ে নিচে নামলো।



(গ) একটি আমকে A বিন্দু হতে বিনা বাধায় ফেলে দেয়ায় ভূমি হতে 2 m উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হলো। দড়িটির দৈর্ঘ্য কত ছিল? [উত্তর: 10 m]

(ঘ) দড়ি বেয়ে বিড়ালটির উঠা-নামার কোন ক্ষেত্রে দড়ির টান বেশি ছিল? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [উত্তর: উপরে উঠার ক্ষেত্রে।]

২১ 2 m প্রস্থবিশিষ্ট রাস্তার একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 250 m। 1200 kg ভরের একটি গাড়ি 60 kmh^{-1} বেগে নিরাপদে বাঁকটি অতিক্রম করলো। রাস্তার ঘর্ষণাঙ্ক 0.09।

(গ) উদ্দীপকের বাঁকে গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয় কর। [উত্তর: 11835.4 N]

(ঘ) উদ্দীপকের বাঁকে ব্যাংকিং না করে একই বেগে গাড়িটি নিরাপদে অতিক্রম করতে পারবে কি-না- গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: পারবে না।]

২২ 5 kg ভরের একটি বস্তু 3 ms^{-1} বেগে 2 kg ভরের স্থির বস্তুকে ধাক্কা দেয়ার পর অনুভূমিক তলের দিক হতে ১ম বস্তু 30° কোণে 2 ms^{-1} বেগে বিক্ষিপ্ত হলো এবং ২য় বস্তুটি 5 m পুরুত্বের 6 N প্রতিরোধ বল বিশিষ্ট একটি দেয়ালে আঘাত করলো।

(গ) দ্বিতীয় বস্তুর বিক্ষেপণ কোণ কত? [উত্তর: 38.27°]

(ঘ) সংঘর্ষের পর দ্বিতীয় বস্তুটি দেয়ালে ক্ষতি করতে পারবে কি না- গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: দেয়ালের ভিতর 2.72 m ঢুকবে।]

২৩ 0.250 kg ভরের কোনো বস্তুকে 75 cm লম্বা একটি সুতার সাহায্যে অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। একটি স্থির অবস্থা থেকে সমকৌণিক ত্বরণে ঘোরা আরম্ভ করে 3 মিনিট পর থেকে প্রতি মিনিটে 180 বার করে ঘুরছে।

(গ) বস্তুটির উপর কি পরিমাণ টর্ক ক্রিয়া করছে তার মান নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.014726 Nm]

(ঘ) উদ্দীপকের বস্তুটি 3 min পর থেকে 5 min পর্যন্ত মোট কৃতকাজ এবং মোট গতিশক্তির পরিবর্তন সমান কিনা- গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: সমান হবে।]

২৪ মসৃণ তলে রাখার 2 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর 20 N বল অনুভূমিকভাবে প্রয়োগ করা হলো এবং 10 sec পর বল প্রত্যাহার করা হলো। এরপর বস্তুটি 0.5 kg ভরের অপর একটি বস্তুকে আঘাত করে এবং ২য় বস্তুটি প্রথম বস্তুটির গতির দিকের সাথে 45° কোণে বিক্ষিপ্ত হয়।

(গ) ১ম বস্তুটি 10 sec পর কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে? [উত্তর: 500 m]

(ঘ) সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক হওয়ার সম্ভাবনা কতটুকু গাণিতিক ব্যাখ্যা দেখাও। [উত্তর: সম্ভাবনা আছে।]

২৫ Mr. 'P' 80 cm দীর্ঘ একটি সুতায় কোনো বস্তুকে বেঁধে অনুভূমিক তলে 85 rpm বেগে ঘুরাচ্ছে। হঠাৎ করে ঘূর্ণায়মান বস্তুটির $\frac{1}{3}$ অংশ ছিটকে পড়ে গেল। এখন সে ঘূর্ণন সংখ্যা ঠিক রাখার জন্য প্রয়োজনমতো সুতার দৈর্ঘ্য কমিয়ে নিল।

(গ) উদ্দীপক হতে ভর কমে যাওয়ার পূর্বে বস্তুটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ছিল তা নির্ণয় কর। [উত্তর: 63.385 ms^{-2}]

(ঘ) ঘূর্ণন সংখ্যা ঠিক রাখার জন্য Mr. 'P' এর কৌশলটি সঠিক ছিল কিনা তা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: সঠিক নয়।]

২৬ 3 cm ব্যাসার্ধের 6 gm ভরের একটি গোলককে 1 cm দৈর্ঘ্যের সিলিন্ডারে পরিণত করা হলো গোলকটি 30° হেলানো তল বেয়ে গড়িয়ে পড়ছে।

(গ) গোলকটিকে সিলিন্ডারে পরিণত করায় জড়তার ভ্রামকের কি পরিবর্তন হবে? [উত্তর: 5 গুণ হবে।]

(ঘ) উদ্দীপকের গোলকটি পিছলিয়ে পড়লে বেগের কি পরিবর্তন হবে- গাণিতিকভাবে যুক্তি দাও। [উত্তর: বেগ 18% বৃদ্ধি পাবে।]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

বল ও বলের ঘাত

১। ঘাত বল কাকে বলে? [সি. বো. ২৫]

উত্তর: যে বল খুব অল্প সময়ের জন্য কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করে কিন্তু সেই সময়ের মধ্যে বস্তুর ভরবেগের বড় পরিবর্তন ঘটায় তাকে ঘাত বল বলা হয়।

২। নিউটন বল কাকে বলে? [ব. বো. ২৫]

উত্তর: 1 কেজি ভরবিশিষ্ট কোনো একটি বস্তুতে প্রযুক্ত হয়ে 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 নিউটন বল বলে।

৩। জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? [চ. বো. ২৫, ১৯; চ. বো., কু. বো. সি. বো. ২৪; রা. বো. ২৩]

উত্তর: একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ঐ অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলে।

৪। নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা লেখ।

উত্তর: নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয় না–

i. ক্ষুদ্র ভর বিশিষ্ট কণার ক্ষেত্রে।

ii. বস্তুর ত্বরণ খুব কম ($< 10^{-10}ms^{-2}$) হলে।

iii. আলোর বেগের কাছাকাছি বেগ সম্পন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে।

৫। এক নিউটন বল কী? [দি. বো. ২৩]

উত্তর: 1 kg ভরের বস্তুর উপর যে পরিমাণ বল ক্রিয়া করে 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে এক নিউটন বল বলে।

৬। বলের ঘাত কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৫; দি. বো. ২৫, ২২; ব. বো. ২৩; য. বো. ২২, ১৭; ঢা. বো. ২২, ২১; কু. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল এবং বলের ক্রিয়াকালের গুণফলই বলের ঘাত।

৭। নিউটনের গতির ১ম সূত্রটি বিবৃত কর।

উত্তর: বাহ্যিক বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থিরই থাকবে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে সরলপথে চলতে থাকবে।

৮। মৌলিক বলের সংজ্ঞা দাও। [য. বো., ম. বো. ২১]

উত্তর: যেসব বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না তাকে মৌলিক বল বলে।

৯। বল কী? [ব. বো. ২১, ১৬]

উত্তর: যে বাহ্যিক কারণ বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে।

১০। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে নিউটনের ১ম সূত্র লিখ।

উত্তর: কোনো বস্তুর ওপর টর্ক ক্রিয়াশীল না হলে স্থির বস্তু স্থির অবস্থানে এবং ঘূর্ণনরত বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে।

১১। 1 পাউন্ডাল বল কাকে বলে? [রা. বো. ১৬]

উত্তর: যে বল 1 পাউন্ড ভরবিশিষ্ট কোনো একটি বস্তুতে প্রযুক্ত হয়ে 1 ফুট/সে^{2} ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 পাউন্ডাল বলে।

১২। বলের ঘাতের মাত্রা লিখ।

উত্তর: বলের ঘাতের মাত্রা = $[MLT^{-1}]$

১৩। ঘূর্ণন গতির জন্য নিউটনের ৩য় সূত্র লিখো।

উত্তর: প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক টর্কের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক টর্ক আছে।

১৪। নিউটনের গতির ৩য় সূত্রটি লেখ।

উত্তর: প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

১৫। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ কত?

উত্তর: ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ 180°।

১৬। সংরক্ষণশীল বল কী? [চ. বো. ২৫]

উত্তর: যে বলের দ্বারা কোনো কণাকে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে সরালে সম্পাদিত কাজ কেবল প্রারম্ভিক ও চূড়ান্ত অবস্থার উপর নির্ভর করে, পথের উপর নির্ভর করে না, তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণস্বরূপ: মহাকর্ষ বল, স্থিতিস্থাপক বল ইত্যাদি।

ভরবেগের নিত্যতা সূত্র

১৭। কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি লেখ।

উত্তর: বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ লব্ধি টর্ক শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। এটিই কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র।

১৮। একমাত্রিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? [রা. বো. ২৪]

উত্তর: যখন দুই বা ততোধিক বস্তু একই সরলরেখা বরাবর চলতে চলতে একে অপরের সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয়, তখন সেই সংঘর্ষকে একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে।

১৯। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে? [দি. বো. ২৪]

উত্তর: যে সংঘর্ষে ভরবেগ এবং গতিশক্তি উভয়ই সংরক্ষিত থাকে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

২০। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি লেখ। [ঢা. বো. ২৪; য. বো., দি. বো. ২১]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর বাহ্যিক বল প্রযুক্ত না হলে ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না, অর্থাৎ ভরবেগ সংরক্ষিত থাকবে, একেই ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বলে।

২১। ভরবেগ কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুর ভর ও বেগের সমন্বয়ে বস্তুতে যে ধর্মের উদ্ভব হয় তাকে বস্তুর ভরবেগ বলে। ভরবেগ = ভর × বেগ।

২২। সংঘর্ষ কাকে বলে? [য. বো. ২৩]

উত্তর: অতি অল্প সময়ের জন্য বৃহৎ কোনো বল ক্রিয়া করে বস্তুর গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন করাকে সংঘর্ষ বলে।

২৩। ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ নির্ণয় কর।

উত্তর: ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ, $[P] = [MLT^{-1}]$

২৪। অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলতে কী বুঝ?

উত্তর: দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে যদি বস্তুদ্বয়ের গতিশক্তি সংরক্ষিত না হয় তবে সেই সংঘর্ষকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

ঘর্ষণ

২৫। ঘর্ষণ কোণ কাকে বলে? [রা. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর একটি বল প্রয়োগ করলে সেটি চলতে চাইলে ঘর্ষণ বল তাকে প্রতিরোধ করে। ঘর্ষণ বল এবং লম্ব প্রতিক্রিয়া বলের মধ্যে যে কোণ গঠিত হয় তাকে ঘর্ষণ কোণ বলে।

২৬। গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক কী?

উত্তর: একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুর ওপর দিয়ে স্থির বেগে চলতে থাকে তখন গতীয় ঘর্ষণ বল (f_k) এবং অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার (R) অনুপাতকে গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক (μ_k) বলে।

জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ

২৭। চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী? [কু. বো. ২৫; য. বো. ২৪; কু. বো., সি. বো., ম. বো. ২৩; ব. বো. ২২, ১৭; চ. বো. ২১]

উত্তর: যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর মোট ভর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত আছে মনে করা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দু ভরের জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

২৮। জড়তা কাকে বলে?

উত্তর: কোনো বস্তু যে অবস্থায় আছে চিরকাল সে অবস্থায় থাকতে চাওয়ার প্রবণতা বা ধর্মকে জড়তা বলে।

২৯। লম্ব অক্ষ উপপাদ্য কী? [ঢা. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।

৩০। সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

উত্তর: যেকোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো সমতল পাতলা পাতের জড়তার ভ্রামক পাতটির ভারকেন্দ্রগামী তার সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং পাতের ভর ও দুই অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।

টর্ক ও কৌণিক ভরবেগ

৩১। টর্ক কী? [ম. বো. ২৫, ২২;রা. বো. ২৪; য. বো. ২৩, ১৯; চ. বো., কু. বো., সি. বো. ২১, ১৭; সম্মিলিত বো. ১৮]

উত্তর: কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্য প্রযুক্ত দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে।

৩২। কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? [ব. বো., সি. বো. ২৪; কু. বো. ২১]

উত্তর: ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

৩৩। টর্কের মাত্রা লিখ।

উত্তর: টর্কের মাত্রা $[ML^2T^{-2}]$

কেন্দ্রমুখী বল ও রাস্তার ব্যাংকিং

৩৪। নিশ্চল কোণ কী? [ব. বো. ২৩]

উত্তর: অনুভূমিকের সাথে আনত কোনো তলের যে কোণের জন্য আনত তলের উপর অবস্থিত স্থির কোনো বস্তু গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয় তাকে নিশ্চল কোণ বলে।

৩৫। কেন্দ্রমুখী বল কী? [চ. বো., কু. বো. ২১; দি. বো. ২১, ১৬; ঢা. বো. ১৫; রা. বো. ১৭]

উত্তর: যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে চলতে থাকে এবং যে বল সবসময় বস্তুর গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র বল (Centripetal force) বলা হয়।

৩৬। কেন্দ্রমুখী বলের মান কোন বিষয়ের উপর নিভর করে?

উত্তর: আমরা জানি, কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r}$। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী বল বস্তুর ভর, বেগ ও কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্ব তথা ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে।

৩৭। ব্যাংকিং কোণ কী? [ঢা. বো. ২৩]

উত্তর: অনুভূমিক রাস্তায় হঠাৎ বাঁক নেওয়ার সময় গাড়ি যাতে ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনায় না পড়ে সেজন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভিতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করে তৈরি করা হয়। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে। অনুভূমিক রেখার সাথে ঐ স্থানে দুই পাশ যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ব্যাংকিং কোণ বলে।

ঘূর্ণনগতি

৩৮। ঘূর্ণন অক্ষ কাকে বলে?

উত্তর: ঘূর্ণনশীল কোনো বস্তুর প্রত্যেকটি কণার বৃত্তাকার গতির কেন্দ্রগুলো যে সরলরেখায় অবস্থিত তাকে ঘূর্ণন অক্ষ বলে।

৩৯। কৌণিক সরণ কাকে বলে?

উত্তর: বৃত্তপথে ঘূর্ণায়মান একটি কণা একটি নির্দিষ্ট সময়ে বৃত্তের একটি নির্দিষ্ট চাপ পরিভ্রমণ করে। সেই চাপ কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কৌণিক সরণ বলে।

৪০। সমবৃত্তীয় গতি কী?

উত্তর: সমকৌণিক বেগবিশিষ্ট গতিকে সমবৃত্তীয় গতি বলে।

৪১। ঘূর্ণন জড়তা কাকে বলে?

উত্তর: একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারিদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বা ঘূর্ণন জড়তা বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বুঝায়।

৪২। কৌণিক বেগ কাকে বলে? [ব. বো. ২৫]

উত্তর: সময়ের সাথে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক বেগ বলে।

৪৩। কৌণিক ত্বরণের মাত্রা সমীকরণ বের করো।

উত্তর: কৌণিক ত্বরণের মাত্রা সমীকরণ: $[\alpha] = [T^{-2}]$

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

বল ও বলের ঘাত

১। লিফট অবাধে নিচে নামতে থাকলে লিফটের আরোহীর নিজেকে ওজনহীন মনে করেন কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৫]

উত্তর: লিফট নিচে নামতে থাকলে লিফটের আরোহীর ওজন হবে, $R = m(g - a)$। যেখানে, m = আরোহীর ভর এবং a = লিফটের ত্বরণ। অবাধে নিচে নামতে থাকলে লিফটের ত্বরণ, a = g হবে। সুতরাং, লিফটের আরোহীর ওজন, $R = m(g - g) = 0$। অর্থাৎ লিফটের আরোহীর নিকট তার ওজন শূন্য মনে হবে বা সে ওজনহীনতা অনুভব করবে।

২। আমাদের হাঁটার ক্ষেত্রে নিউটনের ৩য় সূত্র প্রযোজ্য হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]

উত্তর: আমাদের হাঁটার ক্ষেত্রে নিউটনের সূত্র প্রযোজ্য হয়। নিউটনের ৩য় সূত্র অনুযায়ী প্রত্যেক ক্রিয়ারই সমান এবং বিপরীত প্রতিক্রিয়া থাকে। আমরা যখন হাঁটি, তখন আমাদের পা মাটির ওপর পেছনের দিকে এক ধরনের বল প্রয়োগ করে। ক্রিয়া বল পা মাটিকে পেছনের দিকে ঠেলে দেয়। প্রতিক্রিয়া বল হিসেবে মাটি আমাদের পায়ের ওপর সমান মানের বিপরীতমুখী (অর্থাৎ সামনের দিকে) বল প্রয়োগ করে।

এই সামনের দিকে প্রাপ্ত প্রতিক্রিয়া বলই আমাদের শরীরকে সামনের দিকে অগ্রসর হতে সাহায্য করে।

৩। ক্রিকেট খেলোয়াড় বল ধরার সময় হাত পেছনে নেয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

উত্তর: যখন ক্রিকেট খেলোয়াড় বল ধরে তখন বলের ভরবেগ হঠাৎ থামাতে হয়। ভরবেগ পরিবর্তনের ক্ষেত্রে, $F \times \Delta t = \Delta P$

এখানে, F = খেলোয়াড়ের হাতে উৎপন্ন বল, Δt = বল ধরতে সময়

ΔP = বলের ভরবেগের পরিবর্তন

যদি খেলোয়াড় হাত একেবারে শক্ত করে স্থির রেখে বল ধরে তাহলে Δt (সময়) খুব ছোট হবে। ফলে সমীকরণ থেকে দেখা যায়, F (বল) অনেক বেশি হবে। এতে হাত আঘাত পেতে পারে বা বল ছিটকে যেতে পারে। কিন্তু যখন খেলোয়াড় হাত পেছনে নেয়, তখন বল থামানোর সময়কাল Δt বেড়ে যায়। যেহেতু ভরবেগের পরিবর্তন ΔP একই থাকে, তাই সময় বাড়লে প্রয়োজনীয় বল, F কমে যায়। এতে হাত কম আঘাত পায় এবং বল ধরা সহজ হয়।

৪। ভিন্ন তলে অবস্থিত তিনটি ভেক্টর রাশির লব্ধি কখনো শূন্য হয় না- ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৫]

উত্তর তিনটি ভেক্টরের লব্ধি শূন্য হতে হলে অবশ্যই সবগুলো ভেক্টরকে একই সমতলে থাকতে হয়। উদাহরণস্বরূপ: যদি তিনটি ভেক্টর একই সমতলে থাকে এবং একে অপরকে ত্রিভুজ আকারে সাজানো যায়, তবে তাদের লব্ধি শূন্য হতে পারে। কিন্তু ভিন্নতলে তিনটি ভেক্টর থাকলে তারা কোনো ত্রিভুজ বা বহুভুজ গঠন করতে পারে না। এইক্ষেত্রে একটির সাথে অপর দুইটি যোগ করে কখনোই সম্পূর্ণভাবে একে অপরকে নিঃশেষ করতে পারবে না।

সহজভাবে বললে, ভিন্ন সমতলে থাকা মানে একটির উপাংশ এমন দিকে থাকবে যেদিকে বাকি দুইটি ভেক্টরের কোনো উপাংশ নেই। তাই ওই উপাংশকে অন্য দুইটি ভেক্টর দ্বারা প্রতিহত বা নিষ্ক্রিয় করা সম্ভব হয় না।

৫। বলের দ্বারা কাজ ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]

উত্তর: বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর বলের দিকে সরণ ঘটে তাকে বলের দ্বারা কাজ বলে। বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ হলো বস্তুর উপর কার্যরত বলের মান ও বলের দিকে স্থানান্তর মানের গুণফল। $W = Fd\cos\theta$।
উদাহরণস্বরূপ: টেবিল থেকে একটি বই $F = 20$ N বল প্রয়োগ করে বলের দিকে 1 m দূরে যায়। এইক্ষেত্রে বল এবং সরণের মধ্যবর্তী কোণ 0°। বলের দ্বারা কৃতকাজ হবে, $W = Fs\cos\theta = 20 \times 1 \times \cos 0° = 20$ J।

৬। একজন আরোহী লিফটে উপরে উঠার সময় নিজেকে ভারী মনে করে, ব্যাখ্যা করো।

উত্তর: লিফটে উপরে ওঠার সময় লিফটির উপরের দিকে একটি ত্বরণ সৃষ্টি হয়। ফলে লিফটের সাপেক্ষে আমাদের ত্বরণ g অপেক্ষা বেশি হয়। এ বর্ধিত ত্বরণের জন্য আমরা লিফটের উপর আমাদের ওজনের চেয়ে বেশি বল প্রয়োগ করি। তখন লিফটও আমাদের উপর আমাদের ওজনের চেয়ে বেশি মানের বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। ফলে লিফটে উপরে উঠার সময় নিজেকে ভারী মনে হয়।

৭। বালুর মধ্যদিয়ে গাড়ি চালাতে সমস্যা হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [চ. বো. ২৩]

উত্তর: যদি কেউ স্বাভাবিক সমতল রাস্তায় গাড়ি চালায় তাহলে গাড়ির চাকা রাস্তার উপরে ক্রিয়া বল প্রয়োগ করে এবং রাস্তারও প্রতিক্রিয়া গাড়িটির উপর ক্রিয়া করে, ফলে গাড়িটি সামনে এগিয়ে চলতে পারে। কিন্তু যখন বালুর উপর গাড়ি চালানো হয় তখন গাড়ির চাকা বালুর উপরে বল ক্রিয়া করে বালুকে দেবে/ পিছিয়ে দেয়। ফলে প্রতিক্রিয়া বল কম হয় ও বালুর উপর গাড়ির চালাতে সমস্যা হয়।

৮। গতিশীল লিফটে বস্তুর কার্যকর ওজনের তারতম্য ব্যাখ্যা করো। [য. বো. ২৩]

উত্তর: m ভরবিশিষ্ট একজন লোক যখন একটি গতিশীল লিফটের মেঝের উপর দাঁড়িয়ে থাকে, তখন তার দেহের ওজনের জন্য মেঝের উপর একটি নিম্নমুখী বল mg ক্রিয়া করে এবং মেঝে লোকটির উপর একটি উর্ধ্বমুখী প্রতিক্রিয়া বল R প্রয়োগ করে।
লিফটের সম্ভাব্য বিভিন্ন ত্বরণ a এর জন্য আপাত ওজন অর্থাৎ প্রতিক্রিয়া বল নিম্নরূপে নির্ণয় করা হল–

i. লিফট যখন a ত্বরণ নিয়ে ওঠে তখন, $R = m(g + a)$ হয়। যা লোকের ওজন mg অপেক্ষা বেশি, তাই লোকটি তখন নিজেকে অপেক্ষাকৃত ভারী অনুভব করে।

ii. লিফট যখন a ত্বরণ নিয়ে নিচে নামে তখন $R = m(g - a)$ হয়। যা লোকটির ওজন mg অপেক্ষা কম। তাই লোকটি নিজেকে অপেক্ষাকৃত হালকা মনে করে।

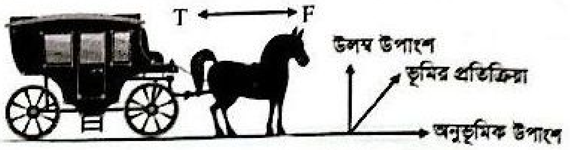
iii. লিফটের তার ছিঁড়ে লিফটি অবাধে নিজের দিকে পড়তে থাকলে লিফটের নিম্নমুখী ত্বরণ $a = g$ হয়। তাই তখন $R = 0$ হয়ে যায়, ফলে লোকটি নিজেকে সম্পূর্ণ ওজনহীন মনে করে।

৯। সমবেগে উঠানামা করা লিফটের যাত্রীর ওজনের পরিবর্তন হয় না কেন? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: একজন যাত্রী যখন লিফটের ভেতর দাঁড়িয়ে থাকে তখন তার দেহের ওজন (mg) লিফটের মেঝের উপর ক্রিয়া করে এবং একই সাথে লিফটের মেঝে যাত্রীর উপর প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে।
লিফটটি যখন সমবেগে উঠানামা করে তখন তার ত্বরণ, $a = 0$। অর্থাৎ $R = mg$ কেবল ক্রিয়া করে। তাই সমবেগে উঠানামা করার ক্ষেত্রে লোকটির উপর তার নিজের ওজনের সমান প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়া করায় লোকটির ওজনের কোনো আপাত হ্রাস বা বৃদ্ধি ঘটে না।

১০। আরোহীসহ ঘোড়ার গাড়ি সামনের দিকে এগোয় কি করে? [রা. বো. ২৪]

উত্তর: গাড়িটিকে সামনের দিকে চালাবার জন্য ঘোড়া মাটির উপর তির্যকভাবে বল প্রয়োগ করে। সঙ্গে সঙ্গে মাটি ঘোড়ার উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল R প্রয়োগ করে। এই বলকে অনুভূমিক দিকে এবং উলম্ব দিকে যথাক্রমে F_H এবং F_V উপাংশে বিশ্লেষণ করা যায়। উলম্ব উপাংশে F_V ঘোড়ার ওজনকে প্রশমিত করে। এখন যদি অনুভূমিক উপাংশ F_H ঘোড়ার উপর গাড়ি দ্বারা পেছনের দিকে প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়া বল (T)-এর চেয়ে বেশি হয়, তাহলে $(F_H - T)$ বলের ক্রিয়ায় ঘোড়া সামনের দিকে এগিয়ে যায় অর্থাৎ গাড়িটি সামনের দিকে এগিয়ে যায়।



১১। নৌকা থেকে লাফ দেওয়ার সময় নৌকা পিছিয়ে যায় কেন? [দি. বো. ২১]

উত্তর: লাফ দেওয়ার পূর্বে এবং পরে ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে বলে নৌকা পিছিয়ে যায়। ধরি, লাফ দেওয়ার পূর্বে নৌকা ও ব্যক্তি স্থির ছিল। ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুসারে,

$$p_i = p_f$$
$$\Rightarrow 0 = mv + MV$$
$$\therefore V = -\frac{mv}{M}$$

যেখানে, m = ব্যক্তির ভর
M = নৌকার ভর
v = ব্যক্তির লাফ দেওয়ার বেগ
V = নৌকার শেষ বেগ

এক্ষেত্রে লাফ দেওয়ার পর নৌকার বেগ ঋণাত্মক দ্বারা বোঝায়, নৌকাটি ব্যক্তির লাফ দেওয়ার বিপরীত দিকে গতিশীল হবে। অর্থাৎ নৌকাটি V বেগে পিছিয়ে যাবে।

১২। জানালার কাঁচে ঢিল মারলে কাঁচটি টুকরো টুকরো হলেও বন্দুকের গুলি আঘাত করলে একটি ছোট গর্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: জানালার কাঁচে ঢিল মারলে তা টুকরো টুকরো হয়ে ভেঙ্গে যায় কিন্তু বন্দুকের গুলি আঘাত করলে শুধুমাত্র একটি ছোট গর্ত হয়। কারণ গুলির বেগ ঢিলের বেগের থেকে অনেক বেশি। এক্ষেত্রে ঢিল যখন জানালা স্পর্শ করে তখন সংঘর্ষের সময়কাল গুলির সংঘর্ষের সময়কাল অপেক্ষা বেশি হয়। ফলে ঢিলের সমস্ত গতিশক্তি সংঘর্ষকালীন শুধুমাত্র সংস্পর্শ অঞ্চলে সীমাবদ্ধ না থেকে সমগ্র কাঁচে ছড়িয়ে পড়ে এবং কাঁচটি টুকরো আকারে ভেঙ্গে যায়। অন্যদিকে গুলির সংঘর্ষকালীন সময় অনেক কম হওয়ায় এর সমস্ত গতিশক্তি এর স্পর্শ অঞ্চলে ক্রিয়া করে। তাই গুলির আঘাতে ছোট গর্ত তৈরি হয়।

১৩। নিউটনের গতির ২য় সূত্র ব্যাখ্যা করো।

উত্তর: নিউটনের ২য় সূত্রটি হলো–
ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। এই বল যেদিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।

অর্থাৎ, ভরবেগের পরিবর্তনের হার, $\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$

নিউটনের ২য় সূত্রানুযায়ী, $\vec{F} \propto \frac{d\vec{P}}{dt} = k.\frac{d\vec{P}}{dt} = k.\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = k.m\vec{a}$

একক বলের সংজ্ঞানুযায়ী, $k = 1$ বসিয়ে, $\vec{F} = m\vec{a}$
এই সূত্রের সাহায্যে বলের অভিমুখ, পরিমাণ, গুণগত বৈশিষ্ট্য, ত্বরণের সঙ্গে বলের সম্পর্ক, একক বল, বলের একক ও বলের নিরপেক্ষ নীতি সম্পর্কে জানা যায়।

১৪। কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল 12 N বলতে কী বোঝায়? [দি. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল 12 N বলতে বোঝায় যে, 1 kg ভরের কোনো বস্তুর উপর 12 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল ক্রিয়াশীল আছে। অন্যভাবে বলা যায়, 12 kg ভরের বস্তুর উপর 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল ক্রিয়াশীল আছে তাকেই বোঝায়।

ভরবেগের নিত্যতা সূত্র

১৫। পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং পূর্ণঅস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এক না ভিন্ন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

উত্তর: পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই সংরক্ষিত থাকে। সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় সাধারণত আলাদা হয়ে যায়। অন্যদিকে, পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে কেবলমাত্র ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে কিন্তু গতিশক্তি থাকে না। কিছু গতিশক্তি, তাপ, শব্দ, বিকৃতি প্রভৃতিতে নষ্ট হয়। সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় একসাথে লেগে যায় এবং একই সাথে চলে।

উদাহরণ: কাদার বলের সাথে আরেকটি কাদার বলের সংঘর্ষ।

১৬। বালুর মধ্যে স্বাচ্ছন্দ্যে হাঁটা যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো.,ব. বো. ২৫]

উত্তর: বালু দানাদার পদার্থ, এর কণাগুলো পরস্পরের সাথে দুর্বলভাবে যুক্ত এবং বালু কঠিন মাটির মতো প্রতিরোধ দিতে পারে না। যখন আমরা বালুর উপর ভর দেই তখন আমাদের শরীরের ছোট ক্ষেত্রফল (পায়ের তলায়) ক্রিয়া করে এর ফলে চাপ বেড়ে যায়। চাপ বেড়ে যাওয়ায় পা বালুর দানার ফাঁকে ডুবে যায়। এর ফলে স্বাভাবিক প্রতিক্রিয়া বল যথেষ্ট পরিমাণ পাওয়া যায় না। অর্থাৎ যথেষ্ট প্রতিক্রিয়া বল না থাকার দরুণ বালুর মধ্যে স্বাচ্ছন্দ্যে হাঁটা যায় না।

১৭। দেয়ালে ধাক্কা খেয়ে বল পিছনে ফিরে আসে কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো., সি. বো. ২৪; কু. বো. ২১]

উত্তর: প্রতিক্রিয়া বলের কারণে দেয়ালে ধাক্কা খেয়ে বল পিছনে ফিরে আসে।

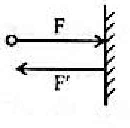
নিউটনের তৃতীয় সূত্র: প্রতিটি ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে। বল দেয়ালে আঘাত করার সময় দেওয়ালের উপর F বল প্রয়োগ করে। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে দেয়াল একই পরিমাণ বল বলটির উপর প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বলের মান F_1 হলে, $F = -F_1$। প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হওয়ায় বলটি ধাক্কা খেয়ে আবার পিছনে ফিরে আসে।

১৮। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কারণে কোনো বস্তুর সাম্যাবস্থার সৃষ্টি হয় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৪]

অথবা, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল পরস্পরকে প্রশমিত করে না– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২২]

অথবা, ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীত হলেও তারা সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করতে পারে না কেন? [সি. বো. ২২]

উত্তর: ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হওয়ায় এরা সাম্যাবস্থা সৃষ্টি করে না। প্রতিটি ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।



একটি বল দেয়ালে আঘাত করার সময় দেয়ালের উপর F বল প্রয়োগ করে, এ বলের প্রতিক্রিয়া স্বরূপ দেয়াল বলটির উপর F' বল প্রয়োগ করে, যেখানে $F' = F$। অর্থাৎ ক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয় দেয়ালের উপর এবং প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয়ে বলটির উপর। দুটি বল দ্বারা সাম্যাবস্থা সৃষ্টি হতে হলে তাদের অবশ্যই একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করতে হবে, এক্ষেত্রে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল সমান মান ও বিপরীতমুখী হলেও তারা দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। তাই সাম্যাবস্থা সৃষ্টি সম্ভব না।

১৯। রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতিতে দিকের গুরুত্ব আছে কি না? আলোচনা কর। [ব. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো বস্তুর ভর এবং রৈখিক বেগের গুণফলকে বস্তুটির রৈখিক ভরবেগ বলে। রৈখিক ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি।

আমরা জানি, রৈখিক ভরবেগ $\vec{P} = m\vec{v}$। যেহেতু ভরবেগ $\vec{P}$ একটি ভেক্টর রাশি, তাই $\vec{P}$ সংরক্ষিত হওয়ার অর্থ হচ্ছে এর মান ও দিক উভয়ই অপরিবর্তিত থাকবে। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে সংঘর্ষের পূর্বে ব্যবস্থার ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি আর সংঘর্ষের পরে ব্যবস্থার ভরবেগের ভেক্টর সমষ্টি সর্বদা সমান থাকে। তাই রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতিতে দিকের গুরুত্ব রয়েছে।

২০। দুটি সমান ভরের বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে বস্তুদ্বয় পরস্পর বেগ বিনিময় করে– ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: m ভরের একটি বস্তু u_1 বেগে চলতে চলতে u_2 বেগে চলমান m ভরের বস্তুর সাথে সংঘর্ষ করল এবং তাদের বেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে, সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে মোট ভরবেগ ও গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকবে।

$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2$ এবং $v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}u_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1$

এখন, $m_1 = m_2$ হলে, $v_1 = u_2$ এবং $v_2 = u_1$

তাই বলা যায়, দুটি সমান ভরের বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে পরস্পর বেগ বিনিময় করে।

২১। দেখাও যে, ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র থেকে নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র প্রতিপাদন করা যায়।

উত্তর: বাহ্যিক বল প্রয়োগ না করলে ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে পাই,

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \;......(i)$$

এখন, সংঘর্ষের আগে ১ম বস্তুর ভরবেগ, $P_1 = m_1u_1$

এবং সংঘর্ষের পরে ১ম বস্তুর ভরবেগ, $P_2 = m_1v_1$

$\therefore$ ভরবেগের পরিবর্তন, $P_2 - P_1 = m_1(v_1 - u_1)$

অনুরূপভাবে ২য় বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন, $P_2' - P_1' = m_2(v_2 - u_2)$

(i) নং হতে পাই, $m_1(v_1 - u_1) = -m_2(v_2 - u_2)$

যদি ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া t সময় ধরে স্থায়ী হয়, $m_1\frac{v_1 - u_1}{t} = -m_2\frac{v_2 - u_2}{t}$

$\Rightarrow m_1a_1 = -m_1a_2 \; \therefore F_1 = -F_2$ যা নিউটনের ৩য় সূত্রকে নির্দেশ করে।

২২। প্রমাণ কর: $L = I\omega$

উত্তর: আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ = ব্যাসার্ধ ভেক্টর × রৈখিক ভরবেগ

$\Rightarrow \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \;\; \therefore \vec{L} = \hat{\eta}rp\sin\theta$

এখন, $|\vec{L}| = L = rp\sin\theta$

$\Rightarrow L = rp$ $\quad [\theta = 90°$ ধরে$]$

$\Rightarrow L = r.mv$ $\quad [\because p = mv]$

$\Rightarrow L = mr.r\omega$ $\quad [\because v = r\omega]$

$\Rightarrow L = mr^2\omega$

$\therefore L = I\omega$ $\quad [\because I = mr^2]$ **(Proved)**

২৩। দীর্ঘ লাফ দেওয়ার পূর্বে একজন অ্যাথলেটকে অনেক দূর হতে দৌড়াতে হয় কেন?

উত্তর: দীর্ঘ লাফ দেওয়ার পূর্বে একজন অ্যাথলেট অনেক দূর হতে দৌড়ে আসে। দৌড়ের মাধ্যমে অ্যাথলেট পর্যাপ্ত ভরবেগ ও গতি অর্জন করে যা তাকে দীর্ঘ পথ লাফ দিয়ে অতিক্রম করতে সহায়তা করে। আমরা জানি, ভরবেগ $p = mv$; এখন, বেগ যত বেশি হবে বস্তুর ভরবেগ তত বেশি। ভরবেগ যত বেশি হবে বস্তুর গতিশক্তি তত বেশি অর্জন করবে। কারণ, গতিশক্তি, $E_k = \frac{p^2}{2m}$; এই গতিশক্তির জন্য অ্যাথলেট বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে পারে। তাই দীর্ঘ লাফ দেয়ার আগে অ্যাথলেটকে অনেক দূর হতে দৌড়ে আসতে হয়।

ঘর্ষণ

২৪। প্রযুক্ত বল থেকে ঘর্ষণ বল বেশি হতে পারে না– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর আমরা যখন একটি বল প্রয়োগ করি, তখন বস্তুটি সরাতে গেলে তার বিপরীতে ঘর্ষণ বল কাজ করে। ঘর্ষণ বলের সর্বোচ্চ মান হলো: $f_{max} = \mu N$। যেখানে, μ = ঘর্ষণ সহগ এবং N = লম্ব প্রতিক্রিয়া বল। ঘর্ষণ বল কখনোই প্রযুক্ত বলের চেয়ে বেশি হতে পারে না। বরং যা ঘটে তা হলো–

- যদি প্রযুক্ত বল ছোট হয় ($F < f_{max}$) তখন ঘর্ষণ বলের মান প্রযুক্ত বলের সমান হয়ে যায় এবং বস্তু স্থির থাকে। $f = F$

- যদি প্রযুক্ত বল বড় হয় ($F > f_{max}$), তখন ঘর্ষণ বল তার সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত কাজ করবে ($F = f_{max}$) এর বেশি পাববে না। ফলে বস্তুটি চলতে শুরু করবে। সুতরাং, ঘর্ষণ বল সর্বদা প্রযুক্ত বলের সমান বা তার চেয়ে ছোট হয়। এটি কখনো প্রযুক্ত বলের চেয়ে বেশি হতে পারে না।

২৫। জেট বিমান অনেক উঁচুতে উড়ে কেন– ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: জেট বিমান অনেক উঁচুতে উড়ে কারণ সেখানে বাতাসের ঘর্ষণজনিত বাধা কম। ভূপৃষ্ঠ থেকে যত উপরে উঠা যায় বায়ুর ঘনত্ব তত কমতে থাকে। ফলে এর মধ্যে দিয়ে গতিশীল বস্তুর উপর বাধা কম কাজ করে। জেট বিমান যেহেতু দ্রুত গতির বিমান। এটি অনেক উঁচুতে উড়লে এর উপর বাতাসের ঘর্ষণজনিত বল কম কাজ করবে যার ফলে বিমানটির তাপমাত্রা সহনশীল মাত্রার মধ্যে থাকবে।

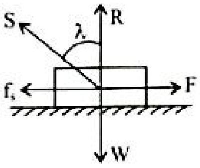
২৬। দেখাও যে, স্থিতিঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu_s = \tan\lambda$ [যেখানে, λ = নিশ্চল কোণ]

উত্তর: দুটি বস্তু পরস্পরের সংস্পর্শে থাকলে স্থিতি ঘর্ষণের সীমান্তিক মান ও অভিলম্বিক প্রতিক্রিয়ার অনুপাতকে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক বলে।

ধরি, লব্ধি প্রতিক্রিয়া = S; অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া = R

ঘর্ষণ বল = f_s

এখন, $R = S\cos\lambda$; $f_s = S\sin\lambda$



ঘর্ষণ গুণাঙ্কের সংজ্ঞানুযায়ী, $\mu_s = \frac{f_s}{R} = \frac{S\sin\lambda}{S\cos\lambda}$

$\therefore \mu_s = \tan\lambda$

জড়তার ভ্রামক ও ঘূর্ণন গতিশক্তি

২৭। কৌণিক গতিতে গতিশীল কোনো বস্তুর গতিপথের ব্যাসার্ধ ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ একই হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে আবর্তন করলে আমরা বলি যে এটি কৌণিক গতিতে আছে। গতিপথের ব্যাসার্ধ হচ্ছে বৃত্তাকার পথে বস্তুর ঘূর্ণনের ব্যাসার্ধ। অন্যদিকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ হচ্ছে এমন একটি দূরত্ব যেখানে যদি পরো ভরকে কেন্দ্র করে ধরা হয়, তবে জড়তার ভ্রামক অপরিবর্তিত থকে। কোনো বস্তু যদি একটি বিন্দু ভর (Point mass) হয় এবং এটি কেন্দ্র থেকে π দূরত্বে ঘুরে তবে এর জড়তার ভ্রামক হবে, $I = Mr^2$ তাই চক্রগতির ব্যাসার্ধ হবে, $k = r$। অর্থাৎ, বিন্দুভরের ক্ষেত্রে গতিপথের ব্যাসার্ধ ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ একই হয়।

২৮। কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তার ভ্রামক 15 kgm^2 বলতে কী বুঝায়? [ঢা. বো. ২৪; রা. বো. ১৭]

উত্তর: একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারিদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ওই অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বুঝায়। অর্থাৎ, জড়তার ভ্রামক, $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$। কোনো ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তার ভ্রামক 15 kgm^2 বলতে বুঝায়, বস্তুটির নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টি 15 kgm^2। অন্যভাবে, বস্তুটিতে 1 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে বস্তুটির উপর 15 Nm টর্ক প্রয়োগ করতে হবে।

২৯। "একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান কোনো দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক সংখ্যাগতভাবে এর কৌণিক ভরবেগের সমান।"– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

উত্তর: আমরা জানি, ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক বেগের গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

অর্থাৎ, জড়তার ভ্রামক I, কৌণিক বেগ ω এবং কৌণিক ভরবেগ L হলে, $L = I\omega$ এখন, একক সমকৌণিক বেগের ক্ষেত্রে, $\omega = 1$

$\therefore L = I \times 1 = I$; অতএব, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান।

৩০। নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়– এর তাৎপর্য লিখ। [য. বো. ১৭]

উত্তর: ধরি, নিজ অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক = I_1 এবং কৌণিক বেগ = ω_1; কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুযায়ী, $L_1 = L_2$

$\Rightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Rightarrow I_1\omega_1 = \frac{I_1}{2}\omega_2$ $\left[\text{প্রশ্নমতে, } I_2 = \frac{I_1}{2}\right]$

$\therefore \omega_2 = 2\omega_1$; $\therefore$ কোন ব্যক্তির নিজ অক্ষের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান অবস্থায় জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়।

৩১। একজন সাঁতারু যখন ডাইভিং মঞ্চ থেকে সুইমিংপুলে ডাইভ দেন তখন তার শরীরের অঙ্গভঙ্গি পরিবর্তন করেন কেন?

উত্তর: একজন সাঁতারু যখন ডাইভিং মঞ্চ থেকে সুইমিংপুলে ডাইভ দেন তখন তার শরীরের অঙ্গভঙ্গি পরিবর্তন করেন কারণ এতে করে সে জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন করতে পারেন। কৌণিক ভরবেগ এর নিত্যতা সূত্রের জন্য বাহ্যিক টর্ক প্রযুক্ত না হলে কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকবে। আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ, $L = I\omega$। এখন, সাঁতারু যখন শরীরকে সংকুচিত করে তখন জড়তার ভ্রামক কমে যায়। কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষণের জন্য কৌণিক বেগ (ω) বেড়ে যায়। ফলে সাঁতারু বায়ুতে ভাসমান অবস্থায় খুব দ্রুত ঘূর্ণন দিতে সক্ষম হয়। আবার, পানি স্পর্শ করার মুহূর্তে তার শরীর প্রসারিত করে দেয় ফলে তার জড়তার ভ্রামক বাড়ে এবং কৌণিক বেগ হ্রাস পায়। এভাবে সাঁতারু তার শরীরের অঙ্গভঙ্গি পরিবর্তনের মাধ্যমে জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন ঘটায়।

টর্ক ও কৌণিক ভরবেগ

৩২। পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৭]

উত্তর: ঘূর্ণনগতিতে কৌণিক ত্বরনের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি হলো টর্ক। আমরা জানি, টর্ক, $\tau = I\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ অর্থাৎ, টর্ক কৌণিক বেগের পরিবর্তন ঘটায় বা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। সমকৌণিক বেগের ক্ষেত্রে $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0$ ফলে $\tau = 0$। যেহেতু পৃথিবী সমকৌণিক বেগে ঘুরছে, সেহেতু এর উপর কোনো টর্ক ক্রিয়া করে না।

৩৩। ভারী যন্ত্রপাতির নাট বল্টু খোলার জন্য লম্বা হাতলযুক্ত হাতিয়ার ব্যবহার করা সুবিধাজনক কেন– ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৫]

উত্তর: নাট-বল্টু খোলা জন্য বল প্রয়োগ করে টর্ক সৃষ্টি করতে হয়। টর্কের সূত্র হলো, $\tau = F \times r$। এখানে, F = প্রয়োগকৃত বল, r = বল প্রয়োগের বাহু (হাতলের দৈর্ঘ্য)। যত লম্বা হাতল হবে, r এর মান তত বেশি হবে। ফলে একই বল প্রয়োগ করলেও টর্ক অনেক বেশি পাওয়া যায়। এর ফলে নাট-বল্টু সহজে খোলা যায়। তাই ভারী যন্ত্রপাতির নাট বল্টু খোলার জন্য লম্বা হাতলযুক্ত হাতিয়ার ব্যবহার করা সুবিধাজনক।

৩৪। দ্রুত দরজা খোলার জন্য বল কোথায় প্রয়োগ করতে হয়? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৫]

উত্তর: দরজার কব্জার কাছাকাছি বল প্রয়োগ করলে দরজা খোলা কঠিন হয়। কিন্তু কব্জা থেকে যত দূরে বল প্রয়োগ করা হয়, দরজা তত সহজে ও দ্রুত খোলা যায়। এর কারণ হলো দরজা ঘোরার ক্ষেত্রে ঘূর্ণন বল (Torque) কাজ করে। ঘূর্ণন বলের সূত্রানুযায়ী টর্ক, $\tau = F \times d$, যেখানে F = প্রয়োগকৃত বল এবং d = বলের লম্ব দূরত্ব (কব্জা থেকে যেখানে বল প্রয়োগ করা হয়)। অর্থাৎ, কব্জা থেকে যত বেশি দূরত্বে বল প্রযুক্ত হবে তথা d এর মান বেশি হবে, তত বেশি ঘূর্ণন বল তৈরি হবে। যত বেশি ঘূর্ণন বল তত সহজে এবং দ্রুত দরজা খোলা যাবে।

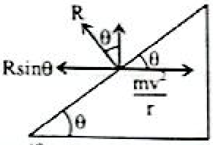
কেন্দ্রমুখী বল ও রাস্তার ব্যাংকিং

৩৫। চলন্ত গাড়ির চাকার কাদা বাইরের দিকে ছিটকে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঘ. বো. ২৫]

উত্তর: গাড়ির চাকায় যখন কাদা লেগে থাকে, তখন চাকা ঘুরতে শুরু করলে কাদার কণাগুলোও চাকাসহ ঘুরতে থাকে। কিন্তু কাদার কণা ও চাকার ঘর্ষণবল সীমিত ফলে চাকা ঘোরার সময় কাদার কণা চাকার সাথে লেগে বৃত্তাকার পথে থাকতে পারে না। কণা বৃত্তাকার পথে থাকতে চাইলে তাকে কেন্দ্রমুখী বল পেতে হবে। কিন্তু চাকার ঘর্ষণ এ বল সরবরাহ করতে পারে না। ফলে কাদার কণাগুলো তাদের জড়তার কারণে সরলরেখায় চলতে থাকে। চাকাটি বৃত্তে ঘুরছে বলে বাইরে থেকে মনে হয় কাদার কণা বাইরের দিকে ছিটকে যাচ্ছে। অর্থাৎ কাদা বৃত্তাকার পথে থাকার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল পায় না তাই জড়তার কারণে সরলরেখায় চলতে গিয়ে বাইরের দিকে ছিটকে যায়।

৩৬। রাস্তার বাঁকের ভিতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু হয় কেন? [ম. বো. ২৪; ব. বো. ২১]

উত্তর: রাস্তায় বাঁক নিতে হলে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। দ্রুতগামী গাড়ির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল যোগান না পেলে গাড়ি ছিটকে যেতে পারে। এজন্য রাস্তায় ব্যাংকিং করা হয়।



অর্থাৎ রাস্তার বাহিরের প্রান্তকে ভিতরের প্রান্ত অপেক্ষা উঁচু করা হয়। এর ফলে প্রতিক্রিয়া বলের একটি উপাংশ গাড়িটির কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দিতে সক্ষম হয় এবং গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নিতে পারে। চিত্রের প্রতিক্রিয়া বলের উপাংশ $R\sin\theta$ কেন্দ্রমুখী বলকে যোগান দেয়।

৩৭। বৃত্তাকার পথে বাঁক পার হওয়ার সময় একজন সাইকেল আরোহী হেলে যায় কেন? [রা. বো. ২৩; চ. বো. ২২]

উত্তর: আনুভূমিক রাস্তার বাঁক নিতে হলে বাঁকের স্থলে রাস্তার বাঁকের ভেতরের দিকে নিচু এবং বাইরের দিকে উঁচু করে রাস্তা ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে। একজন সাইকেল আরোহী বক্রপথে বাঁক নেওয়ার সময় বাঁকের কেন্দ্রের দিকে হেলে থাকতে হয়। কারণ বক্রপথে চলার সময় একটি কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয় যা সমতল রাস্তার চেয়ে অপেক্ষাকৃত কম। ফলে গতিশীল গাড়ি বা যানবাহন কেন্দ্রের বাইরে উল্টে পড়ে। তাই প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল জোগান জন্য এবং গতি জড়তাকে প্রশমিত করতে বক্রপথে ব্যাংকিং তথা রাস্তার বাঁকে ভেতরের প্রান্ত থেকে বাইরের প্রান্ত উঁচু করে তৈরি করার প্রয়োজন হয়।

৩৮। ব্যাংকিং কোণের মান বাড়ালে রাস্তার বাঁকে গাড়ি চালানোর গতিসীমা বাড়ে– ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২৩]

উত্তর: আনুভূমিক রাস্তার বাঁক নিতে হলে বাঁকের স্থলে রাস্তার বাঁকের ভেতরের দিকে নিচু এবং বাইরের দিকে উঁচু করে রাস্তা ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে। আমরা জানি, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$, যেখানে θ = ব্যাংকিং কোণ

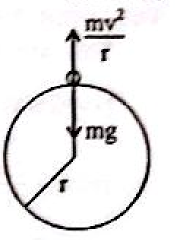
উক্ত সমীকরণ থেকে দেখা যায়, $\tan\theta$ ও v^2 পরস্পর সমানুপাতিক। এখন θ এর মান বাড়ালে $\tan\theta$ এর মানও বাড়ে। তাই সর্বোচ্চ বেগের (v) মানও বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ ব্যাংকিং কোণের মান বাড়ালে রাস্তার বাঁকে গাড়ি চালানোর গতিসীমা বাড়ে।

৩৯। রাস্তার ব্যাংকিং এর প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২; চ. বো. ১৭; ঢা. বো. ১৬]

উত্তর: বাঁকের মুখের রাস্তার তলকে আনুভূমিক তলের সাথে হেলিয়ে রাখতে হয় যাতে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে উঁচুতে থাকে। একে ব্যাংকিং বলে। কোনো গাড়ি যখন রাস্তা বাঁক নেয়, তখন বক্রপথে বাঁক নেওয়ার জন্য একটি কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এই কেন্দ্রমুখী বলের জোগান না পেলে গাড়ি রাস্তা থেকে ছিটকে যেতে পারে। তাই দুর্ঘটনা এড়াতে বাঁক নেওয়ার জায়গায় রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে উঁচুতে রাখা হয়। ফলে কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি হয় এবং এ বলের কারণে গাড়িটি বাঁক নেওয়ার সময় রাস্তা থেকে ছিটকে যায় না।

৪০। উলম্ব তলে ঘূর্ণায়মান রোলার কোস্টারের যাত্রী নিচে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২১]

উত্তর: উলম্ব তলে ঘূর্ণনের সর্বোচ্চ বিন্দুতে যাত্রীর ওজন কেন্দ্রবিমুখী বলের সমান হলে যাত্রী নিচে পড়ে যাবে না। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের কারণে রোলার কোস্টারের যাত্রী সর্বদা একটি কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করে। বৃত্তাকার পথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে যাত্রীর ওজন খাড়া নিচের দিকে ও কেন্দ্রবিমুখী বল খাড়া উপরের দিকে ক্রিয়া করে। দুটি বলের মান সমান হলে তারা পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করে দেয় এবং যাত্রীর নিচে পড়ার কোনো সম্ভাবনা থাকে না।



এখানে, $mg = \frac{mv^2}{r}$

$\therefore v = \sqrt{gr}$ হয় তবে যাত্রী রোলার কোস্টারের সাপেক্ষে স্থির থাকবে।

৪১। বাঁকা পথে অতিদ্রুত গতিশীল গাড়ি উল্টে যায় কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

উত্তর: গাড়ি যখন বাঁকা পথে চলে তখন তাকে বৃত্তাকার পথে রাখতে কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r}$ প্রয়োজন হয়। এই কেন্দ্রমুখী বল আসে চাকা এবং সড়কের মধ্যকার ঘর্ষণ বল থেকে। কিন্তু যদি গাড়ির গতি খুব বেশি হয়, তাহলে গাড়িকে বাঁকা পথে রাখতে যে পরিমাণ কেন্দ্রমুখী বল প্রয়োজন হয়, তা ঘর্ষণ বল দিতে পারে না। ফলে গাড়ির উপর কার্যরত বলের ক্রিয়ারেখা গাড়ির ভরকেন্দ্রের পাশ দিয়ে যায়। যখন বলের ক্রিয়া রেখা গাড়ির ভিত্তি থেকে সরে গিয়ে বাইরে পড়ে, তখন গাড়ি ভারসাম্য হারিয়ে উল্টে যায়।দ

৪২। ব্যাংকিং কেন করতে হয়?

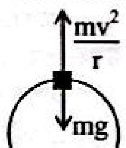
উত্তর: অনুভূমিক রাস্তায় হঠাৎ বাঁক নেওয়ার সময় গাড়ি যাতে ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনায় না পড়ে সেজন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভিতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করে তৈরি করা হয়। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে।

অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ি জোরে বাঁক নিলে গাড়ির চাকা ও রাস্তার মধ্যে ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল চাকার ক্ষতি করে। এই শক্তি কমাবার জন্য ও গাড়ি ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা রোধ করার জন্য প্রতিটি বাঁকে ব্যাংকিং করা হয়। এতে প্রতিক্রিয়া বলের আনুভূমিক উপাংশ প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের যোগান দেয়।

ঘূর্ণনগতি

৪৩। উলম্ব বৃত্তাকার তলে পানিভর্তি বালতিকে ঘুরালে পানি পড়ে না কেন? [ব. বো. ২৪]

উত্তর: উলম্ব বৃত্তাকার তলে পানিভর্তি বালতিকে ঘুরালে সর্বোচ্চ বিন্দুতে পানি না পড়লে, $\Rightarrow mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{gr}$



অর্থাৎ বালতিকে সর্বনিম্ন $\sqrt{gr}$ বেগে ঘুরালে, পানির উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রবিমুখী বলের মান পানির ওজনের সমান হয়। এর ফলে পানির উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বল শূন্য হয় এবং বালতি হতে পানি নিচে পড়ে না। আবার বালতিকে $\sqrt{gr}$ অপেক্ষা অধিক বেগে ঘুরানো হলে কেন্দ্রবিমুখী বল ওজন অপেক্ষা বেশি হবে, যার ফলে বালতির পানি নিচে পড়বে না।

৪৪। বৃত্তাকার পথে বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২১]

উত্তর: বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর বেগের দিক প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হতে থাকে। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর বেগের দিক বৃত্তের পরিধির উপর ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর। পরিধির বিভিন্ন বিন্দুতে স্পর্শকের অভিমুখ বিভিন্ন হয় বলে বেগের দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হয়। বেগ একটি ভেক্টর রাশি। বেগের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনের কারণে বেগ পরিবর্তিত হয় তাই বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তুর সমবেগে চলা সম্ভব নয়।

৪৫। ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কিন্তু রৈখিক বেগ ভিন্ন ভিন্ন কেন? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২১; ঢা. বো. ১৬]

উত্তর: কোনো বিন্দুর রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ থেকে ঐ বিন্দুর দূরত্বের ওপর নির্ভর করে পরিবর্তিত হয়।

বৈদ্যুতিক পাখার রৈখিক বেগ = $\frac{\text{বৃত্তপথের পরিধি}}{\text{পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রমের সময়}}$

$\Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$ $\therefore v \propto r$ $\therefore$ রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক; কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{v}{r}$। ঘূর্ণন অক্ষ থেকে দূরত্ব বাড়লে রৈখিক বেগও সমানুপাতিকভাবে বাড়বে। তাই কৌণিক বেগ ধ্রুব থাকবে। এজন্য সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান হলেও রৈখিক বেগ ভিন্ন।

৪৬। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে পার্থক্য লেখ।

উত্তর: রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের পার্থক্য নিম্নরূপ:

রৈখিক বেগ	কৌণিক বেগ
রৈখিক বেগের মাত্রা LT^{-1}	কৌণিক বেগের মাত্রা T^{-1}
রৈখিক বেগের একক ms^{-1}	কৌণিক বেগের একক $rads^{-1}$
এটি সরলরৈখিক ও ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য	এটি ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য
বস্তু সমরৈখিক বেগে চললে এর রৈখিক ত্বরণ থাকে না	বস্তু সমকৌণিক বেগে চললেও এর রৈখিক ত্বরণ থাকে

৪৭। কৌণিক ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ নির্ণয় করো।

উত্তর: কৌণিক ভরবেগ, $L = rp = rmv$; মাত্রা $= [L] \times [MLT^{-1}] = [ML^2T^{-1}]$

সুতরাং কৌণিক ভরবেগের মাত্রা $[ML^2T^{-1}]$

৪৮। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য উল্লেখ কর।

উত্তর: রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে পার্থক্য নিম্নরূপ:

রৈখিক ত্বরণ	কৌণিক ত্বরণ
১. কোনো গতিশীল বস্তুর রৈখিক বেগের পরিবর্তনের হারকে রৈখিক ত্বরণ বলে।	১. কোনো বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।
২. রৈখিক ত্বরণ, $a = \frac{v-u}{t}$	২. কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$
৩. একক: ms^{-2}	৩. একক: $rads^{-2}$
৪. মাত্রা $= [LT^{-2}]$	৪. মাত্রা $= [T^{-2}]$

৪৯। একটি বস্তু ω সমকৌণিক বেগে ঘুরলে এর কৌণিক ভরবেগ কখন ধ্রুবক থাকে? ব্যাখ্যা করো।

উত্তর: ধরি, একটি বস্তু ω কৌণিক বেগে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরছে এবং রৈখিক ভরবেগ = p

$\therefore$ কৌণিক ভরবেগ, $L = rp\sin\theta = rp$ [বৃত্তাকার পথে $\theta = 90°$]

$= rmv = rmr\omega = mr^2\omega = I\omega$

এখানে, সমকৌণিক বেগে ঘুরলে ω ধ্রুবক। $\therefore L \propto I$

সুতরাং বস্তুর কৌণিক ভরবেগ ধ্রুবক হবে যদি বস্তুটির জড়তার ভ্রামক ধ্রুবক হয়।

৫০। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো বস্তু যে অবস্থায় আছে সে অবস্থায় থাকতে চাওয়ার প্রবণতাকে জড়তা বলে। রৈখিক গতির ক্ষেত্রে ভর হচ্ছে জড়তার পরিমাপক। ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে ঘূর্ণন অক্ষ হতে বস্তুর সকল কণার ভর ও এদের স্ব স্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টি হচ্ছে জড়তার ভ্রামক। এক্ষেত্রে যার জড়তার ভ্রামক বেশি তাকে ঘুরাতে বেশি শক্তি দরকার হয়। আবার বলা যায়, ঘূর্ণন অক্ষ হতে বস্তুর সকল কণার দূরত্ব নির্দিষ্ট হলে ভর যার বেশি হবে জড়তার ভ্রামক তার বেশি হবে। এজন্য ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক বস্তুর ভরের সমতুল্য।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র ও জড়তার ভ্রামক

১। বস্তুর যে ভর ত্বরণ সৃষ্টিতে বাধা দেয় তাকে কী বলে? [ব. বো. ২২]

ⓚ মহাকর্ষীয় ভর ⓦ ভর ভ্রামক
ⓖ জড়তা ⓖ জড় ভর

উত্তর: ⓖ জড়তা

২। 'যদি কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ না করা হয় তাহলে তার ত্বরণ শূন্য হয়'– এটি নিউটনের কোন গতিসূত্রের বিকল্প বিবৃতি?

ⓚ প্রথম সূত্র ⓦ দ্বিতীয় সূত্র ⓖ তৃতীয় সূত্র ⓖ চতুর্থ সূত্র

উত্তর: ⓚ প্রথম সূত্র

ব্যাখ্যা: নিউটনের গতির প্রথম সূত্র অনুযায়ী, বাহ্যিক কোনো বল প্রযুক্ত না হলে স্থির বস্তু স্থির থাকে এবং গতিশীল বস্তু সমবেগে গতিশীল থাকে অর্থাৎ তাতে কোনো ত্বরণ থাকে না।

৩। নিউটনের গতির প্রথম সূত্রে দুটি বিষয়ে ধারণা পাওয়া যায়। সেগুলো হচ্ছে–

ⓚ বল ও ভরবেগ ⓦ বল ও জড়তা
ⓖ জড়তা ও শক্তি ⓖ জড়তা ও ভরবেগ

উত্তর: ⓦ বল ও জড়তা

ব্যাখ্যা: নিউটনের গতির ১ম সূত্র থেকে জানা যায়, বলই একমাত্র বস্তুর গতির অবস্থাকে পরিবর্তন করতে পারে, স্থিতিশীল বস্তুকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং গতিশীল বস্তুর গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায়। বস্তুর নিজ অবস্থান সর্বদা ধরে রাখার প্রবণতা তথা জড়তা সম্বন্ধেও এখান থেকেই জানা যায়।

৪। জড়তার পরিমাপ করা হয় নিচের কোনটির সাহায্যে?

ⓚ বল ⓦ বেগ ⓖ ত্বরণ ⓖ ভর

উত্তর: ⓖ ভর

ব্যাখ্যা: বস্তুস্থিত মোট পদার্থের পরিমাণ বা ভরই হল বস্তুর জড়তার পরিমাপ।

৫। স্থিতি জড়তার উদাহরণ কোনটি? [সি. বো. ২১]

ⓚ ঘোড়ার গাড়ি টানা ⓦ ধূলিময় পোশাকে আঘাত করা
ⓖ বড় নৌকার গুণ টানা ⓖ বন্দুক থেকে গুলি ছোঁড়া

উত্তর: ⓦ ধূলিময় পোশাকে আঘাত করা

ব্যাখ্যা: ধূলিময় পোশাকে আঘাত করলে দেখা যায় যে, পোশাক আঘাতে সরে গেলেও স্থিতি জড়তার কারণে ধূলি বাতাসে কিছুক্ষণ ভেসে থাকে।

৬। চলন্ত গাড়ি হঠাৎ থেমে গেলে আরোহী সামনের দিকে ঝুঁকে পড়ে কোনটির কারণে?

ⓚ বলের প্রতিক্রিয়া ⓦ স্থিতি জড়তা
ⓖ গতি জড়তা ⓖ বাতাসের চাপ

উত্তর: ⓖ গতি জড়তা

ব্যাখ্যা: গাড়ি চলন্ত অবস্থায় আরোহীও গতিশীল থাকে। তখন গাড়ি হঠাৎ থেমে গেলে গতি জড়তার কারণে আরোহী কিছুটা সামনের দিকে ঝুঁকে পড়েন।

৭। গাড়ি হঠাৎ চলতে শুরু করলে কোনটির কারণে আরোহী পিছনের দিকে হেলে পড়ে?

ⓚ স্থিতি জড়তা ⓦ বলের প্রতিক্রিয়া
ⓖ গতি জড়তা ⓖ বাতাসের বাধা

উত্তর: ⓚ স্থিতি জড়তা

ব্যাখ্যা: গাড়ি স্থির থাকাকালীন আরোহীও স্থির থাকে। গাড়ি হঠাৎ চলতে আরম্ভ করলে স্থিতি জড়তার জন্য আরোহী পিছনের দিকে হেলে পড়ে।

৮। একজন এ্যাথলেট লং জাম্প দেওয়ার পূর্বে কিছুটা পথ দৌড়ায়-এর কারণ-

ⓚ স্থিতিজড়তা বৃদ্ধির জন্য ⓛ গতিজড়তা বৃদ্ধির জন্য
ⓜ ক্রিয়াবল বৃদ্ধির জন্য ⓝ প্রতিক্রিয়া বল বৃদ্ধির জন্য

উত্তর: ⓛ গতিজড়তা বৃদ্ধির জন্য

ব্যাখ্যা: গতি জড়তা যতটা বাড়াতে পারবে জাম্প দেওয়ার পর তত বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে পারবে। এজন্য এ্যাথলেট লং জাম্প দেওয়ার পূর্বে কিছুটা পথ দৌড়ায়।

৯। বস্তুর গতি জড়তা কোনটির সমানুপাতিক? [ঢা. বো. ২৪]

ⓚ ভর ⓛ বেগ ⓜ ভরবেগ ⓝ বল

উত্তর: ⓜ ভরবেগ

ব্যাখ্যা: ভরবেগের হ্রাস-বৃদ্ধিতে গতি জড়তার হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে।

১০। যে বলের কারণে বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘুরে সেই বল যদি প্রত্যাহার করে নেওয়া হয় তা হলে বস্তুটি গতিজড়তার কারণে– [রা. বো. ২৪]

(i) স্পর্শক বরাবর ছুটে যাবে
(ii) ঐ মুহূর্তে বেগের দিক বরাবর ছুটে যাবে
(iii) ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের দিকে ছুটে যাবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত বস্তুর বেগের দিক হবে স্পর্শক বরাবর। ঘূর্ণনরত অবস্থায় বল প্রত্যাহার করা হলে বস্তু তার বেগের দিক তথা স্পর্শক বরাবর ছুটে যাবে।

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র ও বলের ধারণা

১১। মৌলিক বলসমূহের আপেক্ষিক সবলতার ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [ব. বো. ২৫]

ⓚ সবল নিউক্লীয় বল > দুর্বল নিউক্লীয় বল > তাড়িত চৌম্বক বল > মহাকর্ষ বল
ⓛ সবল নিউক্লীয় বল > তাড়িত চৌম্বক বল > মহাকর্ষ বল > দুর্বল নিউক্লীয় বল
ⓜ সবল নিউক্লীয় বল > তাড়িত চৌম্বক বল > দুর্বল নিউক্লীয় বল > মহাকর্ষ বল
ⓝ মহাকর্ষ বল > তাড়িত চৌম্বক বল > দুর্বল নিউক্লীয় বল > সবল নিউক্লীয় বল

উত্তর: ⓜ সবল নিউক্লীয় বল > তাড়িত চৌম্বক বল > দুর্বল নিউক্লীয় বল > মহাকর্ষ বল

১২। জানা ভরের একটি গাড়ি সমত্বরণে গতিশীল। গাড়িটির উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল পাওয়া যাবে কোন সূত্র প্রয়োগ করে?

ⓚ নিউটনের ১ম সূত্র ⓛ নিউটনের ২য় সূত্র
ⓜ নিউটনের ৩য় সূত্র ⓝ স্টোকস-এর সূত্র

উত্তর: ⓛ নিউটনের ২য় সূত্র

ব্যাখ্যা: নিউটনের গতির ২য় সূত্র হতে প্রাপ্ত $F = ma$ থেকে সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বল পাওয়া যায়।

১৩। নিউটনের গতির ২য় সূত্র অনুযায়ী নিম্নের কোনটি সঠিক নয়?

ⓚ বস্তুর ত্বরণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক
ⓛ বলের অভিমুখই ত্বরণের অভিমুখ
ⓜ বল যতক্ষণ ক্রিয়া করে ততক্ষণ ত্বরণ থাকবে
ⓝ একাধিক বলের ক্ষেত্রে একের ক্রিয়া অন্যের দ্বারা প্রভাবিত হয়

উত্তর: ⓝ একাধিক বলের ক্ষেত্রে একের ক্রিয়া অন্যের দ্বারা প্রভাবিত হয়

ব্যাখ্যা: একাধিক বলের ক্ষেত্রে প্রতিটি বলই অন্য কোনো বল দ্বারা প্রভাবিত হয় না। প্রত্যেকেই স্বাধীনভাবে ক্রিয়ারত থাকে।

১৪। মৌলিক বলকে কয়ভাগে ভাগ করা যায়? [রা. বো. ২৫; য. বো. ২২]

ⓚ ২ ⓛ ৩ ⓜ ৪ ⓝ ৯

উত্তর: ⓜ ৪

ব্যাখ্যা: মৌলিক বল ৪ (চার) ধরনের। যথা: সবল নিউক্লীয় বল, দুর্বল নিউক্লীয় বল, তড়িৎ চুম্বকীয় বল, মহাকর্ষ বল।

১৫। নিচের কোন মৌলিক বলের পাল্লা সবচেয়ে কম? [ব. বো. ২৪]

ⓚ মহাকর্ষ বল ⓛ তাড়িতচুম্বক বল
ⓜ সবল নিউক্লীয় বল ⓝ দুর্বল নিউক্লীয় বল

উত্তর: ⓝ দুর্বল নিউক্লীয় বল

ব্যাখ্যা:

মৌলিক বল	পাল্লা	তীব্রতা	পারস্পরিক বিনিময়ে
সবল নিউক্লীয় বল	10^{-15} m	10^{41}	মেসন
দুর্বল নিউক্লীয় বল	10^{-16} m	10^{30}	বোসন
তড়িৎ চুম্বকীয় বল	অসীম	10^{39}	ফোটন
মহাকর্ষ বল	অসীম	1	গ্রাভিটন

১৬। একটি বস্তুর ত্বরণ থাকবে কখন? [দি. বো. ২৪]

ⓚ বেগ থাকলে ⓛ গতিশক্তি থাকলে
ⓜ বল প্রযুক্ত থাকলে ⓝ ভরবেগ থাকলে

উত্তর: ⓜ বল প্রযুক্ত থাকলে

১৭। কোন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের ফলে দুর্বল নিউক্লিয় বল কার্যকর হয়? [রা. বো. ২৪]

ⓚ ফোটন ⓛ গ্রাভিটন ⓜ মেসন ⓝ বোসন

উত্তর: ⓝ বোসন

১৮। নিচের কোন বলটি সবচেয়ে দুর্বল বল? [কু. বো., সি. বো. ১৬]
অথবা, নিচের বলগুলোর মধ্যে কোনটি দুর্বল? [য. বো. ১৫]

ⓚ শক্তিশালী নিউক্লিয় বল ⓛ তড়িৎ চৌম্বক বল
ⓜ মহাকর্ষ বল ⓝ দুর্বল নিউক্লিয় বল

উত্তর: ⓜ মহাকর্ষ বল

১৯। ইউরেনিয়াম, থোরিয়াম ইত্যাদি মৌলিক পদার্থের তেজস্ক্রিয় ভাঙন ঘটে কোন বলের কারণে? [য. বো. ২১; ম. বো. ২১]
বা, কোন বল নিউক্লিয়াসে অস্থিতিশীলতার উদ্ভব ঘটায়?

ⓚ তেজস্ক্রিয় বল ⓛ তড়িত চৌম্বক বল
ⓜ দুর্বল নিউক্লিয় বল ⓝ সবল নিউক্লিয় বল

উত্তর: ⓜ দুর্বল নিউক্লিয় বল

IDE EDUCATIONAL TEAM

২০। নিচের বলগুলোর মধ্যে কোনটি সবচেয়ে শক্তিশালী বল? [সি. বো. ১৯]
বা, নিউক্লিয়ন সমূহের মধ্যে বিদ্যমান আকর্ষণ বল হলো–
ⓚ মহাকর্ষ বল ⓚⓗ তড়িৎ চুম্বকীয় বল
ⓖ সবল নিউক্লিয় বল ⓖⓗ দুর্বল নিউক্লিয় বল
উত্তর: ⓖ সবল নিউক্লিয় বল

২১। আণবিক গঠনের জন্য দায়ী বল কোনটি? [দি. বো. ১৫]
ⓚ মহাকর্ষ বল ⓚⓗ দুর্বল নিউক্লিয় বল
ⓖ সবল নিউক্লিয় বল ⓖⓗ তাড়িতচৌম্বক বল
উত্তর: ⓖⓗ তাড়িতচৌম্বক বল

২২। সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ার ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক নয়? [ব. বো. ২৪]
ⓚ পূর্ণচক্রে কাজের পরিমাণ শূন্য হয়
ⓚⓗ কৃতকাজ গতিপথের উপর নির্ভরশীল
ⓖ সম্পাদিত কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব
ⓖⓗ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বজায় থাকে
উত্তর: ⓚⓗ কৃতকাজ গতিপথের উপর নির্ভরশীল
ব্যাখ্যা: সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় পূর্ণচক্রে কৃতকাজ শূন্য হয়, বলের ক্রিয়ার অভিমুখ বস্তু কণার গতির অভিমুখের উপর নির্ভরশীল নয়। কৃতকাজ বস্তু কণার গতিপথর উপর নির্ভরশীল নয় এবং যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বজায় থাকে। উদাহরণ: তড়িৎ বল, চৌম্বক বল, আদর্শ স্প্রিং বল, মহাকর্ষ বল।

২৩। অসংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায়– [কু. বো. ২৩]
ⓚ পূর্ণচক্রে কাজের পরিমাণ শূন্য
ⓚⓗ কৃতকাজ গতিপথের উপর নির্ভরশীল
ⓖ সম্পাদিত কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব
ⓖⓗ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সংরক্ষিত হয় না
উত্তর: ⓖⓗ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সংরক্ষিত হয় না
ব্যাখ্যা: অসংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় পূর্ণচক্রে কৃতকাজ শূন্য হয় না, কৃতকাজ বস্তু কণার গতিপথের উপর নির্ভর করে ও যন্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বজায় থাকে না। উদাহরণ: ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল প্রভৃতি।

২৪। কোন ধরনের গতির ক্ষেত্রে বল ও বলের দিকে বস্তুর মধ্যবর্তী কোণ 0° হয়? [সি. বো. ২৩]
ⓚ একমাত্রিক গতি ⓚⓗ দ্বিমাত্রিক গতি
ⓖ ত্রিমাত্রিক গতি ⓖⓗ বহুমাত্রিক
উত্তর: ⓚ একমাত্রিক গতি

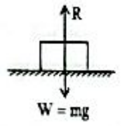
২৫। 5 kg ভরের বস্তুকে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দিলে তার উপর অভিকর্ষজ বল কত হবে? [চ. বো. ২৩]
ⓚ 1.96 N ⓚⓗ 9.8 N ⓖ 49 N ⓖⓗ 245 N
উত্তর: ⓖ 49 N
ব্যাখ্যা: $F = mg = 5 \times 9.8 = 49$ N

২৬। একটি অতিমানব তার প্রতিপক্ষের বিরুদ্ধে 2800 N বৃহৎ প্রস্তরখণ্ড ছুঁড়ে মারে। প্রস্তরখণ্ডটিকে অনুভূমিক 15.0 ms^{-2} ত্বরণ দিতে হলে তাকে প্রস্তরখণ্ডটিতে কত আনুভূমিক বল প্রয়োগ করতে হবে?
ⓚ 4.29×10^3 N ⓚⓗ 42.0×10^3 N
ⓖ 2.7×10^3 N ⓖⓗ 187 N
উত্তর: ⓚ 4.29×10^3 N
ব্যাখ্যা: $F = ma = \frac{2800}{9.8} \times 15 = 4.29 \times 10^3$ N

২৭। 0.25 kg ভরের একটি ক্রিকেট বল 40 ms^{-1} বেগে আসছিল। একজন খেলোয়াড় বলটিকে 0.2 সেকেন্ডে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত গড় বল কত? [রা. বো. ১৭]
ⓚ 20 N ⓚⓗ 10 N ⓖ −20 N ⓖⓗ −50 N
উত্তর: ⓖⓗ −50 N
ব্যাখ্যা: $F = \frac{m(v-u)}{t}$
$= 0.25 \times \frac{0-40}{0.2}$
$= -50$ N

২৮। গাছ থেকে 2 kg ভরের একটি নারিকেল সোজা নিচের দিকে পড়ছে। বাতাসের বাধা 8.6 N হলে এর ত্বরণ কত?
ⓚ 4.6 ms^{-2} ⓚⓗ 5.5 ms^{-2} ⓖ 6.5 ms^{-2} ⓖⓗ 8.2 ms^{-2}
উত্তর: ⓚⓗ 5.5 ms^{-2}
ব্যাখ্যা: $mg - f = ma$
$\Rightarrow a = g - \frac{f}{m} = 9.8 - \frac{8.6}{2} = 5.5\ ms^{-2}$

২৯। কোনো একটি বস্তুকে অমসৃণ তলে স্থির অবস্থায় রাখা হলে এর উপর মোট কয়টি বল ক্রিয়া করে? [সি. বো. ২১]
ⓚ 1 ⓚⓗ 2 ⓖ 3 ⓖⓗ 4
উত্তর: ⓚⓗ 2
ব্যাখ্যা: কোনো বস্তুকে অমসৃণ তলে স্থির অবস্থায় রাখা হলে বস্তুটির উপর অভিকর্ষ বল ও তল কর্তৃক প্রতিক্রিয়া বল কাজ করে।

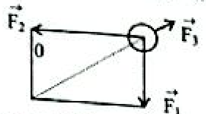


৩০। 1 N ঘর্ষণজনিত বাধাবিশিষ্ট রাস্তার ওপর 2 kg ভরের বস্তুতে 5 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে হলে কত বলের প্রয়োজন? [য. বো. ২৩]
ⓚ 8 N ⓚⓗ 9 N ⓖ 10 N ⓖⓗ 11 N
উত্তর: ⓖⓗ 11 N
ব্যাখ্যা: $F = ma + f = 2 \times 5 + 1 = 11$ N

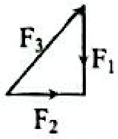
৩১। 100 kg ভরের একটি পাথরকে 200 m উঁচু থেকে ফেলে দেয়া হলো। বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করা হলে এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$ হলে 3s পর পাথরটি মাটি থেকে কত উঁচুতে থাকবে? [য. বো. ২৩]
ⓚ 14.7 m ⓚⓗ 44.1 m ⓖ 155.9 m ⓖⓗ 185.3 m
উত্তর: ⓖ 155.9 m
ব্যাখ্যা: $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 3^2 = 44.1$ m
$\therefore$ ভূমি হতে উচ্চতা $= 200 - h = 155.9$ m

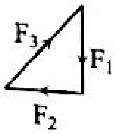
৩২। 1000 kg ভরের একটি উড়োজাহাজ স্থির বেগে সোজা পথে উড্ডয়ন করছে। বাতাসের ঘর্ষণ বল 1800 N। উড়োজাহাজের উপর প্রযুক্ত নীট বল হবে–
ⓚ 0 N ⓚⓗ 11800 N ⓖ 1800 N ⓖⓗ 9800 N
উত্তর: ⓚ 0 N
ব্যাখ্যা: $a = 0\ ms^{-2}$ $\therefore F_{net} = 0$ N

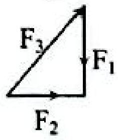
৩৩। নিম্নের চিত্র অনুযায়ী একটি বস্তু তিনটি বল দ্বারা সাম্যাবস্থায় আছে।

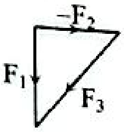


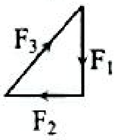
কোন ভেক্টর চিত্রটি উপরের তথ্যটিকে সঠিক প্রমাণ করে?

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: খ 

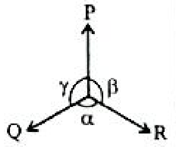
ব্যাখ্যা: ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্র অনুযায়ী, $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

৩৪। তিনটি সমমানের বল একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে সাম্যাবস্থার সৃষ্টি করলে তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের অনুপাত কত? [ম. বো. ২১]

ক $60° : 60° : 240°$ খ $90° : 90° : 180°$
গ $120° : 120° : 120°$ ঘ $150° : 150° : 60°$

উত্তর: গ $120° : 120° : 120°$

ব্যাখ্যা: লামির সূত্রানুযায়ী, $\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$



এখানে, P = Q = R অর্থাৎ $\sin\alpha = \sin\beta = \sin\gamma$

$\therefore \alpha = \beta = \gamma$

আবার, $\alpha + \beta + \gamma = 360° \Rightarrow \alpha = \beta = \gamma = 120°$

৩৫। 100 kg ভরের একজন লোক লিফটে দাঁড়িয়ে আছে। লিফটটি যদি $2\ ms^{-2}$ ত্বরণে উপরে উঠে তাহলে লোকটির উপর ঊর্ধ্বমুখী প্রতিক্রিয়া বল কত?

ক 980 N খ 780 N গ 1180 N ঘ 1380 N

উত্তর: গ 1180 N

ব্যাখ্যা: $R = m(g + a) = 100(9.8 + 2) = 1180\ N$

৩৬। 0.1 kg ভরের স্থির বস্তুর উপর সমবল প্রয়োগ করায় বস্তুটি $10ms^{-2}$ সমত্বরণে চলতে থাকে। বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলের মান কত? [রা. বো. ২৪]

ক 0.1 N খ 1 N গ 10 N ঘ 100 N

উত্তর: খ 1 N

ব্যাখ্যা: $F = ma = 0.1 \times 10 = 1N$

৩৭। একটি বস্তুর বেগ 8.0s এ $(4\hat{i} + 2\hat{j})$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(12\hat{i} - 4\hat{j})\ ms^{-1}$ হলে গড় ত্বরণের মান কত ms^{-2}?

ক 1.50 খ 1.75 গ 1.25 ঘ 0.75

উত্তর: গ 1.25

ব্যাখ্যা: $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{u}}{t} = \frac{12\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{i} - 2\hat{j}}{8} = \frac{8\hat{i} - 6\hat{j}}{4} = \hat{i} - \frac{3}{4}\hat{j}$

$\therefore a = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = 1.25\ ms^{-2}$

৩৮। একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 16 N এর একটি বল এর উপর 5 সেকেন্ড ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোনো কাজ করল না। বস্তুটি এরপর 6 সেকেন্ডে 52 মিটার দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর কত?

ক 3.0769 kg খ 9.023 kg
গ 9.23 kg ঘ 10 kg

উত্তর: গ 9.23 kg

ব্যাখ্যা: $v = \frac{s}{t} = \frac{52}{6} = 8.67\ ms^{-1}$

$\therefore F = m\frac{v-u}{t} \Rightarrow 16 = m\frac{8.67 - 0}{5} \quad \therefore m = 9.23\ kg$

৩৯। 10 kg ভরের একটি বস্তুর উপর 2F মানের বল প্রয়োগ করার ফলে বস্তুটির ত্বরণ হয় $60\ m/s^2$। M ভরের একটি বস্তুর উপর 5 F মানের বল প্রয়োগ করার ফলে যদি বস্তুটির ত্বরণ $50\ m/s^2$ হয়, তবে ভর M কত?

ক 3.3 kg খ 4.8 kg গ 21 kg ঘ 30 kg

উত্তর: ঘ 30 kg

ব্যাখ্যা: $2F = 10 \times 60 = 600 \therefore F = \frac{600}{2} = 300\ N$

আবার, $5F = m \times 50 \therefore m = \frac{5 \times 300}{50} = 30\ kg$

৪০। 800 g ভরের একটি বস্তুর উপর কত N বল ক্রিয়া করলে বস্তুটির বেগ 4s এ $(6\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ m/s হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(12\hat{i} - 3\hat{j} + 7\hat{k})$ m/s হবে?

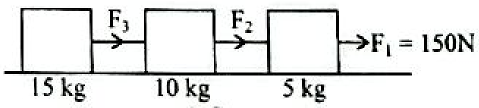
ক 5.4 খ 4.8 গ 3.6 ঘ 1.8

উত্তর: ঘ 1.8

ব্যাখ্যা: $\vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{u})}{t} = \frac{0.8(6\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k})}{4}$

$\Rightarrow F = \sqrt{6^2 + 6^2 + 3^2} \times \frac{0.8}{4} \quad \therefore F = 1.8\ N$

৪১।



বস্তুসমূহ সমত্বরণে গতিশীল হলে 15 kg ভরের বস্তুর উপর কার্যকর বল F_3 এর মান কত? [সি. বো. ২৪]

ক 50 N খ 75 N গ 125 N ঘ 150 N

উত্তর: খ 75 N

ব্যাখ্যা: $a = \frac{F_1}{m_1 + m_2 + m_2} = \frac{150}{15 + 10 + 15} = 5\ ms^{-2}$

$\therefore F_3 = m_3 a = 15 \times 5 = 75\ N$

৪২। খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের বল প্রযুক্ত হলে তাকে বলে— [ব. বো. ১৯]

ক সংশক্তি বল খ ঘূর্ণন বল গ তড়িৎ বল ঘ ঘাত বল

উত্তর: ঘ ঘাত বল

৪৩। বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে কী বলা হয়? [য. বো. ২৩]

ক বলের ঘাত খ ঘাত বল গ টর্ক ঘ কাজ

উত্তর: ক বলের ঘাত

৪৪। বলের ঘাতের একক হচ্ছে— [দি. বো., ২৫, ২৪; য. বো. ২৫]

ক $kg\ ms^{-1}$ খ $kg\ ms^{-2}$ গ $kg\ m^2s^{-1}$ ঘ $kg\ m^2s^{-2}$

উত্তর: ক $kg\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: বলের ঘাত $J = F \times t$

অর্থাৎ এর একক হবে Ns বা $kg\ ms^{-1}$।

৪৫। কোনটি বলের ঘাতের মাত্রা সমীকরণ? [চ. বো. ২৩]

ⓚ MLT^{-1} ⓚ MLT^{-2} ⓖ MLT ⓖ ML^2T^{-2}

উত্তর: ⓚ MLT^{-1}

৪৬। কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল $F(t) = t^2 + t + 2$ হলে, $t_i = 1s$ হতে $t_f = 2s$ সময়ের মধ্যে প্রযুক্ত বলের ঘাত– [ব. বো. ২৪]

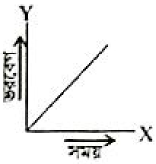
ⓚ 4 Ns ⓚ 5.83 Ns ⓖ 8 Ns ⓖ 12 Ns

উত্তর: ⓚ 5.83 Ns

ব্যাখ্যা: $J = \int_1^2 f(t)\,dt = \int_1^2 (t^2 + t + 2)\,dt = \left[\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + 2t\right]_1^2$

$= \left(\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 4\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 2\right) = 5.83$

৪৭। একটি গাড়ি স্থির অবস্থা হতে ত্বরণশীল হল। পাশের গ্রাফটি সময়ের বিপরীতে গাড়িটির ভরবেগ নির্দেশ করেছে–



কোনো নির্দিষ্ট সময়ে গ্রাফটির ঢাল গাড়িটির কি নির্দেশ করে? [ঢা. বো. ১৫]

ⓚ বেগ ⓚ গতিশক্তি পরিবর্তনের হার

ⓖ প্রযুক্ত বল ⓖ গতিশক্তি

উত্তর: ⓖ প্রযুক্ত বল

ব্যাখ্যা: এখানে, ঢাল $= \frac{\text{ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়ের পরিবর্তন}}$

$\therefore$ বল × সময় = ভরবেগের পরিবর্তন; বল $= \frac{\text{ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}}$

৪৮। 10 g ভরের একটি বল 100 cms^{-1} বেগে একটি উল্লম্ব দেয়ালে অনুভূমিকভাবে আঘাত করে একই বেগে ফিরে গেলো। দেয়াল কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত কত dyne-sec? [ঢা. বো. ২৪, ১৬]

ⓚ 200 ⓚ 100 ⓖ 1000 ⓖ 2000

উত্তর: ⓖ 2000

ব্যাখ্যা: $J = mv - mu = 10 \times 100 - 10 \times (-100) = 2000$ dyne-sec

৪৯। একজন ব্যক্তি লিফটে ওজনহীনতা অনুভব করে, যখন– [ঢা. বো. ২৩]

ⓚ লিফটটি সমবেগে উপরে উঠে ⓚ লিফটটি সমবেগে নিচে নামে

ⓖ লিফটি 'g' ত্বরণ উপরে উঠে ⓖ লিফটি 'g' ত্বরণে নিচে নামে

উত্তর: ⓖ লিফটি 'g' ত্বরণে নিচে নামে

৫০। একটি কাঠবিড়াল গাছের লতা বেয়ে নিচে নামছে। লতাটি যদি সর্বোচ্চ কাঠবিড়ালের ওজনের $\frac{3}{4}$ অংশ টান বল সহ্য করতে পারে তাহলে লতাটি না ছিড়ে বিড়ালটি সর্বনিম্ন কত ত্বরণে নিচে নামতে পারবে।

ⓚ 0 ⓚ $\frac{g}{4}$ ⓖ $\frac{g}{2}$ ⓖ g

উত্তর: ⓚ $\frac{g}{4}$

ব্যাখ্যা: $T = m(g - a) \Rightarrow \frac{3}{4}mg = m(g - a) \Rightarrow \frac{3}{4}g = g - a$

$\Rightarrow a = g - \frac{3}{4}g = \frac{1}{4}g$

৫১। 2 kg ভরের একটি বস্তু সুতায় ঝুলানো আছে। সুতার টান 27.6 N হলে বস্তুটির ত্বরণ কত?

ⓚ 9.8 ms^{-2} ⓚ 4.9 ms^{-2} ⓖ 4 ms^{-2} ⓖ 13.8 ms^{-2}

উত্তর: ⓖ 4 ms^{-2}

ব্যাখ্যা: $\sum F = ma$

$\Rightarrow T - mg = ma$

$\Rightarrow a = \frac{27.6 - 2 \times 9.8}{2} = 4\ ms^{-2}$

$m = 2$ kg
$T = 27.6$ N
$W = mg = 2 \times 9.8 = 19.6$ N

৫২। একক ভরের কোনো বস্তুতে একক ত্বরণ সৃষ্টি করতে প্রয়োজনীয় বলকে কী বলে?

ⓚ মহাকর্ষ বল ⓚ ঘাত বল

ⓖ একক বল ⓖ প্রতিক্রিয়া বল

উত্তর: ⓖ একক বল

ব্যাখ্যা: $\sum F = ma$

$= 1 \times 1 = 1$ N

যখন, ভর, $m = 1$ একক
ত্বরণ, $a = 1$ একক

৫৩। যদি বস্তুর বেগ দ্বিগুন করা হয়, তবে সমান দূরত্বে উহাকে থামাতে বাধাদানকারী বলের মান কত করতে হবে?

ⓚ দ্বিগুণ ⓚ অর্ধেক ⓖ চারগুণ ⓖ এক-চতুর্থাংশ

উত্তর: ⓖ চার গুণ

ব্যাখ্যা: বস্তুর বেগ দ্বিগুণ করা হলে গতিশক্তি হবে চারগুণ।

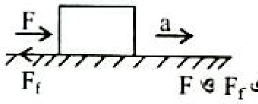
যেহেতু, $E \propto F$ তাই সমদূরত্বে থামাতে হলে চারগুণ বাধাদানকারী বল প্রয়োগ করতে হবে।

৫৪। ঘর্ষণ বল ও বস্তুর বেগের মধ্যবর্তী কোণ হলো– [ঢা. বো. ২৩; রা. বো. ২৩]

ⓚ 0° ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓖ $\frac{\pi}{2}$ ⓖ π

উত্তর: ⓖ π

ব্যাখ্যা: ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে।



F ও F_f এর মধ্যবর্তী কোণ 180°

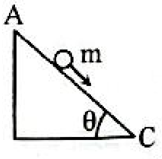
৫৫। কোন বিন্দুতে বস্তুর মোট ওজন ক্রিয়াশীল?

ⓚ ভরকেন্দ্র ⓚ ভারকেন্দ্রে ⓖ ভূকেন্দ্র ⓖ মধ্যবিন্দুতে

উত্তর: ⓚ ভারকেন্দ্রে

ব্যাখ্যা: কোন বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন একটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে। ওই বিন্দুই হলো অভিকর্ষ কেন্দ্র।

৫৬। AC ঘর্ষণহীন তলে m ভরের বস্তুটি নিচে নামার সময় এর উপর তলের প্রতিক্রিয়া বল কত?

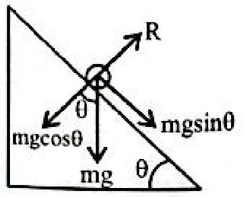


[ব. বো. ২২]

ⓚ 0
ⓚ mg
ⓖ mgcosθ
ⓖ mgsinθ

উত্তর: ⓖ mg cosθ

ব্যাখ্যা: $R = mg\cos\theta$



৫৭। **W ওজনের এক ব্যক্তি লিফটে a ত্বরণে উর্ধ্বগামী হলে ব্যক্তির ওজন কত হবে?** [সি. বো. ২৩]

ⓐ $W\left(1+\frac{g}{a}\right)$ ⓑ $W\left(1+\frac{a}{g}\right)$ ⓒ $W\left(1-\frac{a}{g}\right)$ ⓓ $W\left(1-\frac{g}{a}\right)$

উত্তর: ⓑ $W\left(1+\frac{a}{g}\right)$

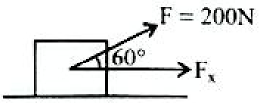
ব্যাখ্যা: $R = m(g+a) \Rightarrow R = mg\left(1+\frac{a}{g}\right) = W\left(1+\frac{a}{g}\right)$

৫৮। **একটি কাঠের খণ্ডকে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে 200N বল দ্বারা টানা হচ্ছে। বস্তুটির উপর অনুভূমিকের দিকে কার্যকরী বল কত?**

ⓐ 200 N ⓑ 100 N ⓒ 174 N ⓓ Zero

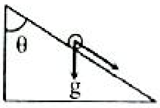
উত্তর: ⓑ 100 N

ব্যাখ্যা:



$\therefore F_x = 200\cos 60°$
$= 100$ N

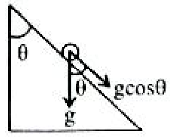
৫৯। **চিত্রে মসৃণ আনত তল বেয়ে গড়িয়ে পড়া বস্তুর ত্বরণ–** [কু. বো. ২২]



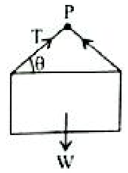
ⓐ g ⓑ gcosθ ⓒ gsinθ ⓓ gtanθ

উত্তর: ⓑ gcosθ

ব্যাখ্যা:



৬০। **চিত্রে W ওজনের একটি আয়তাকার ফ্রেমের দুই প্রান্ত সুতা দিয়ে বেঁধে সুতার মধ্যবিন্দুটি দেয়ালের সাথে আটকানো আছে। চিত্রানুযায়ী ওজনের সাথে টান T এর সম্পর্কটি কী হবে?** [দি. বো. ১৬]



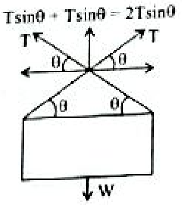
ⓐ W = 2Tsinθ ⓑ W = 2Tcosθ
ⓒ W = Tcosθ ⓓ W = Tsinθ

উত্তর: ⓐ W = 2Tsinθ

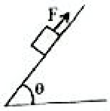
ব্যাখ্যা: $\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow 2T\sin\theta - W = 0$

$\therefore W = 2T\sin\theta$



৬১। **চিত্রে m ভরের একটি ব্লক আনত তল বেয়ে উপরের দিকে উঠছে। ব্লকটি সমবেগে চললে F = ?**



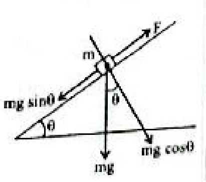
ⓐ mg (1 – sinθ) ⓑ mg (1 – cosθ)
ⓒ mgsinθ ⓓ mgcosθ

উত্তর: ⓒ mgsinθ

ব্যাখ্যা: যেহেতু বস্তু সমবেগে চললে তার কোন ত্বরণ থাকে না,

$\Rightarrow F - mg\sin\theta = 0$

$\therefore F = mg\sin\theta$



৬২। **1,000 kg ভরের একটি গাড়ী 300 N ঘর্ষণ বলযুক্ত সোজা রাস্তায় 4 ms^{-2} সমত্বরণে চলে। গাড়ীর ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত বল–** [ম. বো. ২৩]

ⓐ 3,700 N ⓑ 4,300 N
ⓒ 4,000 N ⓓ 10,100 N

উত্তর: ⓑ 4,300 N

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\sum F = ma \Rightarrow F - F_f = ma$

$\Rightarrow F = F_f + ma = 300 + 1000 \times 4 = 4300$ N

৬৩। **একটি লন রোলারকে ঠেলা বা টানার সময় অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 19.6 N বল প্রয়োগ করা হয়।এই টান অপেক্ষাকৃত সহজ কারণ এর ওজন কমে–**

ⓐ $\sqrt{3}$ kg ⓑ 19.6 kg ⓒ 9.8 N ⓓ 9.8 kg

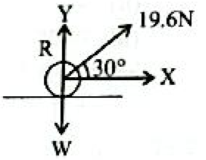
উত্তর: ⓒ 9.8 N

ব্যাখ্যা: $\Sigma F_Y = 0$

$\Rightarrow R + 19.6\sin 30° - W = 0$

$\Rightarrow R = W - 19.6 \times \frac{1}{2} \Rightarrow R = W - 9.8$

$\therefore$ ওজন কমে 9.8 N



৬৪। **দুর্বল নিউক্লিয় বলের ক্ষেত্রে কোন উত্তর সঠিক?** [সি. বো. ২৫]

i. এই বল অস্থিতিশীল নিউক্লিয়াসের কারণ
ii. এই বলের পাল্লা 10^{-16} m
iii. এই বলের জন্য দায়ী ফোটন

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ⓑ i ও ii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

উত্তর: ⓑ i ও ii

৬৫। **বলের ঘাতের ক্ষেত্রে–** [রা. বো. ২৫]

i. বলের ঘাত = বল × ক্রিয়াকাল
ii. এর একক Ns
iii. বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

উত্তর: ⓓ i, ii ও iii

৬৬। **নিউটনের গতি সূত্রের সীমাবদ্ধতা কোনটি?**

(i) বস্তুর ভরকে ধ্রুব বিবেচনা করা হয়
(ii) বেগ আলোর বেগের কাছাকাছি হলে নিউটনের সূত্র ব্যর্থ
(iii) পরমাণুর মতো ক্ষুদ্র কণার ক্ষেত্রেও নিউটনের সূত্র ব্যবহার উপযোগী

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ i ও iii ⓒ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii

উত্তর: ⓐ i ও ii

ব্যাখ্যা: চিরায়ত বলবিজ্ঞানে বস্তুর ভরকে ধ্রুব বিবেচনা করা হলেও আধুনিক পদার্থবিজ্ঞান অনুযায়ী আলোর বেগের কাছাকাছি বেগে ভ্রমণরত বস্তুর ভর বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ সেক্ষেত্রে বস্তুর ভর ধ্রুব থাকে না তথা নিউটনের সূত্র ব্যর্থ হয়।

৬৭। **নিচের কোনটি অসংরক্ষণশীল বল?** [ম. বো. ২৩]

(i) মহাকর্ষীয় বল
(ii) সান্দ্র বল
(iii) ঘর্ষণ বল

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

উত্তর: ⓑ ii ও iii

৬৮। কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলসমূহের লব্ধি শূন্য হলে– [কু. বো. ২৩]

(i) বস্তুর বেগ ধ্রুব
(ii) বস্তুর ত্বরণ শূন্য
(iii) বস্তুর ভরবেগ ধ্রুব
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $F = 0$ হলে, যেহেতু $F = ma$ ও $m \neq 0$, সেহেতু $a = 0$। অতএব, $v = mv =$ ধ্রুবক হবে।

৬৯। বলের ঘাত হচ্ছে– [ব. বো. ২৩; অনুরূপ কু. বো. ২২; সি. বো., রা. বো. ১৫]

(i) ভরবেগের পরিবর্তনের হার
(ii) বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফল
(iii) ভরবেগের পরিবর্তন
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓜ ii ও iii

ব্যাখ্যা: বলের ঘাত, $J = F \times t = ma \times t = m \times \frac{v-u}{t} \times t$

$= m \times (v - u) = mv - mu =$ ভরবেগের পরিবর্তন

৭০। কোনো বস্তুর উপর লব্ধি বল শূন্য হলে বস্তু– [রা. বো. ২২]

(i) সমবেগে চলে
(ii) সমত্বরণে চলে
(iii) গতিশক্তি পরিবর্তন হয় না
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: নিউটনের গতির ২য় সূত্র হতে আমরা জানি, $\sum F = ma$। বস্তুর উপর লব্ধি বল শূন্য ($\sum F = 0$) হলে, বস্তুর কোনো ত্বরণ থাকে না। ফলে বস্তুর বেগের পরিবর্তন শূন্য। যেহেতু গতিশক্তি, $E_k \propto v^2$। তাই, বেগের কোনো পরিবর্তন না হলে বস্তুর গতিশক্তির কোনরূপ পরিবর্তন হয় না।

৭১। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল যথাক্রমে $\vec{F_1}$ ও $\vec{F_2}$ হলে– [য. বো. ১৭]

(i) $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$
(ii) $|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}|$
(iii) $\vec{F_1} \cdot \vec{F_2} = \vec{F_1}\,\vec{F_2}$
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: নিউটনের গতির ৩য় সূত্র হতে পাই, প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

৭২। বলের জন্য যেটি সত্য–

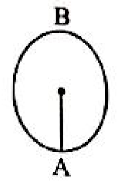
(i) বলের দিক আছে
(ii) এটি স্থির বস্তুকে গতিশীল করে
(iii) গতিশীল বস্তুর গতির পরিবর্তন করে
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ ii ⓜ i ও ii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

❖ **উদ্দীপকের আলোকে ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।**

চিত্রে 1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.5 m দৈর্ঘ্যের সূতার সাহায্যে উলম্ব তলে ঘুরানো হচ্ছে। A ও B বিন্দু যথাক্রমে ঘূর্ণন তলে সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ বিন্দু নির্দেশ করে।



৭৩। A ও B বিন্দুতে সূতার টানের পার্থক্য হবে– [দি. বো. ২৫]

ⓚ 9.8 N ⓛ 19.6 N ⓜ 2 N ⓝ 0.5 N

উত্তর: ⓛ 19.6 N

ব্যাখ্যা: B বিন্দুতে টান, $T_B = \frac{mv^2}{r} - mg$

A বিন্দুতে টান, $T_A = \frac{mv^2}{r} + mg$

$\therefore T_A - T_B = 2mg$
$= 2 \times 1 \times 9.8$
$= 19.6$ N

৭৪। বলের ঘাত এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. ২৫]

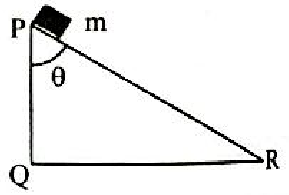
ⓚ বলের মান কম কিন্তু ক্রিয়াকাল বেশি
ⓛ বলের মান বেশি কিন্তু ক্রিয়াকাল কম
ⓜ বলের মান ও ক্রিয়াকাল উভয় কম
ⓝ বলের মান ও ক্রিয়াকাল উভয় বেশি

উত্তর: ⓛ বলের মান বেশি কিন্তু ক্রিয়াকাল কম

ব্যাখ্যা: প্রশ্ন অনুযায়ী এটি ঘাত বল হবে বলের ঘাত এর পরিবর্তে।

❖ **নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর এবং ৭৫ ও ৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

P বিন্দুতে রাখা m ভরের বস্তুটি P বিন্দু হতে PR বরাবর R বিন্দুতে আসে। [ব. বো. ২৩]



৭৫। P হতে R এ বস্তুটি পৌঁছায়– [ব. বো. ২৩]

ⓚ সমমন্দনে ⓛ সমত্বরণে ⓜ সমবেগে ⓝ অসম ত্বরণে

উত্তর: ⓛ সমত্বরণে

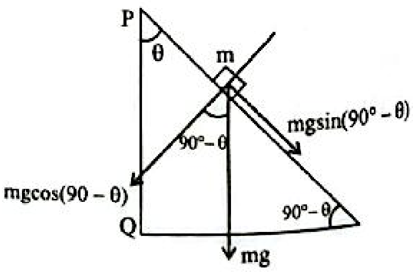
৭৬। PR তলে নামার সময় বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল– [ব. বো. ২৩]

ⓚ $mg\cos\theta$ ⓛ $mg\sin\theta$ ⓜ $mg\cot\theta$ ⓝ $mg\tan\theta$

উত্তর: ⓚ $mg\cos\theta$

ব্যাখ্যা: ∴ PR তলে নামার সময় কার্যকর বল,

$F = mg\sin(90 - \theta)$
$= mg\cos\theta$



নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র

৭৭। নিচের কোনটি প্রাকৃতিক বলগুলোর প্রতিসাম্য উন্মোচন করে?
বা, সাঁতার কাটার ভিত্তি হলো নিউটনের– [ব. বো. ২১]

ক নিউটনের ১ম সূত্র খ নিউটনের ২য় সূত্র
গ নিউটনের ৩য় সূত্র ঘ ভরবেগের সূত্র

উত্তর: গ নিউটনের ৩য় সূত্র

৭৮। গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে F′ বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. ১৬]

ক $F >> F'$ খ $F = F'$ গ $F < F$ ঘ $F > F'$

উত্তর: খ $F = F'$

ব্যাখ্যা: নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র হতে, আমরা জানি, $F = G\frac{Mm}{d^2}$ $\therefore F \propto Mm$

অর্থাৎ, মহাকর্ষ বল কোনো একটি বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না বরং ভরদ্বয়ের গুণফলের উপর নির্ভর করে। এজন্য পৃথিবী এবং আপেল পরস্পর পরস্পরকে সমান বলে আকর্ষণ করবে।

৭৯। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে ক্রিয়া প্রতিক্রিয়ার মধ্যবর্তী কোণ কত? [রা. বো. ২৩; ঢা. বো. ২২, ১৬]

ক 0° খ 90° গ 180° ঘ 360°

উত্তর: গ 180°

৮০। নিচের কোন রাশিটি সবসময় জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে?

ক বল খ ত্বরণ গ ভ্রামক ঘ বেগ

উত্তর: ক বল

ব্যাখ্যা: ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া বল একই সাথে ক্রিয়া করে।

৮১। স্থির অবস্থান থেকে 200 N বল প্রয়োগ করে একটি বস্তুকে গতিশীল করা হল। 4 sec পরে বল প্রয়োগ বন্ধ করে দিলে 10 sec পর ত্বরণ কত হবে?

ক $2\ ms^{-2}$ খ $4.67\ ms^{-2}$ গ 0 ঘ $4\ ms^{-2}$

উত্তর: গ 0

ব্যাখ্যা: 4s পর বল প্রয়োগ বন্ধ করলে ত্বরণ শূন্য হবে।

৮২। হাঁটার সময় মানুষের কোন পা সামনে এগুতে সাহায্য করে?

ক সামনের পা খ পিছনের পা
গ বাম পা ঘ ডান পা

উত্তর: খ পিছনের পা

ব্যাখ্যা: সামনের পা মাটির উপর লম্বভাবে নিচের দিকে বল প্রয়োগ করে। ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান হওয়ায় সামনের পা স্থির থাকে। আবার, পেছনের পা মাটির উপর তির্যকভাবে বল প্রয়োগ করায় প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ সমানের দিকে অগ্রসর হতে এবং উল্লম্ব উপাংশ শরীরের ওজনকে বহন করতে সাহায্য করে।

৮৩। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রের উদাহরণের ক্ষেত্রে– [য. বো. ২২]

(i) ঘোড়ার গাড়ি টানা
(ii) বন্দুকের গুলি ছোড়া
(iii) মহাশূন্যে গতিশীল মহাকাশযান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ভরবেগ ও ভরবেগের নিত্যতা

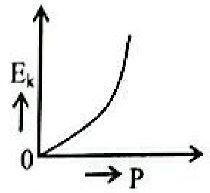
৮৪। কোনো বস্তুর গতিশক্তি তার প্রাথমিক গতিশক্তির দ্বিগুণ হলে শেষ ভরবেগ আদি ভরবেগের কতগুণ হবে? [ম. বো. ২৫]

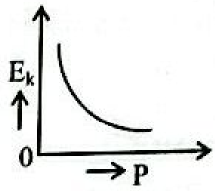
ক 4 গুণ খ 2 গুণ গ $\sqrt{2}$ গুণ ঘ 1 গুণ

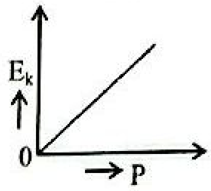
উত্তর: গ $\sqrt{2}$ গুণ

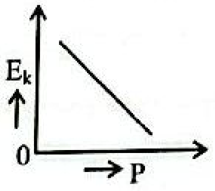
ব্যাখ্যা: $E \propto p^2 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} = \sqrt{\frac{2E_1}{E_1}} \Rightarrow p_2 = \sqrt{2}p_1$

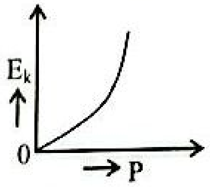
৮৫। বস্তুর ভর ধ্রুবক হলে রৈখিক ভরবেগ (P) বনাম গতিশক্তি (E_k) লেখচিত্রটি কীরূপ হবে? [য. বো. ২৫]

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: ক 

ব্যাখ্যা: $E_k = \frac{p^2}{2m}$ $\therefore y = kx^2$ যা একটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে।

৮৬। 4 kg এবং 9 kg ভরের দুটি গতিশীল বস্তুর গতিশক্তি একই হলে তাদের রৈখিক ভরবেগের অনুপাত– [য. বো. ২৫]

ক 4 : 9 খ 2 : 3 গ 9 : 4 ঘ 3 : 2

উত্তর: খ 2 : 3

ব্যাখ্যা: $E = \frac{p^2}{2m}$ $\therefore p^2 \propto m \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

৮৭। ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্কযুক্ত সমীকরণ কোনটি? [ঢা. বো. ২৫]

ক $E = \frac{P}{2m}$ খ $E = \frac{P^2}{2m}$
গ $E = \frac{2P^2}{m}$ ঘ $E = \frac{2P^2}{m^2}$

উত্তর: খ $E = \frac{P^2}{2m}$

৮৮। কোনো বস্তুর গতিশক্তি 300% বাড়লে ভরবেগ কত শতাংশ বাড়বে? [রা. বো. ২৫]

ক 75% খ 89% গ 95% ঘ 100%

উত্তর: ঘ 100%

ব্যাখ্যা: $E \propto P^2; \frac{P_2}{P_1} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} = \sqrt{\frac{100+300}{100}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2$

$\therefore \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100\% = (2-1) \times 100\% = 100\%$

৮৯। নিউটনিয়ান বলবিদ্যা অনুসারে কোনটি ধ্রুব নয়? [দি. বো. ২৩]

ⓚ ভর ⓚ স্থান ⓖ কাল ⓖ ভরবেগ

উত্তর: ⓖ ভরবেগ

ব্যাখ্যা: নিউটনিয়ান বলবিদ্যা অনুসারে স্থান, কাল ও ভর ধ্রুব রাশি।

৯০। আধুনিক জেট বিমান কোন সূত্র ব্যবহার করে চালানো হয়?

ⓚ ভরবেগের নিত্যতার সূত্র ⓚ নিউটনের গতির ২য় সূত্র

ⓖ অভিকর্ষ সূত্র ⓖ পড়ন্ত সূত্র

উত্তর: ⓚ ভরবেগের নিত্যতার সূত্র

৯১। ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি? [দি. বো. ২৪; কু. বো. ১৫; সি. বো ২১]

ⓚ $[MLT^{-1}]$ ⓚ $[MLT^{-2}]$

ⓖ $[ML^2T]$ ⓖ $[ML^2T^2]$

উত্তর: ⓚ $[MLT^{-1}]$

ব্যাখ্যা: ভরবেগ = ভর × বেগ। ভরের মাত্রা M ও বেগের মাত্রা LT^{-1}। অতএব, ভরবেগের এর মাত্রা সমীকরণ MLT^{-1}।

৯২। বলের ঘাতের একক ও নিম্নের কোন রাশির একক একই? [য. বো. ২১]

ⓚ বল ⓚ কাজ ⓖ ভরবেগ ⓖ টর্ক

উত্তর: ⓖ ভরবেগ

ব্যাখ্যা: বলের ঘাত ও ভরবেগ উভয়ের একক Ns বা $kgms^{-1}$।

বলের ঘাত $= F \times t = N \times s = kgms^{-2} \times s = kgms^{-1}$

ভরবেগ $= mv = kgms^{-1}$

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ৯৩ ও ৯৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 5 g ভরের একটি বুলেট 150 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বুলেটটি বের হওয়ার সময় একটি বল পেছনের দিকে ধাক্কা দিল।

৯৩। বন্দুকের আদি ভরবেগ কত? [য. বো. ২৩]

ⓚ 0.75 $kgms^{-1}$ ⓚ –0.75 $kgms^{-1}$

ⓖ 3 $kgms^{-1}$ ⓖ 0 $kgms^{-1}$

উত্তর: ⓖ 0 $kgms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $P_i = m_1u_1 = m_1 \times 0 = 0$

৯৪। বন্দুকটি কত বেগে পেছনে সরে আসবে? [য. বো. ২৩]

ⓚ 0 ms^{-1} ⓚ 0.25 ms^{-1}

ⓖ 2.5 ms^{-1} ⓖ 150 ms^{-1}

উত্তর: ⓚ 0.25 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $P_i = P_f \Rightarrow 0 = m_1v_1 - m_2v_2$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{5 \times 10^{-3} \times 150}{3} \therefore v_2 = 0.25\ ms^{-1}$$

৯৫। একটি মেশিনগান প্রতি সেকেন্ডে প্রতিটি m ভরের n সংখ্যক বুলেট ছুড়ছে। বুলেটের বেগ v হলে মেশিনগানের পশ্চাদমুখী বল কত?

ⓚ mvg ⓚ mnv ⓖ mnvg ⓖ mnv/g

উত্তর: ⓚ mnv

ব্যাখ্যা: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mn \times v}{1} = mnv$

৯৬। 1200 kg ভরের একটি গাড়ি 20 m/s দ্রুতিতে চলছিল। অতঃপর গাড়িটি 800 kg ভরের একটি স্থির গাড়িকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর গাড়ি দুটি একত্রিত হয়ে 120 m পিছলায়ে থেমে গেল। বাধাদানকারী বলের মান কত?

ⓚ 600 N ⓚ 800 N ⓖ 1000 N ⓖ 1200 N

উত্তর: ⓖ 1200 N

ব্যাখ্যা: $m_1u_1 + 0 = (m_1 + m_2)v$

$$\Rightarrow v = \frac{1200 \times 20}{1200 + 800} = 12\ ms^{-1}$$

$$\Rightarrow F = ma = m\frac{v^2}{2s} = (1200 + 800) \times \frac{12^2}{2 \times 120}$$

$\therefore F = 1200$ N

৯৭। 3 kg ও 5 kg ভরের বস্তুদ্বয় 30 $kgms^{-1}$ ও 50 $kgms^{-1}$ ভরবেগ নিয়ে একই দিকে চলছে। নিচের কোনটি সঠিক? [ব. বো. ১৬]

ⓚ সংঘর্ষের পর তারা একই দিকে চলবে

ⓚ সংঘর্ষের পর তারা বিপরীত দিকে চলবে

ⓖ সংঘর্ষের পর তারা স্থির হয়ে যায়

ⓖ তাদের মধ্যে কোনো সংঘর্ষ ঘটবে না

উত্তর: ⓖ তাদের মধ্যে কোনো সংঘর্ষ ঘটবে না

ব্যাখ্যা: $u_1 = \frac{p_1}{m_1} = \frac{30}{3} = 10\ ms^{-1}$;

$u_2 = \frac{p_2}{m_2} = \frac{50}{5} = 10\ ms^{-1}$

∴ দুটি বস্তুর আদিবেগ এক হওয়ায় তাদের মধ্যে কোনো সংঘর্ষ ঘটবে না।

৯৮। 16 kg এর একটি বোমা বিস্ফোরিত হয়ে 4 kg ও 12 kg এর দুটি খণ্ড হল। 12 kg ভরের বেগ 4 ms^{-1} হলে অন্য টুকরাটির গতিশক্তির কত?

ⓚ 96 J ⓚ 144 J ⓖ 288 J ⓖ 192 J

উত্তর: ⓖ 288 J

ব্যাখ্যা: $mu = m_1v_1 + m_2v_2$

$\Rightarrow 0 = 12 \times 4 + 4 \times v_2$

$\Rightarrow v_2 = -12\ ms^{-1}$

$$\therefore E = \frac{1}{2} \times m_2v_2^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 12^2 = 288\ J$$

৯৯। M ভরের একটি বস্তুর গতিশক্তি E হলে এর ভরবেগ কত? [ঢা. বো. ২১]

ⓚ $M\sqrt{2E}$ ⓚ $(\sqrt{2M}).E$ ⓖ $\sqrt{2ME}$ ⓖ $\sqrt{\frac{1}{2}ME}$

উত্তর: ⓖ $\sqrt{2ME}$

ব্যাখ্যা: $E = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{M^2v^2}{2M} = \frac{p^2}{2M}$

$\Rightarrow p^2 = 2ME \therefore p = \sqrt{2ME}$

১০০। A ও B দুইটি বস্তুর গতিশক্তি সমান। A এর ভর B এর ভরের 9 গুণ। A ও B এর ভরবেগের অনুপাত হবে?

ⓚ 1 : 3 ⓚ 1 : 9 ⓖ 3 : 1 ⓖ 9 : 1

উত্তর: ⓖ 3 : 1

ব্যাখ্যা: $E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow 2mE = p^2$

$\therefore p^2 \propto m$ [যেখানে, E = ধ্রুবক]

$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{9m_2}{m_2}}$

$\therefore p_1 : p_2 = 3 : 1$

১০১। ভরবেগ 100% বৃদ্ধি করতে গতি শক্তির পরিবর্তন হবে–

ⓚ 100% ⓛ 200% ⓜ 300% ⓝ 400%

উত্তর: ⓜ 300%

ব্যাখ্যা: $E = \frac{p^2}{2M} \quad \therefore E \propto p^2$

$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 = \left(\frac{200}{100}\right)^2 = 4$

$\Rightarrow E_2 = 4E_1$

$\therefore$ গতিশক্তির পরিবর্তন $= \frac{E_2 - E_1}{E_1} \times 100\%$

$= (4 - 1) \times 100\%$

$= 300\%$

১০২। একটি রকেট উড্ডয়নের ১ম সেকেন্ডে এর ভরের $\frac{1}{60}$ ভাগ গ্যাস 2400 ms^{-1} বেগে নির্গমন করে। রকেটটির ত্বরণ কত ms^{-2}? [ঢা. বো. ২৪]

ⓚ 49.8 ⓛ 40.0 ⓜ 30.2 ⓝ 4.08

উত্তর: ⓜ 30.2

ব্যাখ্যা: $a = v_r \frac{dm}{dt} - g$

$= \left(2400 \times \frac{1}{60}\right) - 9.8$

$= 30.2\ ms^{-2}$

১০৩। একটি বুলেট ঘর্ষণহীন সমতলে অবস্থিত ব্লকে আঘাত করে এর ভেতর রয়ে গেল। এক্ষেত্রে সংরক্ষিত হবে– [য. বো. ২১]

(i) ভরবেগ
(ii) গতিশক্তি
(iii) আপেক্ষিক বেগ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ ii ⓜ i ও ii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i

ব্যাখ্যা: স্থিতিস্থাপক এবং অস্থিতিস্থাপক উভয় সংঘর্ষে ভরবেগ সর্বদা সংরক্ষিত থাকবেই।

১০৪। কোন বস্তুর ভরবেগের দিক হবে–

(i) প্রযুক্ত বলের দিকে
(ii) বেগের দিকে
(iii) প্রযুক্ত বল এর সাথে লম্ব বরাবর

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ ii ⓜ i ও ii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓜ i ও ii

ব্যাখ্যা: নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে, বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার তার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যেদিকে ক্রিয়া করে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।

১০৫। কোন বস্তুর ভরবেগ 40 $kgms^{-1}$ বলতে বোঝায়– [য. বো. ১৬]

(i) বস্তুর ভর 1 kg হলে এর বেগ 40 ms^{-1}
(ii) বস্তুর ভর 40 kg হলে এর বেগ 10 ms^{-1}
(iii) বস্তুর ভর 6.3 kg হলে এর বেগ 6.36 ms^{-1}

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

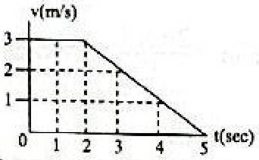
উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: বস্তুর ভর 40 kg এবং বেগ 10 ms^{-1} হলে,

ভরবেগ, $p = mv = 40 \times 10 = 400\ kgms^{-1}$

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১০৬ ও ১০৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

10 kg ভরের একটি বস্তুর বেগ বনাম সময়ের লেখচিত্র নিম্নরূপ–



১০৬। বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বাধাদানকারী বল কত?

ⓚ 0 N ⓛ 3 N ⓜ 10 N ⓝ 50 N

উত্তর: ⓜ 10 N

ব্যাখ্যা: $F = ma = m\frac{v - u}{t}$

$\therefore F = 10 \times \frac{3 - 0}{5 - 2} = 10\ N$

১০৭। বস্তুটির মোট ভরবেগের পরিবর্তন কত?

ⓚ 0 N sec ⓛ 10 N sec ⓜ 30 N sec ⓝ 50 N sec

উত্তর: ⓜ 30 N sec

ব্যাখ্যা: $\Delta p = F\Delta t = 10 \times 3 = 30\ N\ sec$

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১০৮ ও ১০৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

10^4 kg জ্বালানিসহ একটি রকেটের ভর 1.5×10^4 kg। রকেটের সাপেক্ষে 2000 ms^{-1} দ্রুতিতে জ্বালানি 200 kgs^{-1} হারে ব্যয় হয়। রকেটটি খাড়া উপর দিকে নিক্ষিপ্ত হলো।

১০৮। রকেটের ধাক্কা–

ⓚ 5×10^3 N ⓛ 4×10^5 N
ⓜ 5×10^{-3} N ⓝ 4×10^{-5} N

উত্তর: ⓛ 4×10^5 N

ব্যাখ্যা: $F_{thrust} = v_r \frac{dm}{dt} = 2000 \times 200\ N = 4 \times 10^5\ N$

১০৯। রকেটটির ত্বরণ বেশি হবে–

(i) গ্যাসের আপেক্ষিক বেগ বেশি হলে
(ii) গ্যাস নির্গমনের হার বেশি হলে
(iii) রকেটের মোট ভর বেশি হলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, রকেটের ত্বরণ, $a = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)v$। এক্ষেত্রে রকেটের ত্বরণ বাড়বে আপেক্ষিক বেগ বৃদ্ধিতে এবং জ্বালানি নির্গমনের হার বৃদ্ধিতে।

ঘূর্ণন গতি

১১০। নিচের কোন ভেক্টর রূপটি সঠিক? [ব. বো. ২৫]

ক $\vec{v} = \vec{r} \times \vec{\omega}$ খ $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$
গ $\vec{L} = \vec{P} \times \vec{r}$ ঘ $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}$

উত্তর: খ $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

ব্যাখ্যা: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$; $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$; $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$; $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

১১১। 1 rps = ? [ম. বো. ২৫, ২২]

ক $\frac{\pi}{2}$ rad s^{-1} খ π rad s^{-1}
গ 2π rad s^{-1} ঘ 4π rad s^{-1}

উত্তর: গ 2π rad s^{-1}

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi N}{t} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi \times 1}{1} = 2\pi \text{ rads}^{-1}$

১১২। কৌণিক দ্রুতির মাত্রা কোনটি?

ক T^{-1} খ T গ LT^{-2} ঘ L^2T^{-1}

উত্তর: ক T^{-1}

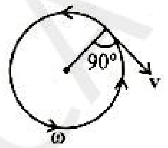
ব্যাখ্যা: $[\omega] = \frac{L}{L \times T} = T^{-1}$

১১৩। বৃত্তাকার পথে সমান সময়ে সমান কৌণিক দূরত্ব অতিক্রমকারী কোনো কণার রৈখিক বেগের– [দি. বো. ১৭]

ক শুধু মানের পরিবর্তন হবে
খ ধ্রুবক হবে
গ শুধু দিকের পরিবর্তন হবে
ঘ মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তন হবে

উত্তর: গ শুধু দিকের পরিবর্তন হবে

ব্যাখ্যা: যেকোনো মুহূর্তে বস্তুর রৈখিক বেগ বৃত্তাকার পথের নির্দিষ্ট বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক বরাবর গতির অভিমুখে। এখানে, ω = কৌণিক বেগ এবং v = রৈখিক বেগ



১১৪। একটি বৈদ্যুতিক পাখা প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরছে। এর কৌণিক বেগ কত? [য. বো. ২৩, ১৭; রা. বো. ২৩]

ক $\frac{\pi}{3}$ rads^{-1} খ 3π rads^{-1} গ 90π rads^{-1} ঘ 180π rads^{-1}

উত্তর: খ 3π rads^{-1}

ব্যাখ্যা: $\omega = 90 \text{ rpm} = \frac{90 \times 2\pi}{60} \text{ rads}^{-1} = 3\pi \text{ rads}^{-1}$

১১৫। ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগ কত? [চ. বো. ১৬; অনুরূপ সি. বো. ১৫]

ক π/30 rad/s খ π/30 rad/min
গ π/360 rad/min ঘ π/720 rad/min

উত্তর: গ π/360 rad/min

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi N}{t} = \frac{2\pi \times 1}{12 \times 60}$ rad/min $\therefore \omega = \pi/360$ rad/min

১১৬। 0.01 m দৈর্ঘ্যের একটি ঘড়ির মিনিটের কাটার প্রান্তীয় বিন্দুর রৈখিক বেগের মান কত? [রা. বো. ১৯]

ক 1.54×10^{-5} ms^{-1} খ 1.64×10^{-5} ms^{-1}
গ 1.74×10^{-5} ms^{-1} ঘ 1.84×10^{-5} ms^{-1}

উত্তর: গ 1.74×10^{-5} ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $v = r\omega = r \times \frac{2\pi N}{t}$

$= 0.01 \times \frac{2\pi \times 1}{3600}$

$= 1.74 \times 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$

১১৭। ঘড়ির মিনিটের কাটার দৈর্ঘ্য কমলে– [কু. বো. ১৭]

ক রৈখিক বেগ বাড়ে, কৌণিক বেগ বাড়ে
খ রৈখিক বেগ কমে, কৌণিক বেগ কম
গ রৈখিক বেগ স্থির থাকে, কৌণিক বেগ বাড়ে
ঘ রৈখিক বেগ কমে, কৌণিক বেগ স্থির থাকে

উত্তর: ঘ রৈখিক বেগ কমে, কৌণিক বেগ স্থির থাকে

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $v = \omega r$ $\therefore v \propto r$; অর্থাৎ, ঘড়ির মিনিটের কাঁটার পর্যায়কাল অপরিবর্তিত থাকলেও, দৈর্ঘ্য কমলে রৈখিক বেগ কমবে।

১১৮। একটি ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট ও ঘণ্টার কাঁটার কৌণিক বেগের অনুপাত– [রা. বো. ১৬]

ক 720 : 60 : 1 খ 1 : 60 : 720
গ 1 : 12 : 720 ঘ 720 : 12 : 1

উত্তর: ঘ 720 : 12 : 1

ব্যাখ্যা: $\omega_1 : \omega_2 : \omega_3 = \frac{2\pi}{t_1} : \frac{2\pi}{t_2} : \frac{2\pi}{t_3} = \frac{1}{60} : \frac{1}{60 \times 60} : \frac{1}{12 \times 60 \times 60}$

$= 12 \times 60 : 12 : 1 = 720 : 12 : 1$

১১৯। সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি হল–

ক 300 km/sec খ 3 km/sec
গ 30 km/sec ঘ 3000 km/sec

উত্তর: গ 30 km/sec

১২০। পৃথিবীর নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের জন্য "আইফেল টাওয়ারের" কৌণিক বেগ হবে– [দি. বো. ১৭]

ক 1.99×10^{-7} rad s^{-1} খ 7.26×10^{-5} deg s^{-1}
গ 4.167×10^{-3} deg s^{-1} ঘ 4.167×10^{-3} rad s^{-1}

উত্তর: গ 4.167×10^{-3} deg s^{-1}

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi \times 1}{24 \times 3600} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1} = \frac{7.27 \times 10^{-5} \times 180}{\pi} \text{deg s}^{-1}$

$\therefore \omega = 4.165 \times 10^{-3} \text{ deg s}^{-1}$

১২১। একটি ফ্লাইহুইল স্থির অবস্থান হতে 15 s সময়ের মধ্যে 30π rad/s কৌণিক বেগ প্রাপ্ত হয়। হুইলটির ঘূর্ণন অক্ষ হতে 3 m দূরবর্তী একটি বিন্দুর রৈখিক ত্বরণ কত?

ক 4 π খ 3 π গ 6 π ঘ 2 π

উত্তর: গ 6 π

ব্যাখ্যা: $a = r\alpha = r.\frac{\omega_f - \omega_i}{t} \Rightarrow a = 3 \times \frac{30\pi - 0}{15}$ $\therefore a = 6\pi$

১২২। 50 g ভরের একটি বস্তুকে একটি 20 cm দৈর্ঘ্যের সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি সেকেন্ডে 3 বার ঘুরানো হচ্ছে। যদি বস্তুটির ভর অপরিবর্তিত রেখে, সুতার দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করে ঘুরানোর হার অর্ধেক করা হয় তবে ত্বরণ কত গুণ হবে?

ক 0.5 গুণ খ 2 গুণ
গ অপরিবর্তিত থাকবে ঘ 4 গুণ

উত্তর: ক 0.5 গুণ

THE EDUCATIONAL FARM

ব্যাখ্যা: $a = \omega^2 r$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \left(\frac{\frac{1}{2}}{1}\right)^2 \times \left(\frac{2}{1}\right) = \frac{1}{2}$$

$\therefore a_2 = 0.5 \times a_1$

❖ নিচের অনুচ্ছেদটি পড় এবং ১২৩ ও ১২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
ঘূর্ণনরত একটি বস্তু কণার তাৎক্ষণিক কৌণিক স্থানাঙ্ককে $\theta(t) = 3t^2 - 5t$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

১২৩। নিচের কোনটি কৌণিক বেগ নির্দেশ করে?

ⓚ $15t + 5$ ⓛ $6t - 5$ ⓜ $3t - 5$ ⓝ $3t + 5$

উত্তর: ⓛ $6t - 5$

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 6t - 5$

১২৪। t = 3s সময়ে–

(i) কৌণিক সরণ 12 rad

(ii) কৌণিক বেগ 13 $rads^{-1}$

(iii) কৌণিক ত্বরণ 4 $rads^{-2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

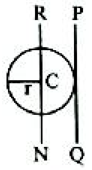
উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: $\theta = 3t^2 - 5t$ $\quad \therefore \theta_{3s} = 12$ rad

$\omega = 6t - 5; \alpha = 6$ $\quad \therefore \omega_{3s} = 13\ rads^{-1}; \therefore \alpha_{3s} = 6\ rads^{-2}$

জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১২৫ ও ১২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



ভর = 'M'

১২৫। নিরেট চাকতির RN অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ হবে– [য. বো., কু. বো. ২৫]

ⓚ $\frac{r}{2}$ ⓛ $\frac{r}{\sqrt{2}}$ ⓜ r ⓝ $\sqrt{\frac{3}{2}}r$

উত্তর: ⓛ $\frac{r}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা: RN অক্ষের সাপেক্ষে, $k = \sqrt{\frac{I}{M}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}Mr^2}{M}} = \frac{r}{\sqrt{2}}$

১২৬। PQ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক হবে– [য. বো., কু. বো. ২৫]

ⓚ $\frac{1}{4}Mr^2$ ⓛ $\frac{1}{2}Mr^2$ ⓜ Mr^2 ⓝ $\frac{3}{2}Mr^2$

উত্তর: ⓝ $\frac{3}{2}Mr^2$

ব্যাখ্যা: $I_{PQ} = I_0 + Mr^2 = \frac{1}{2}Mr^2 + Mr^2 = \frac{3}{2}Mr^2$

১২৭। জড়তার ভ্রামকের মাত্রা কোনটি? [চ. বো. ২৫]

ⓚ MLT^{-1} ⓛ ML^2 ⓜ ML^2T^{-3} ⓝ MLT^{-2}

উত্তর: ⓛ ML^2

১২৮। নিচের কোনটি জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য? [সি. বো., রা. বো. ২৫]

ⓚ $I_z = I_x + I_y$ ⓛ $I = I_z + Mk^2$
ⓜ $I = I_2 + Mk$ ⓝ $I = I_G + Mh^2$

উত্তর: ⓝ $I = I_G + Mh^2$

১২৯। কোনো দৃঢ় বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধের সমীকরণ নিচের কোনটি? [সি. বো. ২৫]

ⓚ $K = \sqrt{\frac{I}{M}}$ ⓛ $K = \sqrt{\frac{M}{I}}$
ⓜ $K = \frac{I}{M}$ ⓝ $K = \frac{M}{I}$

উত্তর: ⓚ $K = \sqrt{\frac{I}{M}}$

১৩০। কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ভর করে– [সি. বো. ১৬]

ⓚ ভর ও ঘূর্ণন অক্ষের উপর ⓛ আয়তন
ⓜ কৌণিক ভরবেগ ⓝ কৌণিক বেগ

উত্তর: ⓚ ভর ও ঘূর্ণন অক্ষের উপর

ব্যাখ্যা: জড়তার ভ্রামক, $I = mr^2$ যেখানে m বস্তুর ভর এবং r ঘূর্ণন অক্ষ থেকে দূরত্ব নির্দেশ করে।

$\therefore$ জড়তার ভ্রামকের মাত্রা $[ML^2]$

১৩১। জড়তার ভ্রামকের একক কোনটি? [চ. বো. ২৩; ঢা. বো. ২১]

ⓚ kgm ⓛ kgm^{-1} ⓜ kgm^2 ⓝ kgm^{-2}

উত্তর: ⓜ kgm^2

১৩২। সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনশীল বস্তুর ঘূর্ণন গতিশক্তি– [রা. বো. ১৬]

ⓚ জড়তার ভ্রামকের সমানুপাতিক
ⓛ জড়তার ভ্রামকের ব্যস্তানুপাতিক
ⓜ জড়তার ভ্রামকের বর্গের সমানুপাতিক
ⓝ জড়তার ভ্রামকের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

উত্তর: ⓚ জড়তার ভ্রামকের সমানুপাতিক

ব্যাখ্যা: $E = \frac{1}{2}I\omega^2 \therefore E \propto I$

১৩৩। একটি সিলিন্ডারের ভর 50 kg এবং ব্যাসার্ধ 0.2m। সিলিন্ডারটির অক্ষের সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক 1 kgm^2। সিলিন্ডারটি যখন 4 ms^{-1} বেগে অনুভূমিকভাবে গড়াতে থাকে, তখন তার মোট গতিশক্তি কত হবে?

ⓚ 150 J ⓛ 300 J ⓜ 450 J ⓝ 600 J

উত্তর: ⓝ 600 J

ব্যাখ্যা: $E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{4^2}{0.2^2} = 600$ J

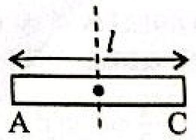
১৩৪। M ভরের ও l দৈর্ঘ্যের সরু সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক কত? [রা. বো. ২১]

ⓚ $\frac{Ml^2}{12}$ ⓛ $\frac{Ml^2}{3}$ ⓜ $\frac{Ml^2}{2}$ ⓝ Ml^2

উত্তর: ⓚ $\frac{Ml^2}{12}$

ব্যাখ্যা: দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে গমনকারী হলে,

$I = \frac{1}{12}Ml^2$



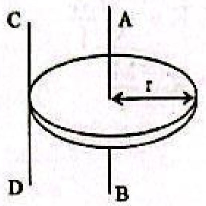
১৩৫। বৃত্তাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী স্পর্শকের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক নিচের কোনটি? [চ. বো. ২১]

ⓚ $I = \frac{3}{2}Mr^2$ ⓛ $I = Mr^2$

ⓖ $I = \frac{Mr^2}{2}$ ⓓ $I = \frac{Mr^2}{4}$

উত্তর: ⓚ $I = \frac{3}{2}Mr^2$

ব্যাখ্যা:



$I_{CD} = \frac{3}{2}Mr^2$

$I_{AB} = \frac{1}{2}Mr^2$

১৩৬। গোলাকার চাকতি বা পাতের পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [সি. বো. ২১]

ⓚ $2Mr^2$ ⓛ Mr^2 ⓖ $\frac{Mr^2}{2}$ ⓓ $\frac{Mr^2}{4}$

উত্তর: ⓖ $\frac{Mr^2}{2}$

১৩৭। নির্দিষ্ট ভরের কোনো চাকতির ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা হলে কেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক কতগুণ হবে? [ঢা. বো., য. বো. ১৭; কু. বো. ১৫]

ⓚ এক চতুর্থাংশ ⓛ অর্ধেক

ⓖ দ্বিগুণ ⓓ চারগুণ

উত্তর: ⓚ এক চতুর্থাংশ

ব্যাখ্যা: $I \propto r^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{2}}{1}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore I_2 = \frac{1}{4} \times I_1$

১৩৮। একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m হলে এর জড়তার ভ্রামক কত? [কু. বো. ১৫]

ⓚ $2\ kgm^2$ ⓛ $2.5\ kgm^2$ ⓖ $3\ kgm^2$ ⓓ $5\ kgm^2$

উত্তর: ⓛ $2.5\ kgm^2$

ব্যাখ্যা: $I = \frac{1}{2}Mr^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.5^2 = 1.25\ kgm^2$

১৩৯। 2g ভরের একটি বস্তুকে 10 cm একটি সুতার সাহায্যে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটির জড়তার ভ্রামক কত? [কু. বো. ১৭]

ⓚ $0.00002\ kgm^2$ ⓛ $0.02\ kgm^2$

ⓖ $0.02\ kgm^2$ ⓓ $100\ kgm^2$

উত্তর: ⓚ $0.00002\ kgm^2$

ব্যাখ্যা: $I = mr^2 = 0.002 \times 0.1^2 = 0.00002\ kgm^2$

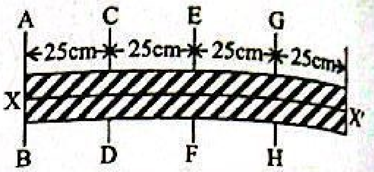
১৪০। নিজ অক্ষের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান একটি চোঙের ভর 5 kg এবং অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক $0.1\ kgm^2$। ঘূর্ণায়মান চোঙটির ব্যাসার্ধ কত? [কু. বো. ২৪; অনুরূপ সি. বো. ২৪]

ⓚ 0.24 m ⓛ 0.22 m ⓖ 0.20 m ⓓ 0.14

উত্তর: ⓖ 0.20 m

ব্যাখ্যা: $I = \frac{1}{2}mr^2 \Rightarrow r^2 = \frac{2I}{m} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2 \times 0.1}{5}} \quad \therefore r = 0.2\ m$

১৪১। চিত্রের আলোকে কোন অক্ষের সাপেক্ষে দণ্ডটিকে ঘুরানো সবচেয়ে কঠিন হবে?



[য. বো. ২৪]

ⓚ AB

ⓛ CD

ⓖ EF

ⓓ GH

উত্তর: ⓚ AB

ব্যাখ্যা: $\frac{I_{AB}}{I_{EF}} = \frac{\frac{ml^2}{3}}{\frac{ml^2}{12}} = \frac{12}{3} = 4 \quad \therefore I_{AB} = 4I_{EF}$

অতএব, সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু EF অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরানো সবচেয়ে সহজ এবং প্রান্ত AB অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরানো সবচেয়ে কঠিন।

১৪২। একই ভর ও ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার চাকতি এবং একটি রিং এর কেন্দ্র দিয়ে অভিলম্বভাবে গমনকারী অক্ষের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধের অনুপাত– [ঢা. বো. ২২]

ⓚ $\sqrt{2} : 1$ ⓛ $1 : 1$ ⓖ $1 : \sqrt{2}$ ⓓ $\sqrt{3} : \sqrt{2}$

উত্তর: ⓖ $1 : \sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{1}{2}MR^2}{MR^2} = \frac{1}{2}$ যেহেতু, $K \propto \sqrt{I} \quad \therefore \frac{K_1}{K_2} = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

১৪৩। কোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো দৃঢ় বস্তুকে একক সমকৌণিক বেগে ঘুরানোর জন্য যে গতিশক্তির প্রয়োজন হয় তা জড়তার ভ্রামকের–

ⓚ অর্ধেক ⓛ সমান ⓖ দ্বিগুণ ⓓ বর্গের সমান

উত্তর: ⓚ অর্ধেক

ব্যাখ্যা: $E = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I \quad [\omega = 1]$

১৪৪। গোলাকার চাকতির পৃষ্ঠের অভিলম্বভাবে গমনকারী স্পর্শকের সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ কোনটি? [সি. বো. ২২]

ⓚ $\frac{1}{2}r$ ⓛ $\sqrt{\frac{2}{3}}r$ ⓖ $\sqrt{\frac{3}{2}}r$ ⓓ $\sqrt{\frac{2}{5}}r$

উত্তর: ⓖ $\sqrt{\frac{3}{2}}r$

ব্যাখ্যা: $I = I_0 + Md^2$

$\Rightarrow I = \frac{1}{2}Mr^2 + Mr^2 = \frac{3}{2}Mr^2 \quad \therefore K = \sqrt{\frac{I}{M}} = \sqrt{\frac{3}{2}}r$

১৪৫। একটি পাতলা বৃত্তাকার চাকতির যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক হবে– [চ. বো. ২২]

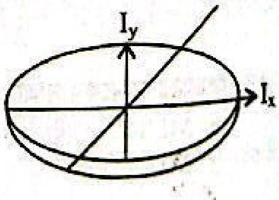
ⓚ $\frac{1}{4}Mr^2$ ⓛ $\frac{1}{2}Mr^2$ ⓖ $\frac{3}{2}Mr^2$ ⓓ $\frac{2}{3}Mr^2$

উত্তর: ⓚ $\frac{1}{4}Mr^2$

ব্যাখ্যা: $I_x + I_y = I_z$

$\Rightarrow 2I_x = \frac{1}{2}Mr^2$

$\therefore I_x = \frac{1}{4}Mr^2$



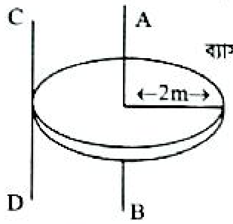
১৪৬। একটি চাকার জড়তার ভ্রামক 5 kgm^2। চাকাটিকে 10^5J ঘূর্ণন গতিশক্তিতে ঘুরতে কত কৌণিক বেগের প্রয়োজন হবে? [অনুরূপ দি. বো. ২৪; য. বো. ২১]

ⓚ 20 rad/sec ⓛ 89.44 rad/sec
ⓜ 141.42 rad/sec ⓝ 200 rad/sec

উত্তর: ⓝ 200 rad/sec

ব্যাখ্যা: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow 10^5 = \frac{1}{2} \times 5 \times \omega^2 \quad \therefore \omega = 200 \text{ rad s}^{-1}$

❖ চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ১৪৭ ও ১৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



১৪৭। AB অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির চক্রগতির ব্যাসার্ধ কত? [কু. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৩; চ. বো. ১৭]

ⓚ 1 m ⓛ 2 m ⓜ $\sqrt{2}$ m ⓝ $\sqrt{6}$ m

উত্তর: ⓜ $\sqrt{2}$ m

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}mr^2 = mK^2 \Rightarrow K = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \quad \therefore K = \sqrt{2}$ m

১৪৮। AB অক্ষের সাপেক্ষে চাকতির জড়তার ভ্রামক CD অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামকের কত গুণ? [কু. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৩; চ. বো. ১৭]

ⓚ 3 ⓛ 2 ⓜ $\frac{1}{2}$ ⓝ $\frac{1}{3}$

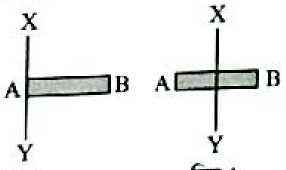
উত্তর: ⓝ $\frac{1}{3}$

ব্যাখ্যা: $I_{CD} = I_{AB} + mr^2 \Rightarrow I_{CD} = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$

$\therefore \frac{I_{CD}}{I_{AB}} = \frac{\frac{3}{2}mr^2}{\frac{1}{2}mr^2} \quad \therefore I_{AB} = \frac{1}{3}I_{CD}$

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ১৪৯ ও ১৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

নিম্নের চিত্র দুটিতে 1 kg ভর এবং 1 m দৈর্ঘ্যের একটি সুষম দণ্ড AB-এর লম্বগামী অক্ষ XY এর সাপেক্ষে ঘুরছে।



চিত্র-১ চিত্র-২

১৪৯। চিত্র-১ ও চিত্র-২ উল্লিখিত দণ্ডের জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের অনুপাত হলো− [ঢা. বো. ২৩]

ⓚ 1 : 1 ⓛ 1 : 2 ⓜ 1 : 4 ⓝ 4 : 1

উত্তর: ⓝ 4 : 1

ব্যাখ্যা: $I_1 = \frac{1}{3}ML^2$ এবং $I_2 = \frac{1}{12}ML^2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{1}{3}ML^2}{\frac{1}{12}ML^2} = 4 \therefore I_1 : I_2 = 4 : 1$

১৫০। চিত্র-১ অনুযায়ী দণ্ডটির চক্রগতির ব্যাসার্ধের মান− [ঢা. বো. ২৩]

ⓚ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ m ⓛ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ m ⓜ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ m ⓝ $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ m

উত্তর: ⓛ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ m

ব্যাখ্যা: $K_1 = \sqrt{\frac{I_1}{M}} = \sqrt{\frac{\frac{ML^2}{3}}{M}} = \frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ m

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১৫১ ও ১৫২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি সুষম সূক্ষ্ম দণ্ড যার দৈর্ঘ্য 50 cm এবং ভর 1 kg। দণ্ডটিকে প্রথমে মধ্যবিন্দুর সাপেক্ষে ঘুরানো হলো এবং পরবর্তীতে প্রান্তের সাপেক্ষে ঘুরানো হলো যেখানে অক্ষটি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের সাথে লম্ব−

১৫১। প্রথম ঘটনায় দণ্ডের জড়তার ভ্রামক−

ⓚ 0.25 kgm^2 ⓛ 0.02083 kgm^2
ⓜ 0.042 kgm^2 ⓝ 10.021 kgm^2

উত্তর: ⓛ 0.02083 kgm^2

ব্যাখ্যা: $I = \frac{ml^2}{12} = \frac{1 \times (0.5)^2}{12} = 0.02083 \text{ kgm}^2$

১৫২। ২য় ঘটনায় সমান মানের জড়তার ভ্রামক পেতে হলে দণ্ডের দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করতে হবে?

ⓚ 0.175 cm ⓛ 0.7 cm ⓜ 26 cm ⓝ 150 cm

উত্তর: ⓜ 26 cm

ব্যাখ্যা: $I = \frac{ml'^2}{3} \Rightarrow 0.02 = \frac{1 \times l'^2}{3} \Rightarrow l' = \sqrt{0.02 \times 3} \quad \therefore l' = 0.24$ m

$\therefore$ দৈর্ঘ্য হ্রাস করতে হবে, (0.5 − 0.24) = 0.26 m = 26 cm

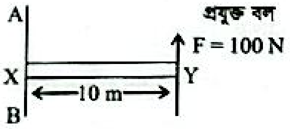
কৌণিক ভরবেগ ও টর্ক

১৫৩। কোনটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি? [ব. বো., য. বো. ২৫]

ⓚ $\frac{1}{2}M\omega^2$ ⓛ $\frac{1}{2}Mv^2$ ⓜ $\frac{1}{2}Iv^2$ ⓝ $\frac{1}{2}I\omega^2$

উত্তর: ⓝ $\frac{1}{2}I\omega^2$

১৫৪। AB ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে XY দণ্ডটির টর্ক কত? (প্রযুক্ত বল AB অক্ষ এবং XY দণ্ড উভয়ের সাথে লম্ব) [চ. বো. ২৫]



ⓚ 0 ⓛ 500 Nm
ⓜ 1000 Nm ⓝ 10000 Nm

উত্তর: ⓜ 1000 Nm

ব্যাখ্যা: $\gamma = rF \sin 90° = 10 \times 100 = 1000$ Nm

১৫৫। কৌণিক ভরবেগের একক কোনটি? [রা. বো. ২৩; চ. বো. ২২; ব. বো. ২১; রা. বো. ১৫]

ⓚ kgm^2s^{-2} ⓛ kgm^2s^{-3} ⓜ $kgm^{-1}s^{-2}$ ⓝ kgm^2s^{-1}

উত্তর: ⓝ kgm^2s^{-1}

ব্যাখ্যা: কৌণিক ভরবেগ, $L = mvr = kg.ms^{-1}.m = kgm^2s^{-1}$

১৫৬। কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার হচ্ছে— [রা. বো. ২৫; চ. বো. ২৪; ব. বো. ২৩]

ⓚ কৌণিক ত্বরণ ⓛ জড়তার ভ্রামক
ⓜ বল ⓝ দ্বন্দ্বের ভ্রামক

উত্তর: ⓝ দ্বন্দ্বের ভ্রামক

ব্যাখ্যা: দ্বন্দের ভ্রামক/ টর্ক, $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

১৫৭। নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক নয়? [কু. বো. ২৩]

ⓚ $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$ ⓛ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
ⓜ $\vec{L} = \frac{d\vec{\tau}}{dt}$ ⓝ $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$

উত্তর: ⓜ $\vec{L} = \frac{d\vec{\tau}}{dt}$

ব্যাখ্যা: কৌণিক ভরবেগ, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$ এবং $\tau = \frac{d\vec{L}}{dt}$

১৫৮। কোনো অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুতে প্রযুক্ত বলের মান এবং অক্ষের লম্ব দূরত্বের গুণফলকে কী বলে? [ঢা. বো. ২৫; য. বো. ২২]

ⓚ জড়তার ভ্রামক ⓛ টর্ক
ⓜ চক্রগতির ব্যাসার্ধ ⓝ রৈখিক ভরবেগ

উত্তর: ⓛ টর্ক

১৫৯। টর্ক (τ), জড়তার ভ্রামক (I) এবং কৌণিক ত্বরণের (α) মধ্যে সম্পর্ক কী? [ব. বো. ২২]

ⓚ $\tau = \frac{I}{\alpha}$ ⓛ $\tau = \sqrt{I\alpha}$ ⓜ $\tau = I^2\alpha$ ⓝ $\tau = I\alpha$

উত্তর: ⓝ $\tau = I\alpha$

১৬০। নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক? [দি. বো., রা. বো. ২২; কু. বো. ১৭]

ⓚ $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{r}$ ⓛ $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{r}$
ⓜ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ⓝ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{p}$

উত্তর: ⓜ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

১৬১। টর্কের মাত্রা কোনটি? [চ. বো. ২৪, ২১; সি. বো. ২৩; ব. বো. ১৯, ১৫; দি. বো. ১৬]

ⓚ MLT^{-2} ⓛ ML^2T^{-2} ⓜ ML^2T^{-1} ⓝ $ML^{-1}T^{-2}$

উত্তর: ⓛ ML^2T^{-2}

ব্যাখ্যা: $[\tau] = [L \times MLT^{-2}] = [ML^2T^{-2}]$

১৬২। আবর্ত ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে ক্ষমতা— [রা. বো. ২২]

ⓚ টর্ক × সময় ⓛ টর্ক × কৌণিক সরণ
ⓜ টর্ক × কৌণিক বেগ ⓝ টর্ক × কৌণিক ত্বরণ

উত্তর: ⓜ টর্ক × কৌণিক বেগ

ব্যাখ্যা: রৈখিক এর ক্ষেত্রে ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$

কৌণিক এর ক্ষেত্রে ক্ষমতা $= \tau \times \frac{\theta}{t} = \tau\omega$

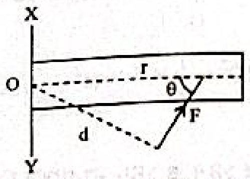
১৬৩। ডাইভিং-এ লাফ দেয়ার সময় সাঁতারুর— [কু. বো. ১৬]

ⓚ জড়তার ভ্রামক ধ্রুব ⓛ কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব
ⓜ কৌণিক ত্বরণ ধ্রুব ⓝ কৌণিক বেগ ধ্রুব

উত্তর: ⓛ কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব

ব্যাখ্যা: কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রানুযায়ী, ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর টর্ক শূন্য হলে মোট কৌণিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে। ডাইভিং এ লাফ দেওয়ার সময় সাঁতারুর উপর বাহ্যিক কোন টর্ক কাজ না করায় কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব থাকবে।

১৬৪। চিত্রে বলের ভ্রামক τ হলে কোনটি সঠিক? [চ. বো. ২১]



ⓚ $\tau = r \times F$ ⓛ $\tau = d \times F$
ⓜ $\tau = \vec{F}.\ F \sin\theta$ ⓝ $\tau = \vec{d}\ F \sin\theta$

উত্তর: ⓛ $\tau = d \times F$

১৬৫। কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার— [দি. বো. ২১]

ⓚ বলের সমান ⓛ কৌণিক ত্বরণের সমান
ⓜ টর্কের সমান ⓝ জড়তার ভ্রামকের সমান

উত্তর: ⓜ টর্কের সমান

১৬৬। কৌণিক ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি? [রা. বো., চ. বো., দি. বো. ২১; ব. বো. ২২; য. বো., ব. বো. ১৮]

ⓚ MLT^{-1} ⓛ ML^2T ⓜ ML^2T^{-1} ⓝ ML^2T^{-2}

উত্তর: ⓜ ML^2T^{-1}

ব্যাখ্যা: $[L] = [M \times LT^{-2} \times L] = [ML^2T^{-1}]$

১৬৭। টর্কের একক কোনটি? [কু. বো. ২৫; সি. বো. ২১; চ. বো. ১৯]

ⓚ $N^{-1}m$ ⓛ Nm^{-2} ⓜ Nm ⓝ Nm^{-1}

উত্তর: ⓜ Nm

ব্যাখ্যা: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ যেখানে, r এর একক m এবং F এর একক N।

১৬৮। নিচের কোনটি ধ্রুবক হলে কোনো কণার উপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হবে? [ব. বো. ১৯]

ⓚ বল ⓛ বলের ঘাত
ⓜ রৈখিক ভরবেগ ⓝ কৌণিক ভরবেগ

উত্তর: ⓝ কৌণিক ভরবেগ

ব্যাখ্যা: কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী কৌণিক ভরবেগ ধ্রুব। ফলে টর্ক শূন্য।

১৬৯। কোনো বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বলের ভ্রামককে কী বলে? [ম. বো. ২৪]

ⓚ চক্রগতির ব্যাসার্ধ ⓛ জড়তার ভ্রামক
ⓜ দ্বন্দ্ব ⓝ টর্ক

উত্তর: ⓝ টর্ক

ব্যাখ্যা: টর্ক হচ্ছে বলের ভ্রামক।

১৭০। কৌণিক ভরবেগের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক নয়? [ম. বো. ২৪]

ⓚ $L = mvr$ ⓛ $L = mr\omega^2$
ⓜ $L = mv^2/\omega$ ⓝ $L = mr^2\omega$

উত্তর: ⓛ $L = mr\omega^2$

ব্যাখ্যা: $L = rP = mvr = m\omega r^2 = \frac{mv^2}{\omega}$

❖ **নিচের উদ্দীপক অনুসারে ১৭১ ও ১৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

একটি চাকার ভর 10 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0.5 m। টর্ক প্রয়োগ করে চাকাটিতে 2 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করা হয়।

১৭১। চাকাটির জড়তার ভ্রামক কত? [চ. বো. ২৪]

ⓚ 0.25 kgm^2 ⓚ 2.5 kgm^2
ⓖ 25 kgm^2 ⓖ 50 kgm^2

উত্তর: ⓚ 2.5 kgm^2

ব্যাখ্যা: $I = Mk^2 = 10 \times (0.5)^2 = 2.5\ kgm^2$

১৭২। কত মানের টর্ক প্রয়োগ করা হয়েছিল?
[চ. বো. ২৪; অনুরূপ সি. বো. ২১; ঢা. বো. ১৬]

ⓚ 100 Nm ⓚ 50 Nm ⓖ 5 Nm ⓖ 0.5 Nm

উত্তর: ⓖ 5 Nm

ব্যাখ্যা: $\tau = I\alpha = 2.5 \times 2 = 5$ Nm

১৭৩। দুটি বস্তুর নিজ ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে *I* এবং 2*I*। যদি তাদের ঘূর্ণন গতিশক্তি সমান হয়, তবে তাদের কৌণিক ভরবেগের অনুপাত কত? [রা. বো. ২৪]

ⓚ 1 : 2 ⓚ $1 : \sqrt{2}$ ⓖ $\sqrt{2} : 1$ ⓖ 2 : 1

উত্তর: ⓚ $1 : \sqrt{2}$

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}} = \sqrt{\frac{2I}{I}} \quad \therefore \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{2}$

কৌণিক ভরবেগের অনুপাত, $\frac{L_1}{L_2} = \frac{I_1\omega_1}{I_2\omega_2} = \frac{I\sqrt{2}}{2I} \quad \therefore \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

১৭৪। ঘূর্ণনরত বস্তুর ক্ষেত্রে, প্রযুক্ত বল ও অবস্থান ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে— [ঢা. বো. ২১]

(i) $\theta = 180°$ হলে ঘূর্ণনবল সর্বোচ্চ হবে
(ii) $\theta = 0°$ হলে ঘূর্ণনবল সর্বনিম্ন হবে
(iii) $\theta = 90°$ হলে ঘূর্ণনবল সর্বোচ্চ হবে
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ ii ও iii

ব্যাখ্যা: ঘূর্ণনরত বস্তুর ক্ষেত্রে আমরা জানি, টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau = rF\sin\theta$

$\theta = 0°$ হলে, $\tau = 0 = \tau_{min}$

$\theta = 180°$ হলে, $\tau = 0 = \tau_{min}$

$\theta = 90°$ হলে, $\tau = rF = \tau_{max}$

১৭৫। কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্ক শূন্য হবে যদি— [ব. বো. ২৪]

(i) ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে অবস্থান ভেক্টরের মান শূন্য হয়
(ii) বলের মান শূন্য হয়
(iii) অবস্থান ভেক্টর ও বলের মধ্যবর্তী কোণ 90° হয়
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: টর্ক, $\tau = rF\sin\theta = rF \quad [\theta = 90°$ হলে$]$

১৭৬। কোনটি কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র?

ⓚ $\sum\vec{L}$ = ধ্রুবক ⓚ $\sum\vec{P}$ = ধ্রুবক
ⓖ $\sum\vec{F}$ = ধ্রুবক ⓖ $\sum\vec{\tau}$ = ধ্রুবক

উত্তর: ⓚ $\sum\vec{L}$ = ধ্রুবক

ব্যাখ্যা: $L = I\omega$ = ধ্রুব; অর্থাৎ $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

১৭৭। সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিশক্তি ও জড়তার ভ্রামকের অনুপাত কিরূপ?

ⓚ কৌণিক বেগের সমানুপাতিক
ⓚ কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক
ⓖ রৈখিক বেগের সমানুপাতিক
ⓖ রৈখিক বেগের বর্গের ব্যাস্তানুপাতিক

উত্তর: ⓚ কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক

ব্যাখ্যা: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \therefore \frac{E_k}{I} \propto \omega^2$

১৭৮। 1 টি চাকার 2$rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক দিতে হবে? (m = 10 kg, r = 0.5 m)

ⓚ 50 Nm ⓚ 2.5 Nm ⓖ 5 Nm ⓖ 100 Nm

উত্তর: ⓚ 2.5 Nm

ব্যাখ্যা: $\tau = I\alpha = \frac{1}{2}mr^2\alpha = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.5^2 \times 2 = 2.5$ Nm

১৭৯। কোনো বস্তুর উপর বাহ্যিক টর্কের লব্ধি শূন্য হলে— [ম. বো. ২২]

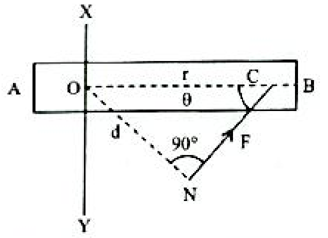
(i) স্থির বস্তু স্থির থাকে
(ii) ঘূর্ণায়মান বস্তু থেমে যাবে
(iii) ঘূর্ণায়মান বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓚ ii ⓖ i ও ii ⓖ i ও iii

উত্তর: ⓖ i ও iii

ব্যাখ্যা: ঘূর্ণনগতির জন্য নিউটনের সূত্রানুসারে, বস্তুর উপর বাহ্যিক টর্কের লব্ধি শূন্য হলে স্থির বস্তু স্থিরই থাকবে এবং ঘূর্ণায়মান বস্তু সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকবে।

১৮০।



[কু. বো. ২১]

চিত্রে AB বস্তুটি O কেন্দ্র করে XY অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরতে পারে। তাহলে—

(i) $\tau = d \times F$ (ii) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ (iii) $\vec{\tau} = \hat{\eta}\, rF\sin\theta$
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: কোন অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুতে প্রযুক্ত বলের মান এবং অক্ষের লম্ব দূরত্বের গুণফলকে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে। অর্থাৎ টর্কের দিক r এবং F যে তলে তার লম্বদিকে।

১৮১। 20 Nm টর্ক—

(i) 1 kg ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তাতে 20 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি হয়
(ii) 1 kgm^2 জড়তার ভ্রামকের বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাতে 20 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে
(iii) 20 kgm^2 জড়তার ভ্রামকের বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে 1 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ ii ও iii

ব্যাখ্যা: $\tau = I\alpha$ যেখানে, I = জড়তার ভ্রামক এবং α = কৌণিক ত্বরণ

১৮২। ডাল ভেঙ্গে পড়ার কালে- [ঢা. বো. ১৬]

(i) অক্ষ সংলগ্ন কণার কৌণিক বেগ সবচেয়ে বেশি

(ii) কিনারের কণার রৈখিক বেগ বেশি

(iii) প্রতিটি কণার কোনো মুহূর্তের কৌণিক ভরবেগ সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ ii ও iii

ব্যাখ্যা: ডাল ভেঙ্গে পড়ার সময় প্রতিটি কণার কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকবে এবং প্রান্তে রৈখিক বেগ ($v = \omega r$) সবথেকে বেশি হবে কারণ রৈখিক বেগ ব্যাসার্ধ (r) এর উপর নির্ভর করে। যদিও কৌণিক বেগ সর্বদা ধ্রুব থাকে।

❖ **নিচের উদ্দীপক অনুসারে ১৮৩ ও ১৮৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ**

একটি চাকার জড়তার ভ্রামক $2\ kgm^2$। চাকাটি মিনিটে 30 বার ঘুরছে। [চ. বো. ২২]

১৮৩। চাকাটির কৌণিক বেগ কত?

ⓚ 2 rpm ⓚ 15 rpm ⓖ 30 rpm ⓘ 60 rpm

উত্তর: ⓖ 30 rpm

ব্যাখ্যা: $\omega = 30$ rev/min $\therefore \omega = 30$ rpm

১৮৪। চাকাটির কৌণিক ভরবেগ কত? [চ. বো. ২২]

ⓚ $\frac{\pi}{2}$ ⓚ π ⓖ 2π ⓘ 4π

উত্তর: ⓖ 2π

ব্যাখ্যা: $L = I\omega = 2 \times \frac{2\pi \times 30}{60} = 2\pi\ kg^2s^{-1}$

❖ **উদ্দীপকটি পড় এবং ১৮৫ ও ১৮৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ**

2g, 6g ও 4g ভরের তিনটি বস্তুকণা যথাক্রমে A, B ও C কোনো ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে 5 সেকেন্ডে 20 বার করে ঘুরে। বস্তুকণাগুলোর কৌণিক ভরবেগ যথাক্রমে L_A, L_B ও L_C। অক্ষ থেকে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে 5 cm, 4 cm ও 3 cm।

১৮৫। উদ্দীপকের A বস্তুকণার রৈখিক বেগ কত? [রা. বো. ২২]

ⓚ $1.256\ ms^{-1}$ ⓚ $6.283\ ms^{-1}$

ⓖ $9.283\ ms^{-1}$ ⓘ $125.60\ ms^{-1}$

উত্তর: ⓚ $1.256\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $v = r\omega \Rightarrow v = 0.05 \times \frac{2\pi \times 20}{5}$ $\therefore v = 1.256\ ms^{-1}$

১৮৬। কৌণিক ভরবেগের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [রা. বো. ২২]

ⓚ $L_A > L_B > L_C$ ⓚ $L_A > L_C > L_B$

ⓖ $L_B > L_A > L_C$ ⓘ $L_B > L_C > L$

উত্তর: ⓖ $L_B > L_A > L_C$

ব্যাখ্যা: $L = I\omega = mr^2\omega$

$\therefore L_A = 2 \times 10^{-3} \times (5 \times 10^{-2})^2\ \omega = 5 \times 10^{-6}\ \omega$

$L_B = 6 \times 10^{-3} \times (4 \times 10^{-2})^2\ \omega = 9.6 \times 10^{-6}\ \omega$

$L_C = 4 \times 10^{-3} \times (3 \times 10^{-2})^2\ \omega = 3.6 \times 10^{-6}\ \omega$

কেন্দ্রমুখী বল এবং ব্যাংকিং সংক্রান্ত

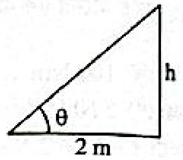
১৮৭। 10,000 kg ভরের একটি রেলগাড়ি 600 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পথে 90 kmh^{-1} বেগে গতিশীল। রেললাইনের পাত দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব যদি 2 m হয় তবে বাইরের পাতটি ভিতরের পাত অপেক্ষা কত উঁচু হলে এদের মধ্যে কোনো পার্শ্বচাপ বাড়বে না? [ব. বো. ২৫]

ⓚ 0.21 m ⓚ 18.87 m ⓖ 18.97 m ⓘ 21 m

উত্তর: ⓚ 0.21 m

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$

$\Rightarrow \frac{h}{2} = \frac{\left(\frac{90}{3.6}\right)^2}{600 \times 9.8}$ $\therefore h = 0.21$ m



১৮৮। একজন সাইকেল আরোহী 50 m ব্যাসার্ধের রাস্তার বাঁকে 9.8 m/s বেগে নিরাপদে বাঁক অতিক্রম করল। আরোহীর নতিকোণ কত? [সি. বো. ২৫]

ⓚ 9° ⓚ 10° ⓖ 11° ⓘ 12°

উত্তর: ⓖ 11°

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{9.8^2}{50 \times 9.8}\right) = 11°$

১৮৯। কেন্দ্রমুখী বলের সঠিক রাশিমালা কোনটি? [দি. বো. ২১]

ⓚ mv^2r ⓚ $m\omega^2r$ ⓖ $m\omega^2r^2$ ⓘ $\frac{mv}{r^2}$

উত্তর: ⓚ $m\omega^2r$

ব্যাখ্যা: $F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2r$ $[\because v = \omega r]$

১৯০। কেন্দ্রমুখী বলের ভেক্টর রূপ- [ব. বো. ১৬]

ⓚ $\frac{m(\vec{v} \times \vec{v})}{r}$ ⓚ $-\frac{m(\vec{v} \times \vec{v})}{r}$

ⓖ $-m\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$ ⓘ $-m(\vec{\omega}.\vec{\omega})\vec{r}$

উত্তর: ⓖ $-m\frac{v^2}{r^2}\vec{r}$

ব্যাখ্যা: কোনো বৃত্তের ক্ষেত্রে তার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $(\vec{r})$ এর দিক কেন্দ্র হতে বাইরের দিকে। তাই কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_{ex} = \frac{mv^2}{r^2}(\vec{r})$ এবং কেন্দ্রমুখী বল, $F_c = \frac{mv^2}{r^2}(-\vec{r})$

১৯১। m ভরের বস্তুকে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে অনুভূমিক তলে ঘুরানো হচ্ছে। কেন্দ্রমুখী বল F হলে বস্তুর রৈখিক ভরবেগ-

ⓚ $\frac{Fr}{m}$ ⓚ $\frac{Fv}{m}$ ⓖ $\frac{Fr}{v}$ ⓘ $\frac{Fm}{v}$

উত্তর: ⓖ $\frac{Fr}{v}$

ব্যাখ্যা: $F = \frac{mv^2}{r}$ $\therefore$ ভরবেগ, $p = mv = \frac{Fr}{v}$

১৯২। বৃত্তাকার পথে 72 km/h সমদ্রুতিতে চলমান একটি গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 2 ms^{-2}। বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত? [ব. বো. ২৩]

ক 10 m　খ 144 m　গ 200 m　ঘ 2592 m

উত্তর: গ 200 m

ব্যাখ্যা: $a = \frac{v^2}{r} \Rightarrow 2 = \frac{\left(\frac{72}{3.6}\right)^2}{r} \Rightarrow r = 200$ m

১৯৩। রাস্তার ব্যাংকিং কোণ কীসের ওপর নির্ভরশীল নয়? [য. বো. ২৩; অনুরূপ চ. বো. ২১; সি. বো. ১৯]

ক বস্তুর বেগ　খ বস্তুর ভর

গ অভিকর্ষজ ত্বরণ　ঘ রাস্তার ব্যাসার্ধ

উত্তর: খ বস্তুর ভর

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ যেখানে, θ = ব্যাংকিং কোণ; v = বস্তুর বেগ; r = রাস্তার ব্যাসার্ধ

১৯৪। কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ– [ব. বো. ২২; চ. বো. ১৯; দি. বো. ১৬]

ক অসীম　খ শূন্য　গ ধনাত্মক　ঘ ঋণাত্মক

উত্তর: খ শূন্য

ব্যাখ্যা: $W = Fs\cos(\theta)$

কেন্দ্রমুখী বলের ক্ষেত্রে, θ = 90° হয়। ∴ $W = Fs\cos(90°) = 0$

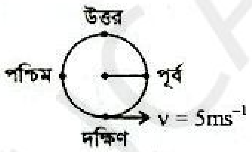
১৯৫। 0.1 kg ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 0.5m লম্বা একটি সুতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 90 বার ঘুরালে সুতার টান কত হবে? [য. বো. ২২]

ক 0.471 N　খ 0.21 N　গ 4.44 N　ঘ 41.79 N

উত্তর: গ 4.44 N

ব্যাখ্যা: $F_c = m\omega^2 r = m \times \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \times r = 0.1 \times \left(\frac{2\pi \times 90}{60}\right)^2 \times 0.5 = 4.44$ N

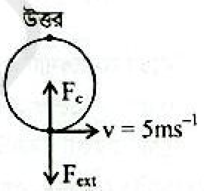
১৯৬। 5 kg ভরের একটি বস্তু 5ms^{-1} সমদ্রুতিতে 5m ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে চিত্রানুযায়ী ঘুরছে। কেন্দ্রমুখী বলের দিক কোন দিকে হবে– [ম. বো. ২২]



ক উত্তর　খ দক্ষিণ　গ পূর্ব　ঘ পশ্চিম

উত্তর: ক উত্তর

ব্যাখ্যা: বস্তুটি যখন কেন্দ্র হতে দক্ষিণ দিকে অবস্থান করছে তখন কেন্দ্রবিমুখী বল (F_{ext}) দক্ষিণমুখী, কেন্দ্রমুখী বল (F_c) উত্তরমুখী এবং বেগ (v) পূর্বমুখী।



১৯৭। ব্যাংকিং কোণ পরিমাপ করা হয় কোনটির সাপেক্ষে? [ব. বো. ২১]

ক অনুভূমিক দিকের সাপেক্ষে

খ উলম্ব দিকের সাপেক্ষে

গ বৃত্তের কেন্দ্র হতে বাইরের দিকের সাপেক্ষে

ঘ বৃত্তের কেন্দ্রের দিকের সাপেক্ষে

উত্তর: ক অনুভূমিক দিকের সাপেক্ষে

ব্যাখ্যা: দুর্ঘটনা এড়ানোর জন্য বাঁকগুলো ভিতরের দিকে ঢালু করে তৈরি করা থাকে। এতে আনুভূমিকের সাথে নির্দিষ্ট কোণে আনত থাকায় নিরাপদ চলাচল সম্ভব হয়।

১৯৮। একটি বালতিতে কিছু পরিমাণ পানি নিয়ে r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে উল্লম্ব তলে ঘুরানো হচ্ছে, ঘূর্ণনের কৌণিক গতি কত হলে বালতির পানি বাইরে বের হবে না? [ম. বো. ২১]

ক $\sqrt{r/g}$　খ $\sqrt{g/r}$　গ $\sqrt{rg}$　ঘ rg

উত্তর: ঘ rg

ব্যাখ্যা: $\frac{mv^2}{r} = mg \Rightarrow v^2 = rg \Rightarrow v = \sqrt{rg}$

১৯৯। একটি গাড়ির নিরাপদে বাঁক নেওয়ার শর্ত কোনটি? [ঢা. বো. ২৫; চ. বো. ২৪]

ক $v \le (rg\tan\theta)^{\frac{1}{2}}$　খ $v \le (rg\tan\theta)$

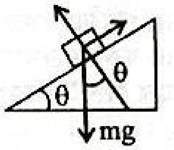
গ $v > (rg\tan\theta)^{\frac{1}{2}}$　ঘ $v > (rg\tan\theta)$

উত্তর: ক $v \le (rg\tan\theta)^{\frac{1}{2}}$

ব্যাখ্যা: গাড়ির কেন্দ্রমুখী বল, $F = \frac{mv^2}{r}$

F এর মান যত বেশি হবে গাড়ি তত বেশি বেগে বাঁক নিতে পারবে। কিন্তু F এর সর্বোচ্চ মান $\mu_s mg$। যেখানে গাড়ির চাকা ও রাস্তার মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, μ_s এবং $\tan\theta = \mu_s$ যেখানে θ = নিশ্চল কোণ।

নিরাপদে বাঁক নেওয়ার শর্ত,



$F \le \mu_s mg$

$\Rightarrow \frac{mv^2}{r} \le \tan\theta mg$

$\therefore v \le (rg\tan\theta)^{\frac{1}{2}}$

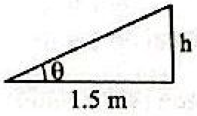
অথবা অন্যভাবে বলা যায়, ব্যাংকিং-এর ক্ষেত্রে $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$; $v \le (rg\tan\theta)^{\frac{1}{2}}$

২০০। রেল লাইনের একটি বাঁকের ব্যাসার্ধ 99m এবং লাইনের পাত দুইটির মধ্যে দূরত্ব 1.5m। ভিতরের পাত অপেক্ষা বাহিরের পাত কতখানি উঁচু হলে বাহিরের পাত কোনরূপ চাপ প্রয়োগ না করে একটি ট্রেন 9.8m/sec দ্রুতিতে বাঁক নিতে পারবে?

ক 1.6 m　খ 1.3 m　গ 0.148 m　ঘ 1.48 m

উত্তর: গ 0.148 m

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$



$\Rightarrow \frac{h}{1.5} = \frac{9.8^2}{99 \times 9.8} \Rightarrow h = 0.148$ m

২০১। একটি রাস্তা 50 m ব্যাসার্ধের বাক নিয়েছে। ঐ স্থানে রাস্তাটি 4 m চওড়া এবং বাইরের প্রান্ত ভেতরের চেয়ে 0.9 m উঁচু। ঐ রাস্তায় 18 kmh^{-1} চলমান সাইকেলকে কত কোণে আনতে হতে হবে?

ক 1.42°　খ 2.32°　গ 2.92°　ঘ 1.85°

উত্তর: গ 2.92°

ব্যাখ্যা: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gr}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{\left(\frac{18}{3.6}\right)^2}{9.8 \times 50}\right] = 2.92°$

২০২। একটি রাস্তা 40 m ব্যাসার্ধে বাঁক নিচ্ছে। ঐ রাস্তাটি 4 m চওড়া এবং উহার ভিতরের কিনারা হতে বাইরের কিনারা 0.8 m উঁচু। সর্বোচ্চ কত বেগে বাঁক নেওয়া সম্ভব?

ক 1.92 ms^{-1}　খ 9.92 ms^{-1}

গ 8.85 ms^{-1}　ঘ 5.92 ms^{-1}

উত্তর: গ 8.85 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $\frac{v^2}{rg} = \frac{h}{x} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{hrg}{x}} = \sqrt{\frac{0.8 \times 40 \times 9.8}{4}} = 8.85$ ms^{-1}

২০৩। 1টি সাইকেলের বেগ 20 kmh^{-1}। 10 m ব্যাসার্ধের 1টি মোড় নেওয়ার সময় কত কোণে হেলতে হবে?

ক 17.45° খ 0.3143° গ 20° ঘ 10°

উত্তর: ক 17.45°

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{\left(\frac{20}{3.6}\right)^2}{10 \times 9.8} = 17.45°$

২০৪। 0.02 kg ভরের একটি কণা 0.50 m ব্যাসার্ধের বৃত্তের চারিদিকে 3π rad/s কৌণিক বেগে ঘুরছে। এই গতির জন্য কোন দিকে কত N বল প্রয়োজন?

ক কেন্দ্রমুখী 0.03 π খ কেন্দ্রবিমুখী 0.03 π
গ কেন্দ্রমুখী 0.09 π^2 ঘ কেন্দ্রবিমুখী 0.09 π^2

উত্তর: গ কেন্দ্রমুখী 0.09 π^2

ব্যাখ্যা: $F_c = m\omega^2 r = 0.02 \times 9\pi^2 \times 0.5 = 0.09\ \pi^2$ কেন্দ্রমুখী

২০৫। কেন্দ্রবিমুখী বলের উদাহরণ− [য. বো. ২৪]

(i) বৃষ্টিভেজা রাস্তায় বাইসাইকেলের চাকা থেকে পানি ছিটকে পড়া
(ii) পৃথিবীকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহ
(iii) বক্রপথে দ্রুতগতিতে চলন্ত গাড়ি দুর্ঘটনায় পতিত হওয়া

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

২০৬। কেন্দ্রমুখী বলকে ভেক্টররূপে প্রকাশ করার ক্ষেত্রে− [চ. বো. ২৫]

i. $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$
ii. $\vec{F} = -m(\vec{\omega} \times \vec{\omega})\vec{r}$
iii. $\vec{F} = -\frac{mv^2}{r^2}\vec{r}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: খ i ও iii

২০৭। রাস্তার ব্যাংকিং নির্ভর করে− [ম. বো. ২৫]

i. বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর
ii. গাড়ির ভরের উপর
iii. গাড়ির বেগের উপর

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: খ i ও iii

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$; অর্থাৎ, ব্যাংকিং গাড়ির সর্বোচ্চ বেগ ও বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে।

২০৮। রাস্তার বাঁকে ঢাল দিলে− [সি. বো. ২১]

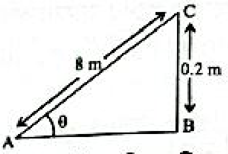
(i) যানবাহন চলাচল অধিকতর নিরাপদ হয়
(ii) কেন্দ্রমুখী বল পাওয়া যায়
(iii) সাইকেল আরোহী বক্রপথের কেন্দ্রের দিকে হেলে থাকে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

❖ উদ্দীপক থেকে ২০৯ এবং ২১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



একটি গাড়ি 36 kmh^{-1} বেগে বাঁক নিতে দিয়ে দুর্ঘটনায় পতিত হয়।

২০৯। রাস্তার ব্যাংকিং কোণ কত? [রা. বো. ২৫]

ক 1.43° খ 1.82° গ 2.81° ঘ 2.95°

উত্তর: ক 1.43°

ব্যাখ্যা: $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{0.2}{8}\right) = 1.43°$

২১০। রাস্তাটির ব্যাংকিং কোণ কত হলে গাড়িটি নিরাপদে বাঁকটি অতিক্রম করতে পারতো? [রা. বো. ২৫]

ক 1.43° খ 2.81° গ 4.51° ঘ 5.82°

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: প্রশ্নে বাঁকের ব্যাসার্ধ দেয়া নেই।

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ২১১ ও ২১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

P ও Q স্থানে যথাক্রমে 9 m এবং 16 m ব্যাসার্ধের দুটি বাঁকের রাস্তা আছে। প্রত্যেকটি বাঁকের ব্যাংকিং কোণ 3° (উভয় স্থানে রাস্তার প্রস্থ 5 m)

২১১। Q স্থানে রাস্তার ভিতরের পার্শ্ব অপেক্ষা বাইরের পার্শ্ব কত উঁচু? [দি. বো. ২৪, ২১]

ক 0.003 m খ 0.011 m গ 0.262 m ঘ 0.837 m

উত্তর: গ 0.262 m

ব্যাখ্যা: $\tan\theta = \frac{h}{x} \Rightarrow \tan 3° = \frac{h}{5} \Rightarrow h = 0.262$ m

২১২। P ও Q স্থানের রাস্তা দুটিতে কোনো গাড়ির সর্বোচ্চ গতিবেগের অনুপাত হবে− [দি. বো. ২৪, ২১]

ক $\sqrt{3} : \sqrt{4}$ খ 3 : 4 গ 9 : 16 ঘ 81 : 256

উত্তর: খ 3 : 4

ব্যাখ্যা: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{r_1 g \tan\theta}}{\sqrt{r_2 g \tan\theta}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{4}\ v_1 : v_2 = 3 : 4$

❖ নিচের অনুচ্ছেদটি পড় এবং ২১৩ ও ২১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

0.05 kg ভরের একটি বস্তুকে 1 m দীর্ঘ একটি সুতার সাহায্যে বৃত্তপথে ঘুরানো হলো। বস্তুটি প্রতি সেকেন্ডে 4 বার বৃত্তপথে আবর্তন করে।

২১৩। বস্তুটির কৌণিক বেগ কত?

ক 4π $rads^{-1}$ খ 8π $rads^{-1}$ গ 12π $rads^{-1}$ ঘ 16π $rads^{-1}$

উত্তর: খ 8π $rads^{-1}$

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi \times N}{t} = \frac{2\pi \times 4}{1} = 8\pi\ rads^{-1}$

২১৪। কেন্দ্রমুখী বলের মান কত?

ক 1.6 π^2 N খ 3.2π^2 N গ 6.4π^2 N ঘ 12.8π^2 N

উত্তর: খ 3.2π^2 N

ব্যাখ্যা: $F_c = m\omega^2 r = 0.05 \times (8\pi)^2 = 3.2\ \pi^2$ N

সংঘর্ষ ও স্থিতিস্থাপকতা

২১৫। সংঘর্ষ কয় প্রকার?

ⓚ 3 ⓛ 2 ⓜ 1 ⓝ 4

উত্তর: ⓛ 2

ব্যাখ্যা: স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগ এবং গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে। অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না কিন্তু ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

২১৬। কোন ভৌত রাশিটি যে কোনো সংঘর্ষে সংরক্ষিত হয়? [রা. বো. ২২]

ⓚ গতিশক্তি ⓛ স্থিতিশক্তি

ⓜ মোটশক্তি ⓝ কৌণিক ভরবেগ

উত্তর: ⓝ কৌণিক ভরবেগ

২১৭। একটি বস্তু ভূমির উপর দিয়ে মুক্তভাবে গড়িয়ে যাচ্ছে। ঘটনাক্রমে বস্তুটি থেমে যায়–

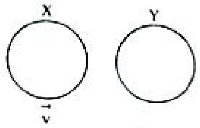
ⓚ এর ভরের কারণে ⓛ ভূমির ঘর্ষণের কারণে

ⓜ এর স্থির জড়তার কারণে ⓝ এর ভরবেগের কারণে

উত্তর: ⓛ ভূমির ঘর্ষণের কারণে

ব্যাখ্যা: ঘর্ষণ বল গতির বিপরীতে কাজ করে।

❖ চিত্রে দুইটি অভিন্ন গোলক X এবং Y দেখানো হল:



২১৮। আদিতে X গোলকটি v বেগে সরাসরি Y গোলকের দিকে গতিশীল। Y গোলকটি স্থির অবস্থায় রয়েছে। গোলক দুটির স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হয়। তাহলে কী ঘটবে? [কু. বো. ১৬]

ⓚ X, $\frac{1}{2}$v বেগে ডানদিকে গতিশীল হবে এবং Y, $\frac{1}{2}$v বেগে ডানদিকে গতিশীল হবে

ⓛ X, v বেগে বাম দিকে গতিশীল হবে এবং Y, স্থির থাকবে

ⓜ X, $\frac{1}{2}$v বেগে বামদিকে গতিশীল হবে এবং Y, $\frac{1}{2}$v বেগে ডানদিকে গতিশীল হবে

ⓝ X থেমে যায় এবং Y, v বেগে ডানদিকে গতিশীল হবে

উত্তর: ⓝ X থেমে যায় এবং Y, v বেগে ডানদিকে গতিশীল হবে

ব্যাখ্যা: $v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \therefore v_1 = 0 + 0 = 0$

$v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} u_2 + \frac{2m_1}{m_2 + m_1} u_1 \therefore v_2 = 0 + \frac{2m}{2m} v = v$

২১৯। 3 kg ও 5 kg ভরের বস্তুদ্বয় 30 kg ms^{-1} এবং 50 kg ms^{-1} ভরবেগ নিয়ে একই দিকে চলছে।

ⓚ সংঘর্ষের পর তারা একই দিকে চলবে

ⓛ সংঘর্ষের পর তারা বিপরীত দিকে চলবে

ⓜ সংঘর্ষের পর তারা স্থির হয়ে যাবে

ⓝ তাদের মধ্যে কোনো সংঘর্ষ ঘটবে না

উত্তর: ⓝ তাদের মধ্যে কোনো সংঘর্ষ ঘটবে না

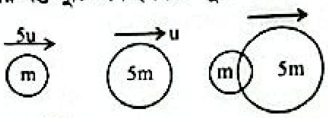
ব্যাখ্যা: প্রথম বস্তুর বেগ, $v_1 = \frac{p_1}{m_1} = \frac{30}{3} = 10$ ms^{-1}

দ্বিতীয় বস্তুর বেগ, $v_2 = \frac{p_2}{m_2} = \frac{50}{5} = 10$ ms^{-1}

যেহেতু বস্তুদ্বয় সমবেগে একই দিকে চলমান সুতরাং বস্তুদ্বয়ের মধ্যে কোন সংঘর্ষই ঘটবেনা।

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২২০ ও ২২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

কোনো একটি সরলরেখায় 5u বেগে চলমান m ভরের একটি বস্তু একই সরলরেখায় u বেগে চলমান 5m ভরের অপর একটি বস্তুকে ধাক্কা দিল এবং ধাক্কার পর বস্তু দুটি একই দিকে যুক্ত অবস্থায় চলতে থাকল।



২২০। যুক্ত অবস্থায় বস্তু দুইটির বেগ কত? [ঢা. বো. ১৫; অনুরূপ রা. বো. ১৯]

ⓚ $\frac{3}{10}$u ⓛ $\frac{10}{6}$u ⓜ u ⓝ $\frac{6}{5}$u

উত্তর: ⓛ $\frac{10}{6}$u

ব্যাখ্যা: $m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$

$\Rightarrow m \times 5u + 5m \times u = (5m + m)v \Rightarrow \frac{10\ mu}{6m} = v \therefore v = \frac{10}{6}u$

২২১। এই সংঘর্ষের আগে এবং পরে– [ঢা. বো. ১৫]

ⓚ গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই স্থির থাকে

ⓛ ভরবেগ বৃদ্ধি পায় এবং গতিশক্তি স্থির থাকে

ⓜ গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই হ্রাস পায়

ⓝ গতিশক্তি হ্রাস পায় এবং ভরবেগ স্থির থাকে

উত্তর: ⓝ গতিশক্তি হ্রাস পায় এবং ভরবেগ স্থির থাকে

ব্যাখ্যা: $E_i = \frac{1}{2} \times m \times (5u)^2 + \frac{1}{2} \times 5m \times u^2 = 15\ mu^2$

$E_f = \frac{1}{2} \times 6m \times \left(\frac{5}{3}u\right)^2 = 8.33\ mu^2 \therefore E_f < E_i$

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২২২ ও ২২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

3 ms^{-1} বেগে 2 kg ভরের একটি বস্তু 0.5 kg ভরের অন্য একটি স্থির বস্তুর সঙ্গে সোজাসুজি স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হয়।

২২২। সংঘর্ষের পর দ্বিতীয় বস্তুর বেগ কত? [চ. বো. ১৫]

ⓚ 2.5 ms^{-1} ⓛ 4 ms^{-1} ⓜ 4.8 ms^{-1} ⓝ 5 ms^{-1}

উত্তর: ⓜ 4.8 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} u_2 + \frac{2m_1}{m_2 + m_1} u_1 = 0 + \frac{2 \times 2}{2 + 0.5} \times 3 = 4.8$ ms^{-1}

২২৩। ১ম বস্তুর ভর ২য় বস্তুর ভরের তুলনায় অনেক বেশি হলে সংঘর্ষের পর– [চ. বো. ১৫]

(i) ১ম বস্তুটি একই বেগে চলতে থাকবে

(ii) ২য় বস্তুটি ১ম বস্তুর বেগে চলতে থাকবে

(iii) ২য় বস্তুটি ১ম বস্তুর দ্বিগুণ বেগে চলতে থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ i ও ii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓜ i ও iii

ব্যাখ্যা: $m_1 >> m_2$ হলে, $v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2$

$\Rightarrow v_1 = \frac{m_1}{m_1} u_1 = u_1 \quad \begin{bmatrix} m_1 - m_2 \approx m_1 \\ m_1 + m_2 \approx m_1 \end{bmatrix}$

আবার, $v_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} u_2 + \frac{2m_1}{m_2 + m_1} u_1$

$\Rightarrow v_2 = 0 + \frac{2m_1}{m_1} u_1 \therefore v_2 = 2u_1$

নিজেকে যাচাই করো

১। জড়তার পরিমাপ করা হয় নিচের কোনটির সাহায্যে?

ⓚ বল ⓛ বেগ ⓖ ত্বরণ ⓘ ভর

২। বস্তুর গতি জড়তা কোনটির সমানুপাতিক?

ⓚ ভর ⓛ বেগ ⓖ ভরবেগ ⓘ বল

৩। 1 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 5 g ভরের একটি বুলেট 90 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বন্দুকটি কত বেগে পেছনে সরে আসবে?

ⓚ 6.3 ms^{-1} ⓛ 0 ms^{-1} ⓖ 90 ms^{-1} ⓘ 0.45 ms^{-1}

৪। ভরবেগ 150% বৃদ্ধি করতে গতিশক্তির পরিবর্তন হবে–

ⓚ 525% ⓛ 150% ⓖ 625% ⓘ 225%

৫। আণবিক গঠনের জন্য দায়ী বল কোনটি?

ⓚ মহাকর্ষ বল ⓛ দুর্বল নিউক্লিয় বল
ⓖ সবল নিউক্লিয় বল ⓘ তাড়িতচৌম্বক বল

৬। 2 kg ভর ও 0.49 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি সিলিন্ডার আকৃতির বেলুন 20 rad/sec কৌণিক বেগে গড়াতে থাকলে তার গতিশক্তি কত?

ⓚ 0.24 J ⓛ 0.424 J ⓖ 144.06 J ⓘ 109.15 J

৭। একটি ফ্লাইহুইল স্থির অবস্থান হতে 9s সময়ের মধ্যে 7π rad/s কৌণিক বেগ প্রাপ্ত হয়। হুইলটির ঘূর্ণন অক্ষ হতে 5 m দূরবর্তী একটি বিন্দুর রৈখিক ত্বরণ কত?

ⓚ 12.217 ms^{-2} ⓛ 8.145 ms^{-2}
ⓖ 4.072 ms^{-2} ⓘ 6.109 ms^{-2}

৮। W ওজনের একজন লোক a ত্বরণে উর্ধ্বগামী একটি লিফটে দাঁড়িয়ে আছে। লোকটির আপাত ওজন কত মনে হবে?

ⓚ $W\left(1+\frac{a}{g}\right)$ ⓛ $W\left(1-\frac{a}{g}\right)$
ⓖ W ⓘ W(g + a)

৯। m ভরের একটি বস্তু r ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘুরছে। কেন্দ্রমুখী বল F হলে গতিশক্তি হবে?

ⓚ Fr ⓛ Fr^2 ⓖ $\frac{Fr^2}{2}$ ⓘ $\frac{Fr}{2}$

১০। নিচের কোনটি ধ্রুবক হলে কোনো কণার উপর প্রযুক্ত টর্ক শূন্য হবে?

ⓚ কৌণিক ভরবেগ ⓛ রৈখিক ভরবেগ
ⓖ বলের ঘাত ⓘ বল

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

10^4 kg জ্বালানিসহ একটি রকেটের ভর 1.5×10^4 kg। রকেটের সাপেক্ষে 2000 ms^{-1} দ্রুতিতে জ্বালানি 200 kgs^{-1} হারে ব্যয় হয়। রকেটটি খাড়া উপর দিকে নিক্ষিপ্ত হলো।

১১। রকেটের ধাক্কা–

ⓚ 5×10^3 N ⓛ 4×10^5 N
ⓖ 5×10^{-3} N ⓘ 4×10^{-5} N

১২। রকেটটির ত্বরণ বেশি হবে–

(i) গ্যাসের আপেক্ষিক বেগ বেশি হলে
(ii) গ্যাস নির্গমনের হার বেশি হলে
(iii) রকেটের মোট ভর বেশি হলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

১৩। একটি পাতলা বৃত্তাকার চাকতির যেকোনো ব্যাসের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক হবে–

ⓚ $\frac{3}{2}Mr^2$ ⓛ $\frac{1}{4}Mr^2$ ⓖ $\frac{2}{3}Mr^2$ ⓘ $\frac{1}{2}Mr^2$

১৪। 0.15 kg ভরের একটি পাথর খন্ড 0.7 m লম্বা একটি সুতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 70 বার ঘুরালে সুতার টান কত হবে?

ⓚ 5.642 N ⓛ 0.531 N ⓖ 52.75 N ⓘ 0.32 N

১৫। 5 kg ভরের একটি বস্তু স্থিরাবস্থা থেকে 250 m নিচে পতিত হয়ে কাদার মধ্যে 2.5 m প্রবেশ করে থেমে গেল। বস্তুটির উপর কাদা দ্বারা প্রযুক্ত বল– [$g = 10\ ms^{-2}$]

ⓚ 5050 N ⓛ 5000 N ⓖ 1010 N ⓘ 1000 N

১৬। 27 kg ভরের একটি গাড়ি 700 ms^{-1} বেগে চলার সময় একই দিকে 160 ms^{-1} বেগে চলমান সমান ভরের অপর একটি গাড়িকে ধাক্কা দিলে সংঘর্ষের পর দ্বিতীয় গাড়িটির বেগ কত হবে? [ভরবেগ ও গতিশক্তি উভয়ই সংরক্ষিত]

ⓚ 700 ms^{-1} ⓛ 380 ms^{-1} ⓖ 1400 ms^{-1} ⓘ 160 ms^{-1}

১৭। 9 ms^{-1} বেগে আগত কোনো ক্রিকেট বলকে ব্যাট দিয়ে আঘাত করলে তা বিপরীত দিকে 5 ms^{-1} বেগে ফিরে আসলে বলের ঘাত কত? [বলের ভর 400 g]

ⓚ 5.6 $kgms^{-1}$ ⓛ 6.25 $kgms^{-1}$ ⓖ 3.3 $kgms^{-1}$ ⓘ 4.6 $kgms^{-1}$

১৮। ঘড়ির মিনিটের কাটার দৈর্ঘ্য কমলে–

ⓚ রৈখিক বেগ বাড়ে, কৌণিক বেগ বাড়ে
ⓛ রৈখিক বেগ কমে, কৌণিক বেগ কম
ⓖ রৈখিক বেগ স্থির থাকে, কৌণিক বেগ বাড়ে
ⓘ রৈখিক বেগ কমে, কৌণিক বেগ স্থির থাকে

১৯। একটি ঝুলন্ত দড়ি সর্বোচ্চ 609 N টান সহ্য করতে পারলে 99 kg ভরের একজন লোক ঐ দড়ি বেয়ে সর্বনিম্ন কত ত্বরণে নিচে নামতে পারবে? [$g = 10\ ms^{-2}$]

ⓚ 9.8 ms^{-2} ⓛ 11 ms^{-2} ⓖ 3.848 ms^{-2} ⓘ 0.8 ms^{-2}

২০। 7 kg হাতুড়ি দিয়ে দেয়ালে কত বেগে আঘাত করলে পেরেক 5 cm ঢুকবে? [দেয়ালের বাধাদানকারী বল 70 N]

ⓚ 1 ms^{-1} ⓛ 2 ms^{-1} ⓖ 2.5 ms^{-1} ⓘ 1.5 ms^{-1}

২১। 2 kg ভরের একটি পাথর 2 m দৈর্ঘ্যের একটি সুতায় বেঁধে 2 rad/s কৌণিক বেগে আনুভূমিকভাবে ঘুরানো হচ্ছে। সুতাটি সর্বোচ্চ 26 N টান সহ্য করতে পারলে এরূপ সর্বোচ্চ কতটি পাথর এক সাথে বেঁধে 2 rad/s বেগে আনুভূমিকভাবে ঘুরানো যাবে?

ⓚ 4 টি ⓛ 1 টি ⓖ 0 ⓘ 2 টি

২২। 1 kg ভরের আয়তাকার ব্লককে আনুভূমিকভাবে 7 N বল প্রয়োগে ঠেললে যদি ব্লকটি স্থির অবস্থা থেকে গতিশীল হয় তবে এর স্থিতি ঘর্ষণ সহগ কত?

ⓚ 0.714 ⓛ 0.815 ⓖ 1.16 ⓘ 0.724

২৩। কোন বস্তুর ভরবেগের দিক হবে–

(i) প্রযুক্ত বলের দিকে
(ii) বেগের দিকে
(iii) প্রযুক্ত বল এর সাথে লম্ব বরাবর

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ ii ⓖ i ও ii ⓘ i, ii ও iii

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি সুষম সূক্ষ্ম দণ্ড যার দৈর্ঘ্য 50 cm এবং ভর 1 kg। দণ্ডটিকে প্রথমে মধ্যবিন্দুর সাপেক্ষে ঘুরানো হলো এবং পরবর্তীতে প্রান্তের সাপেক্ষে ঘুরানো হলো যেখানে অক্ষটি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের সাথে লম্ব–

২৪। প্রথম ঘটনায় দণ্ডের জড়তার ভ্রামক–

ⓚ 0.25 kgm^2 ⓛ 0.02083 kgm^2
ⓖ 0.042 kgm^2 ⓘ 10.021 kgm^2

২৫। ২য় ঘটনায় সমান মানের জড়তার ভ্রামক পেতে হলে দণ্ডের দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করতে হবে?

ⓚ 0.175 cm ⓛ 0.7 cm ⓖ 26 cm ⓘ 150 cm

উত্তরপত্র		১	ঘ	২	গ	৩	ঘ	৪	ক	৫	ক	৬	গ	৭	ক	৮	ক	৯	ঘ	১০	ক	১১	খ	১২	ক
১৩	খ	১৪	ক	১৫	ক	১৬	ক	১৭	ক	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	ক	২১	খ	২২	ক	২৩	গ	২৪	খ	২৫	গ

পঞ্চম অধ্যায়

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা
Work, Energy and Power

ACS

Board Questions Analysis

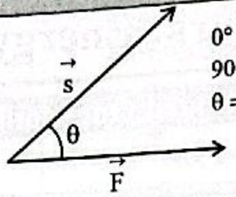
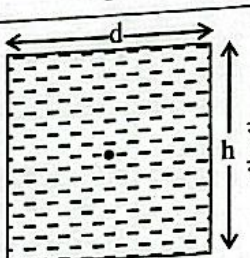
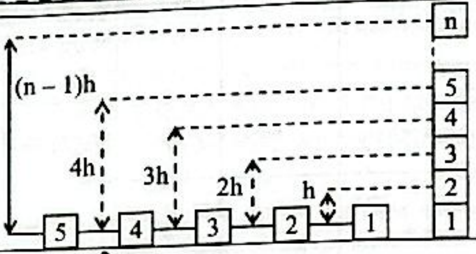
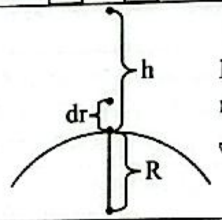
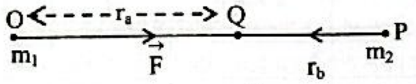
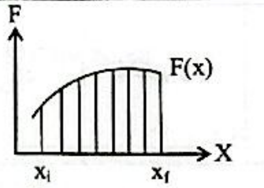
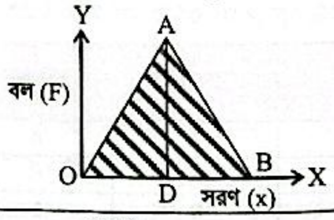
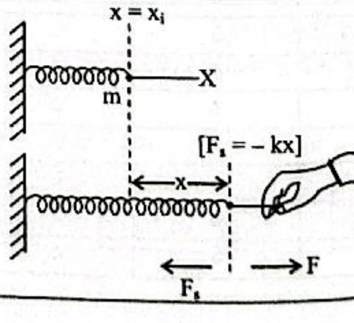
সৃজনশীল প্রশ্ন

টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
কাজ সংক্রান্ত	★★★★★	১৮	১১	ঢা. বো., ব. বো., ম. বো. ২৫; চ. বো. ২৪, ১৫; ম. বো. ২৪, ২২; ঢা. বো. ২৩, ১৯; রা. বো. ২৩, ২১, ১৭; য. বো. ২৪, ২২; কু. বো. ২৩; সি. বো. ২২, ২১, ১৯; ব. বো. ২১; ম. বো. ২১; দি. বো. ১৭; সম্মিলিত বো. ১৮	গ → ৪, ৬, ২, ১১, ১৩, ১৫, ১৭, ১৯, ২৩, ২৪, ২৭, ২৮, ৩১, ৩৩, ৩৭, ঘ → ১০, ১১, ২০, ২৬, ৩১, ৩২, ৩৩	গ → ৪, ৫, ৯, ১৩ ঘ → ১, ৯, ১২, ১৩
স্প্রিং বল দ্বারা কাজ	★★	৩	২	কু. বো. ২৪; দি. বো. ২৩; ম. বো. ২৩, ২৪	গ → ৯, ১২, ৩৪ ঘ → ৯, ১২	গ → ১৪ ঘ → ১৪
কাজ-শক্তি উপপাদ্য এবং গতিশক্তি	★★	–	৫	কু. বো. ২৩; য. বো. ২২; ম. বো. ২২; ব. বো. ২১	গ → ৭ ঘ → ৭, ১৫, ১৮, ২৫, ২৮, ৩৪, ৩৭	গ → ২৩, ২৪ ঘ → ১১, ১৯, ২২, ২৩
বিভবশক্তি	★★★	৯	১	সি. বো., য. বো., ম. বো., ২৫; কু. বো. ২৪; সি. বো. ২২; ব. বো. ২১; সি. বো. ১৯; ম. বো. ২১	গ → ১০, ৫, ২০, ২১, ২৫, ২৯ ঘ → ২৯	গ → ১১, ১৯
শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি	★★★★	৪	১১	সি. বো., য. বো., ২৫; কু. বো. ২৪, ২২, ১৯, ১৫; ঢা. বো. ১৯, ১৬; সি. বো. ১৯; রা. বো. ১৬; সম্মিলিত বোর্ড ১৮	গ → ৩৫, ৩৬ ঘ → ৫, ১৭, ১৯, ২১, ২৪, ২৭, ৩০, ৩৫, ৩৬	গ → ১, ৮, ১০ ঘ → ২, ৮, ১০, ২১, ২৪
ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা	★★★	৪	৭	ঢা. বো., ব. বো., ২৫; য. বো. ২৪; চ. বো. ২৪, ২২; রা. বো. ২১; সি. বো. ২১; ঢা. বো. ১৭; ম. বো. ২১	গ → ১৮, ২৬, ৩২ ঘ → ৪, ৬, ২৩	ঘ → ১৭, ১৮
কুয়া ও চৌবাচ্চা	★★★★★	২৪	২৩	রা. বো. কু. বো., ২৫; ঢা. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১; রা. বো. ২৪, ২২, ২১, ১৯; য. বো. ২৪, ২২, ২১; দি. বো. ২৪, ২২, ২১; ব. বো. ২৪, ২৩; সি. বো. ২৩, ২১; চ. বো. ২১, ১৭; কু. বো. ২১	গ → ১, ৩, ৮, ১৪, ১৬, ২২ ঘ → ১, ৩, ৮, ২, ১৩, ১৪, ১৬, ২২	গ → ৩, ৬, ১৫, ১৭, ২০, ২৫ ঘ → ৩, ৬, ৭, ১৫, ১৬, ২০, ২৫

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	২	২	৩	১	২	৩	২	৪	৩
২০২৪	৪	৭	৪	৪	৪	২	২	৩	২
২০২৩	২	৪	৫	২	১	৬	–	৪	৩
২০২২	৩	১	–	৪	৩	২	৩	৩	৪
২০২১	৭	৫	৭	৫	৪	৪	৪	৫	৬
২০১৯	২	৩	৩	৩	৪	২	৩	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-২								২
২০১৭	৪	২	২	২	২	৪	২	২	–
২০১৬	৩	৩	২	২	৩	৩	৪	৫	–
২০১৫	২	২	৩	৪	৪	৩	৩	৪	–

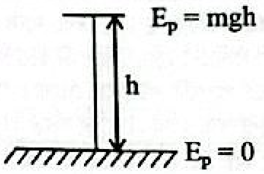
গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ কাজঃ • $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\theta$	 $0° \le \theta < 90°$ হলে ধনাত্মক কাজ/বলের দ্বারা কাজ $90° < \theta \le 180°$ হলে ঋণাত্মক কাজ/ বলের বিপরীতে কাজ $\theta = 90°$ হলে কৃতকাজ শূন্য
• ভারকেন্দ্রের সরণ বিষয়ক কাজ, $W = mgh'$ ➤ পানিপূর্ণ কুয়াকে পাম্প দ্বারা পানিশূন্য করলে পানির ভরকেন্দ্রের সরণ, $h' = \frac{\text{উপরিতলের গভীরতা + চূড়ান্ত গভীরতা}}{2} = \frac{h+0}{2}$	 কুয়ার সম্পূর্ণ পানির ভর, $m = V\rho = \pi r^2 h\rho$ কুয়ার ব্যাস, $d = 2r$
• n সংখ্যক ইট একটির ওপর আরেকটি রেখে স্তম্ভ তৈরিতে কৃতকাজ, ➤ $W = mg(0) + mg(h) + mg(2h) + mg(3h) + mg(4h) + \cdots\cdots + mg(n-1)h$ ➤ $W = \frac{n(n-1)}{2} mgh$	
• অভিকর্ষ বলের বিপরীতে কাজঃ $W = \int_{r=R}^{r=R+h} Fdr$ $= GMm\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right)$	 M = পৃথিবীর ভর m = ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বস্তুর ভর অভিকর্ষ বল, $F_G = \frac{-GMm}{r^2}$
• মহাকর্ষ বল দ্বারা কাজঃ $W_{ab} = -\int_{r_a}^{r_b} \frac{Gm_1m_2}{r^2} dr$	 m_2 ভরের বস্তুকে $r = r_b$ থেকে $r = r_a$ দূরত্বে নিতে কৃতকাজ, $W_{ab} = Gm_1m_2\left[\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right]$
• পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজঃ $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$ • বল বনাম সরণ লেখচিত্রে, কৃতকাজ = আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ➤ কৃতকাজ $= \frac{1}{2} \times OB \times AD$	 
• স্থিতিস্থাপক বলের বিপরীতে কৃতকাজ, $W = \int_{x_i}^{x_f} Fdx = \frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right)$	

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ

■ **যান্ত্রিক শক্তি সংক্রান্ত সূত্র:**

- বিভবশক্তি বা স্থিতিশক্তি, $E_p = mgh$
- গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
  $= \frac{p^2}{2m}$ [p = ভরবেগ]

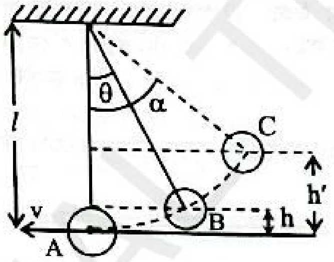


- কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন [কাজ-শক্তি উপপাদ্য]
  $W = Fs = \frac{1}{2}m\left(v^2 - v_0^2\right) = \left(E_{k_f} - E_{k_i}\right)$

$W = Fx = max = m \times \frac{v^2 - v_0^2}{2}$ $\therefore W = \frac{m}{2}\left(v^2 - v_0^2\right)$

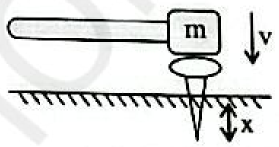
■ **সরল দোলকের গতিশক্তি-বিভবশক্তি:**

- A বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{P_A} = 0$
  গতিশক্তি, $E_{k_A} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(u^2 + 2gh') = mgh'$
- B বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{P_B} = mgh = mg(l - l\cos\theta)$
  গতিশক্তি, $E_{k_B} = mg(h' - h)$
- C বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{P_C} = mgh' = mg(l - l\cos\alpha)$
  গতিশক্তি, $E_{k_C} = 0$

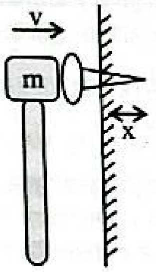


■ **হাতুড়ি-পেরেক সংক্রান্ত:**

- $Fx = \frac{1}{2}mv^2 + mgx$ [যখন দেয়াল আনুভূমিক]
- $Fx = \frac{1}{2}mv^2$ [যখন দেয়াল উল্লম্ব]



দেয়াল আনুভূমিক অর্থাৎ পেরেক উল্লম্ব



দেয়াল উল্লম্ব অর্থাৎ পেরেক আনুভূমিক

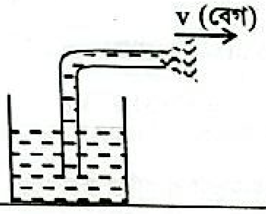
■ **ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা:**

- ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t}$
- $P = Fv$ [v = ধ্রুববেগ]
- $\eta = \frac{P'}{P} \times 100\%$ যেখানে, P = প্রদত্ত ক্ষমতা
  P' = প্রাপ্ত ক্ষমতা

পাম্প দ্বারা পানি উত্তোলনের পর নির্দিষ্ট বেগে ছোঁড়া হলে,

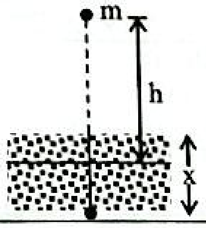
➤ $W = mgh + \frac{1}{2}mv^2$

➤ $P = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{t}$



■ **বাধাদানকারী বলের বিরুদ্ধে কাজ:**

- $W = Fx = mg(h + x)$



নির্দিষ্ট উচ্চতা h থেকে পড়ন্ত বস্তু মাটিতে পড়ার ফলে কাদার মধ্যে x দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যায়। এখানে, কাদার বাধাদানকারী বল F।

একক রূপান্তর

- $W = 1\ Cal = 4.2\ J$
- $1\ ft\ poundal = 4.214 \times 10^5\ erg = 0.04214\ J$
- $1J = 10^7\ erg$
- $1\ erg = 1\ dyne.\ cm$
- $1HP = 746\ Js^{-1} = 746\ W$

TDE EDUCATIONAL TEAM

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১ একটি পানির ট্যাংকের গভীরতা 20 m এবং ব্যাস 4 m। ট্যাংকটিকে পানিশূন্য করার জন্য একটি পাম্প লাগানো হলো। পাম্পটি চালু করার 10 মিনিট পর ট্যাংকের এক চতুর্থাংশ খালি করে পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেলো। পরে অন্য আরেকটি পাম্প দ্বারা ট্যাংকের বাকি পানি শূন্য করা হলো। [পানির ঘনত্ব $1000\ kg\ m^{-3}$]

(ক) কর্ম দক্ষতা কী? [ঢা. বো. ২৪; দি. বো. ২৩; ম. বো. ২২; ব. বো. ২২, ২১; চ. বো. ২২, ২১; য. বো. ২১; সি. বো. ১৯]

(খ) স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক হয় কেন? [ঢা. বো. ২৪; চ. বো. ২১]

(গ) প্রথম পাম্পটির ক্ষমতা নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২১]

(ঘ) উদ্দীপকের দ্বিতীয় পাম্পটি যদি বাকি ট্যাংকের পানি 20 মিনিটে শূন্য করতে পারে তাহলে উভয় পাম্পের মধ্যে কোনটির অশ্বক্ষমতা বেশি গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ঢা. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৩; দি. বো. ২২; রা. বো. ২১; চ. বো. ২১]

সমাধান:

ক কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তির অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

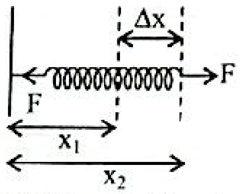
খ ধরি, F বল প্রয়োগ করে একটি স্প্রিংকে x_1 হতে x_2 দৈর্ঘ্যে সম্প্রসারণ করা হলো।

ফলে স্প্রিং-এ F প্রত্যয়নী বল উদ্ভূত হবে।

∴ প্রত্যয়নী বল দ্বারা কৃতকাজ,

$$W = \frac{1}{2}(k_1^2 - k_2^2)$$

এখন, $|x_1| < |x_2|$ হলে, $W < 0$ হবে



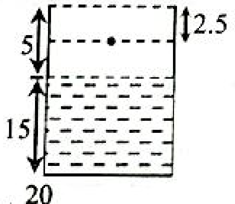
স্প্রিং সম্প্রসারণের ক্ষেত্রে, $|x_1| < |x_2|$ হয়। সুতরাং স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃতকাজ ঋণাত্মক। অনরূপভাবে স্প্রিং সংকোচনে $|x_1| < |x_2|$ হয়, ফলে স্প্রিং-এর সংকোচন ও প্রসারণ উভয় ক্ষেত্রেই স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক।

গ এখানে, ট্যাংকের এক-চতুর্থাংশ পানির ভর,

$$m = \frac{1}{4} \times \text{আয়তন} \times \text{ঘনত্ব} = \frac{1}{4} \times \pi r^2 h \times \rho$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{4} \times 1000 \times \pi \times 2^2 \times 20$$

$$= 62831.85\ kg$$



এক-চতুর্থাংশ পানির ভরকেন্দ্রের সরণ, $h' = \frac{0 + \frac{20}{4}}{2} \Rightarrow h' = 2.5\ m$

∴ পাম্পটির ক্ষমতা, $P = \frac{mgh'}{t} = \frac{62831.85 \times 9.8 \times 2.5}{10 \times 60} W$

$= 2565.633\ W$

সুতরাং, প্রথম পাম্পটির ক্ষমতা $2565.633\ W = \frac{2565.633}{746} HP$

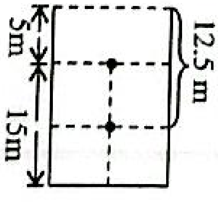
$= 3.44\ HP$ **(Ans.)**

ঘ প্রথম পাম্পের ক্ষমতা, $P_1 = 2565.633\ W = \frac{2565.633}{746} HP = 3.44\ HP$

দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষেত্রে, তিন-চতুর্থাংশ পানির ভর,

$$m = \frac{3}{4}\rho v = \frac{3}{4}\rho\pi r^2 h = \frac{3}{4} \times 1000 \times \pi \times 2^2 \times 20 = 188495.56\ kg$$

ভরকেন্দ্রের সরণ, $h' = \frac{\frac{20}{4} + 20}{2} = 12.5\ m$



∴ দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতা, $P_2 = \frac{mgh'}{t}$

$= \frac{188495.56 \times 9.8 \times 12.5}{20 \times 60} W = 19242.255\ W = \frac{19242.255}{746} HP$

∴ $P_2 = 25.8\ HP$ ∴ $P_2 > P_1$

সুতরাং, উভয় পাম্পের মধ্যে দ্বিতীয় পাম্পের অশ্বক্ষমতা বেশি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 15 m ও ব্যাসার্ধ 1 m। কুয়াটি পানিশূন্য করার জন্য 6 HP ক্ষমতার একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানি উঠানোর পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। বাকি পানি তোলার জন্য একই ক্ষমতাসম্পন্ন আরো একটি পাম্প লাগানো হল।

(ক) জড়তার ভ্রামক কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩]

(খ) কোনো বস্তুর গতিশক্তির সাথে ভরবেগের সম্পর্ক লেখচিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২৩, ২১]

(গ) প্রথম পাম্পের দ্বারা কৃতকাজ নির্ণয় করো। [ঢা. বো. ২৩, ২১; অনুরূপ কু. বো. ২৫, ২১; রা. বো. ২২; সি. বো. ২১; দি. বো. ২১; ব. বো. ১৯; চ. বো. ১৭]

(ঘ) পাম্প দুটি দ্বারা পানি তুললে সময় একই লাগবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২৩, ২২, ১৭; অনুরূপ কু. বো. ২৫; য. বো. ২২; রা. বো. ২২, ২১; সি. বো. ২১; ম. বো. ২১; ব. বো. ১৯]

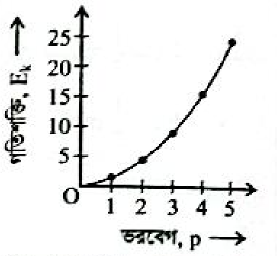
সমাধান:

ক একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারদিক আবর্তিত হতে থাকলে ওই অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির জড়তার ভ্রামক বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও এদের প্রত্যেকের ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বুঝায়।

খ কোনো গতিশীল বস্তুর গতিশক্তি E_k এবং ভরবেগ p হলে,

গতিশক্তি, $E_k = \frac{p^2}{2m}$ ∴ $E_k \propto p^2$

অর্থাৎ গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক। লেখচিত্র অনুসারে, গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক হারে বৃদ্ধি পাচ্ছে। ভরবেগ যদি 2 গুণ, 3 গুণ, 4 গুণ ও 5 গুণ করা হয় তাহলে গতিশক্তিও যথাক্রমে 4 গুণ, 9 গুণ, 16 গুণ ও 25 গুণ হবে।



চিত্র: গতিশক্তি বনাম ভরবেগের গ্রাফ

গ এখানে, কুয়ার গভীরতা, h = 15 m

কুয়ার অর্ধেক পানিশূন্য করতে ভরকেন্দ্রের সরণ, $h' = \frac{0 + \frac{h}{2}}{2} = \frac{h}{4} = \frac{15}{4} m$

প্রথম পাম্পের দ্বারা কৃতকাজ,

$W_1 = mgh'$

$= \pi r^2 \frac{h}{2} \rho \times g \times \frac{h}{4}$

$\left[\begin{array}{l} h' = \text{ভরকেন্দ্রের সরণ} \\ \text{অর্ধেক পানির ভর, } m = \frac{V\rho}{2} = \frac{\pi r^2 h}{2}\rho \end{array}\right]$

$= 3.1416 \times 1 \times \frac{15}{2} \times 9.8 \times \frac{15}{4} \times 1000$

$= 865903.5\ J$ **(Ans.)**

ঘ প্রথম পাম্পের ক্ষেত্রে, ভরকেন্দ্রের সরণ, $h_1 = \frac{0 + \frac{h}{2}}{2} = \frac{15}{4} = 3.75\ m$

দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষেত্রে, ভরকেন্দ্রের সরণ, $h_2 = \frac{\frac{h}{2} + h}{2} = \frac{3 \times 15}{4} = 11.25\ m$

আমরা জানি, $P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow t = \frac{mg}{P} \times h$

∴ $t \propto h$ [দুটি পাম্পের ক্ষমতা একই এবং তারা একই পরিমাণ পানি উত্তোলন করে]

এখন, $\frac{t_1}{t_2} = \frac{h_1}{h_2}$; $\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3.75}{11.25} = 0.33$; $\Rightarrow t_1 = 0.33\ t_2$

∴ $t_1 \neq t_2$

সুতরাং, পাম্প দুটি দ্বারা পানি তুলতে একই সময় লাগবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ A ও B দুটি পানিপূর্ণ কুয়া যাদের গভীরতা যথাক্রমে 12m ও 10m এবং ব্যাস যথাক্রমে 1.8m ও 2m। X ও Y দুটি পাম্প যাদের কর্মদক্ষতা যথাক্রমে 70% ও 60%। X পাম্পটি A কুয়াকে 24 মিনিটে পানিশূন্য করতে পারে। Y পাম্পের ক্ষমতা 2.4 H.P।

(ক) গতিশক্তি কাকে বলে? [রা. বো. ২৪]

(খ) শূন্য কাজ ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৪]

(গ) X পাম্পটির ক্ষমতা নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২৩]

(ঘ) X ও Y পাম্প দ্বারা B কুয়াকে একই সময়ে পানিশূন্য করা যাবে কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৪]

সমাধান:

ক কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য বা শক্তি লাভ করে তাকে বস্তুটির গতিশক্তি বলে।

খ কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে যদি বস্তুর সরণ বল প্রয়োগের লম্বদিকে ঘটে থাকে তবে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হবে। এক্ষেত্রে বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$ হয়।

$\therefore$ কৃতকাজ, $W = Fs\cos\theta = Fs\cos(90°) = 0$

উদাহরণস্বরূপ, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য, কেননা বলের অভিমুখে সরণের উপাংশ শূন্য বা বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90°। আবার বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ শূন্য হলেও কৃতকাজ শূন্য হবে।

গ এখানে, A কুয়ার সম্পূর্ণ পানির ভর,

$m = \rho V = \rho\pi r^2 h = 1000 \times \pi \times 0.9^2 \times 12 = 30536.28$ kg

ভরকেন্দ্রের সরণ, $h' = \frac{0 + h}{2} = \frac{12}{2} = 6$m

$\therefore$ X পাম্পটির লভ্য কার্যকর ক্ষমতা,

$$P_{out} = \frac{mgh'}{t} = \frac{30536.28 \times 9.8 \times 6}{24 \times 60} = 1246.89 \text{ W}$$

আমরা জানি, $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{1246.89}{0.7} = 1781.27 \text{ W}$$

সুতরাং, X পাম্পটির প্রকৃত ক্ষমতা 1781.27 W **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, X পাম্পের ক্ষমতা, $P_X = 1781.27$ W

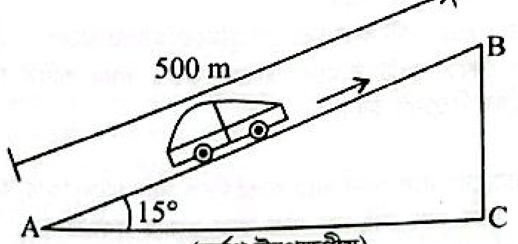
আমরা জানি, কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{\frac{W}{t}}{P_{in}}$

$\Rightarrow t = \frac{W}{\eta P_{in}}$ $\therefore t \propto \frac{1}{\eta P_{in}}$

এখন, $\frac{t_Y}{t_X} = \frac{\eta_X P_X}{\eta_Y P_Y} = \frac{70\% \times 1781.27}{60\% \times 2.4 \times 746} = 1.16$ $\therefore t_Y \neq t_X$

সুতরাং, X ও Y পাম্প দ্বারা ও কুয়াকে একই সময়ে পানিশূন্য করা যাবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ চিত্রের গাড়িটির ভর 3000 kg এবং ক্ষমতা 152.18 kW, [$g = 9.8$ ms^{-2}]



(ঘর্ষণ উপেক্ষণীয়)

(ক) অশ্ব ক্ষমতা কাকে বলে? [য. বো. ২৪; কু. বো. ২২; রা. বো. ১৯; দি. বো. ১৭]

(খ) প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান বেশি হলে যন্ত্রের দক্ষতা কম হবে– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]

(গ) গাড়িটি A হতে B তে যেতে কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [য. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৫]

(ঘ) "AB রাস্তা বরাবর গাড়িটির বেগ 72 kmh^{-1} সীমা অতিক্রম করা সম্ভব নয়"– গাণিতিকভাবে উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর। [য. বো. ২৪]

সমাধান:

ক কোন ব্যক্তি বা যন্ত্রের প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব-ক্ষমতা বলে।

খ প্রথম ক্ষেত্রে, ধরি, $\eta = 50\%$

$\therefore \eta = \frac{W'}{W} \Rightarrow W' = 0.5$ W

$\therefore$ প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান, $\Delta W = W - W' = 0.5$ W

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, ধরি, $\eta = 70\%$

$\therefore \eta' = \frac{W''}{W} \Rightarrow W'' = 0.7$ W

$\therefore$ প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান, $\Delta W = W - W'' = 0.3$ W

এখানে, দুইটি ক্ষেত্র হতে বলা যায়, $\eta \propto \frac{1}{\Delta W}$

অর্থাৎ, প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান বেশি হলে দক্ষতা হ্রাস পাবে।

গ কৃতকাজ, W = বল × বলের অভিমুখে সরণের উপাংশ

$= mg\sin\theta \times s = 3000 \times 9.8 \times \sin(15°) \times 500$

$= 3.804 \times 10^6$ J

সুতরাং, গাড়িটি A হতে B তে যেতে কৃতকাজের পরিমাপ 3.804×10^6 J **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, ক্ষমতা, $P = Fv$

$\Rightarrow P = mg\sin15° \times v$

$\Rightarrow v = \frac{P}{mg\sin15°}$

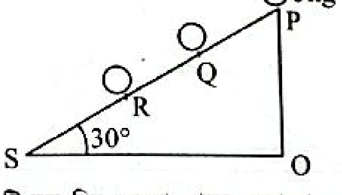
$\Rightarrow v = \frac{152.18 \times 10^3}{3000 \times 9.8 \times \sin15°}$

$= 20$ms^{-1} $= 72$ kmh^{-1}

এখানে,
গাড়ির ভর m = 3000 kg
ক্ষমতা, P = 152.18 kW
$= 152.18 \times 10^3$ W

সুতরাং, "AB রাস্তা বরাবর গাড়িটির বেগ 72 kmh^{-1} সীমা অতিক্রম করা সম্ভব নয়"– উক্তিটি যথার্থ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫



উপরের চিত্রে একটি বস্তু স্থির অবস্থা থেকে হেলানো তল বরাবর নিচের দিকে পড়ছে। P, Q এবং R বিন্দুর উচ্চতা যথাক্রমে 50 m, 20 m এবং 10 m।

(ক) এক জুল কাকে বলে? [কু. বো. ২৪; সি. বো. ২৪; চ. বো. ২৪]

(খ) স্প্রিং ধ্রুবক 2200 Nm^{-1} বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪; সি. বো. ২৪; রা. বো. ২২; ব. বো. ২১]

(গ) P বিন্দুতে বিভব শক্তি নির্ণয় কর। [কু. বো. ২৪; সি. বো. ২৪]

(ঘ) Q এবং R বিন্দুতে উদ্দীপকের বস্তুটির মোট শক্তির অনুপাত 1 অপেক্ষা বেশি হবে কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ২৪; সি. বো. ২৪]

সমাধান:

ক 1 N বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর 1 m সরণ হলে যে কাজ হয় তাকে এক জুল বলে।

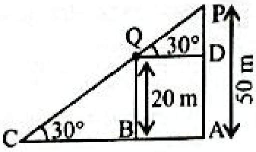
খ কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 2200 Nm^{-1} বলতে বোঝায়, সাম্যাবস্থান থেকে স্প্রিংটির মুক্ত প্রান্তের 1m সরণ ঘটানো হলে স্প্রিং এর অভ্যন্তরে 2200 N মানের প্রত্যয়নী বল উদ্ভূত হয়। অর্থাৎ, ঐ অবস্থা বজায় রাখতে হলে বাইরে থেকে 2200 N বল স্প্রিং এর সরণের দিকে বা সাম্যাবস্থানের বিপরীতে প্রয়োগ করতে হবে।

গ P বিন্দুর উচ্চতা, h = 50 m

$\therefore$ P বিন্দুতে বস্তুর বিভবশক্তি, $E_p = mgh = 5 \times 9.8 \times 50 = 2450$ J

সুতরাং, P বিন্দুতে বিভবশক্তি 2450 J. **(Ans.)**

ঘ Q বিন্দুর মোট যান্ত্রিক শক্তি,



$E_Q = E_K + E_P$

$= \frac{1}{2}mv_Q^2 + mg \times QB$

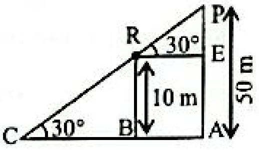
$= \frac{1}{2}m\,[2g\sin30° \times PQ] + mg \times QB$

$= mg \times PQ\sin30° + mg \times QB$

$= mg \times PD + mg \times QB \quad [PQ\sin30° = PD]$

$= 5 \times 9.8 \times (50 - 20) + 5 \times 9.8 \times 20 = 2450$ J

R বিন্দুর মোট যান্ত্রিক শক্তি,



$E_R = E_K + E_P$

$= \frac{1}{2}mv_R^2 + mg \times RB$

$= \frac{1}{2}m\,[2g\sin30° \times PR] + mg \times RB$

$= mg \times PR\sin30° + mg \times RB$

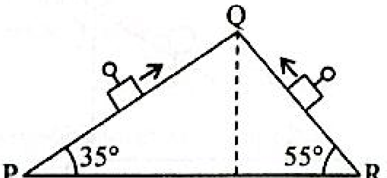
$= mg \times PE + mg \times RB \quad [PR\sin30° = PE]$

$= 5 \times 9.8 \times (50 - 10) + 5 \times 9.8 \times 10 = 2450$ J

$\therefore \frac{E_Q}{E_R} = 1$

সুতরাং, Q এবং R বিন্দুতে বস্তুটির মোট শক্তির অনুপাত 1 অপেক্ষা বেশি হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ 50 kg ভরের একজন শ্রমিক 20 kg ভরের একটি বস্তু নিয়ে চিত্রানুযায়ী ঢাল বেয়ে Q বিন্দুতে পৌছাল। প্রথমে PQ পথ ব্যবহার করল। পরে RQ পথে গেল। উভয় ক্ষেত্রে বেগ একই এবং Q বিন্দুতে বেগ শূন্য।



PQ = 5 m

(ক) পরিবর্তনশীল বল কাকে বলে? [ব. বো. ২৪]

(খ) সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে– ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৪]

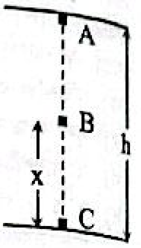
(গ) P বিন্দু থেকে Q বিন্দুতে পৌছাতে কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৪]

(ঘ) কোন পথে সে কম ক্ষমতা ব্যয়ে Q বিন্দুতে পৌছাতে পারবে? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [চ. বো. ২৪]

সমাধান:

ক সময়ের সাথে সাথে বলের মান বা দিকের পরিবর্তন হলে সেই বলকে পরিবর্তনশীল বল বলে।

খ ধরি, m ভরের একটি বস্তু অভিকর্ষ বলের প্রভাবে h উচ্চতা থেকে অবাধে নিচে পড়ছে। আমরা জানি, অভিকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল।



সর্বোচ্চ বিন্দু A তে, বস্তুর গতিশক্তি শূন্য ও বিভবশক্তি সর্বোচ্চ।

সুতরাং মোট যান্ত্রিক শক্তি = সর্বোচ্চ বিভবশক্তি = mgh

অবাধে নামার সময় যেকোনো বিন্দু B তে,

মোট যান্ত্রিক শক্তি = বিভবশক্তি + গতিশক্তি

$= mgx + \frac{1}{2}mv^2 = mgx + \frac{1}{2}m \times 2g(h - x) = mgh$

আবার সর্বনিম্ন বিন্দু C তে মোট যান্ত্রিক শক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\,(2gh) = mgh$

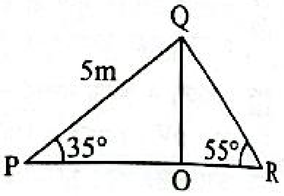
$\therefore$ সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে।

গ আমরা জানি, কৃতকাজ, W = বল × বলের অভিমুখে সরণের উপাংশ

$= mg\sin\theta \times s = 70 \times 9.8 \times \sin35° \times 5 = 1967.36$ J

সুতরাং, P বিন্দু হতে Q বিন্দুতে পৌছাতে কৃতকাজের পরিমাণ 1967.36 J. **(Ans.)**

ঘ ΔPOQ এ, $\sin35° = \frac{QO}{PQ}$



$\Rightarrow QO = 5\sin35°$

আবার, ΔQOR এ, $\sin55° = \frac{QO}{QR}$

$\Rightarrow QR = \frac{QO}{\sin55°} = \frac{5\sin35°}{\sin55°} = 3.5$ m

ধরি, PQ ও QR পথ ব্যবহারে যথাক্রমে t_1 ও t_2 সময় লাগে।

$PQ = \left(\frac{u+0}{2}\right)t_1$ .....(i) $\quad QR = \left(\frac{u+0}{2}\right)t_2$ .....(ii)

এখন, (ii) ÷ (i) করে, $\frac{t_2}{t_1} = \frac{QR}{PQ} = \frac{3.5}{5} = 0.7$

এবং PQ পথে ব্যয়িত ক্ষমতা, $P_1 = \frac{mg \times QO}{t_1}$ ..... (iii)

RQ পথে ব্যয়িত ক্ষমতা, $P_2 = \frac{mg \times QO}{t_2}$ ..... (iv)

আবার, (iii) ÷ (iv) করে, $\frac{P_1}{P_2} = \frac{t_2}{t_1} = 0.7 \quad \left[\because \frac{t_2}{t_1} = 0.7\right]$

$\therefore \frac{P_1}{P_2} < 1 \quad \Rightarrow P_1 < P_2$

সুতরাং, PQ পথে সে কম ক্ষমতা ব্যয়ে Q বিন্দুতে পৌছাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ 50 g ভরের একটি বলকে 10 m উচ্চতা হতে প্রথম ক্ষেত্রে ছেড়ে দেয়া হলো এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে 15 ms^{-1} বেগে খাড়া নিচের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। প্রথম ক্ষেত্রে বলটি মাটিতে আঘাত করে 5 m উচ্চতায় এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বলটি 8 m উচ্চতায় উঠে থেমে যায়। ($g = 9.81$ ms^{-2})

(ক) কাজ বলতে কী বুঝ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।

(খ) দুটি যন্ত্র দ্বারা কৃত কাজ এর মান সমান হলেও ক্ষমতার মান সমান নাও হতে পারে– ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৫]

(গ) দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বলটি কত ভরবেগে ভূমিতে আঘাত করে? [চ. বো. ২৫]

(ঘ) কোন ক্ষেত্রে বলটি ভূমিতে আঘাত করার সময় অধিক শক্তি হারাবে গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ২৫]

সমাধান:

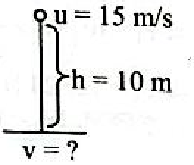
ক বল প্রয়োগের ফলে কোন বস্তুর বলের দিকে সরণ ঘটলে কিংবা বলের উপাংশের দিকে সরণ হলে সেই বল দ্বারা কাজ হয়েছে বুঝানো হয়। উদাহরণস্বরূপ: ঠেলাগাড়ি চালক বল প্রয়োগ করে ঠেলাগাড়িকে সামনের দিকে নিয়ে চলে।

খ কাজ হলে কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে তাকে স্থানান্তর করার মান। $W = F \times d$। এখানে সময়ের কোনো ভূমিকা নেই। কিন্তু ক্ষমতা হলো কাজ করার হার। অর্থাৎ প্রতি একক সময়ে কত কাজ করা হলো তা বোঝায়। $P = \frac{W}{t}$; যেখানে W = কাজ এবং t = সময়। এখন যদি দুইটি যন্ত্র সমান পরিমাণ কাজ W করে এবং কিন্তু কাজ সম্পন্ন করতে তাদের সময় t আলাদা হয়। তবে, যে যন্ত্র কম সময়ে কাজটি শেষ করবে তার ক্ষমতা বেশি হবে এবং যে যন্ত্র বেশি সময়ে কাজটি শেষ করবে তার ক্ষমতা কম হবে।

উদাহরণ: ধরা যাক, যন্ত্র A এবং যন্ত্র B উভয়ই 1000 J কাজ করলো। যন্ত্র A সময় নিলো 10 সেকেন্ড এবং যন্ত্র B সময় নিলো 20 সেকেন্ড। তাহলে $P_A = \frac{1000}{10} = 100$ W এবং $P_B = \frac{1000}{20} = 50$ W।

অর্থাৎ, কাজ সমান হলেও ক্ষমতা ভিন্ন।

গ আদিবেগ, u = 15 m/s
উচ্চতা, h = 10 m
শেষবেগ, v = ?
আমরা জানি, $v^2 = u^2 + 2gh$

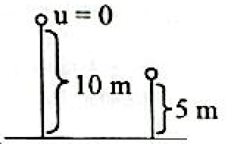


$\Rightarrow v = \sqrt{15^2 + 2 \times 9.8 \times 10} = 20.51$ m/s

ভরবেগ, $p = mv = 50 \times 10^{-3} \times 20.51$
$= 1.026$ kgm/s **(Ans.)**

বস্তুর ভর, $m = 50 \times 10^{-3}$ kg

ঘ প্রথম বলটির ক্ষেত্রে,
ভূমিতে আঘাত করার সময় বেগ v,
$v^2 = u^2 + 2gh = 0^2 + 2 \times 9.8 \times 10$
$= 14$ m/s



এখন ভূমিতে আঘাত করার পূর্ব মুহূর্তে গতিশক্তি,
$E_{1i} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times 14^2$
$= 4.9$ J

ভর, $m = 50 \times 10^{-3}$ kg

ভূমিতে আঘাত করার পরে, বেগ, $v^2 = u^2 - 2gh$
$\Rightarrow 0 = u^2 - 2 \times 9.8 \times 5$
$\Rightarrow u = 9.9\ ms^{-1}$

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_{1f} = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times 9.9^2 = 2.45$ J

$\therefore$ প্রথম বস্তুর জন্য হারানো শক্তি, $\Delta E_1 = E_{1i} - E_{1f} = 4.9 - 2.45 = 2.45$ J

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, গ হতে পাই,
ভূমিতে আঘাত করার সময় দ্বিতীয় বস্তুর বেগ, v = 20.51 m/s

গতিশক্তি, $E_{2i} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times 20.51^2 = 10.51$ J

ভূমিকে আঘাত করার পরে বেগ, $v^2 = u^2 - 2gh$
$\Rightarrow 0 = u^2 - 2 \times 9.8 \times 8$
$\Rightarrow u = 12.52\ ms^{-1}$

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_{2f} = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times 12.52^2 = 3.91$ J

হারানো শক্তি, $\Delta E_2 = \Delta E_{2i} - \Delta E_{2f} = 10.51 - 3.91 = 6.6$ J

$\therefore \Delta E_2 > \Delta E_1$ $\therefore$ ২য় বলটি অধিক শক্তি হারাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 1.5 m। একটি পাম্প 25 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে কিন্তু এক-তৃতীয়াংশ পানি উত্তোলন করার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে যায়। পরবর্তীতে 0.82 h.p কার্যকর ক্ষমতার ২য় একটি পাম্প দ্বারা বাকি পানি উত্তোলন করা হয়। [পানির ঘনত্ব $\rho = 10^3\ kgm^{-3}$ এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8\ ms^{-2}$]

(ক) টর্ক কাকে বলে? [দি. বো. ২৪; চ. বো. ১৭]

(খ) সংরক্ষণশীল বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪; ম. বো. ২১]

(গ) ১ম পাম্পটির কার্যকর ক্ষমতা কত অশ্বক্ষমতা? নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৪]

(ঘ) কুয়াটির ১ম এক-তৃতীয়াংশ এবং ৩য় এক-তৃতীয়াংশ যথাক্রমে ১ম এবং ২য় পাম্প দ্বারা পানি শূন্য করতে প্রয়োজনীয় সময় এক-না ভিন্ন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যেমে যাচাই কর। [রা. বো. ২৫]

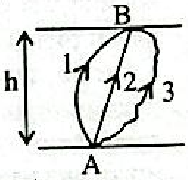
সমাধান:

ক অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত বস্তুর উপর যে বিন্দুতে বল ক্রিয়াশীল ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর ও প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে।

খ ধরি, m ভরের কোনো বস্তুকে A বিন্দু হতে h উচ্চতার B বিন্দুতে নেয়া হলো। এক্ষেত্রে তিনটি ক্রিয়া ভিন্ন পথ 1, 2 এবং 3 ব্যবহার করা হলো। তিনটি ক্ষেত্রেই অভিকর্ষীয় বল সর্বদা খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এই বলের দিক বরাবর তিনটি ক্ষেত্রে সরণ h।

$\therefore$ উক্ত তিনটি ক্ষেত্রে সংরক্ষণশীল অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ $= -mgh$

সুতরাং, অভিকর্ষ বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না। শুধুমাত্র বস্তুর আদি ও চূড়ান্ত অবস্থানের উপর নির্ভর করে।



অতএব, সংরক্ষণশীল বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না।

গ ভরকেন্দ্রের সরণ, $h' = \frac{0 + h}{2} = 5$ m

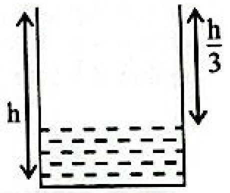
পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা,
$P = \frac{mgh'}{t} = \frac{\rho Ahgh'}{t}$

দেওয়া আছে,
কুয়ার গভীরতা, h = 10 m
ব্যাস, d = 1.5 m
প্রয়োজনীয় সময়, t = 25 min

$$= \frac{10^3 \times \pi \times \left(\frac{1.5}{2}\right)^2 \times 10 \times 9.8 \times 5}{25 \times 60 \times 746} = 0.773 \text{ HP } \textbf{(Ans.)}$$

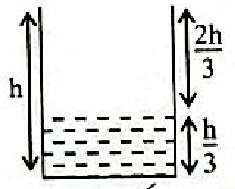
ঘ 'গ' নং হতে, প্রথম পাম্পের ক্ষেত্রে,
কার্যকর ক্ষমতা, $P_1 = 0.773$ HP

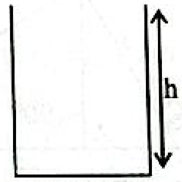
ভরকেন্দ্রের সরণ, $h_1 = \frac{0 + \frac{10}{3}}{2} = \frac{10}{6}$ m



আমরা জানি, কার্যকর ক্ষমতা, $P_1 = \frac{m_1gh_1}{t_1}$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{\rho A \times \frac{h}{3} \times gh_1}{P_1} = \frac{10^3 \times \pi \times \left(\frac{1.5}{2}\right)^2 \times \frac{10}{3} \times 9.8 \times \frac{10}{6}}{746 \times 0.773} = 166.84 \text{ s}$$





দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষেত্রে, কার্যকর ক্ষমতা, $P_2 = 0.82$ HP

ভরকেন্দ্রের সরণ, $h_2 = \frac{\frac{2h}{3} + h}{2} = \frac{5h}{6} = \frac{5 \times 10}{6} = \frac{25}{3}$ m

আমরা জানি, কার্যকর ক্ষমতা, $P_2 = \frac{m_2gh_2}{t_2}$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{\rho A \times \frac{h}{3} \times gh_2}{P_2} = \frac{10^3 \times \pi \times \left(\frac{1.5}{2}\right)^2 \times \frac{10}{3} \times 9.8 \times \frac{25}{3}}{746 \times 0.82} = 786.4 \text{ s}$$

যেহেতু $t_1 \neq t_2$; উভয়ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় সময় ভিন্ন হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ ঘর্ষণহীন অনুভূমিক তলের উপর একটি দৃঢ় অবস্থান থেকে একটি স্প্রিং এর এক প্রান্ত আটকিয়ে অপর প্রান্তে বল প্রয়োগ করে 5cm সংকুচিত করে ছেড়ে দেয়া হলো। এতে স্প্রিংটি আদি অবস্থায় ফিরে আসল।

[স্প্রিং ধ্রুবক $k = 120\ Nm^{-1}$]

(ক) সংরক্ষণশীল বল কী? [ম. বো. ২৪; রা. বো. ২৩; ম. বো. ২৩, ২১; রা. বো. ২১; দি. বো. ২১]

(খ) বল ও সরণ শুন্য না হলেও কাজ শুন্য হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪]

(গ) স্প্রিংটি 2.5 cm প্রসারিত করলে এতে সঞ্চিত বিভব শক্তি নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৪]

(ঘ) উদ্দীপকে স্প্রিং বলটি কি সংরক্ষণশীল বল? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪]

সমাধান:

ক একটি বদ্ধ পথে কোনো বল দ্বারা মোট কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হলে সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

খ কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে যদি বস্তুর সরণ বল প্রয়োগের লম্বদিকে ঘটে থাকে তবে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হবে। এক্ষেত্রে বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$ হয়।

$\therefore$ কৃতকাজ, $W = Fs\cos\theta = Fs\cos(90°) = 0$

উদাহরণস্বরূপ, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য, কেননা বলের অভিমুখে সরণের উপাংশ শূন্য বা বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90°। আবার বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ শূন্য হলেও কৃতকাজ শূন্য হবে।

গ স্প্রিং-এ সঞ্চিত বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times (2.5 \times 10^{-2})^2$

$\therefore U = 0.0375$ J

সুতরাং, স্প্রিং-এ সঞ্চিত বিভবশক্তি 0.0375 J. **(Ans.)**

ঘ মনে করি, x অক্ষ বরাবর স্প্রিংটির সম্প্রসারণ x হলে স্প্রিং-এ উৎপন্ন প্রত্যয়নী বল F,

$\therefore$ ভেক্টররূপে, $\vec{F} = -kx\hat{i}$ [k = স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক]

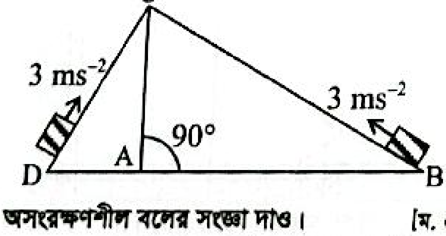
কোনো বল $\vec{F}$ এর কার্ল শূন্য হলে বলটি একটি সংরক্ষণশীল বল হয়,

$$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -kx & 0 & 0 \end{vmatrix} = \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(0-0)$$

$$= \hat{i}0 + \hat{j}0 + \hat{k}0 = \vec{0}$$

সুতরাং, উদ্দীপকের স্প্রিং বলটি সংরক্ষণশীল বল। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ 10 kg ভরের একটি বস্তুকে একটি ইঞ্জিনের সাহায্যে চিত্রানুযায়ী একবার B থেকে C তে তোলা হল। আর একবার D থেকে C তে তোলা হল। উভয় ক্ষেত্রে ত্বরণ $a = 3\ ms^{-2}$।



AB = 30 m
BC = 50 m
AD = 5 m

(ক) অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা দাও। [ম. বো. ২৫; রা. বো., সি. বো., ম. বো. ২৩; ঢা. বো., রা. বো., দি. বো., ম. বো. ২১; ঢা. বো. ১৭]

(খ) কোনো ইঞ্জিনের কর্মদক্ষতা 76% বলতে কী বুঝ? [ম. বো. ২৫; অনুরূপ সি. বো. ২৩; ব. বো. ১৬]

(গ) C বিন্দুতে বস্তুটির বিভব শক্তি নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৫]

(ঘ) কোন পথে যেতে ইঞ্জিনটির শক্তি বেশি ব্যয় হয়েছে? যাচাই কর। [ম. বো. ২৫]

সমাধান:

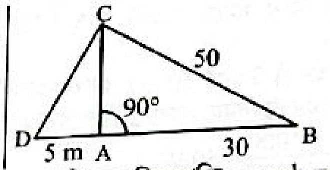
ক কোনো বস্তুকে বলের প্রভাবে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে যদি মোট কাজের পরিমাণ শূন্য না হয় তবে ঐ বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

খ কোনো যন্ত্রের লভ্য কার্যকর শক্তি ও মোট প্রদত্ত শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে। একে সাধারণত η দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\eta = \frac{\text{মোট লভ্য কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি}} \times 100\%$$

কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 76% বলতে বোঝায়, যদি ঐ যন্ত্রে 100 J শক্তি দেওয়া হয় তাহলে যন্ত্রটি থেকে মোট লভ্য কার্যকর শক্তি 76 J পাওয়া যাবে।

গ



চিত্র হতে,

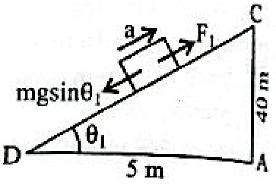
$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$

$= \sqrt{50^2 - 30^2}$

$= 40$ m

$\therefore$ C বিন্দুতে বিভবশক্তি, $= mgh = (10 \times 9.8 \times 40)\ J = 3920\ J$ **(Ans.)**

ঘ DC পথে, $F_1 = mg\sin\theta_1 + ma$



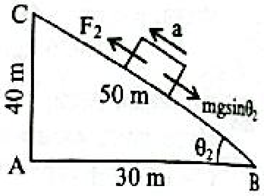
$\Rightarrow F_1 = 10\left(9.8 \times \frac{40}{\sqrt{40^2 + 5^2}} + 3\right)$

$\Rightarrow F_1 = 127.24$ N

$\therefore$ কৃতকাজ, $W_1 = F_1 \times DC$

$= 127.24 \times \sqrt{40^2 + 5^2} = 5129.2$ J

BC পথে,



$F_2 = mg\sin\theta_2 + ma$

$\Rightarrow F_2 = 10\left(9.8 \times \frac{40}{50} + 3\right)$

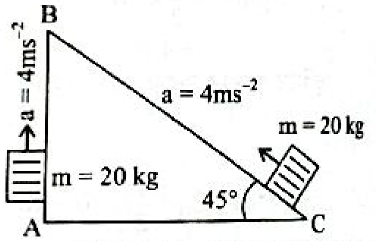
$\Rightarrow F_2 = 108.4$ N

$\therefore$ কৃতকাজ, $W_2 = F_2 \times BC$

$= 108.4 \times 50 \quad \therefore W_2 = 5420\ J > W_1$

সুতরাং, BC পথে অধিক শক্তি ব্যয়িত হয়েছে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ 20 kg ভরের একটি বস্তুকে চিত্রানুযায়ী A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে উঠানো হলো। একই ভরের অপর একটি বস্তুকে C থেকে B বিন্দুতে নেয়া হলো।



(ক) ঋণাত্মক কাজ কী? [সি. বো. ২১; ব. বো. ১৯; দি. বো. ১৫]

(খ) সরণ বনাম গতিশক্তির লেখচিত্রের ঢালটি বল নির্দেশ করে– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৩]

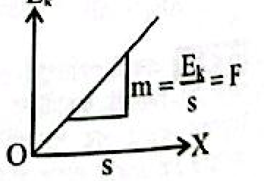
(গ) প্রথম ক্ষেত্রে কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৩]

(ঘ) প্রথম ও দ্বিতীয় কোন ক্ষেত্রের বস্তুটিকে নিয়ে যাওয়া সহজ হয়েছে? গাণিতিকভাবে দেখাও। [রা. বো. ২৩]

সমাধান:

ক বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের ক্রিয়ার বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের ঋণাত্মক উপাংশ থাকে তবে যে কাজ সম্পাদিত হয় তাকে ঋণাত্মক কাজ বলে।

খ আমরা জানি, গতিশক্তি,



$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m(u^2 + 2as)$ [ধরি আদিবেগ, u = 0]

$= mas$

$\therefore E_k = Fs$ [$\because F = ma$]

এখন, Y অক্ষ বরাবর গতিশক্তি, E_k এবং X অক্ষ বরাবর সরণ, s বিবেচনা করি, যা y = mx সমীকরণ নির্দেশ করে যেখানে ঢাল, m সুতরাং সরণ বনাম গতিশক্তির ঢাল বল নির্দেশ করে।

গ ১ম ক্ষেত্রে, বস্তুকে A থেকে B পথে খাড়া উঠানো হচ্ছে $a = 4\ ms^{-2}$ ত্বরণে,

সুতরাং, $\Sigma F = ma$;

$\Rightarrow F - mg = ma = ma + mg = m(a + g) = 20(9.8 + 4)$

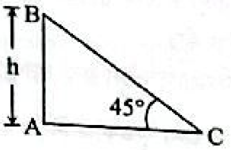
$\therefore F = 276\ N$

অতএব, কৃতকাজ,

$W_{AB} = F \times AB$

$= 276 \times AB\ J$

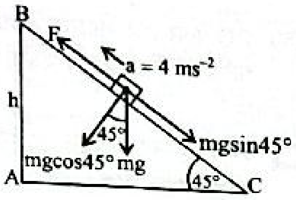
$= 276h\ J$ **(Ans.)**



ঘ এখানে, ২য় বস্তুটিকে C থেকে B বিন্দুতে আনত তল বরাবর উঠানো হচ্ছে,

সরণ, CB = s এবং

উচ্চতা, AB = h হলে $\sin 45° = \frac{AB}{CB}$



$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{h}{s}$

$\therefore s = h\sqrt{2}\ m$

প্রযুক্ত বল F হলে, $\Sigma F = ma$

$\Rightarrow F - mg \sin 45° = ma$

$\Rightarrow F = ma + mg \sin 45°$

$\therefore F = m(a + g \sin 45°) = 20(4 + 9.8 \sin 45°) = 218.6\ N$

∴ বস্তুকে C থেকে B তে নিতে F বল দ্বারা কৃতকাজ,

$W_{CB} = Fs \cos 0° = 218.6 \times h\sqrt{2} \times 1 = 309.15h\ J$

'গ' থেকে পাই, ১ম ক্ষেত্রে AB পথে বস্তুটিকে উঠাতে কৃতকাজ,

$W_{AB} = 276h\ J$

$\therefore W_{AB} < W_{CB}$

অতএব, ১ম ক্ষেত্রে কাজের পরিমাণ কম হওয়ায় এক্ষেত্রে কম শক্তি ব্যয় করতে হবে। তাই ১ম ক্ষেত্রে AB পথে বস্তুটিকে নিয়ে যাওয়া সহজ হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ একটি স্প্রিং এর উপর 10 N বল প্রয়োগ করায় এটি 4 cm প্রসারিত হয়। স্প্রিংটিকে প্রথমে 6 cm এবং পরবর্তীতে আরো 6 cm প্রসারিত করা হলো।

(ক) ভরকেন্দ্র কাকে বলে?

(খ) কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃত কাজ শূন্য হয়- ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২৩, ১৭; সি বো. ২২; য. বো. ১৭]

(গ) স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করো। [দি. বো. ২৩]

(ঘ) প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে সমান প্রসারণের জন্য কাজের পরিমাণ সমান হবে কি? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২৩]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর যে বিন্দুতে সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত থাকে সে বিন্দুকে ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

খ একটি বস্তুর ওপর কোনো বল ক্রিয়া করায় যদি বলের অভিমুখে বস্তুটির সরণ ঘটে তাহলে ক্রিয়াশীল বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে। একটি বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘোরালে কোনো কাজ হয় না। কারণ এক্ষেত্রে বলের দিক বৃত্তাকার পথে কেন্দ্র অভিমুখী এবং সরণের দিক বস্তুর অবস্থানের বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। অর্থাৎ, কেন্দ্রমুখী বল এবং সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°। ∴ $W = Fs\cos 90° = 0$ সুতরাং, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান একটি বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়।

গ স্প্রিং এর উপর প্রযুক্ত বল, F = 10 N; স্প্রিং এর প্রসারণ, $x = 4\ cm = 0.04\ m$

∴ স্প্রিং বল, $F = kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{10}{0.04} = 250\ Nm^{-1}$

∴ স্প্রিং ধ্রুবক $250\ Nm^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ কোনো স্প্রিংকে x_1 থেকে x_2 বিন্দুতে আনতে কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$

১ম ক্ষেত্রে, $W_1 = \frac{1}{2} \times 250 \times (0.06)^2 - \frac{1}{2} \times 250 \times 0 = 0.45\ J$

২য় ক্ষেত্রে, $W_2 = \frac{1}{2} \times 250 \times (0.06 + 0.06)^2 - \frac{1}{2} \times 250 \times (0.06)^2 = 1.35\ J$

$W_1 \neq W_2$ অতএব, প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে সমান প্রসারণের জন্য কাজের পরিমাণ সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ দৃশ্যকল্প-১: পানিপূর্ণ একটি চৌবাচ্চার ব্যাসার্ধ 2 মিটার ও উচ্চতা 20 মিটার। চৌবাচ্চাটির অর্ধেক পানিশূন্য করতে 75% কর্মদক্ষতা সম্পন্ন একটি পাম্পের 20 মিনিট সময় লাগে। [পাম্পটির ক্ষমতা = 6841.7 W]

দৃশ্যকল্প-২: একটি কণার উপর $\vec{F} = (-5\hat{i} - 3\hat{j} - 6\hat{k})$ বল প্রয়োগ করায় কণাটি P(−6,7, −1) বিন্দু থেকে Q(−3, −8, 4) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হলো।

(ক) কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি লেখ। [চ. বো. ২৩; সি. বো. ১৮, ১৬; য. বো. ২৩, ২১, ১৯, ১৮, ১৫; ঢা. বো., দি. বো. ১৮; ব. বো. ১৫]

(খ) গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হয়- ব্যাখ্যা কর। [য. বো., চ. বো. ২৩]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী, উল্লিখিত বলটি কেন্দ্রমুখী বল ছিল কিনা? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [রা. বো., ম. বো. ২৩]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে, চৌবাচ্চার বাকি অর্ধেক পানি নিষ্কাশন করতে পাম্পটির একই সময় লাগবে কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি হল- কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য লাভ করে তাকে গতিশক্তি বলে। m ভর এবং v বেগে গতিশীল কোনো বস্তুর গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

অর্থাৎ বস্তুর গতিশক্তির মান বস্তুর ভর এবং বেগের মানের উপর নির্ভরশীল। কিন্তু ভরের মান কখনো ঋণাত্মক কিংবা শূন্য হতে পারে না। তবে বেগে মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। যেহেতু গতিশক্তির সমীকরণে $E_k \propto v^2$ তাই বেগের মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হলেও গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হবে।

গ $\vec{P} = -6\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k},\ \vec{Q} = -3\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k}$

∴ উদ্দীপকের কণাটির সরণ, $\vec{s} = (-3\hat{i} - 8\hat{j} + 4\hat{k}) - (-6\hat{i} + 7\hat{j} - \hat{k})$

$= 3\hat{i} - 15\hat{j} + 5\hat{k}$

কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ = 0

$\therefore W = \vec{F}.\vec{s} = (-5\hat{i} - 3\hat{j} - 6\hat{k}).(3\hat{i} - 15\hat{j} + 5\hat{k}) = 0$

∴ উদ্দীপকের বলটি কেন্দ্রমুখী বল। **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, পাম্পটির প্রদত্ত ক্ষমতা, $P_{in} = 6841.7\ W$

চৌবাচ্চায় অর্ধেক পানির ভর, $m = 125663.7\ kg$

ভরকেন্দ্রের সরণ, $h'' = \frac{\frac{h}{2} + h}{2} = \frac{\frac{20}{2} + 20}{2} = 15\ m$

আমরা জানি, কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

$\Rightarrow P_{out} = \eta P_{in} \Rightarrow \frac{mgh''}{t} = \eta P_{in}$

$\Rightarrow t = \frac{125663.7 \times 9.8 \times 15}{0.75 \times 6841.7} = 3600\ s$

$\therefore t = 60\ min > 20\ min$

সুতরাং, চৌবাচ্চার বাকি অর্ধেক পানি নিষ্কাশন করতে পাম্পটির একই সময় লাগবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ একটি ছাত্রাবাসের পানির রিজার্ভ ট্যাংকের দৈর্ঘ্য 1.6 মিটার, প্রস্থ 1.4 মিটার এবং গভীরতা 1.2 মিটার। ট্যাংকটির দুই-তৃতীয়াংশ পানি দ্বারা পূর্ণ রয়েছে। 50 মিটার উচুঁতে পানি তোলার জন্য ছাত্রাবাসে 5.5 kW ক্ষমতা সম্পন্ন একটি তড়িৎ মোটর ব্যবহার করা হয় যার দক্ষতা 80%। অর্ধেক পানি তোলার পর বিদ্যুৎ চলে গেলে পাম্পটি বন্ধ হয়ে যায়। বিদ্যুৎ চলে আসায় পাম্পটি পুনরায় চালু করায় ট্যাংকটি পানি শূন্য হয়।

(ক) অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা লেখ। [রা. বো. ২৩; য. বো. ২৩; ঢা. বো. ২১; রা. বো. ২১; দি. বো. ২১; ম. বো. ২১; ঢা. বো. ১৭; সি. বো. ২৩]

(খ) 1 কিলোওয়াট ক্ষমতা বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৩]

(গ) বিদ্যুৎ চলে যাওয়ার পূর্বে পানি উত্তোলনে ব্যয়িত শক্তি নির্ণয় করো। [সি. বো. ২৩]

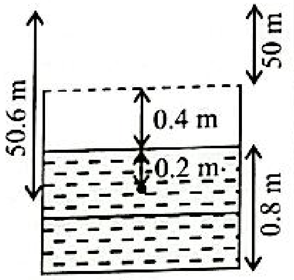
(ঘ) বিদ্যুৎ চলে যাওয়ার আগে বা পরে কোন ক্ষেত্রে পানি উত্তোলনে সময় বেশি লাগবে? তোমার মতামত গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [সি. বো. ২৩]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুকে বলের প্রভাবে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে যদি মোট কাজের পরিমাণ শূন্য না হয় তবে ঐ বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

খ কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে। ক্ষমতা পরিমাপের একক হলো ওয়াট (watt), যা প্রতি সেকেন্ডে এক জুল কাজ করা বুঝায়।
কোনো যন্ত্রের ক্ষমতা 1 কিলোওয়াট বলতে বোঝায়, ঐ যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ডে 1000 J কাজ করতে পারে। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে যন্ত্রটি 1000J কোনো শক্তিকে অন্যশক্তিতে রূপান্তর করতে পারে।

গ ট্যাংকটিতে বিদ্যমান মোট পানি,



$m = \rho V \times \frac{2}{3}$

$= 10^3 \times 1.6 \times 1.4 \times 1.2 \times \frac{2}{3} = 1792$ kg

উত্তোলনকৃত পানির ভর, $m' = \frac{1792}{2}$

$= 8.96$ kg

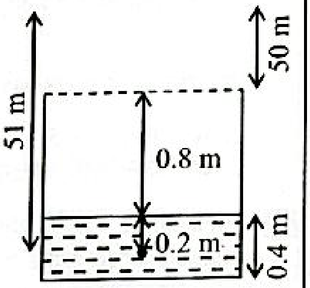
অর্ধেক পানি উত্তোলন গড় সরণ, $h = \left(50 + \frac{0.4 + 0.8}{2}\right) = 50.6$ m

ব্যয়িত শক্তি, $W = m'gh = 896 \times 9.8 \times 50.6 = 4.44 \times 10^5$ J **(Ans.)**

ঘ মোটরের কার্যকর ক্ষমতা,

$P' = P \times \eta = 5.5 \times 10^3 \times 0.8$

$= 4400$ W



$P' = \frac{W_1}{t_1}$

১ম ক্ষেত্রে পানি তুলতে প্রয়োজনীয় সময়,

$t_1 = \frac{4.44 \times 10^5}{4400} = 100.91$ s

$m_2 = 896$ kg [গ-হতে]

$h_2 = \left(50 + \frac{0.8 + 1.2}{2}\right)$ m

$= 51$ m

২য় ক্ষেত্রে পানি তুলতে প্রয়োজনীয় সময়,

$t_2 = \frac{m_2gh_2}{P'} = \frac{896 \times 9.8 \times 51}{4400} = 101.785$ s $\therefore t_2 > t_1$

∴ বিদ্যুৎ চলে যাওয়ার পরে পুনরায় পানি তোলার সময় পূর্বের চেয়ে বেশি লাগবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$N বল প্রয়োগ করায় P(2, 1, –3) বিন্দু হতে Q (3, –2, 1) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। অপর একটি $\vec{F'} = (-\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$N, $\vec{F}$ এর সাথে প্রযুক্ত হয়ে কণাটিকে P বিন্দু থেকে R(–2, 1, 3) বিন্দুতে স্থানান্তরিত করে।

(ক) যান্ত্রিক শক্তি কী? [কু. বো. ২৩]

(খ) ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল, ব্যাখ্যা করো। [ব. বো. ২১; দি. বো. ১৭]

(গ) $\overrightarrow{PQ}$ সরণের জন্য কৃতকাজ নির্ণয় করো। [কু. বো. ২৩]

(ঘ) $\overrightarrow{PQ}$ এবং $\overrightarrow{PR}$ সরণের উভয়ক্ষেত্রে গতিশক্তির পরিবর্তন সমান হবে কিনা- গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য করো। [কু. বো. ২৩]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর অবস্থান ও গতির কারণে এর মধ্যে যে শক্তি থাকে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

খ কোনো বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে নির্দিষ্ট পথে ঘুরে আবার একই বিন্দুতে ফেরত আসলে বস্তুটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে। মহাকর্ষ বল ও তড়িৎ বলের ক্ষেত্রে এরূপ সম্ভব কারণ মহাকর্ষ ও তড়িৎ বলের দিক বস্তুর গতির দিকের ওপর নির্ভর করে না।
তবে ঘর্ষণ বলের দিক সর্বদা বস্তুর গতির বিপরীতে হয়। তাই বস্তুর চলার পথে ঘর্ষণ বল দ্বারা সর্বদা ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন হয়। তখন বস্তুটি আদি বিন্দুতে ফিরে আসলেও ঘর্ষণ বল দ্বারা মোট কৃতকাজ শূন্য নয়, বরং ঋণাত্মক একটি মান হয়। এ কারণে ঘর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল নয়।

গ $\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{i} - 3\hat{k}$; $\vec{Q} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

∴ P বিন্দু হতে Q বিন্দুতে স্থানান্তরিত হলে সরণ,

$\vec{s_1} = \vec{Q} - \vec{P} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}) - (2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}) = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$

∴ কাজ $W_1 = \vec{F_1} . \vec{s_1} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) \cdot (\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k})$

$= -15$ একক **(Ans.)**

ঘ $\vec{P} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$; $\vec{R} = -2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

$\therefore \overrightarrow{PR} = \vec{s}_2 = (-2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}) - (2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}) = -4\hat{i} + 6\hat{k}$

$\therefore \vec{F_2} = \vec{F} + \vec{F'} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) + (-\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = (\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$N

∴ কাজ, $W_2 = \vec{F_2} . \vec{s_2} = (\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \cdot (-4\hat{i} + 6\hat{k}) = -10$ একক

যেহেতু, কৃতকাজই গতিশক্তির পরিবর্তন এবং $W_1 \neq W_2$ তাই, $\overrightarrow{PQ}$ এবং $\overrightarrow{PR}$ সরণের ক্ষেত্রে গতিশক্তির পরিবর্তন সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ **দৃশ্যকল্প-১:** একটি কুয়া থেকে পাম্পের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 600 kg পানি 40 m গড় উচ্চতায় উঠানো হয়। পাম্পটির দক্ষতা 70% এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2}।

দৃশ্যকল্প-২: পানিপূর্ণ একটি সাঁতার পুকুরের মাত্রা 25m × 10m × 3m। 10 HP অশ্বক্ষমতা সম্পন্ন একটি পানির পাম্প পুকুরটি 30 মিনিটে খালি করতে পারে। অপর একটি পানির পাম্প 25 HP ক্ষমতাসম্পন্ন যা একই কাজ 15 মিনিটে করতে সক্ষম।

(ক) অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩, ১৭; সি. বো. ২৩; য. বো. ২৩, ১৯, ১৭; দি. বো. ২২; ব. বো. ১৫]

(খ) সমতলে হাঁটা অপেক্ষা সিঁড়ি দিয়ে হেঁটে উপরে উঠা কষ্টকর – ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো., য. বো. ২২]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ অনুযায়ী, পাম্পটির দক্ষতা 50% হলে কার্যকর ক্ষমতার কীরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২৫]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী, কোন পাম্পটির ব্যবহার অধিক সাশ্রয়ী হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুকে বলের প্রভাবে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে যদি মোট কাজের পরিমাণ শূন্য না হয় তবে ঐ বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

খ সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠার সময় ব্যক্তিকে তার ওজন ও অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। কারণ বস্তুর ওজন ও মহাকর্ষ বল নিচে ক্রিয়াশীল থাকে। ফলে সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠতে কষ্ট হয়। কিন্তু সমতলে আমরা আনুভূমিক বরাবর হেঁটে থাকি এবং হাঁটার সময় আনুভূমিক বরাবর কোনো বাহ্যিক বল ক্রিয়াশীল থাকে না। ফলে সমতলে হাঁটা তুলনামূলক কম কষ্টকর।

গ প্রথম ক্ষেত্রে, পাম্পের কার্যকর ক্ষমতা, $P_1 = \frac{mgh}{t} = \frac{600 \times 9.8 \times 40}{60}$

$$\therefore P_1 = 3920 \text{ W}$$

আমরা জানি, কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$; $\therefore \eta \propto P_{out}$

$$\therefore \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{P_1}{P_2}; \Rightarrow P_2 = \frac{P_1\eta_2}{\eta_1} = \frac{3920 \times 50\%}{70\%} = 2800 \text{ W}$$

কার্যকর ক্ষমতার পরিবর্তন, $\Delta P = P_1 - P_2 = 3920 - 2800 = 1120$ W

$\therefore$ কার্যকর ক্ষমতা 1120 W হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

ঘ উভয় পাম্পের ক্ষেত্রে কৃতকাজ W

দেওয়া আছে,
প্রথম পাম্পের ক্ষমতা, $P_1 = 10$ HP
প্রয়োজনীয় সময়, $t_1 = 30$ min
দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষমতা, $P_2 = 25$ HP
প্রয়োজনীয় সময়, $t_2 = 15$ min

আমরা জানি,

কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{\frac{W}{t}}{P_{in}}$

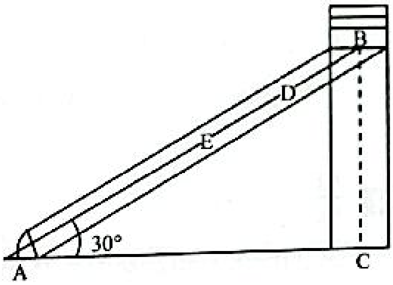
$$\Rightarrow \eta = \frac{W}{tP_{in}} \quad \therefore \eta \propto \frac{1}{tP_{in}}$$

এখন, $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{t_2P_2}{t_1P_1} = \frac{15 \times 25}{30 \times 10} = 1.25$

$$\Rightarrow \eta_1 = 1.25\,\eta_2 \quad \therefore \eta_1 > \eta_2$$

সুতরাং প্রথম পাম্পের কর্মদক্ষতা বেশি হওয়ায় এটি ব্যবহার করা অধিক সাশ্রয়ী। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ শিশুপার্কে স্থাপিত একটি স্লিপারের উচ্চতা BC = 2m এবং হেলানো তলটি 30° কোণে ঢালু। 25 kg ভরের একজন শিশু স্লিপারের শীর্ষ বিন্দু B থেকে ঘর্ষণহীনভাবে স্লিপিং করে ভূমিতে A বিন্দুতে পৌছে।



(ক) রাস্তার ব্যাংকিং কি?

(খ) পৃথিবীর চারদিকে চাঁদ একবার ঘুরে আসলে কৃতকাজ কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২; ম. বো. ২১; সম্মিলিত বো. ১৮]

(গ) আনত স্লিপারের দৈর্ঘ্য হিসাব কর। [কু. বো. ২২]

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে স্লিপারের দৈর্ঘ্যের এক চতুর্থাংশ দূরত্ব (D) ও অর্ধেক দূরত্ব (E) অতিক্রমকালে যান্ত্রিক শক্তির পরিমাণ সমান হবে কি না? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [কু. বো. ২২]

সমাধান:

ক আনুভূমিক রাস্তায় হঠাৎ বাঁক নেওয়ার সময় গাড়ি যাতে ছিটকে দুর্ঘটনায় না পড়ে সেজন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করে তৈরি করা হয়। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে।

খ পৃথিবীর চারদিকে চাঁদ একবার ঘুরে আসলে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য। কেননা, বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ওই বল দ্বারা কৃতকাজ বলা হয়।

পৃথিবী তার মহাকর্ষ বল দ্বারা চাঁদকে যেদিকে আকর্ষণ করবে, বৃত্তপথে ঘোরার সময় চাঁদের সরণ হবে সেদিকের লম্বদিকে। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী আকর্ষণ বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ হবে 90°।

$$\therefore W = Fs\cos 90° = 0$$

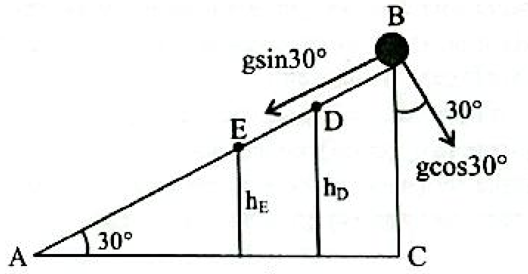
সুতরাং, বৃত্তাকার পথে চাঁদ পৃথিবীর চারিদিকে ঘুরলেও কোনো কাজ হচ্ছে না।

গ চিত্রানুযায়ী, $\sin A = \frac{BC}{AB}$

$$\Rightarrow AB = \frac{BC}{\sin A} = \frac{2}{\sin 30°} = 4 \text{ m}$$

অতএব, আনত স্লিপারের দৈর্ঘ্য 4 m **(Ans.)**

ঘ



চিত্রানুযায়ী, $a = g\sin 30° = 4.9 \text{ ms}^{-2}$

$AD = (AB - BD)$ [$\because$ এক চতুর্থাংশ = BD]

$= (4 - 1) = 3$ m

$BE = \frac{AB}{2} = 2$ m

$BD = DE = \frac{AB}{4} = 1$ m

D বিন্দুতে,

$$E_K = \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2}m(u^2 + 2a.BD) = \frac{1}{2} \times 25 \times (0 + 2 \times 4.9 \times 1)$$
$$= 122.5 \text{ J}$$

$E_P = mgh_D$ [$h_D = AD \sin 30°$]

$= 25 \times 9.8 \times 3\sin 30° = 367.5$ J

$\therefore$ যান্ত্রিক শক্তি D বিন্দুতে,

$E_{T_D} = (122.5 + 367.5) = 490$ J

E বিন্দুতে, $E_K = \frac{1}{2}mv_E^2$

$$= \frac{1}{2}m(u^2 + 2a.BE) = \frac{1}{2} \times 25 \times (0 + 2 \times 4.9 \times 2) = 245 \text{ J}$$

$E_P = mgh_E$ [$h_E = AE \sin 30°$]

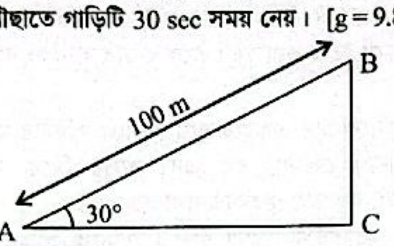
$= 25 \times 9.8 \times 2\sin 30° = 245$ J

$\therefore$ যান্ত্রিক শক্তি E বিন্দুতে,

$E_{T_E} = (245 + 245) = 490$ J **(Ans.)**

অতএব, D এবং E বিন্দুতে যান্ত্রিক শক্তি সমান হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৮ 1800 kg ভরের একটি গাড়ি 60 kg ভরের একজন ড্রাইভারসহ পাশের চিত্রের আনত তল বরাবর ইঞ্জিনের সর্বোচ্চ ক্ষমতা ব্যবহার করে A বিন্দু হতে B বিন্দুতে পৌঁছাতে গাড়িটি 30 sec সময় নেয়। $[g = 9.8\ ms^{-2}]$



(ক) স্থিতিশক্তি কাকে বলে?

(খ) "বল ও সরণ শূন্য না হলেও কাজ শূন্য হতে পারে" ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২২; সি. বো. ২১]

(গ) গাড়িটির ইঞ্জিনের অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [চ. বো. ২২]

(ঘ) উদ্দীপকের গাড়িটি অনুভূমিক রাস্তায় 10s এর মধ্যে স্থিরাবস্থা থেকে $60\ kmh^{-1}$ বেগ অর্জন করতে পারবে কিনা তার গাণিতিক ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২২; অনুরূপ কু. বো. ২১]

সমাধান:

ক বস্তু তার অবস্থানের কারণে যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর স্থিতিশক্তি বলে।

খ কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে যদি বস্তুর সরণ বল প্রয়োগের লম্বদিকে ঘটে থাকে তবে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হবে। এক্ষেত্রে বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$ হয়।

$\therefore$ কৃতকাজ, $W = Fs\cos\theta = Fs\cos(90°) = 0$

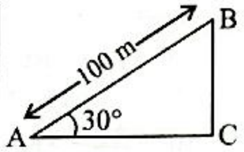
উদাহরণস্বরূপ, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য, কেননা বলের অভিমুখে সরণের উপাংশ শূন্য বা বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90°। আবার বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ শূন্য হলেও কৃতকাজ শূন্য হবে।

গ এখানে তলের দৈর্ঘ্য, AB = 100 m

$\therefore$ উচ্চতা, $h = BC = AB\sin30°$

$= 100\sin30° = 50\ m$

মোট ভর, $m = (60 + 1800) = 1860\ kg$



$\therefore$ গাড়িটির ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{1860 \times 9.8 \times 50}{30}$

$= 30380\ W = 40.72\ HP$

$\therefore$ অশ্ব ক্ষমতা = 40.72 HP **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে প্রাপ্ত, ইঞ্জিনের ক্ষমতা, P = 30380 W

গাড়িটি ইঞ্জিনের সর্বোচ্চ ক্ষমতা ব্যবহার করে 10 s এ সর্বোচ্চ বেগ v অর্জন করলে, গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}m(v^2 - u^2) = \frac{1}{2}mv^2$

যেহেতু কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

এখন, ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{t}$

$\Rightarrow Pt = \frac{1}{2}mv^2$

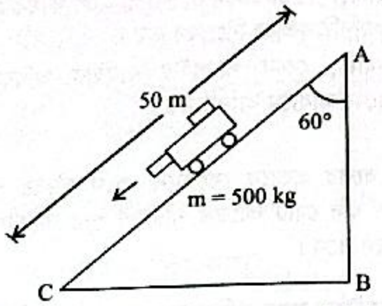
$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2Pt}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 30380 \times 10}{1860}}$

$\therefore v = 18.074\ ms^{-1} = 65.07\ kmh^{-1}$

যেহেতু, $v > 60\ kmh^{-1}$

সুতরাং, গাড়িটি আনুভূমিক রাস্তায় 10 s এর মধ্যে স্থিরাবস্থা থেকে $60\ kmh^{-1}$ বেগ অর্জন করতে পারবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৯



চিত্রে প্রদর্শিত গাড়িটি A বিন্দু হতে 20 m/sec বেগে AC তলে নামছে। গাড়ির চালক ব্রেক কষায় গাড়িটি 50 m দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যায়।

(ক) ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ লিখ [রা. বো. ২১]

(খ) পৃথিবীর চারদিকে চাঁদ একবার ঘুরে আসলে কৃতকাজ কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২; ম. বো. ২১; সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

(গ) কী পরিমাণ গতি প্রতিরোধকারী বল গাড়িটির উপর ক্রিয়া করে নির্ণয় কর। [য. বো. ২২]

(ঘ) উদ্দীপকে শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি পালিত হবে কি? গাণিতিক যুক্তিসহ মতামত দাও। [য. বো. ২২]

সমাধান:

ক ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ, $[P] = [ML^2T^{-3}]$

খ পৃথিবীর চারদিকে চাঁদ একবার ঘুরে আসলে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য। কেননা, বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ওই বল দ্বারা কৃতকাজ বলা হয়।

পৃথিবী তার মহাকর্ষ বল দ্বারা চাঁদকে যেদিকে আকর্ষণ করবে, বৃত্তপথে ঘোরার সময় চাঁদের সরণ হবে সেদিকের লম্বদিকে। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী আকর্ষণ বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ হবে 90°।

$\therefore W = F s\cos90° = 0$

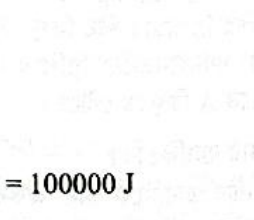
সুতরাং, বৃত্তাকার পথে চাঁদ পৃথিবীর চারিদিকে ঘুরলেও কোনো কাজ হচ্ছে না।

গ $v^2 = u^2 - 2a_1s$

$\Rightarrow a_1 = \frac{u^2 - v^2}{2s} = \frac{20^2 - 0^2}{2 \times 50}$

$= 4\ ms^{-2}$

$a_2 = g\cos60° = 4.9\ ms^{-2}$



$\therefore F = ma = 500 \times (4 + 4.9) = 4450\ N$ **(Ans.)**

ঘ $\frac{AB}{AC} = \cos60°$

$\Rightarrow AB = h = 50\cos60° = 25\ m$

$\therefore E_{K_A} = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 20^2 = 100000\ J$

$\therefore E_{P_A} = mgh = 500 \times 9.8 \times 25 = 122500\ J$

$E_{T_A} = (100000 + 122500) = 222500\ J$

আবার, $W = Fs = 4450 \times 50 = 222500\ J$

উদ্দীপকে শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি পালিত হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২০ প্রতিটি 0.125 m^3 আয়তনের এবং 250 kg ভরের 4টি ব্লককে পরপর সাজিয়ে স্তম্ভ তৈরি করা হলো।

(ক) কিলোওয়াট ঘণ্টা কী?

(খ) লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২২]

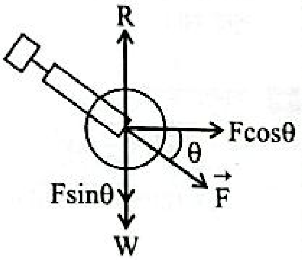
(গ) উদ্দীপকে বর্ণিত স্তম্ভের উপর হতে কোনো একটি বস্তুকে ফেলে দিলে ভূমি হতে কত উচ্চতায় এর গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে? [সি. বো. ২২]

(ঘ) স্তম্ভটিকে আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত রাখতে কাজ ও উদ্দীপকে বর্ণিত স্তম্ভ তৈরিতে কাজের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [সি. বো. ২২]

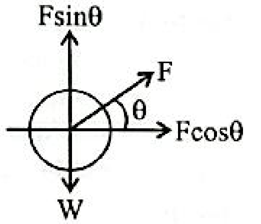
সমাধানঃ

ক কাজ সম্পাদনকারী কোন ব্যক্তি বা যন্ত্র যদি এক ঘণ্টায় 1000 W ক্ষমতাসম্পন্ন কোন কাজ সম্পাদন করে তবে সেই কৃতকাজকে 1 কিলোওয়াট ঘণ্টা বলে।

খ ধরি, লন রোলার এর উপর $\vec{F}$ বল θ কোণে প্রয়োগ করে ঠেলা হলে Fcosθ বলটি একে সামনে নিতে সাহায্য করবে। কিন্তু W এবং Fsinθ উভয়ই নিচের দিকে ক্রিয়া করায় তলের উপর নীট বল (W + Fsinθ) হয়।



অন্যদিকে টানার ক্ষেত্রে, এইক্ষেত্রে তলের উপর নীট বল (W − Fsinθ) প্রযুক্ত হয়। এজন্যই লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ হয়।



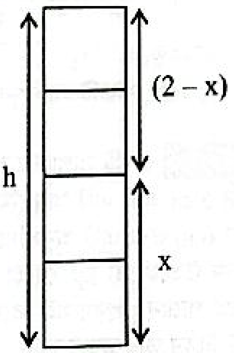
গ উদ্দীপকের বল গুলি ঘনাকৃতি ধরে, $a^3 = V$; যেখানে, a = ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য।

$V = 0.125\ m^3$

$\therefore a = \sqrt[3]{0.125} = 0.5$ m

স্তম্ভের উচ্চতা, $h = 4a = (4 \times 0.5) = 2$ m

ধরি, ভূমি হতে x উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির 2 গুণ।



$v^2 = 0 + 2g(h - x) = 2g\ (h - x)$

প্রশ্নানুযায়ী, $E_K = 2E_P$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 2mgx$

$\Rightarrow \frac{1}{2}.m.2g(h - x) = 2mgx$

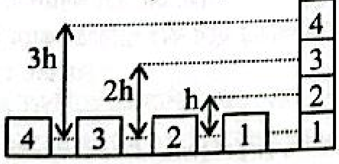
$\Rightarrow h - x = 2x$

$\Rightarrow 3x = h$

$\Rightarrow x = \frac{h}{3} = \frac{2}{3} = 0.667$ m **(Ans.)**

[Shortcut for MCQ: $x = \frac{h}{n+1} = \frac{2}{2+1} = 0.667$ **m]**

ঘ ব্লকগুলোকে পরপর সাজাতে কৃতকাজ,



১ম ব্লকের জন্য ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_1 = 0$

$\therefore$ ১ম ব্লকের জন্য কৃতকাজ, $W_1 = 0$ J

২য় ব্লকের জন্য ভারকেন্দ্রের সরণ, $h_2 = h$ m

তাই ২য় ব্লকের জন্য কৃতকাজ, $W_2 = mgh_2 = mgh$

৩য় ব্লকের জন্য, $W_3 = mgh_3 = mg(2h)$

৪র্থ ব্লকের জন্য, $W_4 = mgh_4 = mg(3h)$

উদ্দীপকে বর্ণিত স্তম্ভ তৈরিতে কৃতকাজ,

$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

$= 0 + mgh + mg(2h) + mg(3h)$

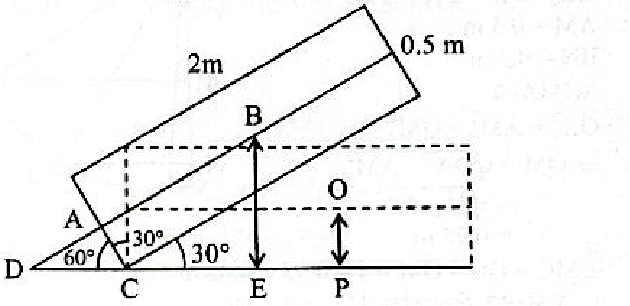
$= mgh(1 + 2 + 3)$

$= 6\ mgh = 6 \times 250 \times 9.8 \times 0.5 = 7350$ J

Shortcut for MCQ: $W = \frac{n(n-1)}{2} \times mga$

$= \frac{4(4-1)}{2} \times 250 \times 9.8 \times 0.5 = 7350$ J

এখন, ব্লকগুলো আনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত রাখলে কৃতকাজ,



ΔADC এ,

$\frac{AD}{AC} = \tan 60°$ $\left[AC = \frac{1}{2} \times a = 0.25 \text{ m}\right]$

$\Rightarrow AD = 0.25 \times \sqrt{3} = 0.433$ m

$\therefore BD = (AD + AB) = (0.433 + 1) = 1.433$ m

ΔBDE তে, $\frac{BE}{BD} = \sin 30°$

$\Rightarrow BE = 1.433 \sin 30° = 0.7165$ m

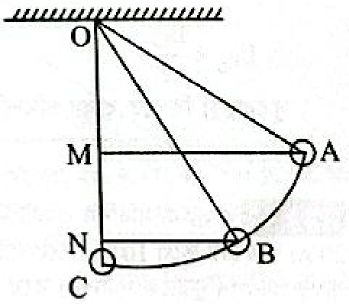
$\therefore$ ভারকেন্দ্রের সরণ, $h' = BE - OP = \left(0.7165 - \frac{0.5}{2}\right) = 0.46655$ m

$\therefore W' = mgh' = 1000 \times 9.8 \times 0.4665 = 4571.7$ J

$\Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{4571.7}{7350} = 0.62$

$\therefore W' = 0.62$ W **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২১ চিত্রে 30 gm ভরের একটি বব সুতার সাহায্যে ঝুলানো আছে। যেখানে OC = 1 m, AM = 30 cm এবং BN = 20 cm



(ক) স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? [সি. বো. ২৫]

(খ) ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫, ২১; ব. বো. ২১; দি. বো. ১৭]

(গ) A বিন্দুতে ববের বিভব শক্তি নির্ণয় কর। [সি. বো., য. বো. ২৫]

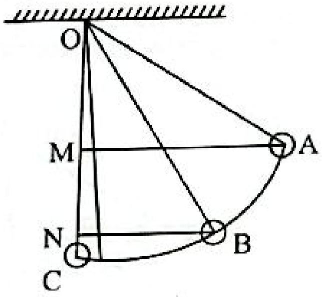
(ঘ) B বিন্দুতে ববের গতিশক্তি C বিন্দুর গতিশক্তির অর্ধেক হবে কিনা — গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর। [সি. বো., য. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কোনো স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ কোনো বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে নির্দিষ্ট পথে ঘুরে আবার একই বিন্দুতে ফেরত আসলে বস্তুটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে। মহাকর্ষ বল ও তড়িৎ বলের ক্ষেত্রে এরূপ সম্ভব কারণ মহাকর্ষ ও তড়িৎ বলের দিক বস্তুর গতির দিকের ওপর নির্ভর করে না।
তবে ঘর্ষণ বলের দিক সর্বদা বস্তুর গতির বিপরীতে হয়। তাই বস্তুর চলার পথে ঘর্ষণ বল দ্বারা সর্বদা ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন হয়। তখন বস্তুটি আদি বিন্দুতে ফিরে আসলেও ঘর্ষণ বল দ্বারা মোট কৃতকাজ শূন্য নয়, বরং ঋণাত্মক একটি মান হয়। এ কারণে ঘর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল নয়।

গ এখানে,



$OC = OB = OA = 1$ m
$AM = 0.3$ m
$BN = 0.2$ m
ΔOMA-এ,
$OA^2 = AM^2 + OM^2$
$\Rightarrow OM = \sqrt{OA^2 - AM^2}$
$= \sqrt{1^2 - 0.3^2}$
$= 0.95$ m
$\therefore MC = OC - OM = 1 - 0.95 = 0.05$ m
$\therefore$ A বিন্দুতে বিভবশক্তি, $U = mg \times MC$
$= (30 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 0.05)$ J
$= 0.0147$ J **(Ans.)**

ঘ শক্তির সংরক্ষণশীলতা হতে,
$E_{P_A} = E_{K_C}$
$\Rightarrow E_{K_C} = mg \times MC = 30 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 0.05$
$\therefore E_{K_C} = 0.0147 \text{ J} = 14.7 \text{ mJ}$
আবার,
$ON = \sqrt{OB^2 - BN^2} = \sqrt{1^2 - 0.2^2} = 0.98$ m
$\therefore MN = ON - OM = 0.98 - 0.95 = 0.03$ m
$\therefore$ B বিন্দুতে গতিশক্তি, $E_{K_B} = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}m \times 2g \times MN$
$= 30 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 0.03$
$= 8.82$ mJ

$\therefore E_{K_B} \neq \frac{E_{K_C}}{2}$
সুতরাং B বিন্দুতে ববের গতিশক্তি C বিন্দুর গতিশক্তির অর্ধেক হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২২ 4 m ব্যাসবিশিষ্ট একটি পানিপূর্ণ কুয়ায় একটি পাম্প 5 kg পনিকে 20 m উচ্চতায় তুলে 10 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করে। 5 HP ক্ষমতার অন্য একটি পাম্প পানিপূর্ণ কুয়াকে পানিশূন্য করে।

(ক) আয়ত একক ভেক্টর কাকে বলে? [ঢা. বো. ২১]
(খ) বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৩, ২১; সি. বো. ২২; চ. বো., য. বো. ১৭]
(গ) ১ম পাম্পের শক্তি নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২১; অনুরূপ ঢা. বো. ২৫; ম. বো. ২১]
(ঘ) কুয়াটি পানিশূন্য করতে কোন পাম্পটির কম সময় লাগবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২১]

সমাধান:

ক ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় পরস্পর লম্ব তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর বিবেচনা করা হয় তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

খ একটি বস্তুর ওপর কোনো বল ক্রিয়া করায় যদি বলের অভিমুখে বস্তুটির সরণ ঘটে তাহলে ক্রিয়াশীল বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।
একটি বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘোরালে কোনো কাজ হয় না। কারণ এক্ষেত্রে বলের দিক বৃত্তাকার পথে কেন্দ্র অভিমুখী এবং সরণের দিক বস্তুর অবস্থানের বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। অর্থাৎ বল এবং সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।
$\therefore W = Fs\cos 90° = 0$
সুতরাং, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান একটি বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়।

গ আমরা জানি,
$W = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 5 \times 9.8 \times 20 + \frac{1}{2} \times 5 \times (10)^2 = 1230$ J
$\therefore$ ১ম পাম্পের শক্তি 1230 J **(Ans.)**

ঘ দ্বিতীয় পাম্পের ক্ষেত্রে,
কৃতকাজ, $W_2 = mgh$
$= V\rho gh$
$= Al\rho gh$
$= \pi r^2 l\rho gh$
$= 3.14 \times 2^2 \times 20 \times 1000 \times 9.8 \times 10 = 24630144$ J

[গড় উচ্চতা, $h = \frac{0 + 20}{2} = 10$ m]

এখন, $P_2 = \frac{W_2}{t_2}$
$\therefore t_2 = \frac{W_2}{P_2} = \frac{24630144}{5 \times 746} = 6603.26 \text{ sec} = 110.05 \text{ min}$
এখন, ১ম পাম্পের ক্ষমতা, $P_1 = 5$ HP ধরে,
$P_1 = \frac{W_1}{t_1}$
$\Rightarrow t_1 = \frac{W_1}{P_1} = \frac{1230}{5 \times 746} = 0.33$ s
যেহেতু, $t_1 < t_2$
সুতরাং, কুয়াটি পানিশূন্য করতে ১ম পাম্পটির কম সময় লাগবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৩ একটি দালানের ছাদের সাথে দুটি মই লাগানো আছে। একটি মই এর দৈর্ঘ্য 5 m এবং এটি অনুভূমিকের সাথে 60° কোণ করে রয়েছে। দ্বিতীয় মইটির দৈর্ঘ্য 6 m এবং এটি অনুভূমিকের সাথে 46.2° কোণ করে রয়েছে। দুইজন নির্মাণ শ্রমিক উভয়ে 20 kg বোঝা নিয়ে 1 মিনিটে ভিন্ন ভিন্ন মই ব্যবহার করে ছাদে উঠতে পারেন। প্রথম মই বেয়ে যিনি উঠেন তার ভর 60 kg এবং দ্বিতীয় মই বেয়ে যিনি উঠেন তার ভর 70 kg।

(ক) ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ লিখ। [রা. বো. ২১]
(খ) "কোনো বস্তুর গতিশক্তি 10 J"- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২১]
(গ) প্রথম শ্রমিকের ক্ষেত্রে ছাদে উঠার জন্য সম্পাদিত কাজ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২১; অনুরূপ ম. বো. ২১; ঢা. বো. ১৭]
(ঘ) উভয় শ্রমিকের ক্ষমতা অভিন্ন হবে কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২১; অনুরূপ ম. বো. ২১]

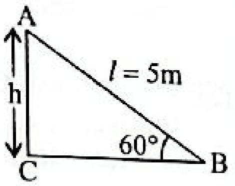
সমাধান:

ক ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ, $[P] = [ML^2T^{-3}]$

ঘ কোন বস্তু এর গতির দরুণ কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে তার গতিশক্তি বলে। কোন বস্তুর গতিশক্তি 10 J বলতে বোঝায়, গতিশীল বস্তু থেমে যাওয়ার আগ পর্যন্ত 10 J কাজ করতে পারে।

অর্থাৎ, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ থেকে বলা যায় 5kg ভরের কোনো বস্তু $2ms^{-1}$ বেগে গতিশীল হলে, তার অর্জিত গতিশক্তি 10 J হবে।

গ ১ম শ্রমিকের ক্ষেত্রে সম্পাদিত কাজ,



W = mgh

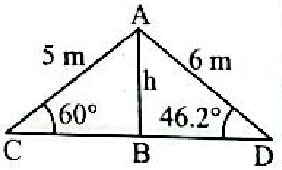
চিত্র হতে পাই, $\sin\theta = \frac{h}{l}$

$\therefore h = l\sin\theta = 5\sin 60° = 4.33$ m

$\therefore W = 80 \times 9.8 \times 4.33$ $[\because m = 60 + 20 = 80 \text{ kg}]$

$= 3394.72$ J **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, $P_1 = \frac{W_1}{t_1}$



['গ' থেকে প্রাপ্ত, $W_1 = 3394.72$ J]

$= \frac{3394.72}{60} = 56.58$ W

আবার, ২য় শ্রমিকের ক্ষেত্রে,

$W_2 = mgAB = mg\ AD\sin\theta$

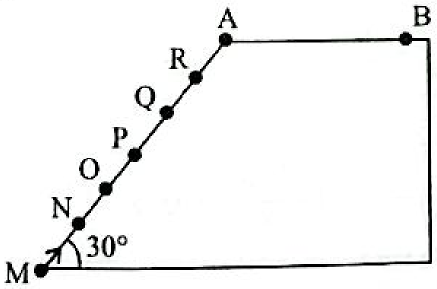
$= 90 \times 9.8 \times 6 \times \sin(46.2°) = 3819.56$ J

$\therefore P_2 = \frac{W_2}{t_2} = \frac{3819.56}{60} = 63.66$ W

$\therefore P_2 > P_1$

অর্থাৎ, উভয় শ্রমিকের ক্ষমতা অভিন্ন হবেনা। দ্বিতীয় শ্রমিকের ক্ষমতা প্রথম শ্রমিকের চেয়ে বেশি হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৪ করিম 400 g ভরের বস্তু অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 11.76 J গতিশক্তি প্রয়োগে M থেকে A বিন্দুতে তুলে নিল। পরবর্তীতে সে বস্তুটিকে আরো বল প্রয়োগে 2 m দূরত্বে B বিন্দুতে নিয়ে গেল। পুনরায় বস্তুটিকে A বিন্দুতে এনে আনত তল AM বরাবর ছেড়ে দিল। এখানে ঘর্ষণবল উপেক্ষণীয়। $[g = 9.8\ ms^{-2}]$



এখানে MN = ON = OP = PQ = QR = AR

(ক) কাজহীন বল কাকে বলে?

(খ) গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হয়– ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৩]

(গ) চিত্রে MAB পথের মোট দূরত্ব কত? [ব. বো. ২১]

(ঘ) R এবং P বিন্দুতে বস্তুটির মোট শক্তি সমান সমান কি না গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ব. বো. ২১; অনুরূপ য. বো. ১৯]

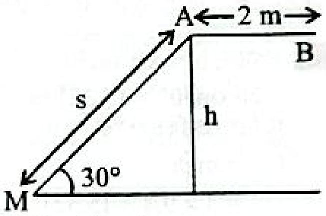
সমাধান:

ক বস্তুর সরণের লম্বদিকে ক্রিয়াশীল বল বস্তুর সরণের সময় কোনো কাজ করে না। এ ধরনের বলকে কাজহীন বল বলে।

খ কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য লাভ করে তাকে গতিশক্তি বলে। m ভর এবং v বেগে গতিশীল কোনো বস্তুর গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

অর্থাৎ বস্তুর গতিশক্তির মান বস্তুর ভর এবং বেগের মানের উপর নির্ভরশীল। কিন্তু ভরের মান কখনো ঋণাত্মক কিংবা শূন্য হতে পারে না। তবে বেগে মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। যেহেতু গতিশক্তির সমীকরণে $E_k \propto v^2$ তাই বেগের মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হলেও গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হবে।

গ কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন



$\Rightarrow mgh = 11.76$

$\Rightarrow mgs\sin 30° = 11.76$

$\Rightarrow s = \frac{11.76}{0.4 \times 9.8 \times \sin 30°}$

$\therefore s = 6$ m

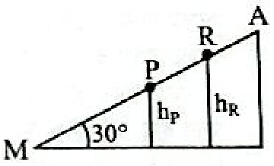
MAB পথের মোট দূরত্ব = (6 + 2) = 8 m **(Ans.)**

ঘ R বিন্দুতে,

$E_K = \frac{1}{2}mv_R^2 = \frac{1}{2}m(u^2 + 2aAR)$ $[a = g\sin 30°]$ $[\because AM = 6m]$

$= \frac{1}{2} \times 0.4\ (0 + 9.8 \times 1) = 1.96$ J

$E_P = mgh_R$ $[h_R = MR\sin 30°]$



$= 0.4 \times 9.8 \times 5\sin 30°$

$= 9.8$ J

$\therefore E_{T_R} = (1.96 + 9.8) = 11.76$ J

P বিন্দুতে,

$E_K = \frac{1}{2}mv_P^2 = \frac{1}{2}m(u^2 + 2aAP)$

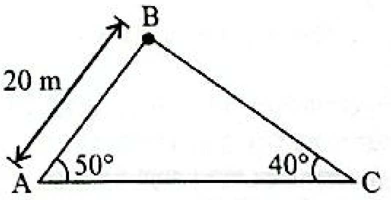
$= \frac{1}{2} \times 0.4 \times (0 + 2 \times 4.9 \times 3) = 5.88$ J

$E_P = mgh_P = mgMP\sin 30° = 0.4 \times 9.8 \times 3\sin 30° = 5.88$ J

$\therefore E_{T_P} = (5.88 + 5.88) = 11.76$ J

অর্থাৎ, P ও R বিন্দুতে মোট শক্তি সমান থাকবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৫ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর যেখানে BA এবং BC দুটি আনত তল। BA তলের ঘর্ষণ বল $1.5\ Nkg^{-1}$ এবং BC তলে ঘর্ষণ বল $1\ Nkg^{-1}$। 3kg ভরের একটি ধাতব গোলক B বিন্দুতে রাখা আছে।



(ক) প্রত্যয়নী বল কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩; ব. বো. ২১, ১৯; কু. বো. ১৫]

(খ) কর্মদক্ষতা বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৬, ১৫; ঢা. বো. ১৫]

(গ) B বিন্দুতে থাকা গোলকটির বিভবশক্তি নির্ণয় কর। [ব. বো. ২১; অনুরূপ কু. বো. ১৯]

(ঘ) গোলকটিকে একবার BA পথে এবং আর একবার BC পথে পড়তে দেয়া হল। A বিন্দু ও C বিন্দুতে গোলকটির গতিশক্তি সমান হবে কি না– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২১]

সমাধান:

ক কোনো স্প্রিংকে দৈর্ঘ্য বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন প্রযুক্ত বলের বিপরীতে যে বলের উদ্ভব হয় তাকে প্রত্যয়নী বল বলে।

খ কোনো যন্ত্র দ্বারা কাজে রূপান্তরিত শক্তি ও ঐ যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

কর্মদক্ষতাকে η (ইটা) দ্বারা প্রকাশ করা হলে,

কর্মদক্ষতা, $\eta = \dfrac{\text{কাজে রূপান্তরিত শক্তি}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি}} = \dfrac{\text{কাজে রূপান্তরিত শক্তি}}{\text{গৃহীত মোট শক্তি}} \times 100\%$

শক্তির পরিবর্তে অনেক সময় শক্তির হার অর্থাৎ ক্ষমতা দিয়ে কর্মদক্ষতাকে সংজ্ঞায়িত করা হয়। কার্যকর ক্ষমতা ও মোট ক্ষমতার অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

$\therefore \eta = \dfrac{\text{কার্যকর ক্ষমতা}}{\text{মোট প্রদত্ত ক্ষমতা}} = \dfrac{P'}{P} \times 100\%$

গ এখানে, $h = AB \sin 50°$

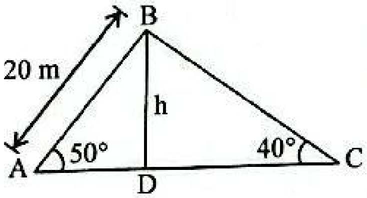
$= 20 \sin 50° = 15.321$ m

B বিন্দুতে বিভবশক্তি,

$E_{P_B} = mgh$

$= 3 \times 9.8 \times 15.321$

$= 450.437$ J (Ans.)



ঘ BA ও BC ঘর্ষণবিহীন তল হলে শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি অনুযায়ী B বিন্দু থেকে গোলকটি ছেড়ে দেয়া হলে A ও C বিন্দুতে গোলকটির গতিশক্তি B বিন্দুতে গোলকটির বিভবশক্তির সমান হতো। কিন্তু ঘর্ষণ বল থাকায় এর বিরুদ্ধে পড়তে গিয়ে গোলকের কিছু শক্তি ব্যয় হয়।

BA পথের ক্ষেত্রে,

পথের দৈর্ঘ্য = 20 m

তলের ঘর্ষণ বল = 1.5 Nkg^{-1}

∴ মোট ঘর্ষণ বল = (1.5 × 3) = 4.5 N

ঘর্ষণ দ্বারা ব্যয়িত শক্তি,

$E = 4.5 \times 20 = 90$ J

$\therefore E_{K_A} = E_P - E'$ [∵ 'গ' থেকে প্রাপ্ত $E_P = 450.437$ J]

$= 450.437 - 90 = 360.437$ J

আবার, BC পথের ক্ষেত্রে,

$BC = \dfrac{h}{\sin 40°} = 23.835$ m

গোলকের ভর, m = 3 kg

BC পথে ঘর্ষণ বল = (1 × 3) N = 3 N

এবং ঘর্ষণ বল দ্বারা ব্যয়িত শক্তি,

$E'' = 3 \times 23.835$ J

$\therefore E_{K_C} = E_P - E'' = 450.437 - 3 \times 23.835 = 378.932$ J

$\therefore E_{K_A} \neq E_{K_C}$

অতএব, A ও C বিন্দুতে গোলকটির গতিশক্তি সমান হবে না। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২৬ নতুন ভবন নির্মাণের সময় 60 kg ভরের একজন শ্রমিক 40 kg ভরের সিমেন্টের বস্তা মাথায় নিয়ে 2 min সময়ে মই বেয়ে ভবনের ছাদে উঠল। মইটির দৈর্ঘ্য 40 m। এরপর সে আনত মসৃণ তল বেয়ে পিছলিয়ে নিচে নামল। মই ও মসৃণ তল উভয়ই ভূমির সাথে 30° কোণে আনত।

(ক) তল ভেক্টর কাকে বলে? [সি. বো. ২১]

(খ) সাধারণত স্ফেরোমিটারের সাহায্যে পাতের পুরুত্ব নির্ণয়কালে এর যান্ত্রিক ত্রুটি থাকা সত্ত্বেও নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না কেন– ব্যাখা কর। [সি. বো. ২১]

(গ) ছাদে উঠতে শ্রমিক কত ক্ষমতা প্রয়োগ করেছিল? [সি. বো. ২১]

(ঘ) পিছলিয়ে পড়ার মুহূর্তে শ্রমিকের হাতের হাতুড়িটি পড়ে গেল। শ্রমিক না হাতুড়ি কে আগে ভূমিতে পৌছাবে? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [সি. বো. ২১]

সমাধান:

ক যেকোনো সমতলের উপর অঙ্কিত অভিলম্বকে ঐ তলের তল ভেক্টর বলে।

খ স্ফেরোমিটারের সাহায্যে পাতের পুরুত্ব নির্ণয়কালে এর গোলাকৃতি স্কেলের শূন্য দাগ যদি রৈখিক স্কেলের শূন্য দাগের সাথে না মিলে তাহলে যন্ত্রে ত্রুটি আছে ধরা হয়। তা সত্ত্বেও ঐ যান্ত্রিক ত্রুটি নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না। কারণ স্ফেরোমিটারে তিন পা প্রথমে সমতল পাতের উপর রেখে রৈখিক স্কেলের পাঠ নেওয়া হয় এবং পরবর্তীতে বক্রতলের উপর রেখে রৈখিক স্কেলের পাঠ নেওয়া হয়। এই দুইপাঠের অন্তরফলই হলো পুরুত্ব। অতএব, যান্ত্রিক ত্রুটি থাকলেও তা বাদ হয়ে যায় দুই পাঠের পার্থক্য নেওয়ার কারণে।

গ ছাদে উঠার ক্ষেলে শ্রমিকের কৃতকাজ,

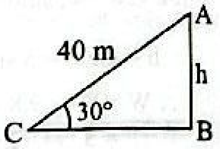
$W = mgh$

$= (60 + 40) \times 9.8 \times AC \sin 30°$

$= 19600$ J

$P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{19600}{120} = 163.33$ W

ছাদে উঠতে 163.33 W ক্ষমতা প্রয়োগ করে। (Ans.)



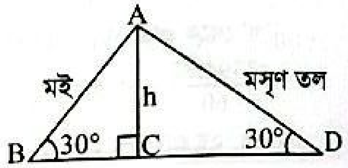
ঘ 'গ' থেকে প্রাপ্ত ছাদের উচ্চতা,

AC = h = 20 m

AD মসৃণ তলের দৈর্ঘ্য s হলে,

$\sin 30° = \dfrac{h}{s}$

$\Rightarrow s = \dfrac{h}{\sin 30°} = \dfrac{20}{\frac{1}{2}} = 40$ m

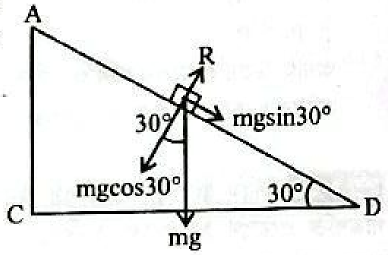


AD আনত তলে শ্রমিকের পিছলায়ে পড়ার ক্ষেত্রে, ত্বরণ a হলে,

বল, $F = ma = mg\sin 30°$

$\therefore a = g\sin 30° = 9.8 \times 0.5$

$= 4.9\ ms^{-2}$



$\therefore s = ut + \dfrac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow s = 0 + \dfrac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow t^2 = \dfrac{2s}{a} = \dfrac{2 \times 40}{4.9}$ $\quad \therefore t = 4.04$ s

এখন, হাতুড়িটি খাড়া নিচে পড়ার ক্ষেত্রে, সময় t' হলে,

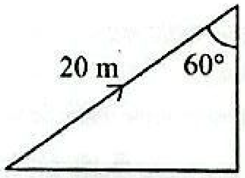
$h = ut' + \dfrac{1}{2}gt'^2 = \dfrac{1}{2}gt'^2$

$\Rightarrow t' = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \times 20}{9.8}} = 2.02$ sec

দেখা যাচ্ছে, $t' < t$

সুতরাং, হাতুড়িটি শ্রমিকের আগে ভূমিতে পৌছাবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২৭



উদ্দীপকে 25 kg ভরের একজন বালক 3 kg ভরের একটি গোলক হাতে নিয়ে সিঁড়ি বেয়ে ছাদে উঠতে 2 min সময় নিল। ছাদ হতে গোলকটি ছেড়ে দেয়ায় তা সিঁড়ি বেড়ে গড়িয়ে মাটিতে পড়ল।

(ক) যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি কাকে বলে? [য. বো. ১৭]
(খ) বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত কোনো দৃঢ় বস্তুর প্রত্যেকটি কণার কৌণিক গতিশক্তি সমান হলেও রৈখিক গতিশক্তি ভিন্ন হয়- ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৯]
(গ) বালকটি ছাদে উঠতে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কত কাজ করেছে? [ঢা. বো. ১৯; অনুরূপ য. বো. ১৯]
(ঘ) গোলকটি ছেড়ে দেওয়ার 1 s পরে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্রটি প্রযোজ্য হয় কি না- উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ১৯]

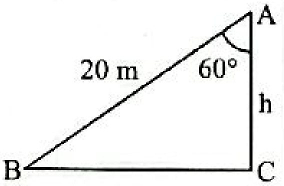
সমাধান:

ক ঘর্ষণ বা অন্য কোনো অপচয়ী বলের (dissipative force) এর ক্রিয়ায় যদি কোনো শক্তির অপচয় না ঘটে তবে কোনো বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল সর্বদা ধ্রুব থাকে, অর্থাৎ বস্তুটির মোট যান্ত্রিক শক্তি ধ্রুব থাকে-একেই যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি বলে।

খ আমরা জানি, কৌণিক গতিশক্তি কৌণিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক। আবার, রৈখিক গতিশক্তি রৈখিক বেগের বর্গের সমানুপাতিক। বৃত্তাকার পথে আবর্তনরত কোনো বস্তু যখন ঘূর্ণন অক্ষকে কেন্দ্র করে আবর্তন করে তখন সমবেগে আবর্তন করে। কৌণিক বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না বিধায় কৌণিক গতিশক্তির কোনো পরিবর্তন হয় না। আবার, বৃত্তাকার পথে আবর্তনরত বস্তু বিভিন্ন সময় বিভিন্ন বিন্দুতে তার দিক বিভিন্ন হয় বিধায় রৈখিক বেগ ভিন্ন হয়। ফলে রৈখিক গতিশক্তি ভিন্ন হয়।

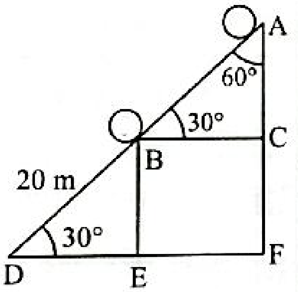
গ অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ,

$W = mg \times AC = mgh$
$= mg\ AB \cos60°$
$= (25 + 3) \times 9.8 \times 20 \times \cos60°$
[যেহেতু গোলকের ভর = 3 kg]
$= 2744$ J **(Ans.)**



ঘ A বিন্দুতে গোলকটির মোট যান্ত্রিক শক্তি,

$E_A = mgh = mg \times AF$
$\Rightarrow E_A = mg \times AD \sin30°$
$\Rightarrow E_A = 3 \times 9.8 \times 20 \sin30°$
$\therefore E_A = 294$ J



ধরি, গোলকটি 1s পর B বিন্দুতে পৌঁছায়
B বিন্দুতে গোলকটির মোট যান্ত্রিক শক্তি,

$E_B = E_{K_B} + E_{P_B}$
$= \frac{1}{2} mv_B^2 + mg \times BE$
$= \frac{1}{2} m [0^2 + 2g \sin30° \times AB] + mg \times (AF - AC)$
$= mg \times AB \sin30° + mg \times [AD \sin30° - AB \sin30°]$
$= 3 \times 9.8 \times [AB \sin30° + 20 \sin30° - AB \sin30°]$
$\therefore E_B = 294$ J

সুতরাং গোলকটির ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি প্রযোজ্য হয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৮ 4 kg ভরের একটি শক্ত পাথর খণ্ড একই ভরের মাটিতে পোঁতা একটি লোহার রডের উপর 5 m উঁচু কোনো স্থান থেকে খাড়াভাবে পড়ল। ফলে লোহার রডটি ভেতরে আরও 10 cm প্রবেশ করল।
(ক) বিভবশক্তি কাকে বলে?
(খ) টর্ক ও কাজের মান এবং একক সমান হলেও ভিন্ন রাশি- ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৯]
(গ) মাটির গড় প্রতিরোধ বল কত? [সি. বো. ১৯]
(ঘ) উদ্দীপকের বর্ণিত ঘটনাটি কাজ-শক্তির উপপাদ্য সমর্থন করে কী? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [সি. বো. ১৯]

সমাধান:

ক বস্তু তার অবস্থানের কারণে যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুটির বিভবশক্তি বলে।

খ যদি বল প্রয়োগে কোন বস্তুর সরণ ঘটে, তবে সেই বলের মান ও উক্ত বল বরাবর সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।
অপরদিকে, টর্ক হলো নির্দিষ্ট অক্ষ সাপেক্ষে ঘূর্ণনশীল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল ও ঐ অক্ষ হতে উক্ত বলের লম্ব দূরত্বের গুণফল। কাজ ও টর্ক এর মাত্রা ও একক সমান (একক Nm) কিন্তু এরা ভিন্ন রাশি। কারণ এদের সংজ্ঞা ও ব্যবহারিক প্রয়োগ ভিন্ন। তদুপরি, কাজ স্কেলার রাশি হলেও টর্ক ভেক্টর রাশি। কাজ, চলনগতি ও ঘূর্ণন গতি উভয় প্রকার গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হলেও, টর্ক কেবল ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

গ আমরা জানি, মাটির গড় প্রতিরোধ বল F হলে, $Fx = mg(h + x)$

$\Rightarrow F = \frac{mg(h + x)}{x} = \frac{4 \times 9.8 \times (5 + 0.1)}{0.1} = 1999.2$ N **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,
মাটি স্পর্শ করার মুহূর্তে পাথর খণ্ডের বেগ, $v_B = \sqrt{98}\ ms^{-1}$
এবং পাথর খণ্ডের শেষবেগ $= 0\ ms^{-1}$
$\therefore$ পাথর খণ্ডটির গতিশক্তির পরিবর্তন,

$\Delta E_k = \frac{1}{2} mv_B^2 - \frac{1}{2} m \times 0^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 98 = 196$ J

মাটির গড় প্রতিরোধ বল দ্বারা কৃতকাজ,
$W_1 = Fx = 1999.2 \times 0.1 = 199.92$ J
অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ,
$W_2 = -mgx = -(4 \times 9.8 \times 0.1) = -3.92$ J
$\therefore$ মোট কৃতকাজ $W = W_1 + W_2 = 196$ J
$\therefore$ কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন
অর্থাৎ, ঘটনাটি কাজ শক্তির উপপাদ্য সমর্থন করে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৯ সীমা 18 kg ভরের একটি ব্যাগ নিয়ে 50 m উঁচু একটি বিল্ডিং এ উঠার পর ছাদ থেকে ব্যাগটি পড়ে গেলে সেটি 'h' উচ্চতায় পাশের বিল্ডিং এর ছাদে 24.25 ms^{-1} বেগে পড়ল।
(ক) স্প্রিং বল কী? [সি. বো. ১৯]
(খ) সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য লেখ?
(গ) উদ্দীপকের 'h' এর মান নির্ণয় কর। [সি. বো. ১৯]
(ঘ) 'h' উচ্চতায় বিভব শক্তি গতি শক্তির সমান হবে কী না? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা। [সি. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে স্প্রিং বল বলে।

খ সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো:

সংরক্ষণশীল বল	অসংরক্ষণশীল বল
i. কোনো কণা একটি পূর্ণচক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হয়।	i. কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হয় না।
ii. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কোনো কণার ওপর কৃতকাজ কণাটির গতিপথের ওপর নির্ভর করে না, কেবল কণার আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের ওপর নির্ভর করে।	ii. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কোনো কণার ওপর কৃতকাজ কণাটির আদি অবস্থান, শেষ অবস্থান ও কণার গতিপথের ওপর নির্ভর করে।
iii. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব।	iii. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়।

গ আমরা জানি,

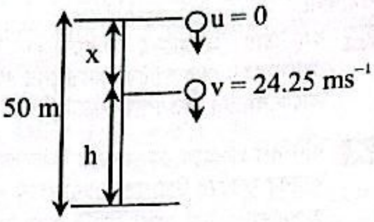
$x = \frac{v^2 - u^2}{2g}$

$\Rightarrow x = \frac{24.25^2}{2 \times 9.8}$

$\Rightarrow x = 30$ m

∴ ভূমি হতে উচ্চতা,

$h = 50 - x = 20$ m **(Ans.)**



ঘ 'গ' থেকে প্রাপ্ত, h = 20 m

h উচ্চতায় বিভবশক্তি, $E_p = mgh = 18 \times 9.8 \times 20 = 3528$ J

h উচ্চতায় গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 18 \times (24.25)^2 = 5292$ J

অতএব, h উচ্চতায় বিভবশক্তি গতিশক্তির সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৩০ প্রতি তলার উচ্চতা 5 m হিসেবে দশ তলা ভবনের সর্বোচ্চ তলায় বসবাসরত একটি পরিবারে একটি শিশু আছে। শিশুটি বারান্দার গ্রিল দিয়ে 100 g ভরের একটি টেনিস বল ছেড়ে দিলে তা কিছুক্ষণের মধ্যে মাটিতে আঘাত করে।

(ক) চক্রগতির ব্যাসার্ধ কী? [সম্মিলিত বো. ১৮]

(খ) কোনো ইঞ্জিনের দক্ষতা 50% বলতে কী বুঝায়– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৩; ব. বো. ১৬]

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত টেনিস বলটি কত সময় পরে মাটিতে আঘাত করবে? [সম্মিলিত বো. ১৮]

(ঘ) ভবনটির ৭ম ও ৪র্থ তলায় বলটির মোট শক্তি উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে গণনা করলে তা শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে– এ উক্তিটির সত্যতা যাচাই করে তোমার মতামত দাও। [সম্মিলিত বো. ১৮]

সমাধান:

ক যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর মোট ভর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত আছে মনে করা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ওই বিন্দু ভরের জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ওই বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

খ কোনো যন্ত্রের লভ্য কার্যকর শক্তি ও মোট প্রদত্ত শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে। একে সাধারণত η দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\eta = \frac{\text{মোট লভ্য কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি}} \times 100\%$

কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 50% বলতে বোঝায়, যদি ঐ যন্ত্রে 100 J শক্তি দেওয়া হয় তাহলে যন্ত্রটি থেকে মোট লভ্য কার্যকর শক্তি 50 J পাওয়া যাবে।

গ এখানে, উচ্চতা, $H = 9 \times 5 = 45$ m

[∵ প্রতি তলার উচ্চতা 5 m এবং টেনিস বলটি দশম তলার মেঝে থেকে ফেলে দেওয়া হয়েছিল]

t সময় থেকে বলটি ভূমিতে পড়লে,

$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 45}{9.8}} = 3.03$ s **(Ans.)**

ঘ যেহেতু শিশুটি 10 তলা ভবনের বারান্দার গ্রিল থেকে বলটি ফেলে দিয়েছিল তাই ভূমি থেকে ফেলে দেওয়ার মুহূর্তে বলটির উচ্চতা,

$h = (5 \times 10) - 5 = 45$ m

∴ ৪র্থ তলায় বলটির উচ্চতা, $3 \times 5 = 15$ m

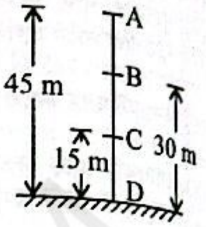
এবং ৭ম তলায় বলটির উচ্চতা, $6 \times 5 = 30$ m

চিত্র থেকে পাই,

উচ্চতা, $h = AD = 45$ m

৭ম তলার উচ্চতা, $BD = y_1 = 30$ m

৪র্থ তলার উচ্চতা, $CD = y_2 = 15$ m



৭ম তলা তথা B তে বিন্দুতে বিভবশক্তি,

$E_{P_B} = mgy_1$

$= 0.1 \times 9.8 \times 30$

$= 29.4$ J

এবং গতিশক্তি, $E_{K_B} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\{u^2 + 2g(45 - 30)\}$

$= mg \times 15 = 0.1 \times 9.8 \times 15 = 14.7$ J

মোট শক্তি, $E_{T_B} = (29.4 + 14.7) = 44.1$ J

৪র্থ তলা তথা C বিন্দুতে বিভবশক্তি,

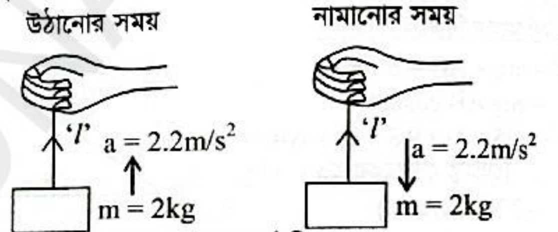
$E_{P_C} = mgy_2 = 0.1 \times 9.8 \times 15 = 14.7$ J

গতিশক্তি, $E_{K_C} = mg\,(45 - 15) = 0.1 \times 9.8 \times 30 = 29.4$ J

মোট শক্তি, $E_{T_C} = (14.7 + 29.4) = 44.1$ J

সুতরাং, ভবনটির ৭ম ও ৪র্থ তলায় বলটির মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকবে তথা শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৩১ একটি সুতার সাহায্যে 2kg ভরের একটি বস্তুকে ঝুলিয়ে বস্তুটিকে 2.2 m/s² সমত্বরণে 5m উপরে উঠানো হল এবং পরবর্তীতে নিচে নামানো হলো।



(ক) অশ্বক্ষমতার সাথে ওয়াটের সম্পর্ক কী?

(খ) অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতা বা সরণের সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর।

(গ) উপরে উঠানোর সময় সুতার টান কত? [সম্মিলিত বো. ১৮]

(ঘ) বস্তুটিকে উঠাতে বা নামাতে সুতার টান কর্তৃক বস্তুটির উপর কৃতকাজ কোন ক্ষেত্রে বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [সম্মিলিত বো. ১৮]

সমাধান:

ক এক অশ্বক্ষমতা, 1 HP = 746 W

খ কোনো বস্তুকে ওপর থেকে নিচে নামালে বা নিচ থেকে ওপরে উঠালে অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কাজ হয়। অর্থাৎ বস্তুকে ওপরে উঠানো বা নিচে নামানো যা কিছু করা হোক না কেন বস্তু সর্বদা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে একটি বল দ্বারা আকৃষ্ট হয়। পৃথিবীর এই আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল বলে।

h উচ্চতায় বস্তুটি তুলতে বা নামাতে অভিকর্ষ বল, $F = \frac{GMm}{R^2}$ দ্বারা কাজ হবে, W = Fh.

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R
ভর = M
বস্তুর ভর = m

∴ $W = \frac{GMm}{R^2} \times h$ এখানে, $\frac{GMm}{R^2}$ = ধ্রুব রাশি।

সুতরাং অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতা বা সরণের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $W \propto h$ **(Ans.)**

গ চিত্রানুযায়ী, $a = 2.2$ ms⁻² ত্বরণে উপরে উঠলে লব্ধি বল,

$\sum F = ma$

$\Rightarrow T - mg = ma$ [T = সুতার টান]

$\Rightarrow T = ma + mg = m(2.2 + 9.8) = 2 \times 12$

∴ $T = 24$ N **(Ans.)**

ঘ বস্তুটিকে উপরে উঠানোর সময় টান বল, $T_1 = 24$ N

$\therefore$ টান বল দ্বারা কাজ, $W_1 = T_1 \times h = 24 \times 5 = 120$ J

বস্তুটিকে নিচে নামানোর সময় টান বল, T_2

$\sum F = ma$

$\Rightarrow mg - T_2 = ma$

$\Rightarrow T_2 = mg - ma = m(g - a) = 2 \times (9.8 - 2.2) = 15.2$ N

$\therefore$ বস্তুটিকে নামানোর ক্ষেত্রে টান বল কর্তৃক বস্তুর উপর কৃতকাজ,

$W_2 = T_2 \times h = 15.2 \times 5 = 76$ J

সুতরাং বস্তুটি উঠাতে কৃতকাজ বেশি হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩২ একটি সুউচ্চ অফিস বিল্ডিং-এ আরোহীসহ সর্বোচ্চ 400 kg ভরের ধারণ ক্ষমতা সম্পন্ন একটি লিফট দুইতলা হতে সাততলার মধ্যে ওঠা-নামা করে। বিল্ডিংটির প্রতিটি ফ্লোরের উচ্চতা 3m। উক্ত অফিসের একজনের ভর 45 kg এবং তিনি একদিন লিফটিতে চড়ে 2 ms^{-2} ত্বরণে উঠানামার সময় ওয়েট মেশিনে তার ওজন পরিমাপ করলেন। এক্ষেত্রে সর্বত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2}।

(ক) ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ কাকে বলে?

(খ) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল– ব্যাখ্যা কর।

(গ) লিফটিকে দুই তলা হতে সাত তলায় 2 ms^{-1} সমবেগে উঠাতে সর্বনিম্ন কত অশ্ব ক্ষমতার একটি মোটরের প্রয়োজন হবে? [ঢা. বো. ১৭]

(ঘ) উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা গেল কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [ঢা. বো. ১৭]

সমাধান:

ক সময়ের প্রেক্ষিতে বলের মান ও দিক পরিবর্তন না হলে তাকে ধ্রুব বল বলে। এই বল দ্বারা কাজই হলো ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ।

খ কোনো একটি কণা একটি পূর্ণচক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূণ্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে স্প্রিং এর একপ্রান্তে সংযুক্ত বস্তুটিকে x_1 অবস্থান হতে x_2 অবস্থানে আনতে কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$।

যদি কণাটির আদি সরণের মান (x_1) এবং শেষ সরণের মান (x_2) থেকে বড় হয় তাহলে স্প্রিং বলের দ্বারা কৃতকাজের মান ধনাত্মক হবে। কিন্তু শেষ সরণের মান (x_2) যদি আদি সরণের মান (x_1) এর চেয়ে বড় হয় তাহলে কৃতকাজের মান ঋণাত্মক হবে। অর্থাৎ বস্তুটিকে x_1 হতে x_2 অবস্থানে নিয়ে পুনরায় x_2 হতে x_1 অবস্থানে ফিরিয়ে আনলে উভয়ক্ষেত্রের কৃতকাজের মান সমান ও বিপরীতচিহ্ন যুক্ত হয়। ফলে স্প্রিং দ্বারা সম্পাদিত মোট কাজ শূন্য হয়। তাই বলা যায়, স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল।

গ সমবেগে উঠায় ত্বরণ শূন্য।

আমরা জানি, $P = Fv = m(g + a)v = m(9.8 + 0) \times 2$

$= 400 \times 9.8 \times 2 = 7840$ W $= 10.51$ HP **(Ans.)**

ঘ ব্যক্তিটির প্রকৃত ওজন, $W = mg = 45 \times 9.8 = 441$ N

লিফটে উপরে উঠার সময় ওজন, $W_1 = m(g + a) = 45(9.8 + 2)$

$= 531$ N

লিফট নিচে নামার সময় ওজন, $W_2 = m(g - a) = 45(9.8 - 2)$

$= 351$ N

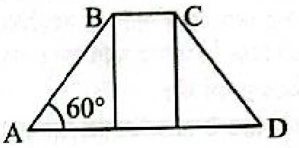
$\therefore$ উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায় নি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৩ চিত্রে প্রদর্শিত AB মই বেয়ে 30 kg ভরের একটি বালক উপরে উঠে এবং CD আনত তল বেয়ে নিচে নেমে আসে। তলের ঘর্ষণ বল 50 N।

চিত্রে, AB = 4 m

BC = 1 m

এবং CD = 5 m



(ক) গতীয় ঘর্ষণ কাকে বলে? [চ. বো. ১৫]

(খ) দেখাও যে, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান। [চ. বো. ১৫]

(গ) বালকটি A হলে C বিন্দুতে পৌঁছতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ হিসাব করো। [চ. বো. ১৫]

(ঘ) CD পথে নামার সময় বালকটির ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের চেয়ে কম না বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। [চ. বো. ১৫]

সমাধান:

ক একটি বস্তু যখন অন্য একটি তল বা বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল হয় অর্থাৎ দুইটি স্পর্শতলের মধ্যে যখন আপেক্ষিক গতি বিদ্যমান থাকে তখন তাদের মধ্যে যে ঘর্ষণ ক্রিয়া করে তাকে গতীয় ঘর্ষণ বলে।

খ আমরা জানি, ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক বেগের গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

অর্থাৎ, জড়তার ভ্রামক I, কৌণিক বেগ ω এবং কৌণিক ভরবেগ L হলে,

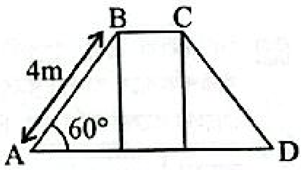
$L = I\omega$

এখন, একক সমকৌণিক বেগের ক্ষেত্রে $\omega = 1$

$\therefore L = I \times 1 = I$

অতএব, একক সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর জড়তার ভ্রামক এর কৌণিক ভরবেগের সমান।

গ A থেকে B যেতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ,



$W_1 = -mg \times 4\sin60°$

$= -30 \times 9.8 \times 4 \times \sin60°$

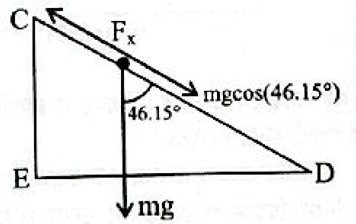
$= -1.018 \times 10^3$ J

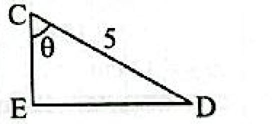
B থেকে C তে যেতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ = 0 J

$\therefore$ A থেকে C তে যেতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ

$= -1.018 \times 10^3$ J **(Ans.)**

ঘ





$\cos\theta = \frac{CE}{CD} = \frac{AB\sin60°}{CD}$

$\therefore \theta = 46.15°$

তলের ঘর্ষণ বল, F_x

$\sum F = ma$

$\Rightarrow mg\cos(46.15°) - F_x = ma$

$\Rightarrow a = \frac{mg\cos46.15° - F_x}{m}$

$= \frac{30 \times 9.8 \times 0.693 - 50}{30}$

$= 5.123$ ms^{-2}

$\therefore$ CD পথে নামার সময় ত্বরণ অভিকর্ষজ ত্বরণের তুলনায় কম হবে।

(Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৩৪ ইফতি টেবিলের ওপর রেখে একটি স্প্রিং সংকুচিত ও প্রসারিত করে খেলছিল। সে স্প্রিংটি স্বাভাবিক অবস্থান থেকে 5 cm সংকুচিত করলো। তারপর 1.8 kg ভর এক প্রান্তে লাগিয়ে সংকুচিত স্প্রিংটি ছেড়ে দিল। স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক $340\ Nm^{-1}$। তলের ঘর্ষণ বল 0.05 N।

(ক) অভিকেন্দ্র বল কী?

(খ) পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৭]

(গ) স্প্রিংটি সংকুচিত করতে ইফতিকে কতটুকু কাজ করতে হয়েছে?

(ঘ) স্প্রিংটি ছেড়ে দেয়ার পর 6 cm দূরের দেয়ালকে স্পর্শ করবে কিনা- গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে যাচাই করো।

সমাধান:

ক যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে চলতে থাকে এবং যে বল সবসময় বস্তুর গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে তাকে অভিকেন্দ্র বল বা কেন্দ্রমুখী বল বলে।

খ পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক হবে। অর্থাৎ, পড়ন্ত বস্তুর অভিমুখ পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী হওয়ায় মুক্তভাবে পড়ন্ত কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল অভিকর্ষ বলের দিকে।

ধরি, h উচ্চতা থেকে পড়ন্ত কোন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল, F

সুতরাং কৃতকাজ, $W = Fh\cos 0°$

$W = mgh$ [F = বস্তুর ওজন তথা অভিকর্ষ বল]

অর্থাৎ, অভিকর্ষ বল ও সরণের অভিমুখ একই হওয়ায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক।

গ স্প্রিংটিকে সংকুচিত করতে কৃতকাজ,

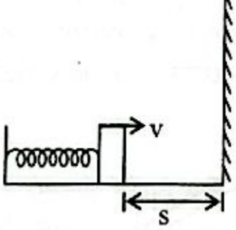
$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 340 \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 = 425 \times 10^{-3}\ J\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ 'গ' থেকে প্রাপ্ত, স্প্রিংটির সঞ্চিত বিভবশক্তি = 425×10^{-3} J যা গতিশক্তিরূপে পাওয়া যাবে।

যেহেতু তলের ঘর্ষণ বল, F_x

সুতরাং $\frac{1}{2}mv^2 = F_x \times s$

$$\Rightarrow s = \frac{F_x}{425 \times 10^{-3}}$$
$$= \frac{0.05}{425 \times 10^{-3}}$$
$$= 0.12\ m$$



$\therefore s = 12\ cm$

দেখা যাচ্ছে, বস্তুটি 12 cm দূর পর্যন্ত যেতে পারে। যেহেতু দেয়ালটি 6 cm দূরে রয়েছে। তাই দেয়ালকে স্পর্শ করবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ৩৫ রাহাত একটি গাড়ি নিয়ে চিম্বুক পাহাড়ের গা ঘেঁষে নামছিলো। গাড়িটি উল্লম্বের সাথে 60° কোণে আনত এবং গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল অভিলম্ব প্রতিক্রিয়ার 0.2 গুণ। রাহাত $12.39\ ms^{-1}$ বেগে নিচে নামার সময় হঠাৎ সামনে একটি গাড়ি দেখতে পেল। এরপর সে ব্রেক করায় 30 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর গাড়িটি থেমে যায়। এখানে, গাড়ির ভর 600 kg।

(ক) স্থিতিস্থাপক বল কাকে বলে?

(খ) একটি স্প্রিংকে খন্ডিত করলে এর বল ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কী? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৩]

(গ) উদ্দীপকের গাড়িটির মোট শক্তি কত হবে?

(ঘ) উদ্দীপকের গাড়িটি শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলবে কি না? গাণিতিকভাবে যাচাই করো।

সমাধান:

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার পরিবর্তন ঘটানোর পর বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

খ স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য কেটে ছোট করলে এর স্প্রিং ধ্রুবক বৃদ্ধি পায়। স্প্রিং ধ্রুবক এর মান স্প্রিংটির উপাদানের স্থিতিস্থাপক ধর্ম ও জ্যামিতিক গঠনের উপর নির্ভর করে।

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{F}{x}$

আবার, স্প্রিং কেটে ছোট করলে একই বল F এর জন্য দৈর্ঘ্য প্রসারণ $x' < x$ হবে।

সুতরাং, $k' = \frac{F}{x'}$

অতএব, $k' > k$

$\therefore$ স্প্রিংটি খণ্ডিত করলে স্প্রিং ধ্রুবক বেশি হবে।

গ চিম্বুক পাহাড়ের চূড়ায়,

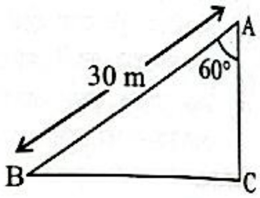
BC তলের সাপেক্ষে,

গাড়ির বিভবশক্তি,

$E_p = mg \times AC$

$= 600 \times 9.8 \times 30\cos 60°$

$= 88200\ J$



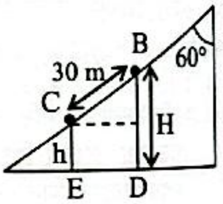
গাড়ির গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 600 \times 12.39^2 = 46053.63\ J$

$\therefore$ BC তলের সাপেক্ষে,

গাড়ির মোট শক্তি, $E = E_p + E_k = 88200 + 46053.63\ J$

$= 134253.63\ J$ **(Ans.)**

ঘ ধরি, B বিন্দুতে গাড়িটি অপর একটি গাড়িকে দেখামাত্র ব্রেক করে। B বিন্দুতে গাড়িটির মোট শক্তি, $E_{T_B} = E_{k_B} + E_{P_B}$



$= \frac{1}{2}mv^2 + mgH$ [∵ ধরি, H = 400 m]

$= \frac{1}{2} \times 600 \times (12.39)^2 + 600 \times 9.8 \times 400$

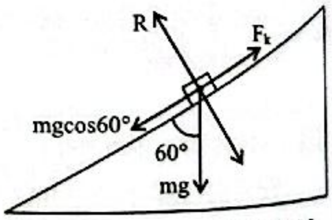
$= 2398053.63\ J$

গাড়ির অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া,

$R = mg\sin 60°$

$= 600 \times 9.8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 5092.23\ N$



$\therefore$ গাড়ির উপর ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল, $f = 0.2\ R = 0.2 \times 5092.23\ N$

$= 1018.45\ N$

ব্রেক করার ফলে গাড়ির মন্দন, $a = \frac{v^2 - 0^2}{2 \times 30} = \frac{12.39^2}{2 \times 30} = 2.56\ ms^{-2}$

ব্রেকজনিত বল, F হলে,

$\Rightarrow ma = F + f - mg\cos 60°$

$\Rightarrow F = ma + mg\cos 60° - f$

$= (600 \times 2.56) + (600 \times 9.8 \times \cos 60°) - 1018.45$

$= 3457.55\ N$

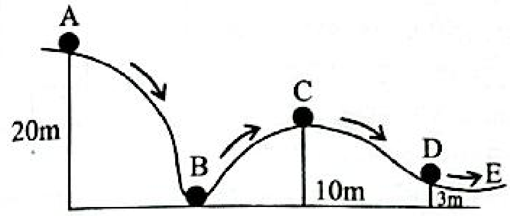
ঘর্ষণ বল দ্বারা ব্যয়িত শক্তি, $U_1 = 1018.45 \times 30 = 30553.5$ J
ব্রেকজনিত বল দ্বারা ব্যয়িত শক্তি, $U_2 = 3457.55 \times 30 = 103726.5$J
এখন, চিত্রানুযায়ী C বিন্দুতে গাড়িটি স্থির হওয়ায় গতিশক্তি = 0
এবং বিভবশক্তি,

$$E_{P_C} = mg(H - 30\cos60°) \quad [\because h = H - 30\cos60°]$$
$$= 2263800$$

মোট শক্তি, $E_{P_C} = (2263800 + 30553.5 + 103726.5)$ J
$= 2398080$ J

সুতরাং দেখা যাচ্ছে, B বিন্দুতে মোট শক্তি এবং C বিন্দুতে মোট শক্তি সমান। অতএব, শক্তির সংরক্ষণশীলতা মেনে চলে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৬ 100 kg ভরের একটি বস্তু Sliding rid এর A বিন্দু হতে 10 ms^{-1} বেগে চিত্রে প্রদর্শিত আঁকা বাঁকা পথে চলছে। DE পথে বাধাদানকারী বল (ঘর্ষণ বল) 588 N।



(ক) জুল কাকে বলে?
(খ) কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৭]
(গ) উদ্দীপকের পথের A ও B বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি নির্ণয় কর।
(ঘ) DE = 50 m হলে বস্তুটি E বিন্দুতে পৌঁছাবে কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর উপর 1 N বল প্রয়োগে 1 m সরণ ঘটলে সে বল দ্বারা 1 জুল কাজ হয়েছে বলা হয়।

খ একটি বস্তুর ওপর কোনো বল ক্রিয়া করায় যদি বলের অভিমুখে বস্তুটির সরণ ঘটে তাহলে ক্রিয়াশীল বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।
একটি বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘোরালে কোনো কাজ হয় না। কারণ এক্ষেত্রে বলের দিক কেন্দ্র অভিমুখী এবং সরণের দিক বস্তুর অবস্থানের বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। অর্থাৎ বল এবং সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°।
$\therefore W = F s\cos90° = 0$
সুতরাং, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান একটি বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়।

গ A বিন্দুতে, $E_k = \frac{1}{2}mv_A^2$
$= \frac{1}{2} \times 100 \times 10^2$
$= 5000$ J

$E_p = mgh_A$
$= 100 \times 9.8 \times 10$
$= 19600$ J

$\therefore E_{T_A} = (5000 + 19600) = 24600$ J

B বিন্দুতে, $E_p = mgh_B$
$= 100 \times 9.8 \times 0$
$= 0$ J

$v_B^2 = u^2 + 2gh_A$
$= 10^2 + 2 \times 9.8 \times 20$
$= 492\ m^2s^{-2}$

$E_k = \frac{1}{2}mv_B^2$
$= \frac{1}{2} \times 100 \times 492$
$= 24600$ J

$\therefore E_{T_B} = (0 + 24600) = 24600$ J **(Ans.)**

ঘ শক্তির সংরক্ষণশীলতা অনুযায়ী,
A বিন্দুতে মোট শক্তি = D বিন্দুতে মোট শক্তি
$\Rightarrow E_{P_A} + E_{K_A} = E_{P_D} + E_{K_D}$
$\Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_D + \frac{1}{2}mv_D^2$
$\Rightarrow 9.8 \times 20 + \frac{1}{2} \times 10^2 = 9.8 \times 3 + \frac{1}{2}v_D^2$
$\Rightarrow v_D = 20.813\ ms^{-1}$
এখন,
$f = ma = m\frac{v_D^2 - 0^2}{2s}$
$\Rightarrow 588 = 100 \times \frac{20.813^2}{2s}$
$\Rightarrow s = 36.835\ m < DE$
সুতরাং, বস্তুটি E বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবে না। **(Ans.)**

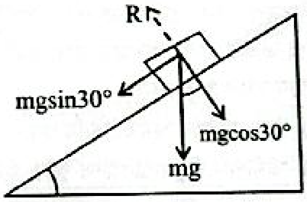
প্রশ্ন ▶ ৩৭ 2000 kg ভরের একটি গাড়ি ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 16 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক প্রয়োগ করায় গাড়িটি 40 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে যায়।
(ক) স্প্রিং বল কী?
(খ) একটি বস্তুর ভরবেগ 200% বৃদ্ধি করলে এর গতিশক্তি কতগুণ পরিবর্তিত হবে?
(গ) গাড়িটির আনত তলের প্রতিক্রিয়া হিসাব কর।
(ঘ) কাজ শক্তি উপপাদ্য প্রয়োগ করে গাড়িটির ওপর গতি প্রতিরোধকারী বল বের কর।

সমাধান:

ক কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে স্প্রিং বল বলে।

খ আমরা জানি, $E_K = \frac{p^2}{2m}$
পরিবর্তিত ভরবেগ, $p' = p + 200\%\ p = 3\ p$
অর্থাৎ, পরিবর্তিত গতিশক্তি, $E_K' = \frac{(3p)^2}{2m} = \frac{9p^2}{2m} = 9E_K$
$\therefore$ গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে $= \frac{9E_K - E_K}{E_K} \times 100\% = 800\%$

গ $R = mg\cos30°$
$= 2000 \times 9.8 \times \cos30°$
$= 16974.097$ N **(Ans.)**

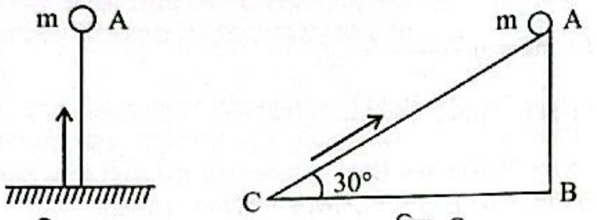


ঘ কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে,
কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন
$\Rightarrow W + mg\sin30° s = E_k - E_{k_0}$
$\Rightarrow W = E_k - E_{k_0} - mg\sin30° s$
$\Rightarrow W = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) - mg\sin30° s$
$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 2000 \times (0 - 16^2) - 2000 \times 9.8 \times \sin30° \times 40$
$\Rightarrow W = -256000 - 392000 \quad \Rightarrow Fs = -648000$
$\Rightarrow F = \frac{-648000}{40} \quad \therefore F = -16200$ N
(– ve) চিহ্ন গতি প্রতিরোধকারী বল নির্দেশ করে। **(Ans.)**

সৃজনশীল অংশ (Practice)

প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

১ উভয় চিত্রেই AB = 30 m এবং বস্তুটির ভর একই। P-চিত্রে BA পথে এবং Q চিত্রে CA পথে বস্তুটিকে উপরে তোলা হচ্ছে।

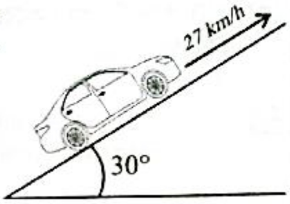


চিত্র: P   চিত্র: Q

(গ) **P-চিত্রে কত উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি এর বিভবশক্তির $\frac{2}{3}$ অংশ হবে?** [উত্তর: 18 m]

(ঘ) **উদ্দীপকে উল্লেখিত চিত্রদ্বয়ের কোন পথে বস্তুটিকে উপরে তোলা সহজ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।** [উত্তর: CA পথে]

২ চিত্রের গাড়িটি 27 kmh^{-1} বেগে 30° কোণে আনত ফ্লাইওভারে উঠছে। হঠাৎ গাড়িটির ইঞ্জিন বন্ধ হয়ে গেল।
[যেখানে, ঘর্ষণ গুণাঙ্ক, $\mu_k = 0.3$ গাড়ির ভর 1000 kg]



(গ) **ইঞ্জিন বন্ধ হওয়ার পর, গাড়িটি ফ্লাইওভারের উপরে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?** [উত্তর: 3.777 m]

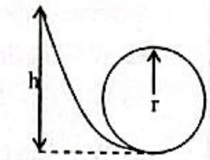
(ঘ) **উদ্দীপকের ব্যবস্থাটি শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলে কি? গাণিতিকভাবে যুক্তি দাও।** [উত্তর: মেনে চলবে]

৩ 100 m গভীরতা ও 12 m ব্যাসের সিলিন্ডার আকৃতির একটি ট্যাংক সম্পূর্ণ পানি দ্বারা পূর্ণ আছে। একটি পাম্প 1 ঘণ্টায় ট্যাংকটি পানি শূন্য করতে পারে। এক-তৃতীয়াংশ পানি উত্তোলনের পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে যাওয়ায় 3 গুণ বেশি ক্ষমতা সম্পন্ন অপর একটি পাম্প ব্যবহার করে অবশিষ্ট পানি উত্তোলন করে 10 ms^{-1} বেগে দূরের কোনো স্থানে ছুড়ে ফেলে।

(গ) **১ম পাম্পের ক্ষমতা নির্ণয় কর।** [উত্তর: 1.54 MW]

(ঘ) **উদ্দীপক অনুসারে পাম্প দুটির কৃতকাজের তুলনা কর।** [উত্তর: ২য় পাম্প দ্বারা কৃতকাজ ১ম পাম্প দ্বারা কৃতকাজের 8.6 গুণ]

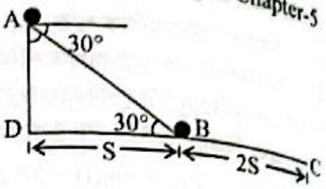
8 শিশুপার্কের একটি স্লাইড আছে যা দুটি অংশে বিভক্ত। প্রথম অংশ h উচ্চতা থেকে ঢালু একটি তল এবং ২য় অংশে রয়েছে r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথ। m ভরের একটি বল সর্বোচ্চ বিন্দু থেকে পিছলিয়ে পড়া শুরু করলো।



(গ) **যদি h = 10 m হয় তবে বৃত্তাকার পথ স্পর্শ করার পূর্বে বলটির কৃতকাজ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 9.8 mJ]

(ঘ) **উদ্দীপকের বলটি পূর্ণচক্র ঘুরতে স্লাইডটির উচ্চতা বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধের সর্বনিম্ন 2.5 গুণ হতে হবে, এটা সম্ভব কি? তোমার মতামত দাও।** [উত্তর: সম্ভব]

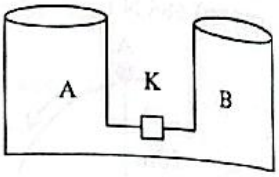
৫ দুটি নিরেট গোলকের প্রতিটির ব্যাসার্ধ 10 cm এবং ভর 1.8 kg। ১ম টি A বিন্দু হতে গড়িয়ে AB ঢালু পথে B অবস্থানে স্থির থাকা দ্বিতীয় গোলকের সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটায় এবং দ্বিতীয়গোলকটি গড়িয়ে চলে C বিন্দুতে পৌঁছে থেমে যায়। S = 10m এবং $g = 10\ ms^{-2}$।



(গ) **AB পথে ঘর্ষণ বল দ্বারা কাজ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 23.28 J]

(ঘ) **প্রথম ও দ্বিতীয় গোলকের উপর ক্রিয়াশীল টর্কের মানের তুলনা কর।**
[উত্তর: ১ম গোলকের উপর ক্রিয়াশীল টর্ক 0.2 Nm এবং ২য় গোলকের উপর ক্রিয়াশীল টর্ক, 0.1152 Nm। অতএব ২য় গোলকের ক্ষেত্রে টর্কের মান বেশি।]

৬ চিত্রের A ও B কুয়া দুইটি পানি পূর্ণ এবং এদের সংযোগ চাবি (K) বন্ধ অবস্থায় আছে। দুটি পাম্প পৃথকভাবে কুয়া দুটিকে একই সময়ে (20 min) খালি করতে পারে। পাম্প দুটি একত্রে চলার 10 min পর A কুয়ার পাম্পটি নষ্ট হয়ে যাওয়ায় কুয়া দুটির সংযোগ চাবি খুলে দিয়ে B কুয়ার পাম্প দ্বারা কুয়া দুটির অবশিষ্ট অংশ খালি করা হয়। কুয়া দুটির গভীরতা 10 m এবং এদের ব্যাস যথাক্রমে 3 m ও 5 m। A কুয়ার পাম্পের কর্মদক্ষতা 80%।



(গ) **A কুয়ার পাম্পটির অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর।** [উত্তর: 4.84 HP]

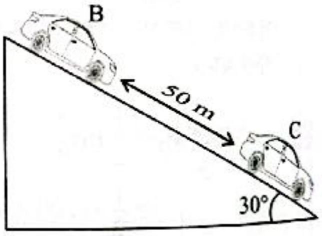
(ঘ) **B কুয়ার পাম্প দ্বারা উভয় কুয়ার অবশিষ্ট অংশে খালি করতে পূর্বের প্রদত্ত সময় অপেক্ষা বেশি সময় লাগবে। গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।**

৭ করিমের বাড়িতে 12 m গভীর 1.8 m ব্যাসের একটি পানিপূর্ণ কূপ খালি করার জন্য একটি পাম্প চালু করা হলো। কিন্তু দেখা গেল পানি শূন্য করতে পাম্পটির 21 মিনিট সময় লেগে গেল। করিম হিসাব করে দেখল যথাসময়ে কূপটিকে পানি শূন্য করতে 2 HP ক্ষমতার ইঞ্জিন প্রয়োজন।

(গ) **50 gm ভরের একটি বস্তুকে কূপের মুখে ছেড়ে দিলে পানিশূন্য অবস্থায় কূপের তলায় পৌঁছাতে বস্তুটির কত সময় লাগবে?** [উত্তর: 1.565 s]

(ঘ) **করিমের হিসাবের যথার্থতা যাচাই কর।** [উত্তর: যথার্থ নয়]

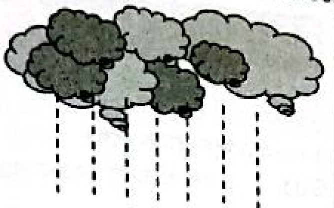
৮ আরিফ একটি বন্দুককে গুলি ছোড়ার জন্য এর ভিতরের স্প্রিংকে 4 cm সংকুচিত করে ছেড়ে দিলে এটি সাম্যাবস্থায় ফিরে যায় এবং গুলিটি সামনে রাখা একটি কাঠের বাক্সে 3 cm প্রবেশ করে থেমে যায়। শফিক 1500 kg ভরের একটি গাড়ি পাহাড়ী রাস্তায় 25 ms^{-1} বেগে চালাচ্ছিল। 50 m সামনে একটি গাছ দেখে ব্রেক কষে গাড়িটি গাছের ঠিক সামনে থামিয়ে দেয়।



(গ) **উদ্দীপকে উল্লেখিত বন্দুকের স্প্রিংটিকে দ্বিগুণ পরিমাণ সংকুচিত করলে গুলিটি কাঠের ব্লকে বর্তমান দূরত্বের কতগুণ ভেদ করতে পারবে নির্ণয় কর।** [উত্তর: 3 গুণ]

(ঘ) **উদ্দীপকে উল্লেখিত গাড়িটি পাহাড়ী রাস্তার B ও C বিন্দুতে (চিত্র) শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলে কিনা– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: মেনে চলবে]

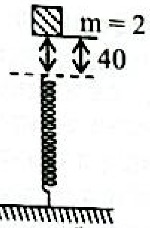
৯ 2 mm ব্যাসার্ধের একটি বৃষ্টির ফোঁটা 250 m উচ্চতা থেকে মাটির উপর পড়ছে। অন্যদিকে পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে 1.5 km উপরে কিছু পরিমাণ মেঘ আছে। ঐ মেঘ বৃষ্টিরূপে নেমে এসে ভূ-পৃষ্ঠে $1 \times 10^6 m^2$ স্থানে 1 cm গভীরতার পানি সৃষ্টি করতে পারে।



(গ) বৃষ্টির ফোঁটার উপর অভিকর্ষীয় বল কতটা কাজ করবে নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.0821 J]

(ঘ) পানি মেঘে পরিণত হতে 5×10^6 J এর বেশি কাজ সম্পন্ন করেছিল- উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর। [উত্তর: উক্তিটি সত্য নয়]

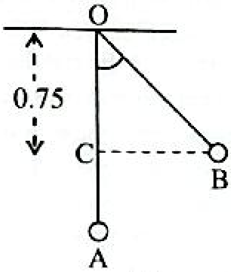
১০ 2 kg ভরের একটি ব্লককে স্থির অবস্থায় 40 cm উচ্চতা হতে একটি স্প্রিং এর উপর ফেলে দেওয়া হলো। স্প্রিংটির বল ধ্রুবক 1960 Nm^{-1}। স্প্রিংটি সর্বাধিক সংকুচিত হবে 10 cm।



(গ) স্প্রিংটিকে স্পর্শ করার সময় ব্লকটির বেগ কত? [উত্তর: $2.8 ms^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লেখিত শেষোক্ত উক্তিটির বক্তব্য গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [স্প্রিংটির সংকোচন 9 cm। অতএব বক্তব্যটি সঠিক নয়।]

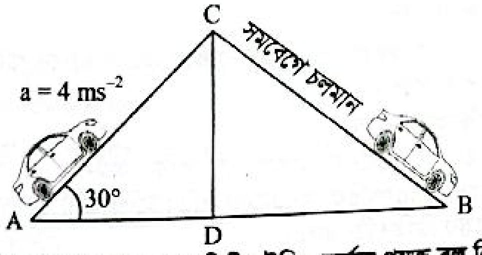
১১ মাহিবা তার বাসার ছাদে চিত্রের ন্যায় একটি দোলনায় নির্দিষ্ট কৌণিক বিস্তারে দুলছে। হঠাৎ বায়ু প্রবাহ শুরু হলে A অবস্থান অতিক্রমের মুহূর্তে বায়ুর বাধাজনিত কারণে গতিশক্তি 10% হ্রাস পায়। মাহিবাসহ দোলনার ভর 50 kg। [OA = OB = 1 m]



(গ) B বিন্দুতে বিভবশক্তি নির্ণয় কর। [উত্তর: 122.5 J]

(ঘ) বায়ু প্রবাহের পূর্বে ও পরে সাম্যাবস্থান অতিক্রমকালে মাহিবা সমান টান অনুভব করেছে কিনা? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: সমান টান অনুভব করে নি। বায়ুপ্রবাহের পূর্বে টান ছিল 735 N এবং পরে 710.5 N.]

১২ 200 kg ভরের দুটি গাড়ি চিত্রের A ও B বিন্দু হতে পাহাড়ের শীর্ষবিন্দু C তে পৌঁছানোর উদ্দেশ্যে যাত্রা শুরু করল। পর্যবেক্ষক মাহরীন উভয় গাড়ির গতি পর্যবেক্ষণ করে বলল A বিন্দুর গাড়ির ইঞ্জিনটি বেশি কাজ সম্পাদন করবে। উভয় পথের ঘর্ষণ গুনাঙ্ক 0.4। [CD = 10 m; AC = BD = 20 m]



(গ) AC পথে ঘর্ষণ উপেক্ষা করে গাড়িটির ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত বল নির্ণয় কর। [উত্তর: 1780 N]

(ঘ) মাহরীনের পর্যবেক্ষণ সঠিক ছিল কিনা? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: পর্যবেক্ষণ সঠিক]

১৩ শরীরের অতিরিক্ত 3 kg চর্বি ঝরাতে ইচ্ছুক এক ব্যক্তি ব্যায়াম করার সময় 50 kg ভরের একটি বস্তুকে প্রতিবার 2 m উচ্চতায় উত্তোলন করেন। এরূপ তিনি দিনে 1000 বার করেন। উল্লেখ্য শরীরের প্রতি কেজি চর্বি 4×10^7 J শক্তি সরবরাহ করে। ব্যায়ামের সময় এই শক্তি 40% দক্ষতায় যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

(গ) অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে 1 দিনে কৃতকাজের পরিমাণ কত? [উত্তর: 9.8×10^5 J]

(ঘ) দুই মাসে উক্ত ব্যক্তি তার লক্ষ্য পূরণ করতে পারবেন কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [উত্তর: করতে পারবেন]

১৪ রাজশাহী সরকারি সিটি কলেজের পদার্থবিজ্ঞান ব্যবহারিক ক্লাসে একজন শিক্ষার্থী একটি স্প্রিং এ 500 gm ভর ঝুলালে 10 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণ এবং 1 kg ভর ঝুলালে 15 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণ দেখা যায়।

(গ) উদ্দীপকের তথ্যানুযায়ী উভয় ক্ষেত্রে স্প্রিং ধ্রুবকের মান বের কর। [উত্তর: 49 Nm^{-1} এবং 65.33 Nm^{-1}]

(ঘ) প্রথম ও দ্বিতীয় ভরের ক্ষেত্রে স্প্রিংটির সঞ্চিত শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [উত্তর: 0.49 J পরিবর্তিত হবে]

১৫ 150 cm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি পানিপূর্ণ কূয়াকে 577 Watt এর একটি পাম্প 1500 sec এ পানি শূন্য করতে পারে। একজন লোক কূয়াটিতে 0.5 HP এর আরেকটি পাম্প একসাথে যুক্ত করে পূর্ববর্তী সময়ের অর্ধেক সময়ে পূর্ণ কুয়ার তিন-চতুর্থাংশ পানি খালি করতে চাইলো।

(গ) কুয়াটির গভীরতা নির্ণয় কর। [উত্তর: 5 m]

(ঘ) লোকটির উদ্দেশ্য সফল হবে কিনা? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: সফল হবে]

১৬ একটি ইঞ্জিন 10^6 kg ভরের একটি ট্রেনকে অনুভূমিকের সাথে 1.17° ঢালুপথে 36 kmh^{-1} সমবেগে টেনে উপরে তুলছে। ধরো, ঘর্ষণজনিত বাধা 1000 N এবং g = 9.8 ms^{-2}. এক ব্যক্তি উক্ত ইঞ্জিনকে 500 m গভীর কুয়া থেকে মিনিটে 1000 kg পানি তোলার কাজে ব্যবহার করতে চায়।

(গ) ইঞ্জিনটির বল নির্ণয় কর। [উত্তর: 2.011×10^5 N]

(ঘ) উদ্দীপক অনুযায়ী ইঞ্জিনটি পানি তুলতে সক্ষম হবে কিনা যাচাই কর। [উত্তর: সক্ষম হবে]

১৭ একটি কুয়ার গভীরতা এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 12 m ও 3.5 m, একটি ইঞ্জিন ৩ মিনিটে কুয়ার সম্পূর্ণ পানি খালি করতে পারে। পরবর্তীতে ইঞ্জিনটি 1000 kg ভরের একটি গাড়িতে পরীক্ষামূলকভাবে যুক্ত করা হল।

(গ) কুয়ার পানি খালি করার ক্ষেত্রে ইঞ্জিন দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ হিসাব কর। [উত্তর: 2.715×10^7 J]

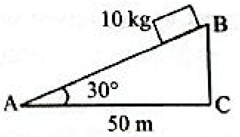
(ঘ) 3 সেকেন্ড সময়ের মধ্যে স্থির অবস্থা হতে 18 ms^{-1} বেগ অর্জন করা ঐ গাড়ির পক্ষে সম্ভব কিনা? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: সম্ভব]

১৮ রায়হান 950 kg ভরের একটি গাড়ি নিয়ে $\frac{1}{50}$ ঢাল বিশিষ্ট পাহাড় 40 km h^{-1} বেগে উঠেছে। পাহাড়ের গায়ের সাথে গাড়ির চাকার ঘর্ষণ গুণাংক 0.3, রায়হানের ভর 50 kg।

(গ) রায়হানের উপর প্রযুক্ত অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বল কত? [উত্তর: 489.9 N]

(ঘ) গাড়িটির ক্ষমতা কত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে দেখাও। [উত্তর: 46.7 HP]

১৯ AB হলো ঘর্ষণযুক্ত তল। 30° কোণের জন্য তলের উপরস্থ বস্তুটি কেবল গতিশীল হওয়ার উপক্রম হয়। গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্কের 70%।



(গ) B বিন্দুতে বস্তুটির বিভব শক্তি নির্ণয় কর। [উত্তর: 2829 J]

(ঘ) কোণের মান 15° বৃদ্ধি করলে B হতে A বিন্দুতে আসতে বস্তুর গতিশক্তির কেমন পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: 1535.09 J পরিবর্তন হবে]

২০ A, B ও C তিনটি কুয়া। A কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 4 m। কুয়াটিকে 20 min এ পানি শূন্য করতে 6.87 HP এর একটি পাম্প লাগানো হলো। অর্ধেক পানিশূন্য করার পর পাম্পটি নষ্ট হয়ে গেল। B কুয়ার গভীরতা 12 m এবং ব্যাস 8 m। অপরদিকে C কুয়ার গভীরতা 15 m এবং ব্যাস 6 m।

(গ) কত সময় পর প্রথম পাম্পটি নষ্ট হয়েছিল– নির্ণয় কর। [উত্তর: 5 min]

(ঘ) 5 H.P. ক্ষমতার ইঞ্জিন দ্বারা B ও C কুয়ার মধ্যে কোনটিকে আগে পানিশূন্য করা যাবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: C কুয়াটিকে আগে পানিশূন্য করা যাবে।]

২১ 500 kg ভরের একটি গাড়ি উল্লম্বের সাথে 70° কোণে আনত রাস্তা ধরে 10 ms^{-1} বেগে নামার সময় চালক ব্রেক করলে 40 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর গাড়িটি থেমে গেল। রাস্তার ঘর্ষণ বল 50 N.

(গ) গাড়িটি থামাতে প্রযুক্ত বলের মান কত? [উত্তর: 2250.9 N]

(ঘ) উদ্দীপকে সংরক্ষণশীলতার নীতি রক্ষিত হবে কী? গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: রক্ষিত হবে]

২২ 2000 kg ভরের একটি গাড়ি ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 16 ms^{-1} বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক প্রয়োগ করায় গাড়িটি 40 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে যায়।

(গ) গাড়িটির আনত তলের প্রতিক্রিয়া হিসাব কর। [উত্তর: 16974.1 N]

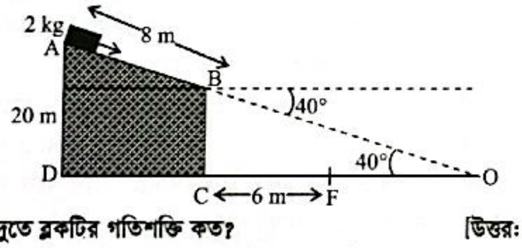
(ঘ) কাজ শক্তি উপপাদ্য প্রয়োগ করে গাড়িটির ওপর গতি প্রতিরোধকারী বল বের কর। [উত্তর: 16175 N]

২৩ শ্রেণী শিক্ষকের সাথে একজন ক্যাডেট দৌড়াচ্ছে। ক্যাডেটের ভর শিক্ষকের ভরের অর্ধেক কিন্তু শিক্ষকের গতিশক্তি ক্যাডেটের গতিশক্তির অর্ধেক। যদি শিক্ষক তার বেগ 1 ms^{-1} বৃদ্ধি করেন তবে দু'জনের গতিশক্তি সমান হয়।

(গ) যখন তাদের গতিশক্তি সমান হয় তখন কার ভরবেগ বেশি হবে– নির্ণয় কর। [উত্তর: শিক্ষকের ভরবেগ ক্যাডেটের ভরবেগের চেয়ে বেশি।]

(ঘ) উদ্দীপক হতে শ্রেণী শিক্ষক এবং ক্যাডেটের আদিবেগ গাণিতিকভাবে নির্ণয় কর। [উত্তর: শ্রেণি শিক্ষক এবং ক্যাডেটের আদিবেগ যথাক্রমে 2.41 ms^{-1} এবং 4.82 ms^{-1}]

২৪ চিত্রে ABCD দেয়ালের উপর 2 kg ভরের একটি ব্লক তল বেয়ে B বিন্দুতে এসে ভূমিতে পতিত হয়।



(গ) B বিন্দুতে ব্লকটির গতিশক্তি কত? [উত্তর: 100.8 J]

(ঘ) B ব্লকটি ভূমিতে 6 m দূরত্বে F বিন্দুতে অবস্থিত একজন লোককে আঘাত করবে কি না– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: করবে না]

২৫ একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 10 m এবং ব্যাস 4 m। কুয়াটি 20 min এ পানিশূন্য করতে 6.87 HP এর একটি পাম্প লাগানো হলো। কিন্তু অর্ধেক পানিশূন্য করার পর পাম্পটি নষ্ট হওয়ায় অন্য একটি পাম্প লাগানো হলো এবং নির্ধারিত সময়ে কুয়াটি পানিশূন্য করা হলো।

(গ) ১ম পাম্পটি কত সময় পর্যন্ত কাজ করেছিল? [উত্তর: 5 min]

(ঘ) ১ম এবং ২য় পাম্পের ক্ষমতা কি অভিন্ন? গানিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: উভয় ইঞ্জিনের ক্ষমতা 6.87 HP. ক্ষমতা অভিন্ন]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

কাজ

১। এক জুল কাকে বলে? [কু. বো. ২৪; সি. বো. ২৪; চ. বো. ২৪]

উত্তর: 1 N বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর 1 m সরণ হলে যে কাজ হয় তাকে এক জুল বলে।

২। ভেক্টর ও সমাকলন ব্যবহারে কাজের সংজ্ঞা দাও। [রা. বো. ২৫]

উত্তর: বল ভেক্টর ও স্থানচ্যুতি ভেক্টরের ডট গুণফলকে সমাকলন করলে মোট কাজ পাওয়া যায়। $W = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r}$

৩। ঋণাত্মক কাজ কী? [সি. বো. ২১; ব. বো. ১৯; দি. বো. ১৫]

উত্তর: বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের ক্রিয়ার বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের ঋণাত্মক উপাংশ থাকে তবে যে কাজ সম্পাদিত হয় তাকে ঋণাত্মক কাজ বলে।

৪। বলের দ্বারা কাজ কী?

উত্তর: বল প্রয়োগের ফলে বলের দিকে কিংবা বলের উপাংশের দিকে বস্তুর সরণ হয় তবে তাকে বলের দ্বারা কাজ বলে।

৫। কাজহীন বল কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুর সরণের লম্বদিকে ক্রিয়াশীল বল বস্তুর সরণের সময় কোনো কাজ করে না। এ ধরনের বলকে কাজহীন বল বলে।

৬। ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ কাকে বলে?

উত্তর: সময়ের প্রেক্ষিতে বলের মান ও দিক পরিবর্তন না হলে তাকে ধ্রুব বল বলে। এই বল দ্বারা কাজই ধ্রুব বল দ্বারা কৃতকাজ বলে।

৭। কাজ বলতে কী বুঝ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: বল প্রয়োগের ফলে কোন বস্তুর বলের দিকে সরণ ঘটলে কিংবা বলের উপাংশের দিকে সরণ হলে সেই বল দ্বারা কাজ হয়েছে বুঝানো হয়। উদাহরণস্বরূপ: ঠেলাগাড়ি চালক বল প্রয়োগ করে ঠেলাগাড়িকে সামনের দিকে নিয়ে চলে।

৮। জুল কাকে বলে?

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর 1 N বল প্রয়োগে 1 m সরণ ঘটলে সে বল দ্বারা 1 জুল কাজ হয়েছে বলা হয়।

গতিশক্তি ও বিভবশক্তি

৯। গতিশক্তি কাকে বলে? [রা. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য বা শক্তি লাভ করে তাকে বস্তুটির গতিশক্তি বলে।

১০। কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি লেখ। [ঢা. বো. ২৫, ১৮; চ. বো. ২৩; সি. বো. ১৮, ১৬; য. বো. ২৩, ২১, ১৯, ১৮, ১৫; দি. বো. ১৮; ব. বো. ১৫]

উত্তর: কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি হল– কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

১১। যান্ত্রিক শক্তি কী?

উত্তর: কোনো বস্তুর অবস্থান ও গতির কারণে এর মধ্যে যে শক্তি থাকে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।

১২। স্থিতিশক্তি কাকে বলে?

উত্তর: বস্তু তার অবস্থানের কারণে যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর স্থিতিশক্তি বলে।

১৩। যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি কাকে বলে? [য. বো. ১৭]

উত্তর: ঘর্ষণ বা অন্য কোনো অপচয়ী বলের (dissipative force) এর ক্রিয়ায় যদি কোনো শক্তির অপচয় না ঘটে তবে কোনো বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল সর্বদা ধ্রুব থাকে, অর্থাৎ বস্তুটির মোট যান্ত্রিক শক্তি ধ্রুব থাকে– একেই যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি বলে।

১৪। বিভবশক্তি কাকে বলে?

উত্তর: বস্তু তার অবস্থানের কারণে যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুটির বিভবশক্তি বলে।

স্প্রিং বল সংক্রান্ত

১৫। পরিবর্তনশীল বল কাকে বলে? [ব. বো. ২৪, ২৩]

উত্তর: সময়ের সাথে সাথে বলের মান বা দিকের পরিবর্তন হলে সেই বলকে পরিবর্তনশীল বল বলে।

১৬। সংরক্ষণশীল বল কী? [ম. বো. ২৪; রা. বো. ২৩; ম. বো. ২৩, ২১; রা. বো. ২১; দি. বো. ২১]

উত্তর: একটি বদ্ধ পথে কোনো বল দ্বারা মোট কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হলে সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

১৭। ভরকেন্দ্র কাকে বলে?

উত্তর: কোনো বস্তুর যে বিন্দুতে সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত থাকে সে বিন্দুকে ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

১৮। অসংরক্ষণশীল বলের সংজ্ঞা লেখ। [ম. বো. ২৫, ২৩; রা. বো. ২৩; ঢা. বো. ২১; রা. বো. ২১; দি. বো. ২১; ম. বো. ২১; ঢা. বো. ১৭; সি. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো বস্তুকে বলের প্রভাবে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে যদি মোট কাজের পরিমাণ শূন্য না হয় তবে ঐ বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

১৯। প্রত্যয়নী বল কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৩; ব. বো. ২১, ১৯; কু. বো. ১৫]

উত্তর: কোনো স্প্রিংকে দৈর্ঘ্য বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন প্রযুক্ত বলের বিপরীতে যে বলের উদ্ভব হয় তাকে প্রত্যয়নী বল বলে।

২০। স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? [সি. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো স্প্রিং এর যুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

২১। স্প্রিং বল কী? [সি. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে স্প্রিং বল বলে।

২২। স্থিতিস্থাপক বল কাকে বলে?

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার পরিবর্তন ঘটানোর পর বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা

২৩। কর্ম দক্ষতা কী? [য. বো. ২৫, ২১; ঢা. বো. ২৪; দি. বো. ২৩; ম. বো. ২২; ব. বো. ২২, ২১; চ. বো. ২২, ২১; সি. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তির অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

২৪। অশ্ব ক্ষমতা কাকে বলে? [য. বো. ২৪; কু. বো. ২২; রা. বো. ১৯; দি. বো. ১৭]

উত্তর: কোন ব্যক্তি বা যন্ত্রের প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব-ক্ষমতা বলে।

২৫। ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ লিখ। [রা. বো. ২১]

উত্তর: ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ, $[P] = [ML^2T^{-3}]$

২৬। কিলোওয়াট ঘণ্টা কী?

উত্তর: কাজ সম্পাদনকারী কোন ব্যক্তি বা যন্ত্র যদি এক ঘণ্টায় 1000 W ক্ষমতাসম্পন্ন কোন কাজ সম্পাদন করে তবে সেই কৃতকাজকে 1 কিলোওয়াট ঘণ্টা বলে।

২৭। অশ্বক্ষমতার সাথে ওয়াটের সম্পর্ক কী?

উত্তর: এক অশ্বক্ষমতা, 1 HP = 746 W

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

কাজ

১। শূন্য কাজ ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে যদি বস্তুর সরণ বল প্রয়োগের লম্বদিকে ঘটে থাকে তবে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হবে। এক্ষেত্রে বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$ হয়।

কৃতকাজ, $W = Fs\cos\theta = Fs\cos90° = 0$

উদাহরণস্বরূপ, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য, কেননা বলের অভিমুখে সরণের উপাংশ শূন্য বা বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90°। আবার বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ শূন্য হলেও কৃতকাজ শূন্য হবে।

২। বল ও সরণ শুন্য না হলেও কাজ শুন্য হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে যদি বস্তুর সরণ বল প্রয়োগের লম্বদিকে ঘটে থাকে তবে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হবে। এক্ষেত্রে বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 90°$ হয়।

∴ কৃতকাজ, $W = Fs\cos\theta = Fs\cos90° = 0$

উদাহরণস্বরূপ, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য, কেননা বলের অভিমুখে সরণের উপাংশ শূন্য বা বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90°। আবার বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ শূন্য হলেও কৃতকাজ শূন্য হবে।

৩। সমতলে হাঁটা অপেক্ষা সিঁড়ি দিয়ে হেঁটে উপরে উঠা কষ্টকর – ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো., য. বো. ২২]

উত্তর: সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠার সময় ব্যক্তিকে তার ওজন ও অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। কারণ বস্তুর ওজন ও মহাকর্ষ বল নিচে ক্রিয়াশীল থাকে। ফলে সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠতে কষ্ট হয়। কিন্তু সমতলে আমরা আনুভূমিক বরাবর হেঁটে থাকি এবং হাঁটার সময় আনুভূমিক বরাবর কোনো বাহ্যিক বল ক্রিয়াশীল থাকে না। ফলে সমতলে হাঁটা তুলনামূলক কম কষ্টকর।

৪। পৃথিবীর চারদিকে চাঁদ একবার ঘুরে আসলে কৃতকাজ কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২; ম. বো. ২১; সম্মিলিত বো. ১৮]

উত্তর: পৃথিবীর চারদিকে চাঁদ একবার ঘুরে আসলে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য। কেননা, বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে ওই বল দ্বারা কৃতকাজ বলা হয়।

পৃথিবী তার মহাকর্ষ বল দ্বারা চাঁদকে যেদিকে আকর্ষণ করবে, বৃত্তপথে ঘোরার সময় চাঁদের সরণ হবে সেদিকের লম্ব বরাবর। অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী আকর্ষণ বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ হবে 90°। ∴ $W = Fs\cos90° = 0$

সুতরাং, বৃত্তাকার পথে চাঁদ পৃথিবীর চারিদিকে ঘুরলেও কোনো কাজ হচ্ছে না।

৫। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৩, ২১; সি. বো. ২২; চ. বো., য. বো. ১৭]

উত্তর: একটি বস্তুর ওপর কোনো বল ক্রিয়া করায় যদি বলের অভিমুখে বস্তুটির সরণ ঘটে তাহলে ক্রিয়াশীল বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

একটি বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘুরালে কোনো কাজ হয় না। কারণ এক্ষেত্রে বলের দিক বৃত্তাকার পথের কেন্দ্র অভিমুখী এবং সরণের দিক বস্তুর অবস্থানের বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। অর্থাৎ বল এবং সরণের অন্তর্ভুক্ত কোণ 90°। ∴ $W = Fs\cos90° = 0$

সুতরাং, বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান একটি বস্তুর কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়।

৬। টর্ক ও কাজের মান এবং একক সমান হলেও ভিন্ন রাশি– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৯]

উত্তর: যদি বল প্রয়োগে কোন বস্তুর সরণ ঘটে, তবে সেই বলের মান ও উক্ত বল বরাবর সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।

অপরদিকে, টর্ক হলো নির্দিষ্ট অক্ষ সাপেক্ষে ঘূর্ণনশীল কোনো বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল ও ঐ অক্ষ হতে উক্ত বলের লম্ব দূরত্বের গুণফল। কাজ ও টর্ক এর মাত্রা ও একক সমান (একক Nm) কিন্তু এরা ভিন্ন রাশি। কারণ এদের সংজ্ঞা ও ব্যবহারিক প্রয়োগ ভিন্ন। তদুপরি, কাজ স্কেলার রাশি হলেও টর্ক ভেক্টর রাশি। কাজ, চলনগতি ও ঘূর্ণন গতি উভয় প্রকার গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হলেও, টর্ক কেবল ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

৭। অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতা বা সরণের সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: কোনো বস্তুকে ওপর থেকে নিচে নামালে বা নিচ থেকে ওপরে উঠালে অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কাজ হয়। অর্থাৎ বস্তুকে ওপরে উঠানো বা নিচে নামানো যা কিছু করা হোক না কেন বস্তু সর্বদা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে একটি বল দ্বারা আকৃষ্ট হয়। পৃথিবীর এই আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল বলে।

h উচ্চতায় বস্তুটি তুলতে বা নামাতে অভিকর্ষ বল, $F = \frac{GMm}{R^2}$ দ্বারা কাজ হবে, W = Fh.

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R
পৃথিবীর ভর = M
বস্তুর ভর = m

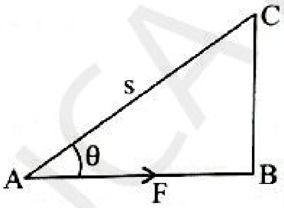
$\therefore W = \frac{GMm}{R^2} \times h$ এখানে, $\frac{GMm}{R^2}$ = ধ্রুব রাশি।

সুতরাং অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতা বা সরণের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $W \propto h$ **(Ans.)**

৮। ধ্রুব বল কর্তৃক কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $W = \vec{F}.\vec{s}$

উত্তর: মনে করি, একটি বস্তুর ওপর F পরিমাণ ধ্রুব বল AB অভিমুখে প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুটি বলের অভিমুখের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে s পরিমাণ দূরত্ব সরে C বিন্দুতে পৌছাল। তাহলে বলের ক্রিয়ারেখা বরাবর বস্তুর



সরণ = AB = s cosθ

∴ কৃতকাজ, W = বলের মান × বলের ক্রিয়ারেখা বরাবর সরণ

বা, W = Fs cosθ

ভেক্টর বীজগাণিতিকভাবে কাজকে নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা যায়,

$W = \vec{F}.\vec{s}$

৯। পড়ন্ত বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৭]

উত্তর: পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক হবে। অর্থাৎ, পড়ন্ত বস্তুর অভিমুখ পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী হওয়ায় মুক্তভাবে পড়ন্ত কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল অভিকর্ষ বলের দিকে।

ধরি, h উচ্চতা থেকে পড়ন্ত কোন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল, F

সুতরাং কৃতকাজ, W = Fh cos0° = mgh

অর্থাৎ, অভিকর্ষ বল ও সরণের অভিমুখ একই হওয়ায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ বল দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক।

গতিশক্তি ও বিভবশক্তি

১০। গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হয়– ব্যাখ্যা কর। [য. বো., চ. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য লাভ করে তাকে গতিশক্তি বলে। m ভর এবং v বেগে গতিশীল কোনো বস্তুর গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

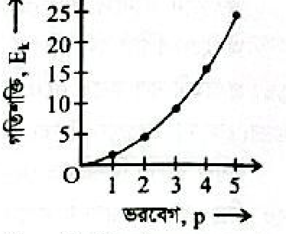
অর্থাৎ বস্তুর গতিশক্তির মান বস্তুর ভর এবং বেগের মানের উপর নির্ভরশীল। কিন্তু ভরের মান কখনো ঋণাত্মক কিংবা শূন্য হতে পারে না। তবে বেগের মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। যেহেতু গতিশক্তির সমীকরণে $E_k \propto v^2$ তাই বেগের মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হলেও গতিশক্তির মান সর্বদা ধনাত্মক হবে।

১১। কোনো বস্তুর গতিশক্তির সাথে ভরবেগের সম্পর্ক লেখচিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২৩, ২১]

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুর গতিশক্তি E_k এবং ভরবেগ p হলে,

গতিশক্তি, $E_k = \frac{p^2}{2m}$ $\therefore E_k \propto p^2$

অর্থাৎ গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক। লেখচিত্র অনুসারে, গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক হারে বৃদ্ধি পাচ্ছে। ভরবেগ যদি 2 গুণ, 3 গুণ, 4 গুণ ও 5 গুণ করা হয় তাহলে গতিশক্তিও যথাক্রমে 4 গুণ, 9 গুণ, 16 গুণ ও 25 গুণ হবে।



চিত্র: গতিশক্তি বনাম ভরবেগের গ্রাফ

১২। সরণ বনাম গতিশক্তির লেখচিত্রের ঢালটি বল নির্দেশ করে– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৩]

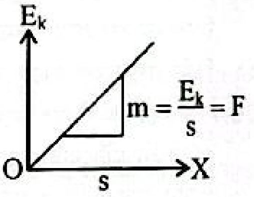
উত্তর: আমরা জানি, গতিশক্তি

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m(u^2 + 2as)$ [ধরি আদিবেগ, u = 0]

= mas

$\therefore E_k = Fs$ $[\because F = ma]$



এখন, Y অক্ষ বরাবর গতিশক্তি, E_k এবং X অক্ষ বরাবর সরণ, s বিবেচনা করি, যা y = mx সমীকরণ নির্দেশ করে যেখানে ঢাল, m

সুতরাং সরণ বনাম গতিশক্তির ঢাল বল নির্দেশ করে।

১৩। "কোনো বস্তুর গতিশক্তি 10 J"- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২১]

উত্তর: কোন বস্তু এর গতির দরুণ কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জন করে তাকে তার গতিশক্তি বলে। কোন বস্তুর গতিশক্তি 10 J বলতে বোঝায়, গতিশীল বস্তু থেমে যাওয়ার আগ পর্যন্ত 10 J কাজ করতে পারে।

অর্থাৎ, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ থেকে বলা যায় 5kg ভরের কোনো বস্তু $2ms^{-1}$ বেগে গতিশীল হলে, তার অর্জিত গতিশক্তি 10 J হবে।

১৪। একটি বস্তুর ভরবেগ 200% বৃদ্ধি করলে এর গতিশক্তি কতগুণ পরিবর্তিত হবে?

উত্তর: আমরা জানি, $E_K = \frac{p^2}{2m}$

পরিবর্তিত ভরবেগ, p′ = p + 200% p = 3 p

অর্থাৎ, পরিবর্তিত গতিশক্তি, $E_K' = \frac{(3p)^2}{2m} = \frac{9p^2}{2m} = 9E_K$

$\therefore$ গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে $= \frac{9E_K - E_K}{E_K} \times 100\% = 800\%$

স্প্রিং বল সংক্রান্ত

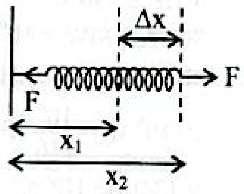
১৫। স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক হয় কেন? [ঢা. বো. ২৪; চ. বো. ২১]

উত্তর: ধরি, F বল প্রয়োগ করে একটি স্প্রিংকে x_1 হতে x_2 দৈর্ঘ্যে সম্প্রসারণ করা হলো।

ফলে স্প্রিং-এ F প্রত্যয়নী বল উদ্ভূত হবে।

∴ প্রত্যয়নী বল দ্বারা কৃতকাজ,

$$W = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$$



এখন, $|x_1| < |x_2|$ হলে, $W < 0$ হবে

স্প্রিং সম্প্রসারণের ক্ষেত্রে, $|x_1| < |x_2|$ হয়। সুতরাং স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃতকাজ ঋণাত্মক। অনুরূপভাবে স্প্রিং সংকোচনে $|x_1| < |x_2|$ হয়, ফলে স্প্রিং-এর সংকোচন ও প্রসারণ উভয় ক্ষেত্রেই স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক।

১৬। ক্রিয়া বল ও প্রতিক্রিয়া বল পরস্পরকে প্রশমিত করে না- ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

উত্তর: ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী হলেও তারা কখনো একে অপরকে প্রশমিত করে না। কারণ, এই দুই বল ভিন্ন ভিন্ন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। একই বস্তুর উপর না পড়ায় তারা বাতিল হয় না। এরা সবসময় যুগল আকারে থাকে এবং একই সঙ্গে উৎপন্ন হয়। যদি তারা প্রশমিত হতো, তবে কোনো বস্তুর গতি পরিবর্তন করা যেত না।

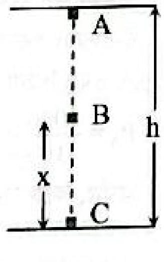
১৭। স্প্রিং ধ্রুবক $2200Nm^{-1}$ বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪; সি. বো. ২৪; রা. বো. ২২; ব. বো. ২১]

উত্তর: কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক $2200\ Nm^{-1}$ বলতে বোঝায়, সাম্যাবস্থান থেকে স্প্রিংটির মুক্ত প্রান্তের 1 m সরণ ঘটানো হলে স্প্রিং এর অভ্যন্তরে 2200 N মানের প্রত্যয়নী বল উদ্ভূত হয়। অর্থাৎ, ঐ অবস্থা বজায় রাখতে হলে বাইরে থেকে 2200 N বল স্প্রিং এর সরণের দিকে বা সাম্যাবস্থানের বিপরীতে প্রয়োগ করতে হবে।

১৮। সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে- ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৪]

উত্তর: ধরি, m ভরের একটি বস্তু অভিকর্ষ বলের প্রভাবে h উচ্চতা থেকে অবাধে নিচে পড়ছে। আমরা জানি, অভিকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল।

সর্বোচ্চ বিন্দু A তে, বস্তুর গতিশক্তি শূন্য ও বিভবশক্তি সর্বোচ্চ। সুতরাং মোট যান্ত্রিক শক্তি = সর্বোচ্চ বিভবশক্তি = mgh



অবাধে নামার সময় যেকোনো বিন্দু B তে,

মোট যান্ত্রিক শক্তি = বিভবশক্তি + গতিশক্তি

$$= mgx + \frac{1}{2}mv^2$$

$$= mgx + \frac{1}{2}m \times 2g(h - x) = mgh$$

আবার সর্বনিম্ন বিন্দু C তে মোট যান্ত্রিক শক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$

$$= \frac{1}{2}m\,(2gh)$$

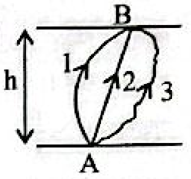
$$= mgh$$

∴ সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে।

১৯। সংরক্ষণশীল বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না- ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪; ম. বো. ২১]

উত্তর: ধরি, m ভরের কোনো বস্তুকে A বিন্দু হতে h উচ্চতার B বিন্দুতে নেয়া হলো। এক্ষেত্রে তিনটি ক্রিয়া ভিন্ন পথ 1, 2 এবং 3 ব্যবহার করা হলো। তিনটি ক্ষেত্রেই অভিকর্ষীয় বল সর্বদা খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এই বলের দিক বরাবর তিনটি ক্ষেত্রে সরণ h।

∴ উক্ত তিনটি ক্ষেত্রে সংরক্ষণশীল অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ = mgh



সুতরাং, অভিকর্ষ বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না। শুধুমাত্র বস্তুর আদি ও চূড়ান্ত অবস্থানের উপর নির্ভর করে।

অতএব, সংরক্ষণশীল বল বস্তুর গতিপথের উপর নির্ভর করে না।

২০। ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল- ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৫, ২১; ব. বো. ২১; দি. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে নির্দিষ্ট পথে ঘুরে আবার একই বিন্দুতে ফেরত আসলে বস্তুটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে। মহাকর্ষ বল ও তড়িৎ বলের ক্ষেত্রে এরূপ সম্ভব কারণ মহাকর্ষ ও তড়িৎ বলের দিক বস্তুর গতির দিকের ওপর নির্ভর করে না।

তবে ঘর্ষণ বলের দিক সর্বদা বস্তুর গতির বিপরীতে হয়। তাই বস্তুর চলার পথে ঘর্ষণ বল দ্বারা সর্বদা ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন হয়। তখন বস্তুটি আদি বিন্দুতে ফিরে আসলেও ঘর্ষণ বল দ্বারা মোট কৃতকাজ শূন্য নয়, বরং ঋণাত্মক একটি মান হয়। এ কারণে ঘর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল নয়।

২১। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং যুক্ত করার কারণ কী? [য. বো. ২৫; ম. বো. ২২; য. বো. ১৯; কু. বো. ১৬]

উত্তর: স্প্রিংযুক্ত খেলনা গাড়িকে পেছন দিকে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে গতিশীল হয়। কারণ, যখন গাড়িটিকে পেছনের দিকে টানা হয় গাড়িতে লাগানো স্প্রিংটি সংকুচিত হয়, ফলে স্প্রিং-টিতে আকার পরিবর্তনের দরুন কাজ স্থিতিশক্তিতে সঞ্চিত হয়। পরে গাড়িটি ছেড়ে দিলে স্প্রিং প্রসারিত হয় এবং সঞ্চিত স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে গাড়িটি সামনের দিকে গতিশীল হয়।

২২। সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য লেখ?

উত্তর: সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বলের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো:

সংরক্ষণশীল বল	অসংরক্ষণশীল বল
i. কোনো কণা একটি পূর্ণচক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হয়।	i. কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের পরিমাণ শূন্য হয় না।
ii. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কোনো কণার ওপর কৃতকাজ কণাটির গতিপথের ওপর নির্ভর করে না, কেবল কণার আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের ওপর নির্ভর করে।	ii. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কোনো কণার ওপর কৃতকাজ কণাটির আদি অবস্থান, শেষ অবস্থান ও কণার গতিপথের ওপর নির্ভর করে।
iii. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব।	iii. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়।

২৩। একটি স্প্রিংকে খন্ডিত করলে এর বল ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কী? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৩]

উত্তর: স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য কেটে ছোট করলে এর স্প্রিং ধ্রুবক বৃদ্ধি পায়। স্প্রিং ধ্রুবক এর মান স্প্রিংটির উপাদানের স্থিতিস্থাপক ধর্ম ও জ্যামিতিক গঠনের উপর নির্ভর করে।

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{F}{x}$

আবার, স্প্রিং কেটে ছোট করলে একই বল F এর জন্য দৈর্ঘ্য প্রসারণ $x' < x$ হবে।

সুতরাং, $k' = \frac{F}{x'}$

অতএব, $k' > k$

∴ স্প্রিংটি খণ্ডিত করলে স্প্রিং ধ্রুবক বেশি হবে।

২৪। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল- ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: কোনো একটি কণা একটি পূর্ণচক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির উপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূণ্য হয়, সেই বলকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে স্প্রিং এর একপ্রান্তে সংযুক্ত বস্তুটিকে x_1 অবস্থান হতে x_2 অবস্থানে আনতে কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$।

যদি কণাটির আদি সরণের মান (x_1) এবং শেষ সরণের মান (x_2) এর থেকে বড় হয় তাহলে স্প্রিং বলের দ্বারা কৃতকাজের মান ধনাত্মক হবে। কিন্তু শেষ সরণের মান (x_2) যদি আদি সরণের মানের (x_1) এর চেয়ে বড় হয় তাহলে কৃতকাজের মান ঋণাত্মক হবে। অর্থাৎ বস্তুটিকে x_1 হতে x_2 অবস্থানে নিয়ে পুনরায় x_2 হতে x_1 অবস্থানে ফিরিয়ে আনলে উভয়ক্ষেত্রের কৃতকাজের মান সমান ও বিপরীতচিহ্ন যুক্ত হয়। ফলে স্প্রিং দ্বারা সম্পাদিত মোট কাজ শূন্য হয়। তাই বলা যায়, স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল।

ক্ষমতা ও কর্মদক্ষতা

২৫। প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান বেশি হলে যন্ত্রের দক্ষতা কম হবে- ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]

উত্তর: প্রথম ক্ষেত্রে, ধরি, $\eta = 50\%$

$\therefore \eta = \frac{W'}{W} \Rightarrow W' = 0.5\ W$

∴ প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান, $\Delta W = W - W' = 0.5\ W$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, ধরি, $\eta = 70\%$

$\therefore \eta' = \frac{W''}{W} \Rightarrow W'' = 0.7\ W$

∴ প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান, $\Delta W = W - W'' = 0.3\ W$

এখানে, দুইটি ক্ষেত্র হতে বলা যায়, $\eta \propto \frac{1}{\Delta W}$

অর্থাৎ, প্রদত্ত শক্তি ও কার্যকর শক্তির ব্যবধান বেশি হলে দক্ষতা হ্রাস পাবে।

২৬। 1 কিলোওয়াট ক্ষমতা বলতে কী বুঝায়? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৩]

উত্তর: কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা শক্তি সরবরাহের হারকে ক্ষমতা বলে। ক্ষমতা পরিমাপের একক হলো ওয়াট (watt), যা প্রতি সেকেন্ডে এক জুল কাজ করা বুঝায়।

কোনো যন্ত্রের ক্ষমতা 1 কিলোওয়াট বলতে বোঝায়, ঐ যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ডে 1000 J কাজ করতে পারে। অর্থাৎ প্রতি সেকেন্ডে যন্ত্রটি 1000 J কোনো শক্তিকে অন্যশক্তিতে রূপান্তর করতে পারে।

২৭। ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক এককের সাথে ক্ষমতার যান্ত্রিক ব্যবহারিক এককের সম্পর্ক দেখাও। [ব. বো. ২৩]

উত্তর: আমরা জানি, ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একক হলো মেগাওয়াট (MW) এবং যান্ত্রিক ব্যবহারিক একক হলো অশ্বক্ষমতা (HP)।

$1\ HP = 746\ W$

আবার, $1\ MW = 10^6\ W$

অর্থাৎ, $746\ W = 1\ HP$

$\therefore 10^6\ W = \frac{10^6}{746}\ HP$

$= 1340.48\ HP$

সুতরাং, 1 মেগাওয়াট (MW) = 1340.48 অশ্বক্ষমতা (HP)

২৮। কর্মদক্ষতা বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৬, ১৫; ঢা. বো. ১৫]

উত্তর: কোনো যন্ত্র দ্বারা কাজে রূপান্তরিত শক্তি ও ঐ যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

কর্মদক্ষতাকে η (ইটা) দ্বারা প্রকাশ করা হলে, কর্মদক্ষতা,

$$\eta = \frac{\text{কাজে রূপান্তরিত শক্তি}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি}} = \frac{\text{কাজে রূপান্তরিত শক্তি}}{\text{গৃহীত মোট শক্তি}} \times 100\%$$

শক্তির পরিবর্তে অনেক সময় শক্তির হার অর্থাৎ ক্ষমতা দিয়ে কর্মদক্ষতাকে সংজ্ঞায়িত করা হয়। কার্যকর ক্ষমতা ও মোট ক্ষমতার অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

$$\therefore \eta = \frac{\text{কার্যকর ক্ষমতা}}{\text{মোট প্রদত্ত ক্ষমতা}} = \frac{P'}{P} \times 100\%$$

২৯। দুটি যন্ত্র দ্বারা কৃতকাজ এর মান সমান হলেও ক্ষমতার মান সমান নাও হতে পারে- ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৫]

উত্তর: কাজ হলে কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে তাকে স্থানান্তর করার মান। $W = F \times d$। এখানে সময়ের কোনো ভূমিকা নেই। কিন্তু ক্ষমতা হলো কাজ করার হার। অর্থাৎ প্রতি একক সময়ে কত কাজ করা হলো তা বোঝায়। $P = \frac{W}{t}$; যেখানে W = কাজ এবং t = সময়। এখন যদি দুইটি যন্ত্র সমান পরিমাণ কাজ W করে এবং কিন্তু কাজ সম্পন্ন করতে তাদের সময় t আলাদা হয়। তবে, যে যন্ত্র কম সময়ে কাজটি শেষ করবে তার ক্ষমতা বেশি হবে এবং যে যন্ত্র বেশি সময়ে কাজটি শেষ করবে তার ক্ষমতা কম হবে।

উদাহরণ: ধরা যাক, যন্ত্র A এবং যন্ত্র B উভয়ই 1000 J কাজ করলো। যন্ত্র A সময় নিলো 10 সেকেন্ড এবং যন্ত্র B সময় নিলো 20 সেকেন্ড। তাহলে

$P_A = \frac{1000}{10} = 100\ W$ এবং $P_B = \frac{1000}{20} = 50\ W$।

অর্থাৎ, কাজ সমান হলেও ক্ষমতা ভিন্ন।

৩০। কোনো ইঞ্জিনের দক্ষতা 50% বলতে কী বুঝায়- ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৩; ব. বো. ১৬; অনুরূপ ম. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো যন্ত্রের লভ্য কার্যকর শক্তি ও মোট প্রদত্ত শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে। একে সাধারণত η দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\eta = \frac{\text{মোট লভ্য কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি}} \times 100\%$$

কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 50% বলতে বোঝায়, যদি ঐ যন্ত্রে 100 J শক্তি দেওয়া হয় তাহলে যন্ত্রটি থেকে মোট লভ্য কার্যকর শক্তি 50 J পাওয়া যাবে।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

কাজ

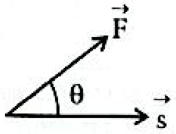
১। বল সরণ ও কাজ এর মধ্যে সম্পর্ক হলো–

ক $W = \vec{F}.\vec{s}$ খ $W = Fs\cos\theta$

গ $\vec{W} = \vec{F}.\ \vec{s}\cos\theta$ ঘ ক ও খ উভয়ই

উত্তর: ঘ ক ও খ উভয়ই

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F}.\vec{s} = Fs\cos\theta$



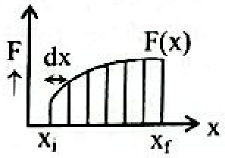
২। বল বনাম সরণ লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল কোনটি?

ক সরণ খ ক্ষমতা

গ কাজ ঘ স্থিতিস্থাপক বল

উত্তর: গ কাজ

ব্যাখ্যা: কৃতকাজ, $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx$



৩। কাজের মাত্রা কোনটি?

ক ML^2L^2 খ ML^2T^{-1} গ ML^2T^{-2} ঘ $ML^{-2}T^2$

উত্তর: গ ML^2T^{-2}

ব্যাখ্যা: [কাজ] = [বল] × [সরণ] $= [MLT^{-2}]\,[L] = [ML^2T^{-2}]$

৪। CGS পদ্ধতিতে কাজের একক কোনটি? [সি. বো. ২১]

ক Joule খ Ft-Poundal গ erg ঘ N.m

উত্তর: গ erg

ব্যাখ্যা: কাজের ক্ষেত্রে,

SI পদ্ধতিতে একক ⟶ N.m বা J

SI পদ্ধতিতে অভিকর্ষীয় একক ⟶ kg–m

CGS পদ্ধতিতে একক ⟶ erg

FPS পদ্ধতিতে কাজের একক ⟶ ft – poundal

৫। কাজের অভিকর্ষীয় একক কী? [কু. বো., সি. বো. ২৪; কু. বো. ১৯]

ক জুল খ আর্গ

গ কেজি-মিটার ঘ ডাইন-সেন্টিমিটার

উত্তর: ক জুল

৬। নিচের কোনটি 1 জুল কাজের সমতুল্য? [চ. বো. ২৫]

ক 10^7 আর্গ খ 1.6×10^{-19} ইলেকট্রন ভোল্ট

গ 980 নিউটন মিটার ঘ 1 ডাইন মিটার

উত্তর: ক 10^7 আর্গ

ব্যাখ্যা: 10^7 erg = 1 J

1.6×10^{-19} eV $= (1.6 \times 10^{-19})^2 = 2.56 \times 10^{-38}$ J

980 Nm = 980 J

1 dyne – m $= 10^{-5}$ J

৭। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ α হলে ধনাত্মক কাজের শর্ত কোনটি? [চ. বো. ২৪, ২১; য. বো. ২১; কু. বো. ২১; অনুরূপ ব. বো., সি. বো. ১৫]

ক $0° \leq \alpha < 90°$ খ $0° < \alpha < 90°$

গ $0° \leq \alpha\ \ 180°$ ঘ $0° < \alpha \leq 180°$

উত্তর: ক $0° \leq \alpha < 90°$

ব্যাখ্যা: $0° \leq \theta < 90°$ হলে $\cos\theta$ ধনাত্মক হয় ফলে ধনাত্মক কাজ হয়।

৮। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে বলের দ্বারা কাজ সম্পন্ন হবে? [সি. বো. ১৯; য. বো. ১৭]

ক 45° খ 120° গ 180° ঘ 200°

উত্তর: ক 45°

ব্যাখ্যা: বলের দ্বারা কাজ ⟶ ধনাত্মক কাজ।

ধনাত্মক কাজের জন্য, $0° \leq \theta < 90°$

বলের বিরুদ্ধে কাজ বা ঋণাত্মক কাজের জন্য, $90° < \theta < 180°$

৯। বলের বিরুদ্ধে কাজ সম্পন্ন হয় যখন বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ এর মান– [দি. বো. ২৫ ম. বো. ২১; চ. বো. ১৭; কু. বো. ১৬]

ক $0° \leq \theta\ 90°$ খ $0° < \theta \leq 90°$

গ $90° \leq \theta \leq 180°$ ঘ $90° < \theta \leq 180°$

উত্তর: ঘ $90° < \theta \leq 180°$

১০। বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে কাজের পরিমাণ সর্বাধিক হবে? [রা. বো. ২৫; দি. বো. ২৪]

ক 0° খ 45° গ 60° ঘ 90°

উত্তর: ক 0°

ব্যাখ্যা: কাজ, $W = FS\cos\theta$

$\theta = 0°$ হলে $\cos\theta$ এর সর্বোচ্চ মান হয় 1। অতএব কাজের পরিমাণও হবে সর্বাধিক।

১১। নিচের কোনটি শূন্য হলেও কাজ সম্পন্ন হবে? [য. বো. ২৩]

ক বল খ সরণ

গ বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ ঘ ত্বরণ

উত্তর: গ বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ

ব্যাখ্যা: $\theta = 0°$ হলে, $\cos\theta = 1$

$\therefore W = Fs$

১২। কোন বল দ্বারা কৃত কাজ $W = \underline{F}.\underline{s}$। $\underline{F}$ এবং $\underline{s}$ কোনটিই শূন্য না হলেও কখন কৃত কাজ শূন্য হবে?

ক $\underline{F}$ এবং $\underline{s}$ একই দিকে

খ $\underline{F}$ এবং $\underline{s}$ বিপরীতমুখী

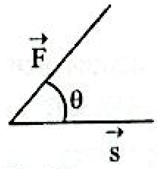
গ $\underline{F}$ এবং $\underline{s}$ পরস্পর লম্ব

ঘ $\underline{F}$ এবং $\underline{s}$ এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে

উত্তর: গ $\underline{F}$ এবং $\underline{s}$ পরস্পর লম্ব

ব্যাখ্যা: $W = Fs\cos\theta = Fs\cos 90° = 0$

১৩।



$\vec{F}$ ও $\vec{s}$ যথাক্রমে বল ও সরণ হলে θ এর কোন মানের জন্য কাজ শূন্য হয়? অথবা, বল এবং সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত হলে কাজ শূন্য হবে? [কু. বো. ২১, চ. বো. ২১; য. বো. ১৬; রা. বো. ১৫; সি. বো. ১৫]

ক 0° খ 45° গ 90° ঘ 180°

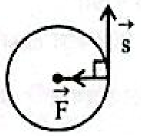
উত্তর: গ 90°

১৪। কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ– [দি. বো. ২৫, ১৯; ঢা. বো. ২৩, ১৯; কু. বো., চ. বো. সি. বো., ব. বো. ২২]

ⓚ অসীম ⓛ ধনাত্মক ⓜ শূন্য ⓝ ঋণাত্মক

উত্তর: ⓜ শূন্য

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F}.\vec{s}$
$= F s\cos 90°$
$= 0$



১৫। একটি মার্বেলকে সুতায় বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরালে কাজের পরিমাণ– [ঢা. বো. ২৪; দি. বো. ২৩]

ⓚ সর্বোচ্চ ⓛ ধনাত্মক ⓜ ঋণাত্মক ⓝ শূন্য

উত্তর: ⓝ শূন্য

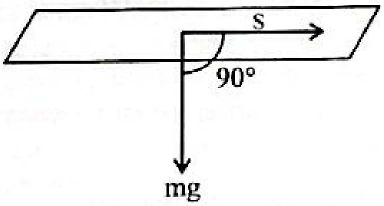
ব্যাখ্যা: বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মাণ বস্তুর ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূণ্য।

১৬। এক ব্যক্তি 10 kg ভরের একটি ব্যাগ নিয়ে সমতল পথে 10 m দূরত্ব অতিক্রম করলে অভিকর্ষ বলের দ্বারা কাজ কত হবে? [সি. বো. ২৫; অনুরূপ ম. বো. ২১]

ⓚ 100 J ⓛ 980 J ⓜ 9.8 J ⓝ 0 J

উত্তর: ⓝ 0 J

ব্যাখ্যা: সরণ এবং মহাকর্ষ বলের মধ্যবর্তী কোণ 90° তাই কৃতকাজ শূন্য।



১৭। একটি 5 কিলোগ্রাম সচল বস্তুর সরণের লম্বদিকে 10 নিউটন ও 5 নিউটন মানের দুটি বল বস্তুটির উপর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। বল দুইটি দ্বারা কৃত কাজের মান কত হবে?

ⓚ 50 জুল ⓛ 25 জুল ⓜ 0 জুল ⓝ 15 জুল

উত্তর: ⓜ 0 জুল

ব্যাখ্যা: বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90°।

১৮। একজন লোক 40 kg ভরের একটি বোঝা মাথায় নিয়ে 2 মিনিট দাঁড়িয়ে থাকলে তার কাজের পরিমাণ কত? [চ. বো. ২২]

ⓚ 0 J ⓛ 80 J ⓜ 392 J ⓝ 4800 J

উত্তর: ⓚ 0 J

ব্যাখ্যা: $W = F.s = F.0$
$\Rightarrow W = 0$ J

১৯। একটি কণার উপর $(6\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k})$ N বল প্রয়োগের ফলে কণাটি কিছুদূর সরে যায় এবং 10 J কাজ সম্পাদিত হয়। সরণ কত?

ⓚ $(5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ m ⓛ $(4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ m
ⓜ $(6\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ m ⓝ None

উত্তর: ⓛ $(4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$m

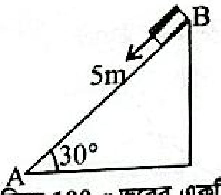
ব্যাখ্যা: অপশন ⓛ এর জন্য,
$W = 24 - 15 + 1 = 10$ J

২০। 1 m উঁচু টেবিলের অবস্থিত 100 g ভরের একটি বইকে 30 cm দূরে সরানো হল। বইটির স্থৈতিক শক্তির পরিবর্তন কত?

ⓚ 9.8×10^5 erg ⓛ 2.94×10^4 erg
ⓜ 0 erg ⓝ 3×10^4 erg

উত্তর: ⓜ 0 erg

ব্যাখ্যা: $\Delta E_p = mg\Delta h = mg \times 0 = 0$ erg

২১। 

চিত্রে 100 g ভরের একটি ব্লক ঢালু পথে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে গড়িয়ে পড়ছে। এখানে AB = 5m। কাজের পরিমাণ– [য. বো. ২১]

ⓚ 0.490 J ⓛ 0.848 J ⓜ 1.225 J ⓝ 2.45 J

উত্তর: ⓝ 2.45 J

ব্যাখ্যা: $W = mgh = 0.1 \times 9.8 \times 5 \sin 30° = 2.45$ J

২২। একটি বস্তুর উপর $F = (5x^2 - x + 1)$N মানের একটি পরিবর্তনশীল বল X-অক্ষ বরাবর গতিশীল। যদি বস্তুটির x = 0m হতে x = 3m পর্যন্ত সরণ ঘটে তবে কৃতকাজ কত? [য. বো. ২৪]

ⓚ 43.5 J ⓛ 43 J ⓜ 42 J ⓝ 40.5 J

উত্তর: ⓚ 43.5 J

ব্যাখ্যা: $W = \int_{x_i}^{x_f} F dx = \int_0^3 (5x^2 - x + 1)\, dx$
$= \left[\frac{5}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} + x\right]_0^3 = 43.5$ J

২৩। ভূমি থেকে 3.0 মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি স্থান থেকে 2.0 কিলোগ্রাম ভর বিশিষ্ট একটি কাঠের টুকরা ঢালু পথ বেয়ে 50 জুল শক্তি নিয়ে মাটিতে পড়ছে। বেয়ে পড়ার জন্য ঘর্ষণ কর্তৃক কাঠের টুকরাটির উপর কাজের পরিমাণ প্রায়–

ⓚ 9 joule ⓛ 6 joule ⓜ 44 joule ⓝ 18 joule

উত্তর: ⓚ 9 joule

ব্যাখ্যা: $W_f = mgh - 50 = 2 \times 9.8 \times 3 - 50 = 8.8 \text{ J} \approx 9$ joule

২৪। দুটি 100 kg ওজনের ও 10m ব্যাসের গোলককে একটির উপর আরেকটি রাখতে কত কাজ হবে?

ⓚ 9800 J ⓛ 14700 J ⓜ 19600 J ⓝ 1000 J

উত্তর: ⓚ 9800 J

ব্যাখ্যা: $W = W_1 + W_2 = mgh_1 + mgh_2 = mg(h_1 + h_2)$
$= 100 \times 9.8 \times (0 + 10) = 9800$ J

২৫। বলের দ্বারা কাজের উদাহরণ: [ম. বো. ২৪]

(i) কোনো বস্তুকে উপর থেকে নিচে ফেলে দেওয়া হলে
(ii) ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি যন্ত্রকে উপরে উঠিয়ে পুনরায় পূর্বের স্থানে রাখলে
(iii) চলন্ত একটি ফুটবলে বল প্রয়োগের ফলে ফুটবলটি বলের ক্রিয়ার দিকে সরে যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: i. বস্তুকে উপর থেকে নিচে ফেলা হলে অভিকর্ষ বলের দ্বারা কাজ হয়।
ii. ভূপৃষ্ঠ থেকে উপরে উঠিয়ে আবার পূর্বের অবস্থানে রাখলে সরণ শূন্য হয়। ফলে কাজ শূন্য হয়।
iii. ফুটবলটি বলের দিকে গতিশীল হওয়ায় বলের দ্বারা কাজ হবে।

২৬। একটি বস্তুর উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k})$ N বল প্রয়োগের ফলে সেটি (3, 2, –1) বিন্দু হতে (4, 5, 1) বিন্দুতে স্থানান্তরিত হয়। এক্ষেত্রে কৃতকাজ কত হবে? [ঢা. বো. ২২]

ⓚ 3 জুল ⓚ 4 জুল ⓖ 2 জুল ⓖ 0

(ক) 3 জুল (খ) 4 জুল (গ) 2 জুল (ঘ) 0

উত্তর: (ক) 3 জুল

ব্যাখ্যা: $\vec{s} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) - (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$

$W = \vec{F}.\vec{s} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}).(\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 2 + 9 - 8 = 3$ J

২৭। কোন ব্যক্তি 30° ঢালের 5 m উঁচু ঘর্ষণবিহীন তল বরাবর একটি 100 N ব্লক টেনে তুলছে। ব্লকটি সমদ্রুতিতে চললে ব্যক্তি কি পরিমাণ কাজ করবে?

(ক) 250 J (খ) 500 J (গ) 0 (ঘ) 100 J

উত্তর: (ক) 250 J

ব্যাখ্যা: $W = mg\sin\theta \times x = 100 \times \sin 30° \times 5 = 250$ J

২৮। এক ব্যক্তি একটি ব্লককে অনুভূমিক তল বরাবর 49N মানের বল প্রয়োগে 2m সরণ ঘটায়। ঐ ব্যক্তি কর্তৃক কৃতকাজের পরিমাণ কত হবে? [ম. বো. ২৪]

(ক) 96.8 J (খ) – 96.8 J (গ) – 98 J (ঘ) 98 J

উত্তর: (ঘ) 98 J

ব্যাখ্যা: $W = Fs\cos\theta = 49 \times 2\cos0° = 98$ J

২৯। একটি কণার উপর $\vec{F} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ N বল প্রয়োগে কণাটির সরণ $\vec{r} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$m হয়। প্রয়োগকৃত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ হবে– [সি. বো. ২১; কু. বো. ১৯; দি. বো. ১৭]

(ক) 20 জুল (খ) 4 জুল

(গ) $(8\hat{i} - \hat{j} - \hat{k})$ জুল (ঘ) $(-4\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k})$ জুল

উত্তর: (ক) 20 জুল

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F}.\vec{s} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}).(6\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) = 12 + 6 + 2 = 20$ J

৩০। 80 kg ভরের এক ব্যক্তি 20 kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 10 m দীর্ঘ একটি সিঁড়ি বেয়ে নিচে নামল। যদি সিঁড়িটি দেয়ালের সাথে 60° কোণে থাকে তবে সে কত কাজ করল?

(ক) 4900 J (খ) 800 J (গ) 4950 J (ঘ) 4800 J

উত্তর: (ক) 4900 J

ব্যাখ্যা: $W = mgh = (80 + 20) \times 9.8 \times 10\cos 60° = 4900$ J

৩১। আবর্তনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে কৃত কাজ শূণ্য হবে না– [ঢা. বো. ২৫]

i. বস্তু সমবেগে গতিশীল হলে

ii. বস্তু সমত্বরণে গতিশীল হলে

iii. বস্তুর উপর কেন্দ্রমুখী বল প্রযুক্ত হলে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য।

৩২। কোনো বস্তুর উপর ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন হলে–

(i) বস্তুর উপর মন্দন সৃষ্টি হয়

(ii) স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পায়

(iii) এর গতিশক্তি হ্রাস পায়

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: i. বলের বিপরীতে কাজ হলে, ত্বরণ ঋণাত্মক তথা মন্দন হয়।

ii. অভিকর্ষজ বলের বিপরীতে কাজ হলে বস্তুর মধ্যে স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হয়।

iii. যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা অনুযায়ী স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পেলে গতিশক্তি হ্রাস পাবে।

৩৩। কৃতকাজ শূন্য হবে–

(i) বস্তু সমবেগে গতিশীল থাকলে

(ii) বস্তু সমত্বরণে গতিশীল থাকলে

(iii) বস্তুর উপর প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বল থাকলে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

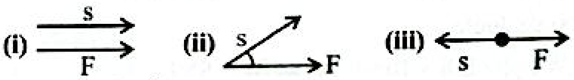
উত্তর: (গ) i ও iii

ব্যাখ্যা: (i) F = 0 হলে বস্তু সমবেগে চলে। তাই W = 0

(ii) সমত্বরণে গতিশীল হলে $F \neq 0$, তাই $W \neq 0$

(iii) কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ 0

৩৪। কাজের মান সর্বাধিক হবে না– [সি. বো. ২১]



নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (খ) ii ও iii

ব্যাখ্যা: কেবল বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 0° হলেই কাজের মান সর্বাধিক হবে।

৩৫। কোন বল কর্তৃক কৃত কাজ– [দি. বো. ১৭]

(i) বল এবং সরণের ডট গুণন

(ii) ভর × ত্বরণ

(iii) গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (গ) i ও iii

ব্যাখ্যা: $W = \vec{F}\cdot\vec{s}$ এবং কাজ-শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী, $W = \Delta E_k$

৩৬। নির্দিষ্ট বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে (θ < 90°) কাজের মান–

(i) cosθ এর সমানুপাতিক

(ii) θ এর মান বাড়লে কাজের পরিমাণ বাড়ে

(iii) θ এর মান কমলে কাজের পরিমাণ বাড়ে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (গ) i ও iii

ব্যাখ্যা: θ এর মান কমলে cosθ এর মান বাড়ে। তাই কাজের পরিমাণ বাড়ে।

৩৭। 50 kg ভরের একটি বস্তু 150m উঁচু দালানের ছাদে উঠানো হলে– [কু. বো. ২৫]

i. বস্তুটির ওজন 490 N

ii. কৃতকাজ হবে 7.35×10^4J

iii. বলের বিরুদ্ধে কাজ হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

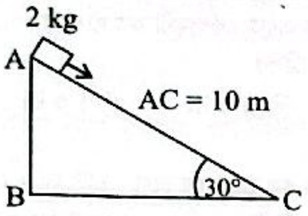
উত্তর: (ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: i. বস্তুটির ওজন, $F = mg = 50 \times 9.8 = 490$ N

ii. কৃতকাজ, $W = mgh = 490 \times 150 = 7.35 \times 10^4$ J

iii. কোনো বস্তুকে উপরে উঠানোর সময় মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে এজেন্টকে কাজ করতে হয়। অর্থাৎ এজেন্টের বলের দ্বারা কাজ হয়।

❖ নিচের চিত্র লক্ষ্য কর এবং ৩৮ ও ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



বস্তুটি AC পথ বরাবর 4 ms^{-1} সুষম দ্রুতিতে গতিশীল রয়েছে।

৩৮। C বিন্দুতে পৌছতে কৃতকাজের পরিমাণ হলো– [দি. বো. ২৩]

ⓚ 80 Joule ⓛ 98 Joule
ⓜ 169.74 Joule ⓝ 196 Joule

উত্তর: ⓛ 98 Joule

ব্যাখ্যা: $W = 2 \times 9.8 \times 10 \sin 30° \Rightarrow W = 98$ J

৩৯। যদি কোণের মান 60° করা হয় তবে– [দি. বো. ২৩]

(i) A বিন্দুতে মোট শক্তি 169.74 Joule
(ii) C বিন্দুতে গতিশক্তি 169.74 Joule
(iii) গতিশীল বস্তুটি শক্তির নিত্যতার সূত্র মেনে চলে না

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

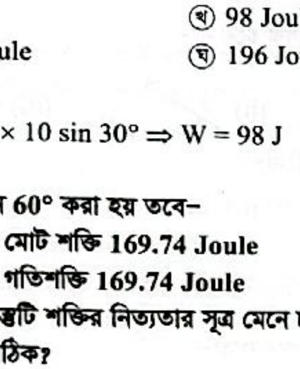
ব্যাখ্যা: (i) $E_A = mgh = 2 \times 9.8 \times 10 \sin 60° = 169.74$ J

(ii) $E_C = E_A$

$\Rightarrow E_{K_C} + E_{P_C} = E_A$

$\Rightarrow E_{K_C} = E_A = 169.74$ J

❖ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ৪০ ও ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৪০। বস্তুটিকে AOB পথে নিলে কৃতকাজ–

ⓚ mgh ⓛ 0
ⓜ $\frac{mg}{h}$ ⓝ কোনোটিই নয়

উত্তর: ⓚ mgh

৪১। বস্তুটিকে ACB পথে নিলে কৃতকাজ কত? [ACB = 5 m]

ⓚ mg 5 ⓛ $\frac{mg}{h}$ ⓜ 0 ⓝ mgh

উত্তর: ⓝ mgh

ব্যাখ্যা: সরণ নির্দিষ্ট দিক বরাবর ক্রিয়া করে এবং পথের উপর নির্ভরশীল নয়।

বল

৪২। কোন বস্তুর কাজ করার সামর্থ্যকে কি বলে?

ⓚ বল ⓛ বেগ ⓜ সরণ ⓝ শক্তি

উত্তর: ⓝ শক্তি

ব্যাখ্যা: কৃতকাজ = ব্যয়িত শক্তি

৪৩। কিলোওয়াট-ঘণ্টা নিচের কোন রাশির একক? [কু. বো. ২৩]

ⓚ ক্ষমতা ⓛ শক্তি ⓜ বল ⓝ বলের ঘাত

উত্তর: ⓛ শক্তি

ব্যাখ্যা: $W = \frac{Pt}{1000}$ অর্থাৎ, কাজ বা শক্তির একক kW-h.

৪৪। নিম্নের কোনটি শক্তির একক নয়? [য. বো. ২৪]

ⓚ N-m ⓛ kW-h ⓜ J ⓝ $N\text{-}M^{-2}$

উত্তর: ⓝ $N\text{-}M^{-2}$

ব্যাখ্যা: শক্তির একক J বা, N-m বা, kW-h.

৪৫। শক্তির মাত্রা কোনটি? [ম. বো. ২৪; সি. বো. ১৭; ঢা. বি., রা. বো., য. বো. ১৬]

ⓚ $[MLT^{-2}]$ ⓛ $[ML^2T^{-2}]$ ⓜ $[MLT^{-3}]$ ⓝ $[ML^2T^{-3}]$

উত্তর: ⓛ $[ML^2T^{-2}]$

ব্যাখ্যা: শক্তি, $E = W = Fs$

$\therefore$ মাত্রা $= [MLT^{-2}] \times [L] = [ML^2T^{-2}]$

৪৬। নিচের কোনটি সঠিক? [ম. বো. ২৪; ব. বো. ২১]

ⓚ 1 Watt = 1 JN^{-1} ⓛ 1 J = 1 Ng^{-1}
ⓜ 1 kWh = 3.6×10^5J ⓝ 1 erg = 10^{-7} J

উত্তর: ⓝ 1 erg = 10^{-7} J

ব্যাখ্যা: 1 erg = 1 dyne. cm = $10^{-5}N \times 10^{-2}m = 10^{-7}$ Nm = 10^{-7} J

৪৭। 1 জুল এ কত ক্যালরি?

ⓚ 4.184 ক্যালরি ⓛ 0.24 ক্যালরি
ⓜ 4.184 ক্যালরি ⓝ 0.42 ক্যালরি

উত্তর: ⓛ 0.24 ক্যালরি

ব্যাখ্যা: 4.2 J = 1 cal $\quad \therefore 1 J = \frac{1}{4.2}$ cal = 0.24 cal

৪৮। কোনটি শক্তির প্রকারভেদ নয়?

ⓚ চুম্বক শক্তি ⓛ আণবিক শক্তি
ⓜ বিদ্যুৎ শক্তি ⓝ সৌর শক্তি

উত্তর: ⓛ আণবিক শক্তি

৪৯। ফটোগ্রাফির ফিল্মের উপর আলোকে সম্পাত করে আলোকচিত্র তৈরি করা শক্তির কোন প্রকার রূপান্তরের উদাহরণ?

ⓚ যান্ত্রিক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে ⓛ তাপশক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে
ⓜ আলোকশক্তি রাসায়নিক শক্তিতে ⓝ আলোকশক্তি শব্দশক্তিতে

উত্তর: ⓜ আলোকশক্তি রাসায়নিক শক্তিতে

৫০। টেলিফোনের মাধ্যমে বিদ্যুৎ শক্তিকে রূপান্তরিত করে পাওয়া যায়–

ⓚ তাপ শক্তি ⓛ আলোক শক্তি
ⓜ পারমাণবিক শক্তি ⓝ শব্দ শক্তি

উত্তর: ⓝ শব্দ শক্তি

❖ উদ্দীপকের আলোকে ৫১ ও ৫২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

50 kg ভরের এক ব্যক্তি 25 kg ভরের বোঝা নিয়ে h উচ্চতা বিশিষ্ট দেয়াল হতে লাফ দিল।

৫১। ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার পূর্বে বোঝা ও ব্যক্তির ভরবেগের অনুপাত কত? [ম. বো. ২৫]

ⓚ 1 : 1 ⓛ 1 : 2 ⓜ 1 : 4 ⓝ 2 : 1

উত্তর: ⓛ 1 : 2

ব্যাখ্যা: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1v}{m_2v} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$ $\therefore p_1 : p_2 = 1 : 2$

৫২। মাটি স্পর্শ করার আগে লোকটি তার মাথায় কত ওজন অনুভব করবে? [ম. বো. ২৫]

ⓚ 0 N ⓛ 245 N ⓜ 490 N ⓝ 735 N

উত্তর: ⓚ 0 N

ব্যাখ্যা: মাটি স্পর্শ করার পূর্বে পর্যন্ত বোঝার সাথে মাথার সংস্পর্শ না থাকায় ওজন অনুভূত হবে না। ফলে লোকটি তার মাথায় 0 N ওজন অনুভব করবে।

৫৩। শক্তির একক- [দি. বো. ২১]

(i) জুল (ii) kgm^2s^{-2} (iii) ইলেকট্রন ভোল্ট

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $1J = 1Nm = 1\ kgm^2\ s^{-2}$ $1ev = 1.6 \times 10^{-19}$ J

৫৪। ক্রেনের সাহায্যে 50 kg ভরের বস্তু 10 m ওপরে উঠাতে 5000 J শক্তি ব্যয় হয়। ক্রেনের কত শক্তি অপচয় হয়েছে?

ⓚ 100 J ⓛ 490 J ⓜ 4900 J ⓝ 5000 J

উত্তর: ⓚ 100 J

ব্যাখ্যা: অপচয় = 5000 – mgh = 5000 – 50 × 9.8 × 10 = 100 J

ধ্রুব বল ও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ

৫৫। পরিবর্তনশীল বলের ক্ষেত্রে- [রা. বো. ১৭]

ⓚ শুধু বলের মান পরিবর্তিত হয়

ⓛ শুধু বলের দিক পরিবর্তিত হয়

ⓜ বলের মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তিত হয়

ⓝ বলের মান ও দিক উভয়ই অপরিবর্তিত থাকে

উত্তর: ⓜ বলের মান ও দিক উভয়ই পরিবর্তিত হয়

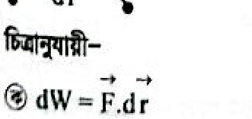
ব্যাখ্যা: বল একটি ভেক্টর রাশি। তাই এর মান বা দিক বা উভয়ের পরিবর্তে বলের পরিবর্তন হয়।

৫৬। পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ হলো- [কু. বো. ১৫]

ⓚ $W = \int_i^f \vec{F} . \vec{ds}$ ⓛ $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$

ⓜ $W = GMm\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$ ⓝ $W = \int_0^x Fdx$

উত্তর: ⓛ $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$

৫৭। 

চিত্রানুযায়ী-

ⓚ $dW = \vec{F}.\vec{dr}$ ⓛ $dW = \vec{F} \times \vec{dr}$

ⓜ $dW = Fdr$ ⓝ $dW = Fdr \sin\theta$

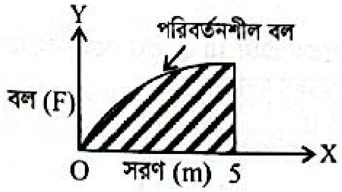
উত্তর: ⓚ $dW = \vec{F}.\vec{dr}$

৫৮। F মানের একটি পরিবর্তনশীল বলের মাধ্যমে একটি বস্তুকে মূলবিন্দু থেকে x অক্ষ বরাবর 5 m সরানো হলো। এতে কৃত কাজ-

ⓚ Fx ⓛ Fx cosθ ⓜ $\int_0^5 Fdx$ ⓝ $\int_0^5 Fxdx$

উত্তর: ⓜ $\int_0^5 Fdx$

ব্যাখ্যা:



৫৯। কোনো বস্তুর উপর লব্ধি বল শূন্য হলে- [রা. বো. ২২; ম. বো. ২১]

(i) সমবেগে চলে

(ii) সমত্বরণে চলে

(iii) গতিশক্তি পরিবর্তন হয় না

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: লব্ধি বল শূন্য হলে বেগের পরিবর্তন হয় না। তাই গতিশক্তিও ধ্রুব থাকে।

স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কৃতকাজ

৬০। কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে কী বলা হয়?

ⓚ বাহ্যিক বল ⓛ প্রযুক্ত বল

ⓜ স্প্রিং ধ্রুবক ⓝ কোনোটিই নয়

উত্তর: ⓜ স্প্রিং ধ্রুবক

ব্যাখ্যা: স্প্রিং বল, F = kx $\therefore$ F = k [যখন x = 1 হয়]

৬১। স্প্রিংকে প্রসারিত করলে এর মধ্যে কোন ধরনের শক্তি সঞ্চিত হয়? [ম. বো. ২৫; চ. বো. ২৩; কু. বো., সি. বো. ২২; ব. বো. ১৯; অনুরূপ সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

ⓚ বিভব শক্তি ⓛ গতিশক্তি

ⓜ রাসায়নিক শক্তি ⓝ তাপশক্তি

উত্তর: ⓚ বিভব শক্তি

৬২। স্প্রিং ধ্রুবকের একক কোনটি? [ঢা. বো. ১৭]

ⓚ Nm^2 ⓛ Nm ⓜ Nm^{-1} ⓝ Nm^{-2}

উত্তর: ⓜ Nm^{-1}

ব্যাখ্যা: F = kx $\therefore$ k এর একক = Nm^{-1}

৬৩। কোন স্প্রিংকে 10 N বল দ্বারা টেনে 5 cm প্রসারিত করা হলে, স্প্রিং ধ্রুবক কত হবে? [রা. বো. ২৩; অনুরূপ চ. বো. ১৯]

ⓚ $0.005\ Nm^{-1}$ ⓛ $0.5\ Nm^{-1}$

ⓜ $2\ Nm^{-1}$ ⓝ $200\ Nm^{-1}$

উত্তর: ⓝ $200\ Nm^{-1}$

ব্যাখ্যা: $F = kx \Rightarrow k = \frac{10}{0.05} = 200\ Nm^{-1}$

৬৪। স্প্রিং বলের মাত্রা সমীকরণ কোনটি?

ⓚ $ML^{-1}T^{-2}$ ⓛ MLT^{-2} ⓜ ML^{-2} ⓝ $ML^{-2}T^{-2}$

উত্তর: ⓛ MLT^{-2}

ব্যাখ্যা: বলের মাত্রা MLT^{-2}

৬৫। $90\ Nm^{-1}$ বল ধ্রুবকের স্প্রিংকে 4 cm সংকুচিত করলে কৃতকাজ কত হবে? [য. বো. ২৫]

ক 0.072 J খ 0.075 J° গ 0.082 J ঘ 0.086 J

উত্তর: ক 0.072 J

ব্যাখ্যা: কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \times 90 \times 0.04^2 = 0.072\ J$

৬৬। 40 N বল কোনো স্প্রিংকে টেনে 10 m বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 500 cm প্রসারিত করাতে কৃত কাজের মান কত হবে? [ম. বো. ২৪]

ক 1 J খ 5 H গ 10 J ঘ 50 J

উত্তর: ঘ 50 J

ব্যাখ্যা: $k = \frac{F}{x} = \frac{40}{10} = 4\ Nm^{-1}$ $W = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 = 50J$

৬৭। একটি স্প্রিংকে এক অবস্থান থেকে অন্য অবস্থানে প্রসারিত করতে প্রযুক্ত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজ সরণের–

ক সমানুপাতিক খ ব্যস্তানুপাতিক
গ বর্গের সমানুপাতিক ঘ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

উত্তর: গ বর্গের সমানুপাতিক

ব্যাখ্যা: $W = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2) \quad \therefore W \propto x^2$

৬৮। k স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট কোনো স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের x পরিমাণ সরণ ঘটালে সঞ্চিত বিভব শক্তি– [রা. বো. ১৬]

ক $U = \frac{1}{2}kx^2$ খ $U = kx^2$

গ $U = kx$ ঘ $U = \frac{1}{2}kx$

উত্তর: ক $U = \frac{1}{2}kx^2$

৬৯। k স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিংকে টেনে দ্বিগুণ লম্বা করা হলো। সম্পাদিত কাজ হবে– [কু. বো. ২৩]

ক দ্বিগুণ খ চারগুণ গ অর্ধেক ঘ এক-চতুর্থাংশ

উত্তর: খ চারগুণ

ব্যাখ্যা: $U \propto x^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = 2^2 = 4 \quad \therefore U_2 = 4 \times U_1$

৭০। স্থিতিস্থাপক বলের বিরুদ্ধে সরণের মান দ্বিগুণ করলে কাজ বৃদ্ধি পাবে– [রা. বো. ২৪; ব. বো. ১৬]

ক 100% খ 200% গ 300% ঘ 400%

উত্তর: গ 300%

ব্যাখ্যা: $U \propto x^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = 4$

$\therefore \Delta U = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \times 100\% = (4-1) \times 100\% = 300\%$

৭১। একটি স্প্রিং-এ 500 N বল প্রয়োগ করায় স্প্রিংটি 10 cm প্রসারিত হয়। স্প্রিংটিতে 20 kg ভরের একটি বোঝা খাড়া নিচের দিকে ঝুলিয়ে দেওয়া হলে স্প্রিংটির স্থিতি শক্তি কত? [দি. বো. ২২]

ক 0.04 J খ 1.90 J গ 3.80 J ঘ 98 J

উত্তর: গ 3.80 J

ব্যাখ্যা: $k = \frac{F}{x} = \frac{500}{0.1} = 5000\ Nm^{-1} \quad \therefore F_2 = kx_2$

$\Rightarrow x_2 = \frac{20 \times 9.8}{5000} = 0.0392\ m$

$U = \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2} \times 5000 \times 0.0392^2 \approx 3.80\ J$

৭২। একটা স্প্রিংয়ের উপর 1 kg ভর রাখা হলে সেটি 10 cm সংকুচিত হয়। একটি 5 kg ভর 1 m উপর থেকে স্প্রিংটির উপর ছেড়ে দিলে স্প্রিংটি কত m সংকুচিত হবে?

ক 0.98 খ 1.00 গ 1.41 ঘ 4.43

উত্তর: খ 1.00

ব্যাখ্যা: $k = \frac{F}{x} = \frac{1 \times 9.8}{0.1} = 98\ Nm^{-1}$

শক্তির সংরক্ষনশীলতা নীতি অনুযায়ী, $mgh = \frac{1}{2}kx^2$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} = 1\ m$

৭৩। k স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিংকে টেনে লম্বা করা হল। দ্বিতীয় একটি স্প্রিংকে এর অর্ধেক পরিমাণ লম্বা করতে দ্বিগুণ কাজ করতে হয়। দ্বিতীয় স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক কত?

ক k খ 2k গ 4k ঘ 8k

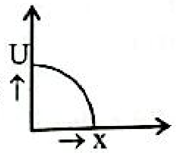
উত্তর: ঘ 8k

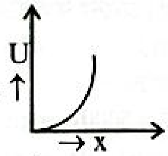
ব্যাখ্যা: $U = \frac{1}{2}kx^2$

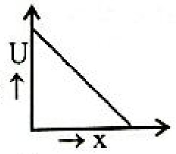
$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{k_2}{k} \times \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{k_2}{k} \times \left(\frac{\frac{1}{2}x_1}{x_1}\right)^2$

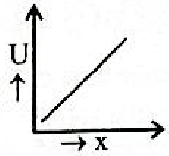
$\therefore k_2 = 8k$

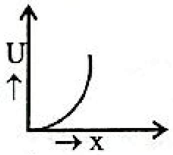
৭৪। নিচের কোনটি স্প্রিং এর বিভবশক্তি বনাম প্রসারণ লেখচিত্র?

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: খ 

ব্যাখ্যা: $U = \frac{1}{2}kx^2$

$\Rightarrow x^2 = 4ay$ ধরনের লেখচিত্র যা পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে।

৭৫। স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ– [ব. বো. ২৪]

i. সরণের সমানুপাতিক
ii. সরণের বর্গের সমানুপাতিক
iii. সরণের ব্যস্তানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2}kx^2$

$\therefore$ কৃতকাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক

৭৬। স্প্রিং-এর সঞ্চিত শক্তি হচ্ছে– [দি. বো. ২৫]

(i) বিভব শক্তি (ii) রাসায়নিক শক্তি (iii) যান্ত্রিক শক্তি

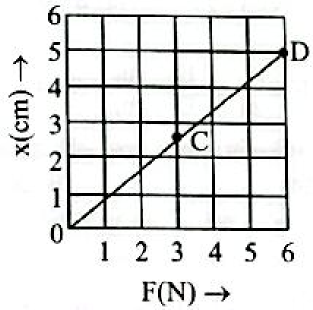
নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ i ও iii

৭৭। একটি স্প্রিংকে টেনে 3 cm প্রসারিত করা হলো আবার স্প্রিংটি সাম্যবস্থায় আসার পর 3 cm সংকুচিত করা হলো–
(i) 3 cm প্রসারণে স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক
(ii) 3 cm সংকোচনে স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ ঋণাত্মক
(iii) স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ সংকোচনে ধনাত্মক প্রসারণে ঋণাত্মক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓚh ii ⓖ iii ⓖh i ও ii
উত্তর: ⓖh i ও ii
ব্যাখ্যা: স্প্রিং বল সর্বদা স্প্রিং এর সরণের বিপরীত দিকে কাজ করে। তাই স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ সর্বদা ঋণাত্মক।

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৭৮ ও ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



লেখচিত্রটিতে একটি স্প্রিং-এ প্রযুক্ত বলের সাথে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

৭৮। স্প্রিং ধ্রুবক কত?
ⓚ $1.2\ Nm^{-1}$ ⓚh $12\ Nm^{-1}$ ⓖ $120\ Nm^{-1}$ ⓖh $150\ Nm^{-1}$
উত্তর: ⓖ $120\ Nm^{-1}$
ব্যাখ্যা: ঢাল, $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-0}{6-0} = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow k = \frac{6}{5}\ N/cm = \frac{6 \times 10^2}{5}\ N/m = 120\ Nm^{-1}$

৭৯। CD অংশের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে স্প্রিং-এ সঞ্চিত শক্তি কত হবে?
ⓚ 375×10^{-4} J ⓚh 400×10^{-4} J
ⓖ 425×10^{-4} J ⓖh 0.096 J
উত্তর: ⓖh 0.096 J
ব্যাখ্যা: $U = \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2} \times 120 \times (0.05^2 - 0.03^2) = 0.096$ J

৮০। একটি স্প্রিংকে প্রসারিত করা হল– [সি. বো. ১৭]
(i) এটি বিভব শক্তি অর্জন করে
(ii) এটি প্রত্যয়নী বল লাভ করে
(iii) প্রত্যয়নী বলের দ্বারা কৃত কাজই এর বিভব শক্তি
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚh ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖh i, ii ও iii
উত্তর: ⓖh i, ii ও iii
ব্যাখ্যা: স্প্রিংকে প্রসারিত করা হলে বাহ্যিক বলের বিরুদ্ধে এর মধ্যে প্রত্যয়নী বল সৃষ্টি হয় এবং প্রসারণের ফলে স্প্রিং-এ বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়। বাহ্যিক বল ও প্রত্যয়নী বল সমান ও বিপরীত হওয়ায় বাহ্যিক বল দ্বারা কাজকে প্রত্যয়নী বল দ্বারাও কাজ বুঝায়।

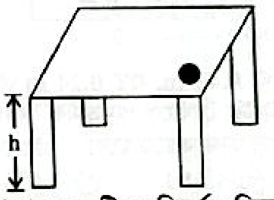
অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃতকাজ

৮১। অভিকর্ষের বিপরীতে কাজ বস্তুর সরণের–
ⓚ সমানুপাতিক ⓚh ব্যস্তানুপাতিক
ⓖ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ⓖh কোনোটিই নয়
উত্তর: ⓚ সমানুপাতিক
ব্যাখ্যা: W = mgh $\therefore W \propto h$

৮২। এক ব্যক্তি একটি বস্তুকে 30 s-এ 1 m উচ্চতায় ওঠায়। অপর এক ব্যক্তি একই বস্তুকে 60 s-এ একই উচ্চতায় তুলতে পারে। তাদের কাজের অনুপাত হবে–
ⓚ 1 : 2 ⓚh 1 : 1 ⓖ 2 : 1 ⓖh 4 : 1
উত্তর: ⓚh 1 : 1
ব্যাখ্যা: $W \propto h \quad \therefore \frac{W_1}{W_2} = \frac{h_1}{h_2} = 1 \quad [h_1 = h_2]$

$\Rightarrow W_1 : W_2 = 1 : 1$

❖ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ৮৩ ও ৮৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৮৩। টেবিলের তলের সাপেক্ষে বস্তুটির অভিকর্ষজ বিভব–
ⓚ mgh ⓚh mg ⓖ 0 ⓖh কোনোটিই নয়
উত্তর: ⓖ 0
ব্যাখ্যা: তলের সাপেক্ষে বস্তুর উচ্চতা, h = 0 $\therefore E_p = 0$

৮৪। 80 m উচ্চতা থেকে যদি একটি বল মেঝেতে পড়ে এবং বলটির 20% শক্তি মেঝের সাথে প্রতিঘাতে হ্রাস পায়, তবে বলটি মেঝেতে বাড়ি খেয়ে যে উচ্চতায় উঠবে–
ⓚ 60 m ⓚh 64 m ⓖ 68 m ⓖh 72 m
উত্তর: ⓚh 64 m
ব্যাখ্যা: $E_2 = 80\% \times E_1$

$mgh_2 = 80\% \times mgh_1$

$\Rightarrow h_2 = 80\% \times h_1 \quad \therefore h_2 = 64$ m

৮৫। বস্তুটিকে পড়তে দিলে এটি ভূমি থেকে x উচ্চতায় থাকলে টেবিলের তলের সাপেক্ষে বিভব শক্তি হবে–
ⓚ mgx ⓚh mgh ⓖ –mg(h – x) ⓖh 0
উত্তর: ⓖ –mg(h – x)
ব্যাখ্যা:

$\therefore$ টেবিলের তলের সাপেক্ষে বিভবশক্তি = – mg (h – x)
সাধারণত বিভবশক্তি ভূ-পৃষ্ঠের সাপেক্ষে পরিমাপ করা হয়। এখানে, h উচ্চতাবিশিষ্ট টেবিলের তলের সাপেক্ষে বিভবশক্তি পরিমাপ করায় বস্তুটি টেবিল থেকে নিম্নগামী হওয়ায় বিভবশক্তি ঋণাত্মক হয়েছে।

৮৬। একটি 1.5 m দীর্ঘ ও 2 kg ভরের রডকে আনুভূমিক হতে উলম্ব অবস্থায় নিতে কাজের পরিমাণ কত? [ম. বো. ২৩]

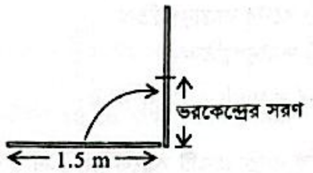
ক 0 J খ 14 J গ 29 J ঘ 44 J

উত্তর: খ 14 J

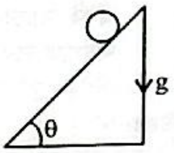
ব্যাখ্যা: $W = mg\left(\frac{1.5}{2} - 0\right)$

$= 2 \times 9.8 \times \frac{1.5}{2}$

$= 14.7$ J



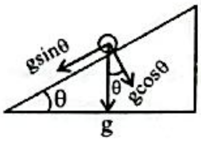
৮৭। উদ্দীপকের বস্তুটি গড়িয়ে পড়তে থাকলে ত্বরণ হবে–



ক g খ gcosθ গ gsin θ ঘ 0

উত্তর: গ gsinθ

ব্যাখ্যা: $a_{net} = g\sin\theta$

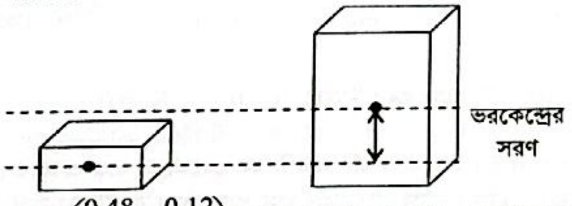


৮৮। একটি ইটের দৈর্ঘ্য 0.48 m, প্রস্থ 0.24 m এবং উচ্চতা 0.12m। এর ভর 2.5 kg। ইটের দৈর্ঘ্যকে অনুভূমিক অবস্থান হতে উলম্ব অবস্থানে রাখতে কী পরিমাণ কাজ করতে হবে? [ম. বো. ২২; অনুরূপ সি. বো. ২৩]

ক 5.88 J খ 4.41 J গ 3.456 J ঘ 1.764 J

উত্তর: খ 4.41 J

ব্যাখ্যা:



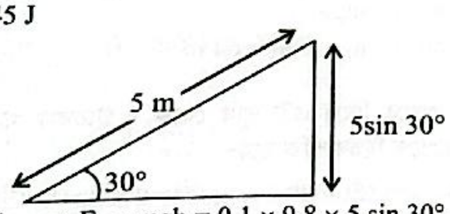
$W = mg\left(\frac{0.48}{2} - \frac{0.12}{2}\right) = 2.5 \times 9.8 \times (0.24 - 0.06) = 4.41$ J

৮৯। ভূমির সাথে 30° কোণে আনত 5 m দীর্ঘ একটি ঢালুপথে 100 g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু যে গতিশক্তি প্রাপ্ত হবে– [ব. বো. ১৭]

ক 0.49 J খ 0.848 J গ 1.225 J ঘ 2.45 J

উত্তর: ঘ 2.45 J

ব্যাখ্যা:



$E_K = E_P \Rightarrow E_k = mgh = 0.1 \times 9.8 \times 5 \sin 30° = 2.45$ J

৯০। ভূমির সঙ্গে 30° কোণে আনত একটি মসৃণ তল AB এর সর্বোচ্চ বিন্দু A থেকে একটি বস্তু মসৃণভাবে গড়িয়ে 10 sec পরে B বিন্দুতে আসল। ভূমি হতে A এর উচ্চতা কত?

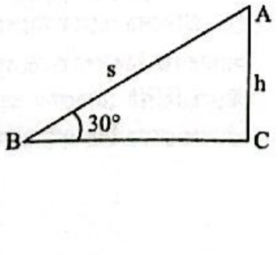
ক 212.25 m খ 122.5 m
গ 368.48 m ঘ কোনোটিই নয়

উত্তর: খ 122.5 m

ব্যাখ্যা: $a = g\sin 30°$

$\therefore s = \frac{1}{2}at^2 = 245$ m

$\therefore h = s \times \sin 30° = 122.5$ m



গতিশক্তি ও বিভব শক্তি

৯১। গতিশক্তির পরিবর্তনই হলো সম্পাদিত কাজ; এটি হলো–

ক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র খ সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য
গ লম্ব অক্ষ উপপাদ্য ঘ কাজ শক্তি উপপাদ্য

উত্তর: ঘ কাজ শক্তি উপপাদ্য

৯২। কাজ শক্তি উপপাদ্য অনুসারে কৃতকাজ নিচের কোন রাশিটির পরিবর্তনের সমান? [ঢা. বো. ২২; অনুরূপ সি. বো. ১৭]

ক ভরবেগ খ বিভব শক্তি গ তাপমাত্রা ঘ গতিশক্তি

উত্তর: ঘ গতিশক্তি

৯৩। 4 kg ও 9 kg ভরের দুটি বস্তু সমান ভরবেগে গতিশীল। এদের গতিশক্তির অনুপাত কত? [রা. বো. ২৩; অনুরূপ চ. বো. ২৩; দি. বো. ২২; ব. বো. ২১]

ক 2 : 3 খ 3 : 2 গ 4 : 9 ঘ 9 : 4

উত্তর: ঘ 9 : 4

ব্যাখ্যা: $E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow E \propto \frac{1}{m} \therefore \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1} = 9 : 4$

৯৪। একটি বুলেটের গতিশক্তি কতগুণ হলে, এটি এর প্রাথমিক বেগের তিনগুণ বেগ অর্জন করবে? [চ. বো. ২৩; অনুরূপ ব. বো. ২২]

ক 2 গুণ খ 3 গুণ গ 9 গুণ ঘ 27 গুণ

উত্তর: গ 9 গুণ

ব্যাখ্যা: $E \propto v^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{3v_1}{v_1}\right)^2 = 9 \therefore E_2 = 9E_1$

৯৫। 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কত নিম্নতায় এর গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে? [সি. বো. ২৩]

ক 10 m খ 15 m গ 20 m ঘ 30 m

উত্তর: গ 20 m

ব্যাখ্যা: ধরি, ভূমি হতে h উচ্চতায়, $E_K = 2E_P$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 2 \times mgh \Rightarrow \frac{1}{2}m \times 2(30 - h) = 2mgh \therefore h = 10$ m

সুতরাং, উপর হতে (30 – 10) m বা 20 m নিচে গতিশক্তি বিভবশক্তির 2 গুণ।

৯৬। একটি বস্তু ভূমি থেকে 10 m উচ্চতায় আছে। উপর থেকে বস্তুটিকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি থেকে 8 m উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির অনুপাত হবে– [চ. বো. ২৩]

ক 1 : 4 খ 4 : 1 গ 5 : 4 ঘ 4 : 5

উত্তর: ক 1 : 4

ব্যাখ্যা: $\frac{E_k}{E_p} = \frac{mg(H-x)}{mgx} = \frac{10-8}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow E_k : E_p = 1 : 4$

৯৭। 27 kmh^{-1} বেগে গতিশীল 2000 kg ভরের লরীর গতিশক্তি কত? [অনুরূপ দি. বো. ১৯]

ক 25600 J খ 56200 J গ 56250 J ঘ 25000 J

উত্তর: গ 56250 J

ব্যাখ্যা: $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2000 \times \left(\frac{27}{3.6}\right)^2 = 56250$ J

৯৮। কোন তথ্যটি গতিশক্তির (Kinetic Energy) জন্য প্রযোজ্য নয়?

ক বস্তুর বেগ না থাকলে, গতিশক্তি থাকে না

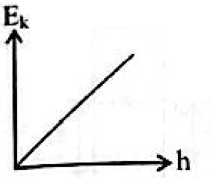
খ গতিশক্তি বস্তুর অণু পরমাণুর আপেক্ষিক অবস্থানের উপর নির্ভর করে

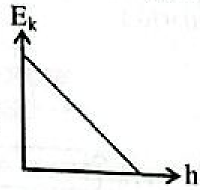
গ কোন বস্তু গতিশীল হওয়ার জন্য শক্তি অর্জন করে

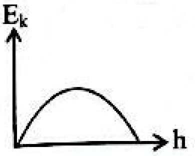
ঘ m ভরের বস্তুর বেগ v হলে, বস্তুর গতিশক্তি $\frac{1}{2}mv^2$

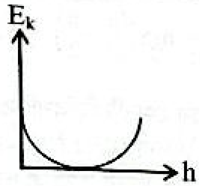
উত্তর: খ গতিশক্তি বস্তুর অণু পরমাণুর আপেক্ষিক অবস্থানের উপর নির্ভর করে

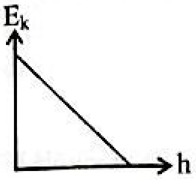
৯৯। কোনো বস্তুকে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করার কিছু সময় পর আবার ভূমিতে ফিরে এলো। উচ্চতা (h) বনাম গতিশক্তি (E_k) এর লেখচিত্র কোনটি নির্দেশ করে? [রা. বো. ২১; অনুরূপ কু. বো. ২২]

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: খ 

ব্যাখ্যা: $h = 0$ তে E_k সর্বাধিক এবং h_{max} এ $E_k = 0$ হয়।

১০০। 200 g ভরের একটি বস্তু 10 m উপর থেকে পড়লে ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত? [চ. বো. ২১; সি. বো. ১৫]

ক 19.6 J খ 39.2 J গ 78.4 J ঘ 98 J

উত্তর: ক 19.6 J

ব্যাখ্যা: $E_k = mgh = 0.2 \times 9.8 \times 10 = 19.6$ J

১০১। স্থির অবস্থা থেকে 40 kg ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2s পর 15 ms^{-1} বেগ প্রাপ্ত হল। 4s পর বস্তুটির গতিশক্তি কত হবে?

ক 6000 J খ 12000 J গ 18000 J ঘ 0 J

উত্তর: গ 18000 J

ব্যাখ্যা: $v = u + at \Rightarrow a = \frac{15}{2} = 7.5\ ms^{-2}$ $\therefore E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\,(at)^2$

$= \frac{1}{2} \times 40 \times (7.5 \times 4)^2 = 18000$ J

১০২। একটি বস্তুর গতিশক্তি দ্বিগুণ হলে এর বেগ হবে আদিবেগের– [রা. বো. ২২]

ক 100% খ 141% গ 200% ঘ 400%

উত্তর: খ 141%

ব্যাখ্যা: $E \propto v^2 \therefore v \propto \sqrt{E}$

$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} = \sqrt{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2}v_1 \therefore v_2 = 141\%\ v_1$

১০৩। ধনাত্মক কাজের ক্ষেত্রে কোনো বস্তুর– [কু. বো. ১৬]

ক গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়, মন্দন হয় খ গতিশক্তি হ্রাস পায়, মন্দন হয়
গ গতিশক্তি হ্রাস পায়, ত্বরণ হয় ঘ গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়, ত্বরণ হয়

উত্তর: ঘ গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়, ত্বরণ হয়

ব্যাখ্যা: কৃতকাজ $= \frac{1}{2}m(v^2 - u^2)$

এখন, ধনাত্মক কাজের জন্য $v > u$ হবে। সুতরাং বস্তুটির ত্বরণ হবে।

১০৪। নিচের কোন বস্তুর গতিশক্তি বেশি? [ম. বো. ২১]

ক ভর M, বেগ 2v খ ভর 2M, বেগ 3v
গ ভর M, বেগ 4v ঘ ভর 3M, বেগ 2v

উত্তর: খ ভর 2M, বেগ 3v

ব্যাখ্যা: (ক) $E_k = 2Mv^2$ (খ) $E_k = 9Mv^2$ (গ) $E_k = 8Mv^2$ (ঘ) $E_k = 6Mv^2$

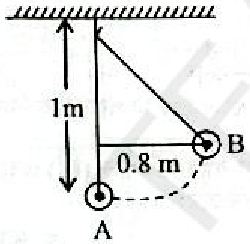
১০৫। 25 gm ভরের একটি বুলেট 500 m/s বেগে একটি লক্ষ্যবস্তুতে আঘাত করে 100 m/s বেগে বের হয়ে গেল। বস্তুটির ভিতর দিয়ে যাওয়ার ফলে কি পরিমাণ শক্তি ব্যয়িত হলো?

ক 300 J খ 1000 J গ 3000 J ঘ 2000 J

উত্তর: গ 3000 J

ব্যাখ্যা: $\Delta E = \frac{1}{2}m\,(u^2 - v^2) = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-3} \times (500^2 - 100^2) = 3000$ J

১০৬। [চ. বো. ২৫]



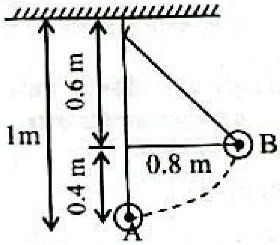
A বিন্দুতে ববটির বেগ কত?

ক 2.8 m/s খ 3.42 m/s গ 3.92 m/s ঘ 7.84 m/s

উত্তর: ক 2.8 m/s

ব্যাখ্যা: $v^2 = u^2 + 2gh$

$v = \sqrt{2gh}$
$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.4}$
$= 2.8\ ms^{-1}$



১০৭। যদি গতিশক্তি = K, ভর = m ও ভরবেগ = p হয়, তবে কোন সম্পর্কটি সঠিক? [চ. বো. ২১, ১৯; কু. বো. ২১ সি. বো. ১৬, ১৭]

ক $K = \frac{2p^2}{m}$ খ $K = \frac{2p}{m}$ গ $K = \frac{p}{2m}$ ঘ $K = \frac{p^2}{2m}$

উত্তর: ঘ $K = \frac{p^2}{2m}$

১০৮। m ভরের কোনো বস্তুর গতিশক্তি E_k হলে এর ভরবেগ হবে– [রা. বো. ২৪]

ক $\sqrt{\frac{1}{2}mE_k}$ খ $\sqrt{2mE_k}$ গ $\sqrt{2m}E_k$ ঘ $m\sqrt{2E_k}$

উত্তর: খ $\sqrt{2mE_k}$

ব্যাখ্যা: $E_k = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p^2 = 2E_k m \Rightarrow p = \sqrt{2mE_k}$

১০৯। কোনো বস্তুর গতিশক্তি ও ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক হল– [সি. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪]

ক $E_k \propto P$ খ $E_k \propto P^2$ গ $E_k \propto \frac{1}{P}$ ঘ $E_k \propto \frac{1}{P^2}$

উত্তর: খ $E_k \propto P^2$

১১০। কোনো বস্তুর ভরবেগ 10% বৃদ্ধি করলে উহার গতিশক্তি কত বৃদ্ধি পায়? [দি. বো. ২৪; অনুরূপ ঢা. বো. ২২, ১৭]

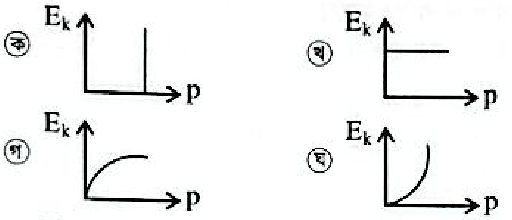
ক 11% খ 12.1% গ 21% ঘ 42%

উত্তর: গ 21%

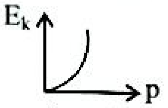
ব্যাখ্যা: $\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 = (1.1)^2 = 1.21 \quad \therefore \frac{E_{k_2} - E_{k_1}}{E_{k_1}} \times 100\% = 21\%$

THE EDUCATIONAL TEAM

১১১। গতিশক্তি বনাম ভরবেগের লেখচিত্র কোনটি? [সি. বো. ২৪]



উত্তর: ঘ



ব্যাখ্যা: $E_k \propto p^2$ যা, $x^2 = 4ay$ যা পরাবৃত্তকে নির্দেশ করে।

১১২। কোনো গতিশীল বস্তুর গতিশক্তি (E_k) এবং ভরবেগ P হলে P বনাম E_k লেখচিত্রটি কেমন হবে? [ব. বো. ২২]

ক পরাবৃত্ত খ আয়তাকার পরাবৃত্ত
গ উপবৃত্ত ঘ সরলরেখা

উত্তর: ক পরাবৃত্ত

ব্যাখ্যা: $p^2 = 2mE_k$ যা $y^2 = 4ax$ এর অনুরূপ

$\therefore$ E_k বনাম p লেখচিত্রটি পরাবৃত্তাকার

১১৩। দুটি বস্তুর গতিশক্তি সমান। প্রথমটির ভর অন্যটির চারগুণ হলে এদের ভরবেগের অনুপাত কত? [সি. বো. ২৫; দি. বো. ২২; অনুরূপ রা. বো. ২১]

ক 2 : 1 খ 4 : 1 গ 1 : 2 ঘ 1 : 4

উত্তর: ক 2 : 1

ব্যাখ্যা: $E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p \propto \sqrt{m} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = 2 \quad \therefore p_1 : p_2 = 2 : 1$

১১৪। কোনো বস্তুর গতিশক্তি দ্বিগুণ করা হলে ভরবেগ হবে– [অনুরূপ য. বো. ২১]

ক 2 গুণ খ অর্ধেক গ $\sqrt{2}$ গুণ ঘ এক চতুর্থাংশ

উত্তর: গ $\sqrt{2}$ গুণ

ব্যাখ্যা: $\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{p_2^2}{p_1^2} \Rightarrow 2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \quad \therefore p_2 = \sqrt{2}\, p_1$

১১৫। সমআয়তনের একটি লৌহ গোলক ও একটি টেনিস বলের ভরবেগ সমান হলে– [ঢা. বো. ১৬]

ক লৌহ গোলকের গতিশক্তি বেশি
খ টেনিস বলের গতিশক্তি বেশি
গ উভয়ের গতিশক্তি সমান
ঘ গতিশক্তির উপর ভরবেগের প্রভাব নেই

উত্তর: খ টেনিস বলের গতিশক্তি বেশি

ব্যাখ্যা: ভরবেগ সমান হলে $E_K \propto \frac{1}{m}$ সমআয়তনের একটি লৌহ গোলকের চেয়ে টেনিস বলের ভর কম হওয়ায় টেনিস বলের গতিশক্তি বেশি।

১১৬। প্রসঙ্গ তল বিবেচনায় নিচের কোন প্রকার শক্তি ঋণাত্মক হতে পারে?

ক বিভবশক্তি খ গতিশক্তি
গ তড়িৎশক্তি ঘ চৌম্বক শক্তি

উত্তর: ক বিভবশক্তি

১১৭। কোনো বস্তু তার অবস্থানের কারণে কী অর্জন করে থাকে? [য. বো. ২২]

ক বিভব শক্তি খ গতিশক্তি গ কাজ ঘ ক্ষমতা

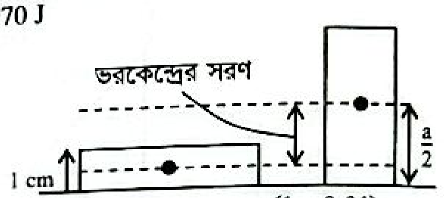
উত্তর: ক বিভব শক্তি

১১৮। 1 cm পুরুত্বের ও 200 g ভরের মিটার স্কেলকে অনুভূমিক অবস্থা থেকে খাড়া করলে বিভবশক্তি– [ব. বো. ১৬]

ক 19.60 J খ 1.960 J গ 1.940 J ঘ 0.970 J

উত্তর: ঘ 0.970 J

ব্যাখ্যা:



$E_p = mg\left(\frac{a}{2} - \frac{h}{2}\right) = 0.2 \times 9.8 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{0.01}{2}\right) = 0.9702$ J

১১৯। নিচের কোনটি স্থিতিশক্তির উদাহরণ নয়?

ক খেলনা মোটর স্প্রিং এ দম দেয়া
খ হাত ঘড়ির স্প্রিং এ দম দেয়া
গ ধনুকের ছিলাতে তীর লাগিয়ে টানা
ঘ ব্রেক কষে গাড়ি থামানো

উত্তর: ঘ ব্রেক কষে গাড়ি থামানো

১২০। 60 kg ভরের জনৈক ব্যক্তি 20 min এ 180 m উচ্চতার চূড়া আরোহণ করেন। তার বিভবশক্তি কত জুল?

ক 9.58×10^4 খ 10.58×10^4
গ 12.58×10^4 ঘ 15.58×10^4

উত্তর: খ 10.58×10^4

ব্যাখ্যা: $E_p = mgh = 60 \times 9.8 \times 180 = 10.58 \times 10^4$J

১২১। m ভরের একটি বস্তু h উচ্চতা থেকে ভূমিতে পড়ল। ভূমি থেকে কত উচ্চতায় গতিশক্তি বিভবশক্তির তিনগুণ হবে? [দি. বো. ২২, ১৬; অনুরূপ সি. বো. ২২; চ. বো. ২২, ১৪]

ক $\frac{2h}{3}$ খ $\frac{h}{2}$ গ $\frac{h}{3}$ ঘ $\frac{h}{4}$

উত্তর: ঘ $\frac{h}{4}$

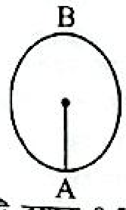
ব্যাখ্যা: $E_K = 3 \times E_P \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 3 \times mgx$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2g(h - x) = 3gx$

$\Rightarrow h - x = 3x$

$\Rightarrow x = \frac{h}{4}$

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।



চিত্রে 1 kg ভরের একটি বস্তুকে 0.5m দৈর্ঘ্যের সূতার সাহায্যে উল্লম্ব তলে ঘুরানো হচ্ছে। A ও B বিন্দু যথাক্রমে ঘূর্ণন তলে সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ বিন্দু নির্দেশ করে।

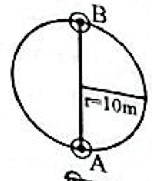
১২২। A ও B বিন্দুর বিভব শক্তির পার্থক্য– [দি. বো. ২৪]

ক 9.8 J খ 19.6 J গ 1 J ঘ 0.5 J

উত্তর: ক 9.8 J

ব্যাখ্যা: $\Delta E_P = E_{P_B} - E_{P_A} = mg \times AB - mg \times 0$
$= 1 \times 9.8 \times (0.5 \times 2) = 9.8$ J

১২৩। 100 gm ভরের একটি পাথর উলম্বতলে 10 m ব্যাসার্ধের বৃত্ত পথে ঘুরতে ঘুরতে A অবস্থান হতে B-অবস্থানে আসল (চিত্র-১)। শক্তির পরিবর্তন কত হবে? [রা. বো. ১৯]



চিত্র-১

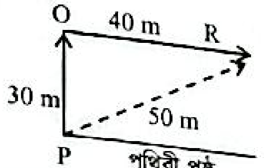
ⓚ 10 J ⓚ 20 J ⓖ 30 J ⓘ 40 J

(ক) 10 J (খ) 20 J (গ) 30 J (ঘ) 40 J

উত্তর: (খ) 20 J

ব্যাখ্যা: $\Delta E_p = mg \times 2r = 0.1 \times 9.8 \times 2 \times 0 = 19.6\ J \approx 20\ J$

১২৪। চিত্রে দেখানো পথ দিয়ে একটি 4.0 N ওজনের পাথরকে পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রে P বিন্দু থেকে R বিন্দুতে স্থানান্তরিত করা হল। পাথরটির স্থিতি শক্তি কত বৃদ্ধি পেল?



(ক) 120 J (খ) 200 J (গ) 280 J (ঘ) 1200 J

উত্তর: (ক) 120 J

ব্যাখ্যা: $\Delta E_p = mg \times OP = 4 \times 30 = 120\ J$

১২৫। 10 m উঁচু স্থান থেকে 100 g ভরবিশিষ্ট একটি বলকে ফেলে দিলে যদি বলটি পুনরায় 8 m উঁচু পর্যন্ত ওঠে, তবে কি পরিমাণ শক্তি ক্ষয় হয়?

(ক) 1000 J (খ) 1 J (গ) 98 J (ঘ) 1.96 J

উত্তর: (ঘ) 1.96 J

ব্যাখ্যা: $\Delta E = mg\,(h_1 - h_2) = 0.1 \times 9.8\,(10 - 8) = 1.96\ J$

১২৬। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 5 km উপরে কিছু মেঘ ভেসে আছে। ঐ মেঘ বৃষ্টিরূপে নেমে এসে ভূ-পৃষ্ঠে 100 km² স্থানে 1 mm গভীরতার পানি সৃষ্টি করতে পারে। উক্ত পানিতে আবার মেঘে পরিণত করতে কত কাজের প্রয়োজন?

(ক) 49×10^{11} J (খ) 49×10^{8} J (গ) 4.9×10^{11} ergs (ঘ) 9.8×10^{11} J

উত্তর: (ক) 49×10^{11} J

ব্যাখ্যা: $W = mgh = V\rho gh = Ad\rho gh$

$= 100 \times 10^6 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 9.8 \times 5000 = 49 \times 10^{11}\ J$

১২৭। একটি হালকা ও ভারী বস্তুর ক্ষেত্রে— [য. বো. ২১]

(i) উভয়ের ভরবেগ সমান হতে পারে

(ii) উভয়ের গতিশক্তি সমান হতে পারে

(iii) এদের গতিশক্তি সমান হলে, হালকা বস্তুর ভরবেগ বেশি হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: হালকা বস্তুর ভর m এবং ভারী বস্তুর ভর M [যেখানে, M > m]

$E_k = \frac{p^2}{2m} \quad \because E_{k1} = E_{k2}$

$\Rightarrow \frac{p_1^2}{2m} = \frac{p_2^2}{2M} \quad \therefore p_1 < p_2$ [যেহেতু, M > m]

অতএব, গতিশক্তি সমান হতে হলে ভারী বস্তুর ভরবেগ বেশি হতে হবে।

১২৮। ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক— [দি. বো. ২৫; কু. বো. ১৯]

(i) $K = \frac{\vec{p}\cdot\vec{p}}{2m}$ (ii) $K = \frac{p^2}{2m}$ (iii) $K = \frac{\vec{p}\times\vec{p}}{2m}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

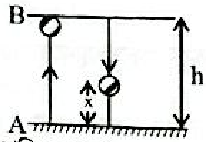
উত্তর: (ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $K = \frac{p^2}{2m}$

আবার, ভরবেগ ভেক্টর রাশি। একই দিকে উপাংশ বিবেচনায়,

$K = \frac{\vec{p}\cdot\vec{p}}{2m} = \frac{p \times p \times \cos\theta}{2m} = \frac{p^2}{2m}\ [\because \theta = 0°]$

১২৯। নিচের চিত্রানুযায়ী—



(i) h উচ্চতায় বিভব শক্তি = mgh

(ii) x উচ্চতায় বিভব শক্তি = mgx

(iii) বিভব শক্তি সংরক্ষণশীলতার নীতি মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ) i, ii ও iii

১৩০। কোন বস্তুর গতিশক্তি ঐ বস্তুর—

(i) ভরের সমানুপাতিক

(ii) বেগের বর্গের সমানুপাতিক

(iii) অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে না

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii (গ) i ও ii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$\therefore E_k \propto m$ এবং $E_k \propto v^2$

❖ নিম্নোক্ত তথ্য হতে ১৩১ ও ১৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি হাতুড়ির ভর 1 kg। এটি 10 ms⁻¹ বেগে চলে একটি পেরেকের মাথায় আঘাত করল। এতে পেরেকের সরণ হল 2 cm।

১৩১। কতক্ষণ হাতুড়িটি পেরেকের সংস্পর্শে ছিল? [কু. বো. ১৭]

(ক) 4×10^{-3} sec (খ) 2×10^{-3} sec (গ) 1×10^{-3} sec (ঘ) 0.25×10^{-3} sec

উত্তর: (ক) 4×10^{-3} sec

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}mv^2 = Fx$

$\Rightarrow F = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times 10^2}{0.02} = 2500\ N$

$\therefore F = \frac{m(v-u)}{t}$

$\Rightarrow 2500 = \frac{1 \times (10 - 0)}{t}$

$\Rightarrow t = 0.004\ s$

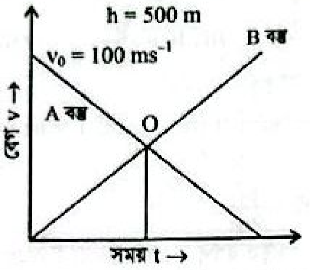
১৩২। হাতুড়ি দ্বারা সম্পাদিত কাজ কত? [কু. বো. ১৭]

(ক) 100 J (খ) 50 J (গ) 10 J (ঘ) 0.2 J

উত্তর: (খ) 50 J

ব্যাখ্যা: $W = Fx = 2500 \times 0.02 = 50\ J$

❖ **নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর এবং ১৩৩ ও ১৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**



A ও B দুটি সমভরের বস্তু। A কে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে এবং B কে উপর হতে একই রেখা বরাবর খাড়া নিচের দিকে পড়তে দেয়া হল। তাদের বেগ-সময় লেখচিত্র O বিন্দুতে ছেদ করে।

(দেয়া আছে, $g = 10\ ms^{-2}$)

১৩৩। B বস্তুটি বাধাহীনভাবে পড়লে ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে এর বেগ কত হবে? [সি. বো. ১৭]

ⓚ $7\ ms^{-1}$ ⓚh $10\ ms^{-1}$ ⓖ $71\ ms^{-1}$ ⓖh $100\ ms^{-1}$

উত্তর: ⓖh $100\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $v^2 = u^2 + 2gh$

$\Rightarrow v = \sqrt{2 \times 10 \times 500} = 100\ ms^{-1}$

১৩৪। উদ্দীপক অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. ১৭]

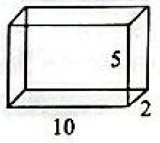
ⓚ বস্তুদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হবে
ⓚh বস্তুদ্বয়ের গতিশক্তি O বিন্দুতে সমান
ⓖ বস্তুদ্বয়ের স্থিতিশক্তি O বিন্দুতে সমান
ⓖh বস্তুদ্বয় O বিন্দু দ্বারা নির্দেশিত সময়ের পরে মিলিত হবে

উত্তর: ⓚh বস্তুদ্বয়ের গতিশক্তি O বিন্দুতে সমান

ব্যাখ্যা: O বিন্দুতে বেগ সমান হওয়ায় গতিশক্তি সমান হবে।

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১৩৫ ও ১৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

একটি ব্লকের ভর, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 10 kg, 10 m, 2 m এবং 5 m। ব্লকটি ভূমির উপর রাখা আছে।



১৩৫। বলটির বিভব শক্তি কত?

ⓚ 490 J ⓚh 245 J ⓖ 196 J ⓖh 10 J

উত্তর: ⓚh 245 J

ব্যাখ্যা: $E_p = mg\frac{h}{2} = 10 \times 9.8 \times \frac{5}{2} = 245\ J$

১৩৬। ব্লকটিকে যদি দাড় করানো হয় তাহলে বিভব শক্তির পরিবর্তন কত?

ⓚ 0 J ⓚh 245 J ⓖ 490 J ⓖh 1735 J

উত্তর: ⓚh 245 J

ব্যাখ্যা: $\Delta E_p = mg\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{2}\right)$

$= 10 \times 9.8 \times \left(\frac{10}{2} - \frac{5}{2}\right)$

$= 245\ J$

সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল

১৩৭। সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ার ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক নয়? [ব. বো. ২৪]

ⓚ পূর্ণচক্রে কাজের পরিমাণ শূন্য হয়
ⓚh কতৃকাজ গতিপথের উপর নির্ভরশীল
ⓖ সম্পাদিত কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব
ⓖh যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বজায় থাকে

উত্তর: ⓚh কতৃকাজ গতিপথের উপর নির্ভরশীল

ব্যাখ্যা: সংরক্ষনশীল বলের ক্রিয়ায় কৃতকাজ আদি ও শেষ অবস্থানের ওপর নির্ভর করে, গতিপথের উপর নির্ভর করে না।

১৩৮। কোনটি অসংরক্ষণশীল বল? [কু. বো. ২২]

ⓚ মাধ্যাকর্ষণ বল ⓚh বিদ্যুৎ বল ⓖ চৌম্বক বল ⓖh সান্দ্র বল

উত্তর: ⓖh সান্দ্র বল

১৩৯। অসংরক্ষণশীল বলের উদারহণ কোনটি? [য. বো. ২৪]
বা, কোনটি অসংরক্ষণশীল বল? [য. বো. ২১; রা. বো. ১৫]

ⓚ অভিকর্ষ বল ⓚh বৈদ্যুতিক বল
ⓖ চৌম্বক বল ⓖh ঘর্ষণ বল

উত্তর: ⓖh ঘর্ষণ বল

ব্যাখ্যা: যে সংস্থায় বা সিস্টেমে বাধাজনিত বল উপস্থিত থাকে সেখানে যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে না, বরং যান্ত্রিক শক্তির অপচয় হয়, এ ধরনের সংস্থা বা সিস্টেমকে অসংরক্ষণশীল সংস্থা বলা হয় এবং এই বাধাজনিত বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়। যেমন– ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল প্রভৃতি।

১৪০। নিচের কোনটি সংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ? [ঢা. বো. ২২]

ⓚ ঘর্ষণ বল ⓚh সান্দ্রবল ⓖ অভিকর্ষীয় বল ⓖh ঘাত বল

উত্তর: ⓖ অভিকর্ষীয় বল

ব্যাখ্যা: যে বল কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কৃতকাজ শূণ্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে। উদাহরণ: অভিকর্ষীয় বল, বৈদ্যুতিক বল, আদর্শ স্প্রিং এর বিকৃতি প্রতিরোধী বল প্রভৃতি।

১৪১। ঘর্ষণ বল দ্বারা বস্তুর উপর কৃত কাজ– [কু. বো. ২২]

ⓚ ধনাত্মক ⓚh ঋণাত্মক ⓖ শূন্য ⓖh বল × মন্দন

উত্তর: ⓚh ঋনাত্মক

ব্যাখ্যা: ঘর্ষণ বল সর্বদা গতি প্রতিরোধী বল বিধায় ঘর্ষণ বল দ্বারা বস্তুর উপর কৃত কাজ ঋণাত্মক।

১৪২। কোনটি সংরক্ষণশীল বল? [রা. বো. ২১; ঢা. বো., চ. বো. ১৬; ব. বো. ১৪]

ⓚ বায়ুর বাধা ⓚh তড়িৎ বল ⓖ ঘর্ষণ বল ⓖh সান্দ্র বল

উত্তর: ⓚh তড়িৎ বল

১৪৩। অসংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য কোনটি? [ব. বো. ১৭]

ⓚ কৃত কাজ শূন্য
ⓚh পথের ওপর নির্ণয় করে না
ⓖ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র খাটে না
ⓖh কৃত কাজ পুনরুদ্ধার সম্ভব

উত্তর: ⓖ যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র খাটে না

১৪৪। ঘর্ষণ বল ও বস্তুর বেগের মধ্যকার কোণ কত? [ঢা. বো. ১৭]

ⓚ π ⓚh $\frac{\pi}{2}$ ⓖ $\frac{\pi}{4}$ ⓖh $0°$

উত্তর: ⓚ π

ব্যাখ্যা: ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিপরীতে কাজ করে।

১৪৫। সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য প্রকাশের ক্ষেত্রে– [য. বো. ২২]
(i) বল শুধু অবস্থানের উপর নির্ভরশীল
(ii) শুধু বস্তুর আদি ও যেকোনো অবস্থানের উপর নির্ভর করে
(iii) কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা যায়
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖh i, ii ও iii

উত্তর: ⓚh i ও iii

ব্যাখ্যা: সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য:
i. এই বল শুধু অবস্থানের উপর নির্ভর করে।
ii. সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা যায়।
iii. একটি বস্তুকে এক স্থান হতে অন্য স্থানে স্থানান্তরে কাজ পথের উপর নির্ভর করে না। কেবল আদি ও চূড়ান্ত অবস্থানের উপর নির্ভর করে।
iv. সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হয়।
v. পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূন্য হয়।
vi. সংরক্ষণশীল বল স্থিতিস্থাপক ঋণাত্মক নতিমাত্রার সমান হয়।

১৪৬। অসংরক্ষণশীল বল–
(i) গতিপথের ওপর নির্ভর করে
(ii) যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র মেনে চলে
(iii) এর ক্ষেত্রে কৃতকাজ পুনরুদ্ধার সম্ভব নয়
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚh ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖh i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ i ও iii

ব্যাখ্যা: অসংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য:
i. এই বল শুধু অবস্থানের উপর নির্ভর করে না।
ii. একটি বস্তুকে এক স্থান থেকে আরেক স্থানে স্থানান্তরে কাজ পথের উপর নির্ভর করে।
iii. অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা যায় না।
iv. অসংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক সূত্রের নিত্যতার সূত্র সংরক্ষিত হয় না।
v. পূর্ণচক্রে মোট কাজ শূণ্য হয় না।

ক্ষমতা

১৪৭। ক্ষমতার একক ওয়াট ও অশ্বক্ষমতা (H.P.) এর মধ্যে সম্পর্ক– [দি. বো. ২৩; ম. বো. ২৩]
ⓚ 1 H.P. = 467 Watt ⓚh 1 H.P. = 550 Watt
ⓖ 1 H.P. = 674 Watt ⓖh 1 H.P. = 746 Watt

উত্তর: ⓖh 1 H.P. = 746 Watt

১৪৮। নিচের কোনটি ক্ষমতার একক নয়?
ⓚ অশ্বক্ষমতা ⓚh জুল/সেকেন্ড ⓖ ওয়াট ⓖh জুল

উত্তর: ⓖh জুল

ব্যাখ্যা: শক্তির একক জুল।

১৪৯। ক্ষমতার মাত্রা কোনটি? [ব. বো. ২৫; রা. বো. ২৪]
ⓚ MLT^{-1} ⓚh ML^2T^{-2}
ⓖ MLT^{-3} ⓖh ML^2T^{-3}

উত্তর: ⓖh ML^2T^{-3}

ব্যাখ্যা: $[\text{ক্ষমতা}] = \frac{[\text{কাজ}]}{[\text{সময়}]} = \frac{[\text{বল}]\,[\text{সরণ}]}{[\text{সময়}]} = \frac{[MLT^{-2}]\,[L]}{[T]} = [ML^2T^{-3}]$

১৫০। 10 W ক্ষমতা বলতে বুঝায়– [ম. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ১৫]
ⓚ 1s এ কৃতকাজ 10J ⓚh 2s এ কৃতকাজ 5J
ⓖ 5s এ কৃতকাজ 5J ⓖh 10s এ কৃতকাজ 1J

উত্তর: ⓚ 1s এ কৃতকাজ 10J

ব্যাখ্যা: $P = \frac{W}{t}$ অর্থাৎ, t = 1 s হলে কাজ, W = 10 J হবে।

১৫১। একটি ইঞ্জিন প্রতি ঘন্টায় 37300 kg পানি 18 m উপরে উঠাতে পারে। ইঞ্জিনের ক্ষমতা কত?
ⓚ 1827.7 W ⓚh 827.7 W ⓖ 2827.7 W ⓖh 3827.7 W

উত্তর: ⓚ 1827.7 W

ব্যাখ্যা: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{37300 \times 9.8 \times 18}{3600} = 1827.7\ W$

১৫২। কোনো যন্ত্র কর্তৃক F ধ্রুব বল প্রয়োগে কোনো বস্তু v ধ্রুব বেগে গতিশীল হলে যন্ত্রের ক্ষমতা কত? [রা. বো. ২১]
ⓚ $P = Fv^2$ ⓚh $P = Fv$ ⓖ $P = F^3v$ ⓖh $P = \frac{F}{v}$

উত্তর: ⓚh $P = Fv$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$

১৫৩। একটি ক্রেন 100 kg ভরের একটি ব্লককে 0.1 ms^{-1} ধ্রুববেগে উপরে তুলছে। ক্রেনটির ক্ষমতা–[ঢা. বো. ২৩, ১৯; অনুরূপ সি. বো. ২৩; চ. বো. ১৫]
ⓚ 9.8 watt ⓚh 98 watt ⓖ 980 watt ⓖh 9800 watt

উত্তর: ⓚh 98 watt

ব্যাখ্যা: $P = Fv = mgv = 100 \times 9.8 \times 0.1 = 98$ watt

১৫৪। একটি বস্তুর উপর $(5\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করায় 7 sec সময় পর বেগ $(3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})\ ms^{-1}$ হলে বস্তুটির ক্ষমতা কত? [ঢা. বো. ২৫]
ⓚ 1W ⓚh 3.31W ⓖ 7.0W ⓖh 23.19W

উত্তর: ⓚ 1W

ব্যাখ্যা: $P = \frac{W}{t} = \frac{\vec{F}.\vec{s}}{t} = \frac{(5\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}).(3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})}{7} = \frac{15 - 6 - 2}{7} = 1\ W$

১৫৫। একটি জল বিদ্যুৎ কেন্দ্রের বাধের গভীরতা 20 m। প্রতি সেকেন্ডে কত কেজি পানি টারবাইন ব্লেডের উপর পড়লে এটি 0.5 MW বিদ্যুৎ উৎপন্ন করবে?
ⓚ 25×10^2 kg ⓚh 25×10 kg
ⓖ 25×10^3 kg ⓖh 25×10^4 kg

উত্তর: ⓚ 25×10^2 kg

ব্যাখ্যা: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{mgh}{1} \Rightarrow 0.5 \times 10^6 = m \times 9.8 \times 20$

$\therefore m = 25 \times 10^2$ kg

১৫৬। 2 HP এর একটি পাম্প 12 মিনিটে 1000 লিটারের একটি ট্যাংকে পানি ভর্তি করতে পারে। অতিরিক্ত 1 HP এর একটি পাম্প যুক্ত করলে উক্ত কাজে কত মিনিট সময় সাশ্রয় হবে? [অনুরূপ য. বো. ১৫]
ⓚ 8 ⓚh 4 ⓖ 6 ⓖh 2

উত্তর: ⓚh 4

ব্যাখ্যা: $P = \frac{mgh}{t}\ \therefore P \propto \frac{1}{t} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{12}{t_2}$

$\Rightarrow t_2 = 8$ min $\therefore$ সাশ্রয় = 12 – 8 = 4 min

১৫৭। একটি অর্ধপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12 m এবং ব্যাস 1.8 m। কোন ইঞ্জিন 24 মিনিটে কুয়াটির পানি সম্পূর্ণ খালি করতে পারলে তার ক্ষমতা কত? [অনুরূপ য. বো. ১৫]
ⓚ 1.25 W ⓚh 935.174 W ⓖ 1.8 W ⓖh 1.87 W

উত্তর: ⓚh 935.174 W

ব্যাখ্যা: $P = \frac{\left(\pi r^2 \frac{h}{2} \times \rho\right) g h'}{t} = \frac{\pi \times 0.9^2 \times \frac{12}{2} \times 10^3 \times 9.8 \times \frac{\frac{12}{2} + 12}{2}}{24 \times 60} = 935.174\ W$

১৫৮। 10 m ব্যাস এবং 4 m উচ্চতার কুয়াতে কত লিটার পানি ধরবে?

ⓚ 314160 L ⓛ 300010 L ⓜ 201500 L ⓝ 306500 L

উত্তর: ⓚ 314160 L

ব্যাখ্যা: $m = \rho V = 10^3 \times \pi \times 5^2 \times 4 \Rightarrow m = 314160\ kg = 314160\ L$

১৫৯। অনুভূমিকের সাথে θ কোণে আনত একটি ঘর্ষণবিহীন রাস্তায় v বেগে চলন্ত m ভরের একটি বস্তুর উর্ধ্বমুখী ত্বরণ a সৃষ্টি করতে কত ক্ষমতা প্রয়োগ করতে হবে?

ⓚ $mav\sin\theta$ ⓛ $mav\cos\theta$

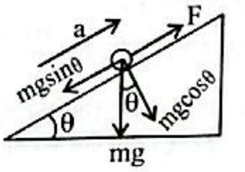
ⓜ $mav + mgv\sin\theta$ ⓝ $(mav + mgv)\sin\theta$

উত্তর: ⓜ $mav + mgv\sin\theta$

ব্যাখ্যা: $F - mg\sin\theta = ma$

$\Rightarrow F = ma + mg\sin\theta$

$\therefore P = Fv = mav + mgv\sin\theta$



১৬০। ক্ষমতা এর ক্ষেত্রে– [চ. বো. ২৫]

i. $\frac{dW}{dt}$ ii. Fv iii. $\frac{mgh}{t}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

১৬১। ক্ষমতার একক হলো– [ঢা. বো. ২৩; দি. বো. ১৬]

(i) Js^{-1}
(ii) watt
(iii) erg s^{-1}

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

❖ **উদ্দীপক থেকে ১৬২ এবং ১৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

একটি ইঞ্জিন 10^5 kg ভরের বস্তুকে ভূমির সাথে 65° কোণে 72 kmh^{-1} বেগে টেনে নিয়ে যাচ্ছে। ঘর্ষণজনিত বাধা 10^3 kg তে 20 N। [$g = 9.8\ ms^{-2}$]

১৬২। ক্রিয়াশীল লব্ধি বল কত? [রা. বো. ২৫]

ⓚ 8.9×10^5 N ⓛ 8.81×10^5 N

ⓜ 7.85×10^5 N ⓝ 7.16×10^5 N

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: সমবেগে চলমান বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল লব্ধি বল শূন্য হয়।

ইঞ্জিন কর্তৃক প্রযুক্ত বল,

$F = mg\sin\theta + F_f$

$= 10^5 \times 9.8 \times \sin 65° + \frac{10^5}{10^3} \times \frac{72 \times 1000}{3600} = 8.9 \times 10^5$ N

১৬৩। ইঞ্জিনের ক্ষমতা কত? [রা. বো. ২৫]

ⓚ 2.65×10^4 HP ⓛ 2.51×10^4 HP

ⓜ 2.38×10^4 HP ⓝ 2.25×10^4 HP

উত্তর: ⓜ 2.38×10^4 HP

ব্যাখ্যা: ইঞ্জিনের ক্ষমতা, $P = Fv$

$= 8.9 \times 10^5 \times \frac{72 \times 1000}{3600}$

$= 1.78 \times 10^7\ W = \frac{1.78 \times 10^7}{746} = 2.38 \times 10^4$ HP

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৬৪ ও ১৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

কোনো বস্তুতে $\vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ N মানের বল 2 sec ক্রিয়া করায় বলের দিকে বস্তুর বেগ হয় $\vec{v} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})\ ms^{-1}$।

১৬৪। ক্ষমতা কত? [ঢা. বো. ২১]

ⓚ $(4\hat{i} + 4\hat{j})$ W ⓛ $(4\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k})$ W

ⓜ 6 W ⓝ 8 W

উত্তর: ⓜ 6 W

ব্যাখ্যা: $P = \vec{F}.\vec{v} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}).(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 3 + 4 - 1 = 6$ W

১৬৫। বলের দ্বারা কৃতকাজ কত? [ঢা. বো. ২১]

ⓚ 12 J ⓛ 16 J

ⓜ $2(4\hat{i} + 4\hat{j})$ J ⓝ $\frac{1}{2}(4\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k})$ J

উত্তর: ⓚ 12 J

ব্যাখ্যা: $W = Pt = 6 \times 2 = 12$ J

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

তাহমিদ ও তমাল দুজনই ৭ম শ্রেণি ছাত্র। এরা দুজনই একটি স্কুল বিল্ডিং এর নিচ তলা থেকে দৌড়ে 15 m উচ্চতায় ছাদে উঠল। এতে এদের সময় লাগে যথাক্রমে 6 সে. ও 5 সে.। তাদের ভর যথাক্রমে 60 kg ও 50 kg।

১৬৬। এদের দুজনের মধ্যে– [রা. বো. ১১]

(i) তাহমিদ বেশী কাজ করেছে
(ii) তমাল কম কাজ করেছে
(iii) তমাল বেশী ক্ষমতা প্রয়োগ করেছে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: $W_1 = 60 \times 9.8 \times 15 = 8820J;\ W_2 = 50 \times 9.8 \times 15 = 7350J$

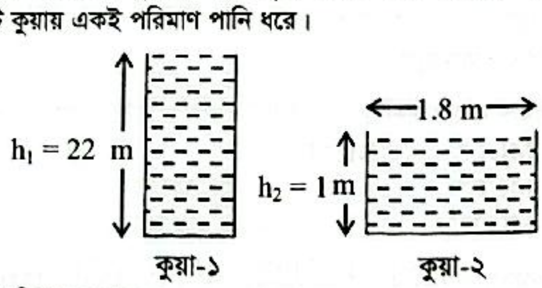
∴ তাহমিদ বেশি কাজ করেছে।

$P_1 = \frac{W_1}{6} = 1470W;\ P_2 = \frac{W_2}{5} = 1470W$

উভয়ে সমান ক্ষমতা প্রয়োগ করেছে।

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৬৭ ও ১৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

একটি পাম্প দ্বারা ২নং কুয়াকে পানি শূন্য করতে সময় লাগে $t_2 = 24$ মিনিট এবং ১নং কুয়াকে পানি শূন্য করতে সময় লাগে $t_1 = 23$ মিনিট। দুটি কুয়ায় একই পরিমাণ পানি ধরে।



১৬৭। পাম্পটির ক্ষমতা কত?

ⓚ 1.2 HP ⓛ 0.0116 HP ⓜ 1.67 HP ⓝ 1.76 HP

উত্তর: ⓛ 0.0116 HP

ব্যাখ্যা: $P = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho\pi r^2 hg \times \frac{h}{2}}{t} = \frac{10^3 \times \pi \times 0.9^2 \times 1 \times 9.8 \times \frac{1}{2}}{24 \times 60 \times 746}$

$\Rightarrow P = 0.0116$ HP

১৬৮। নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

ক $h_1t_1 = h_2t_1$　খ $h_1t_2 = h_2t_1$

গ $h_1^2t_1 = h_2^2t^2$　ঘ $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$

উত্তর: খ $h_1t_2 = h_2t_1$

ব্যাখ্যা: $P = \frac{mgh}{t}$ এখানে, P, m, g ধ্রুবক $\therefore h \propto t$

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow h_1t_2 = h_2t_1$

কর্মদক্ষতা

১৬৯। একটি কুয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি ঘণ্টায় 25×10^6 kg পানি 50 m উচ্চতায় উঠানো হয়। 70% ক্ষমতা ক্ষয় হলে এর অশ্বক্ষমতা কত হবে? [কু. বো. ২৫]

ক 6251 HP　খ 3649 HP

গ 1.5×10^4 HP　ঘ 4.8×10^6 HP

উত্তর: ক 6251 HP

ব্যাখ্যা: $\eta = \frac{P'}{P} = \frac{\frac{mgh}{t}}{\eta} = \frac{\frac{25 \times 10^6 \times 9.8 \times 50}{3600}}{0.7} = 6251$ HP

১৭০। $\frac{\text{কার্যকর শক্তি}}{\text{প্রদত্ত মোট শক্তি}} = ?$

ক ক্ষমতা　খ কাজ　গ এনট্রপি　ঘ কর্মদক্ষতা

উত্তর: ঘ কর্মদক্ষতা

ব্যাখ্যা: কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তির অনুপাতকে কর্মদক্ষতা বলে।

অর্থাৎ, কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট সরবরাহকৃত শক্তি}}$

১৭১। একটি যন্ত্রের প্রযুক্ত শক্তি, E_1 এবং সিস্টেমে নষ্ট শক্তি, E_2 হলে যন্ত্রটির কর্মদক্ষতা 100% হওয়ার শর্ত কোনটি?

ক $E_1 = 0$　খ $E_2 = 0$

গ $E_1 + E_2 = 0$　ঘ $E_1 - E_2 = 0$

উত্তর: খ $E_2 = 0$

ব্যাখ্যা: $\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 100\% = 1$ হলে, $E_1 - E_2 = E_1$

$\therefore E_2 = 0$

১৭২। 20000 kg ভরের একটি গাড়ীর ইঞ্জিনের ক্ষমতা 560 H.P. ও কর্মদক্ষতা 80%। গাড়িটিকে স্থির অবস্থা থেকে 25 ms^{-1} বেগে আনতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে? [1 H.P. = 0.746 kW]

ক 3.74 sec　খ 6 sec　গ 18 sec　ঘ 37.4 sec

উত্তর: গ 18 sec

ব্যাখ্যা: $P_{out} = \eta \times P_{in} \Rightarrow 560 \times 746 \times 80\% = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{t}$

$\Rightarrow 560 \times 746 \times 80\% = \frac{\frac{1}{2} \times 20000 \times 25^2}{t} \Rightarrow t = 18.7$ s

১৭৩। 30 HP ক্ষমতা বিশিষ্ট একটি ইঞ্জিনের দক্ষতা 50%। 330 lb ভরের একটি বস্তুকে ভূমি থেকে 750 ft উচ্চতায় তুলতে ঐ ইঞ্জিনের কত সময় লাগবে?

ক 20 sec　খ 30 sec　গ 29 sec　ঘ 31 sec

উত্তর: খ 30 sec

ব্যাখ্যা: 1 lb = 0.45 kg; 1 ft = 0.3048 m

$\therefore \eta \times P_{in} = P_{out} = \frac{mgh}{t}$

$\Rightarrow 50\% \times 30 \times 746 = \frac{(330 \times 0.45) \times 9.8 \times 750 \times 0.3048}{t}$

$\Rightarrow t = 29.73 \approx 30$ s

১৭৪। 85% দক্ষতা সম্পন্ন 2.5 kW ক্ষমতার একটি মোটরচালিত পাম্প দ্বারা একটি কূপ হতে গড়ে 6.30 m উচ্চতায় পানি উঠাতে হয়। প্রতি মিনিটে মোটরটি কত কিলোগ্রাম পানি উঠাতে পারবে? [ব. বো. ২১]

ক 2075　খ 2065　গ 2045　ঘ 2025

উত্তর: খ 2065

ব্যাখ্যা: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

$\Rightarrow 2.5 \times 10^3 \times 85\% = \frac{m \times 9.8 \times 6.3}{60} \Rightarrow m = 2065$ kg

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ১৭৫ ও ১৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

এক ব্যক্তি 40 s সময়ে একটি কাঠের টুকরা 3 m উচ্চতায় তুলতে পারেন। আর একজন 20 s সময়ে একই উচ্চতায় তুলতে পারেন।

১৭৫। তাদের ব্যয়িত শক্তি–

ক একই　খ দ্বিতীয় জনের দ্বিগুণ বেশি

গ দ্বিতীয় জনের তিন গুণ বেশি　ঘ প্রথম জনের বেশি

উত্তর: ক একই

ব্যাখ্যা: E = mgh

m ও h একই হওয়ায় কৃতকাজ সমান।

১৭৬। তাদের দক্ষতা–

ক একই　খ দ্বিতীয় জনের দ্বিগুণ

গ দ্বিতীয় জনের তিন গুণ বেশি　ঘ প্রথম জনের বেশি

উত্তর: খ দ্বিতীয় জনের দ্বিগুণ

ব্যাখ্যা: $\eta = \frac{P'}{P} \times 100\%$　[∵ P' = কার্যকর ক্ষমতা, P = প্রদত্ত ক্ষমতা]

১ম ব্যক্তির দক্ষতা, $\eta_1 = \frac{\frac{mgh}{t_1}}{P} \times 100\%$

২য় ব্যক্তির দক্ষতা, $\eta_2 = \frac{\frac{mgh}{t_2}}{P} \times 100\%$

$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \eta_2 = 2\eta_1 \quad \therefore \eta_2 > \eta_1$

নিজেকে যাচাই করো

১। একটি ইঞ্জিন প্রতি ঘণ্টায় 37300 kg পানি 18 m উপরে উঠাতে পারে। ইঞ্জিনের ক্ষমতা কত?
ⓚ 1827.7 W ⓚ 827.7 W ⓖ 2827.7 W ⓖ 3827.7 W

২। 30 HP ক্ষমতা বিশিষ্ট একটি ইঞ্জিনের দক্ষতা 50%। 330 lb ভরের একটি বস্তুকে ভূমি থেকে 750 ft উচ্চতায় তুলতে ঐ ইঞ্জিনের কত সময় লাগবে?
ক) 20 sec খ) 30 sec গ) 29 sec ঘ) 31 sec

৩। 1 m উঁচু টেবিলের অবস্থিত 100 g ভরের একটি বইকে 30 cm দূরে সরানো হল। বইটির স্থৈতিক শক্তির পরিবর্তন কত?
ক) 9.8×10^5 erg খ) 2.94×10^4 erg
গ) 0 erg ঘ) 3×10^4 erg

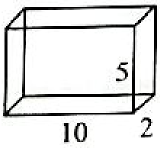
৪। F মানের একটি পরিবর্তনশীল বলের মাধ্যমে একটি বস্তুকে মূলবিন্দু থেকে y-অক্ষ বরাবর 7 m সরানো হলো এতে কৃতকাজ–
ক) $\int_0^7 Fdy$ খ) Fy গ) $\int_0^y Fydy$ ঘ) Fy cos0

৫। একটি স্প্রিংকে টেনে তিনগুণ লম্বা করা হলো। সম্পাদিত কাজ হবে–
ক) এক-তৃতীয়াংশ খ) তিনগুণ গ) এক-নবমাংশ ঘ) নয়গুণ

৬। ভূমির সঙ্গে 60° কোণে আনত একটি মসৃণ তল PQ-এর সর্বোচ্চ বিন্দু P-থেকে একটি স্থির বস্তু মসৃণভাবে গড়িয়ে 6 sec পরে Q বিন্দুতে আসল। ভূমি হতে P-এর উচ্চতা কত?
ক) 398.29 m খ) 312.15 m গ) 132.3 m ঘ) None of them

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি ব্লকের ভর, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 10 kg, 10 m, 2 m এবং 5 m। ব্লকটি ভূমির উপর রাখা আছে।



৭। বলটির বিভব শক্তি কত?
ক) 490 J খ) 245 J গ) 196 J ঘ) 10 J

৮। ব্লকটিকে যদি দাড় করানো হয় তাহলে বিভব শক্তির পরিবর্তন কত?
ক) 0 J খ) 245 J গ) 490 J ঘ) 1735 J

৯। রাইফেলের গুলি কেবল তিনটি তক্তাকে ভেদ করতে পারে। গুলির বেগ পাঁচগুণ করা হলে এরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?
ক) 53 খ) 64 গ) 75 ঘ) 63

১০। একটি বস্তুকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলা হলো। ভূমি হতে 6 m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির তিনগুণ হলে, কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলে দেয়া হয়েছিল?
ক) 30 m খ) 24 m গ) 27 m ঘ) 15 m

১১। 90 Nm^{-1} বল ধ্রুবকের স্প্রিংকে 4 cm সংকুচিত করলে কৃতকাজ কত হবে?
ক) 0.072 J খ) 0.075 J গ) 0.082 J ঘ) 0.086 J

১২। স্প্রিং বল দ্বারা কৃতকাজ–
i. সরণের সমানুপাতিক
ii. সরণের বর্গের সমানুপাতিক
iii. সরণের ব্যস্তানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i খ) ii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৩। স্বাধীন একটি ব্যাগসহ 623.7 ওয়াট ক্ষমতাসম্পন্ন একটি লিফটে ভূমি থেকে 0.3 ms^{-1} বেগে দ্বিতীয় তলায় উঠল। ব্যাগসহ স্বাধীনের ওজন কত?
ক) 208.147 kg-wt খ) 212.14 kg-wt
গ) 2081.5 kg-wt ঘ) 106.07 kg-wt

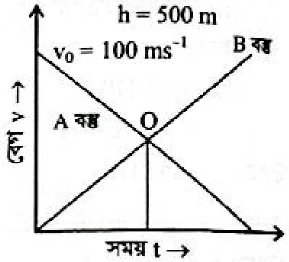
১৪। একটি বলকে 20 cm উচ্চতা থেকে ফেলে দেওয়া হলো। এটি মাটিতে আঘাত করে পুনরায় 10 cm উচ্চতায় উঠলে শক্তির অপচয় কত?
ক) 25% খ) 50% গ) 75% ঘ) 0%

১৫। ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক–
(i) $E_k = \frac{\vec{P} \times \vec{P}}{2m}$ (ii) $E_k = \frac{P^2}{2m}$ (iii) $E_k = \frac{\vec{P}.\vec{P}}{2m}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও iii খ) i ও ii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৬। কোন বস্তুর গতিশক্তি ঐ বস্তুর–
(i) অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে (ii) ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক
(iii) ভরের সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i গ) ii ও iii ঘ) iii

❖ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর এবং ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

A ও B দুটি সমভরের বস্তু। A কে ভূমি হতে খাড়া উপরের দিকে এবং B কে উপর হতে একই রেখা বরাবর খাড়া নিচের দিকে পড়তে দেয়া হল। তাদের বেগ-সময় লেখচিত্র O বিন্দুতে ছেদ করে। (দেয়া আছে, $g = 10 ms^{-2}$)



১৭। B বস্তুটি বাধাহীনভাবে পড়লে ভূমিতে পড়ার মুহূর্তে এর বেগ কত হবে?
ক) 7 ms^{-1} খ) 10 ms^{-1} গ) 71 ms^{-1} ঘ) 100 ms^{-1}

১৮। উদ্দীপক অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?
ক) বস্তুদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হবে
খ) বস্তুদ্বয়ের গতিশক্তি O বিন্দুতে সমান
গ) বস্তুদ্বয়ের স্থিতিশক্তি O বিন্দুতে সমান
ঘ) বস্তুদ্বয় O বিন্দু দ্বারা নির্দেশিত সময়ের পরে মিলিত হবে

১৯। একটি ক্রেনের সাহায্যে 2000 kg ভরের একটি গাড়িকে 1 min সময়ে 30 m উচ্চতায় তোলা হলো। একই কাজ করতে আরেকটি ক্রেন 2 min সময় নিল। দুটি ক্রেনের জ্বালানি খরচ কত হবে?
ক) দুই ক্রেনের সমান খ) প্রথম ক্রেনের বেশি
গ) দ্বিতীয় ক্রেনের বেশি ঘ) কোনোটিই নয়

২০। একটি মসৃণ নততল বেয়ে m ভরের একটি বস্তু h উচ্চতা থেকে ভূমিতে এসে একটি অমসৃণ অনুভূমিক তলে (ঘর্ষণ গুণাঙ্ক = μ) গিয়ে পড়ে। ওই তলে কতদূরে গিয়ে বস্তুটি থেমে যাবে?
ক) $\frac{h}{\mu}$ খ) $\sqrt{h\mu}$ গ) $\sqrt{\frac{\mu}{h}}$ ঘ) $4\mu^2h^2$

২১। ভূমি হতে m ভরের কোনো বস্তুকণাকে 4R উচ্চতায় উত্তোলন করলে কৃতকাজ–
ক) $\frac{mgR}{4}$ খ) 3mgR গ) $\frac{mgR}{2}$ ঘ) $\frac{3}{4}$ mgR

২২। দুইটি 150 kg ভর এবং 5 m ব্যাসবিশিষ্ট গোলকের একটি উপর আরেকটি রাখতে কৃতকাজ কত?
ক) 7350 J খ) 11025 J গ) 3675 J ঘ) 14700 J

২৩। কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ–
ক) অসীম খ) ধনাত্মক গ) শূন্য ঘ) ঋণাত্মক

২৪। 90 Nm^{-1} বল ধ্রুবকের স্প্রিংকে 4 cm সংকুচিত করলে কৃতকাজ কত হবে?
ক) 0.072 J খ) 0.075 J গ) 0.082 J ঘ) 0.086 J

২৫। 40 N বল কোনো স্প্রিংকে টেনে 10 m বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 500 cm প্রসারিত করাতে কৃত কাজের মান কত হবে?
ক) 1 J খ) 5 H গ) 10 J ঘ) 50 J

উত্তরপত্র																							
১	ক	২	খ	৩	গ	৪	ক	৫	ঘ	৬	গ	৭	খ	৮	খ	৯	গ	১০	খ	১১	ক	১২	খ
১৩	খ	১৪	ঘ	১৫	গ	১৬	গ	১৭	ঘ	১৮	খ	১৯	ক	২০	ক	২১	ঘ	২২	খ	২৩	গ	২৪	ক
২৫	ঘ																						

ষষ্ঠ অধ্যায়

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ
Gravitation and Gravity

Board Questions Analysis

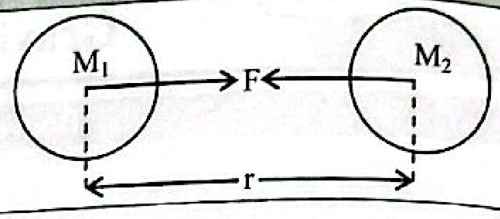
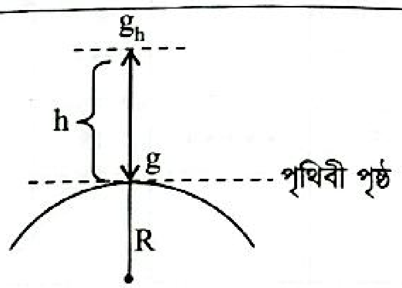
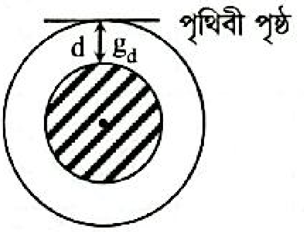
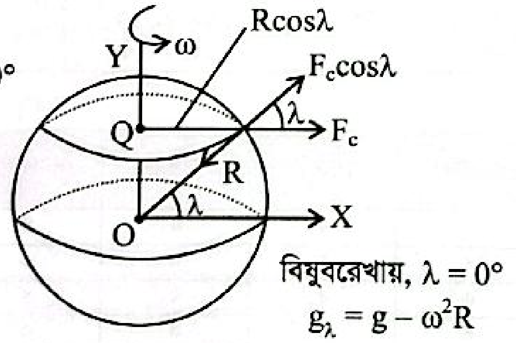
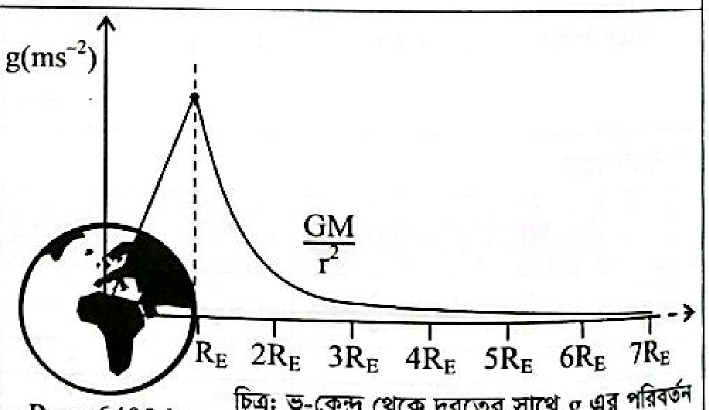
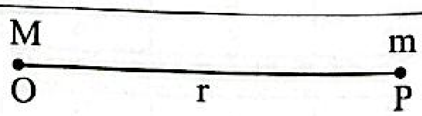
সৃজনশীল প্রশ্ন

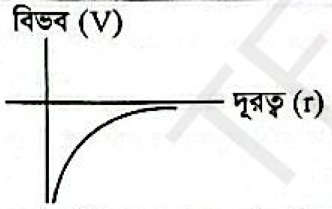
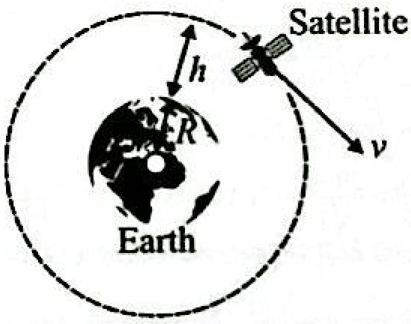
টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
গ্যালিলিও ও কেপলারের সূত্র	★	–	–	–	গ → ৩৩	গ → ২০ ঘ → ২১, ২৫
নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র	★★	১	২	কু. বো. ২২, ১৭; সম্মিলিত বোর্ড ১৮; য. বো. ১৭	গ → ২৪, ৩০ ঘ → ২৮, ২৯	গ → ২১
অভিকর্ষজ ত্বরণ	★★★★★	১৭	১৩	ঢা. বো. ২৪; চ. বো. ২৪, ১৯; কু. বো. ২৪; ব. বো. ২৪, ১৯, ১৭; সি. বো. ২৪, ২২, ১৯; ম. বো. ২৪;রা. বো. ২৩, ২২; য. বো. ২৩, ১৭; ম. বো. ২৩; দি. বো. ২২, ১৯, ১৭	গ → ১, ৪, ৮, ১০, ১১, ১৩, ১৫, ১৯, ২৩, ২৫, ২৭, ৩২, ৩৪ ঘ → ৫, ৪, ৭, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৫, ১৬, ১৯, ২৫, ৩০, ৩২, ৩৪	গ → ১, ৯, ১১, ১২, ১৯, ২২, ২৪, ২৬ ঘ → ৩, ৫, ৬, ৯, ১৪, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২৪, ২৬, ২৭
মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব	★★★	৮	২	য. বো. ২৪, ২৩; রা. বো. ২৪; কু. বো. ২২, ১৭; ব. বো. ২২; চ. বো. ১৭	গ → ৫, ৩, ৬, ৭, ৯, ২০, ২৬, ২৯, ৩১, ৩৫ ঘ → ৬, ২০, ২৪, ২৬	গ → ২, ৩, ১৩, ১৭, ১৮ ঘ → ২
মুক্তিবেগ	★★★	৩	৭	সি. বো. ২৪, ১৭; য. বো. ২৪; ঢা. বো. ২২; দি. বো. ১৯, ১৭; সম্মিলিত বোর্ড ১৮	গ → ১২, ২১ ঘ → ১, ৩, ৯, ৩১, ৩৫	গ → ৫, ৬, ৮, ১৪, ১৬, ২৩, ২৫, ২৬ ঘ → ১১, ১২, ১৩
কৃত্রিম উপগ্রহ	★★★★	১২	১৬	দি. বো. ২৪, ২৩, ২২; রা. বো. ২৪, ২২; কু. বো. ২৩; য. বো. ২৩, ২২, ১৯; ব. বো. ২৩, ১৯; সি. বো. ২৩, ১৭; চ. বো. ২২, ১৯, ১৭; ম. বো. ২২; সম্মিলিত বোর্ড ১৮	গ → ২, ১৪, ১৬, ১৭, ১৮, ২২, ২৮ ঘ → ২, ৮, ১৪, ১৭, ১৮, ২১, ২২, ২৩, ২৭, ৩৩	গ → ৪, ৭, ১০, ১৫ ঘ → ১, ৪, ৭, ৮, ১০, ১৫, ১৬, ২২, ২৩

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সাল \ বোর্ড	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	২	২	৪	৩	৫	২	৪	৪	–
২০২৪	৩	২	৪	৪	৪	২	৩	৩	৩
২০২৩	৩	৪	৪	২	৫	৫	২	৪	৩
২০২২	৩	২	৩	২	৪	১	৪	৩	১
২০২১	×	×	×	×	×	×	×	×	×
২০১৯	২	৩	১	২	–	৩	২	৪	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-৩								–
২০১৭	৩	১	২	২	২	৩	৪	১	–
২০১৬	৩	৩	৫	৫	৫	৩	৩	৫	–
২০১৫	৪	৩	৫	৩	৪	৩	৩	৬	–

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ **মহাকর্ষ বল:** $F = \frac{GM_1M_2}{r^2}$ মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$	
■ **কেপলারের আবর্তনকালের সূত্র:** $\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{T_3^2}{r_3^3} =$ ধ্রুবক	যেখানে, r_1, r_2 ও r_3 হলো সূর্য থেকে গ্রহগুলোর দূরত্ব এবং T_1, T_2 ও T_3 হলো গ্রহগুলোর আবর্তনকাল।
■ **পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে:** • $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} =$ ধ্রুবক • $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} =$ ধ্রুবক	যেখানে, t_1, t_2, t_3 সেকেন্ড পরে বস্তুর বেগ যথাক্রমে v_1, v_2, v_3 এবং উচ্চতা যথাক্রমে h_1, h_2, h_3
■ **অভিকর্ষজ ত্বরণ সংক্রান্ত:** • ভূপৃষ্ঠে, $g = \frac{GM}{R^2}$ • ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায়, $\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$ • ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায়, $g_h = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$ [যখন $h << R$] • $g = \frac{4}{3} G\pi R\rho$ • ভূপৃষ্ঠ থেকে d গভীরতায় ত্বরণ, $g_d = \frac{4}{3} G\pi(R-d)\rho$ • ভূপৃষ্ঠ থেকে d গভীরতায়, $\frac{g_d}{g} = \left(1 - \frac{d}{R}\right)$ • পৃথিবীর কেন্দ্রে, $g' = g\left(1 - \frac{R}{R}\right) = 0$	 যেখানে, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় ত্বরণ = g_h  পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3\ kgm^{-3}$
• λ অক্ষাংশে, $g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2\lambda$ মেরুতে, $\lambda = 90°$ $g_\lambda = g$  বিষুবরেখায়, $\lambda = 0°$ $g_\lambda = g - \omega^2 R$	 $R_E = 6400$ km চিত্র: ভূ-কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সাথে g এর পরিবর্তন
■ **মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র এবং প্রাবল্য:** • মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{F}{m}$ • বিন্দু ভরের জন্য, $E = \frac{GM}{r^2}$	 O বিন্দুর M ভর P বিন্দুর m ভরের উপর যদি F বল ক্রিয়া করে তবে P বিন্দুতে M ভরের দরুণ ক্ষেত্র প্রাবল্য হবে E.

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ মহাকর্ষীয় বিভব: • $V = \frac{W}{m}$ • $V = -\frac{GM}{r}$ • $V = Er$ • $E = -\frac{dV}{dr}$	⇒ অসীম দূর থেকে একক ভরের বস্তুকে মহাকর্ষ ক্ষেত্রে আনতে W পরিমাণ কাজ করতে হয়। ⇒ ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে এবং অসীমে এর সর্বোচ্চ মান শূন্য।
■ মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি: • $W = -\frac{GMm}{r}$ দুটি বস্তুর ভর M ও m হলে এবং তারা পরস্পর r দূরত্বে অবস্থান করলে তাদের মধ্যবর্তী মহাকর্ষীয় বিভব শক্তি W।	 চিত্র: মহাকর্ষ বিভব এবং দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক
■ মুক্তিবেগ: • ভূপৃষ্ঠে, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ $= \sqrt{2gR}$ $= \sqrt{\frac{8}{3}\pi\rho GR^2}$ • ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায়, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}$ $= \sqrt{2g_h(R+h)}$ • ভূপৃষ্ঠ হতে d গভীরতায়, $v_e = \sqrt{2g_d(R-d)}$ $= \sqrt{\frac{8}{3}\pi\rho G(R-d)^2}$	পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোন বস্তুকে v বেগে ওপর দিকে নিক্ষেপ করলে পৃথিবীর আকর্ষণ বলের দ্বারা বিভিন্ন পরিণতি– ➤ যদি $v^2 < \frac{v_e^2}{2}$ হয় অর্থাৎ 7.88 kms^{-1} অপেক্ষা কম উৎক্ষেপণ বেগে নিক্ষেপ করা হয় তবে একটি বস্তু উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী পরিভ্রমণ করবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে। ➤ যদি $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হয় তবে চাঁদের মত উপগ্রহে পরিণত হবে। ➤ যদি $\frac{v_e^2}{2} > v^2 < v_e^2$ কিন্তু হয় তবে বস্তুটি পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করবে। ➤ যদি $v = v_e$ হয় তবে বস্তুটি পরাবৃত্তাকার পথে পৃথিবী ছেড়ে যাবে এবং $v > v_e$ হয় তবে অধিবৃত্তাকার পথে পৃথিবী ছেড়ে যাবে এবং পৃথিবীতে ফিরে আসবেনা।
■ কৃত্রিম উপগ্রহ সংক্রান্ত: • কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ • আবর্তনকাল, $T = \frac{2\pi}{v}(R+h)$ $= 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$ • ভূপৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$ • কৃত্রিম উপগ্রহের বিভবশক্তি, $U = -\frac{GMm}{R+h}$ • কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2(R+h)}$ • কৃত্রিম উপগ্রহের মোট শক্তি, $E_T = E_k + U = -\frac{GMm}{2(R+h)}$	 চিত্র: পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় m ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ v বেগে পরিভ্রমণ করছে। ➤ উপগ্রহের পর্যায়কাল = 24 hr হলে তাকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

একক রূপান্তর

• $g = 9.8\ ms^{-2} = 32\ fts^{-2}$ • 1 kg-wt = 9.8 N

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১ একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের 64 ও 9 গুণ। পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ ms^{-2}$ এবং মুক্তি বেগ $11.2\ kms^{-1}$। ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে $2.5 \times 10^4\ ms^{-1}$ বেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল।

(ক) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য কাকে বলে? [ম. বো. ২৫; দি. বো. ২৩; য. বো. ১৭]

(খ) চলন্ত গাড়ির টায়ারের চাপ বৃদ্ধি পায় কেন- ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৫]

(গ) গ্রহটির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৫; অনুরূপ সি. বো. ২৫]

(ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহটির চূড়ান্ত পরিণতি কী হবে? গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও। [ম. বো. ২৫; অনুরূপ কু. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভর সম্পন্ন একটি বস্তু স্থাপন করলে বস্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে তাই ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

খ গাড়ি চলার সময় রাস্তা এবং টায়ারের মধ্যে অনবরত ঘর্ষণের ফলে টায়ারের রাবার উষ্ণ হয়ে যায়। তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায়। গ্যাসের চাপ সূত্র অনুযায়ী, $P \propto T$ (যদি আয়তন প্রায় ধ্রুব থাকে) অর্থাৎ ভেতরের বাতাসের তাপমাত্রা বেড়ে গেলে তার অণুগুলো দ্রুত গতিতে আঘাত করে, ফলে টায়ারের ভেতরের চাপ বেড়ে যায়। এছাড়াও গাড়ি চলতে থাকলে টায়ার ক্রমাগত চেপে ও আবার ছড়িয়ে কাজ করে। এই প্রক্রিয়াই অতিরিক্ত তাপ উৎপাদান করে এবং ভেতরের চাপ বাড়ায়।

গ আমরা জানি, কোনো গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\therefore g \propto \frac{M}{R^2}; \Rightarrow \frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2$$

$$\Rightarrow g_p = \frac{64M_e}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{9R_e}\right)^2 \times 9.8 \Rightarrow g_p = \frac{64}{81} \times 9.8 = 7.743\ ms^{-2}$$

অতএব, গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হলো $7.743\ ms^{-2}$। **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$; $\therefore v_e \propto \sqrt{\frac{M}{R}}$

$$\frac{(v_e)_p}{(v_e)_{earth}} = \sqrt{\frac{M_p}{M_{earth}} \times \frac{R_{earth}}{R_p}}$$

$$\Rightarrow (v_e)_p = \sqrt{64 \times \frac{1}{9}} \times 11.2 = 29.86\ kms^{-1} \quad \therefore v = 25\ kms^{-1} < (v_e)_p$$

আবার, $\frac{(v_e)_p}{\sqrt{2}} = \frac{29.86}{\sqrt{2}} = 21.11\ kms^{-1}$ অর্থাৎ, $\frac{(v_e)_p}{\sqrt{2}} < v < (v_e)_p$

সুতরাং, উপগ্রহটি একটি উপবৃত্তাকার কক্ষপথে গ্রহটিকে প্রদক্ষিণ করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 1200 km উচ্চতায় একটি 300 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। ($G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$, $M = 6 \times 10^{24}\ kg, R = 6.4 \times 10^6\ m, g = 9.8\ ms^{-2}$)

(ক) বলের ঘাত কী? [ঢা. বো. ২৫]

(খ) মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয় কেন? [ঢা. বো. ২৫, ২৪; য. বো. ২২]

(গ) কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৩; য. বো. ১৯]

(ঘ) কী ব্যবস্থা গ্রহণ করলে কৃত্রিম উপগ্রহটি মহাশূন্যে হারিয়ে যাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে বলের ঘাত বলে।

খ ভূ-পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে অসীম দূরত্বে সরাতে কৃতকাজ,

$$W = \int_R^\infty F dr = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr = GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty = \frac{GMm}{R}$$

গ্রহের আকর্ষণের বাইরে পাঠাতে বস্তুর প্রাথমিক গতিশক্তি W এর সমান হতে হবে।

$$\therefore \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{GMm}{R}; \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

মুক্তিবেগের সমীকরণে বস্তুর ভর (m) না থাকায় বলা যায়, মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের ওপর নির্ভর করে না।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}\ kg$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6\ m$, উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 1200\ km$

আমরা জানি, উপগ্রহের আবর্তনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 1200 \times 10^3)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} = 6579.06\ s = 1.82\ h \text{ (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}\ kg$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6\ m$, উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 1200\ km$

∴ উপগ্রহের রৈখিক বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 1200 \times 10^3}} = 7.258\ kms^{-1}$$

h উচ্চতায় মুক্তিবেগ,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 1.2 \times 10^6}} = 10.264\ kms^{-1}$$

তাই উপগ্রহের বেগ আরও $(10.264 - 7.258)\ kms^{-1}$ অথবা $3.006\ kms^{-1}$ বৃদ্ধি করলে তা মহাশূন্যে হারিয়ে যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ 3500 kg ভরের কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে 1800 km উচ্চতায় $7.1\ kms^{-1}$ বেগে ঘুরছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m, পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং $G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$।

(ক) পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? [সি. বো. ২৫; দি. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; য. বো. ২২; সি. বো. ১৯]

(খ) পৃথিবী অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

(গ) উদ্দীপকে প্রদত্ত উচ্চতায় মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর। [সি. বো. ২৫; অনুরূপ য. বো.; ব. বো. ২৫]

(ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে কিনা– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [সি. বো. ২৫]

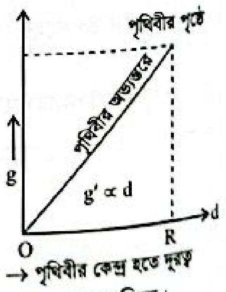
সমাধানঃ

ক ভূ-স্থির উপগ্রহের নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপনের আগে সাময়িকভাবে যে কক্ষপথে ঘুরানো হয় সেই কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে। অর্থাৎ যে ভূ-উপগ্রহের পর্যায়কাল 24 ঘণ্টা তার কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ h গভীরতার ক্ষেত্রে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{4}{3}G\pi(R-h)\rho}{\frac{4}{3}G\pi R\rho} = \frac{R-h}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{d}{R} \Rightarrow g' = \frac{d}{R} \times g \quad \therefore g' \propto d$$



অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m, প্রদত্ত উচ্চতা, $h = 1800$ km

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 1.8 \times 10^6)^2}$

$\therefore E = 5.951$ Nkg^{-1}

সুতরাং, উদ্দীপকের প্রদত্ত উচ্চতায় মহাকর্ষীয় প্রাবল্য 5.951 Nkg^{-1}। **(Ans.)**

ঘ কৃত্রিম উপগ্রহের ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা, $h = 1800$ km
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

1800 km উচ্চতায় মুক্তি বেগ,

$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 1800 \times 10^3}} = 9.879$ kms^{-1}

কিন্তু উপগ্রহটির বর্তমান বেগ, $v = 7.1$ kms^{-1}
যা v_e এর চেয়ে কম। অতএব, বর্তমান অবস্থানে উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ 8 পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি সুষম গোলক ও এর নিজ অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তন কাল 24 h বিবেচনা কর। পৃথিবীপৃষ্ঠে g-এর আদর্শ মান 9.81 ms^{-2}।

(ক) সংরক্ষণশীল বল কী? [চ. বো. ২৫]

(খ) মহাকর্ষীয় বিভবের মান – 6 Jkg^{-1} বলতে কী বুঝ? [চ. বো. ২৫]

(গ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের $\frac{3}{5}$ হবে নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৫]

(ঘ) গ-এ নির্ণীত g এর মান ভূ-পৃষ্ঠে পেতে হলে, তাত্ত্বিকভাবে পৃথিবীর আবর্তনকালের কীরূপ পরিবর্তন আনতে হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ২৫]

সমাধান:

ক যে বলের দ্বারা কোনো কণাকে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে সরালে সম্পাদিত কাজ কেবল প্রারম্ভিক ও চূড়ান্ত অবস্থার উপর নির্ভর করে, পথের উপর নির্ভর করে না, তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।
উদাহরণস্বরূপ: মহাকর্ষ বল, স্থিতিস্থাপক বল ইত্যাদি।

খ মহাকর্ষীয় বিভব বলতে বোঝায় কোনো বিন্দুতে একক ভরের কণাকে অসীম থেকে সেই বিন্দুতে আনার জন্য মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিরুদ্ধে যে কাজ করতে হয় তার মান। মহাকর্ষীয় বিভবের মান – 6 J/kg বলতে বুঝায়–

- ঐ বিন্দুতে 1 কেজি ভরের কণা রাখতে হলে মহাকর্ষ বলের দ্বারা কৃতকাজ হবে 6 J।
- বিভব ঋণাত্মক হওয়ার কারণ হলো মহাকর্ষ বল আকর্ষণমূলক। কণাকে অসীম থেকে (যেখানে বিভব শূন্য ধরা হয়) ঐ বিন্দুতে আনলে বাহ্যিকভাবে কোনো কাজ করতে হয় না; বরং কণাটি 6 J শক্তি হারায়/মুক্ত হয়।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km $= 6.4 \times 10^6$ m

আমরা জানি, $g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} g$; $\Rightarrow \frac{3}{5} g = \left(\frac{6400}{6400+h}\right)^2 g$

$\Rightarrow h = 1862.36$ km **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে g এর মান $g' = \frac{3}{5} g = 5.886$ ms^{-2}

আমরা জানি, আবর্তনের জন্য, $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

$\Rightarrow g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda \Rightarrow \omega^2 R = 9.81 - 5.886$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3.424}{6.4 \times 10^6}} = 7.83 \times 10^{-4} \quad \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 7.83 \times 10^{-4}$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{7.83 \times 10^{-4}} = 8024.502$ sec $= 2.23$ hours

অতএব, ভূ-পৃষ্ঠে g এর আদর্শমানের 3/5 গুণ পেতে হলে, পৃথিবীর আবর্তনকালকে 2.23 hours করতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ A একটি বিন্দুবস্তু যা পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে বাইরের দিকে 100 km দূরে অবস্থিত। 20 kg ভরের একটি B বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 400 km উপরে এবং 30 kg ভরের অপর একটি বস্তু C-কে 400 km গভীরে ভূ-অভ্যন্তরে রাখা হল। [পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^3 km ও $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}]

(ক) মুক্তিবেগ কাকে বলে? [দি. বো., ঢা. বো., চ. বো. ২৫; রা. বো. ২৪; চ. বো. ২৪, ২৩, ২২, ১৬; ম. বো. ২৩; ঢা. বো. ২২; দি. বো. ২২, ১৬; কু. বো. ১৯; সি. বো. ১৯; ব. বো. ১৬]

(খ) একটি বস্তুর ভারকেন্দ্র ও ভরকেন্দ্র একই হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫; ব. বো. ২২]

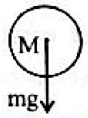
(গ) A বস্তুটির জন্য মহাকর্ষীয় বিভব হিসাব কর। [দি. বো. ২৫; অনুরূপ রা. বো. ২৪]

(ঘ) অবস্থানের কারণে B ও C বস্তুর মধ্যে কোন বস্তুটির ওজন বেশি হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]

সমাধান:

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসেনা সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ বস্তু কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটিমাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ঐ বিন্দুর মধ্যে দিয়েই সমস্ত কণার উপর ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করছে বলে বিবেচনা করা হয়। ঐ বিন্দুকেই বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে। অন্যদিকে, কোন বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে। বস্তুর আকৃতি সুষম হলে এবং বস্তুর বিভিন্ন বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান হলে বস্তুর ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র একই বিন্দুতে হয়।



M বিন্দুটি m ভরের বস্তুর ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র উভয়ই।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
পৃষ্ঠ থেকে A বস্তুর দূরত্ব, $d = 100$ km

আমরা জানি, মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{GM}{R+d}$

$= -\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 100 \times 10^3} = -6.15 \times 10^7$ Jkg^{-1} **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, B এর ভর, $M_B = 20$ kg
B এর দূরত্ব, $h_B = 100$ km $= 100 \times 10^3$ m পৃষ্ঠ থেকে উপরে
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3$ km $= 6.4 \times 10^6$ m

B এর ক্ষেত্রে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_B = \frac{R^2}{(R+h_B)^2} g$

$= \frac{(6.4 \times 10^6)^2}{(6.4 \times 10^6 + 400 \times 10^3)^2} \times 9.8 = 8.68$ ms^{-2}

$\therefore$ B এর ওজন, $W_B = M_B \times g_B = 20 \times 8.68 = 173.62$ N
দেওয়া আছে, C এর ভর, $M_C = 30$ kg
ভূপৃষ্ঠ হতে C বস্তুর গভীরতা, $h_C = 400 \times 10^3$ m

C এর ক্ষেত্রে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_C = g\left(1 - \frac{h_C}{R}\right)$

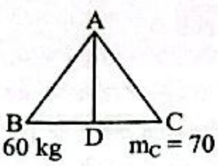
$= 9.8 \times \left(1 - \frac{400 \times 10^3}{6.4 \times 10^6}\right) = 9.1875$ ms^{-2}

C এর ওজন, $W_C = M_C \times g_C = 30 \times 9.1875 = 275.625$ N
অতএব, C এর ওজন বেশি হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ চিত্রে,

$AB = BC = CA = 15$ m।

D বিন্দু BC এর মধ্যবিন্দু



(ক) অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বল কাকে বলে?

(খ) মেরু অঞ্চলে g এর মান বিষুবীয় অঞ্চল থেকে ভিন্ন হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

(গ) A বিন্দুতে বিভবের মান কত? বের কর। [ঢা. বো. ২৫]

(ঘ) A ও D বিন্দুর প্রাবল্যের মানের তুলনা কর। [ঢা. বো. ২৫]

সমাধান:

ক পৃথিবী এবং অন্য একটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বল বলে।

খ মেরু অঞ্চলে g এর মান বিষুবীয় অঞ্চল থেকে ভিন্ন হওয়ার কারণ দুইটি প্রধান বিষয়–

- পৃথিবীর আকার গোলাকার নয় বরং মেরুতে কিছুটা চাপা ও বিষুবীয় রেখায় কিছুটা স্ফীত। এইজন্য মেরু অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অপেক্ষাকৃত কম। আর বিষুব অঞ্চলে ব্যাসার্ধ অপেক্ষাকৃত বেশি। অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$। R কম হলে g বেশি হবে (মেরুতে) এবং R বেশি হলে g কম হবে (বিষুব রেখায়)।
- পৃথিবী নিজ অক্ষের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান। এই ঘূর্ণনের জন্য বিষুব রেখায় একটি উল্লেখযোগ্য কেন্দ্রাতীগ ত্বরণ সৃষ্টি হয়, যা কার্যত g এর মানকে কিছুটা কমিয়ে দেয়। মেরু অঞ্চলে কেন্দ্রাতীগ বল নেই (ঘূর্ণনের অক্ষ বরাবর অবস্থিত) তাই সেখানে g এর মান বেশি থাকে।

গ দেওয়া আছে, $m_B = 60$ kg, $m_C = 70$ kg, $AB = 15$ m, $CA = 15$ m

∴ A বিন্দুতে বিভব, V = m_B এর জন্য বিভব + m_C এর জন্য বিভব

$$= -\frac{Gm_B}{AB} - \frac{Gm_C}{CA} = -\frac{G \times 60}{15} - \frac{G \times 70}{15} = -5.784 \times 10^{-10}\ \text{Jkg}^{-1}$$

ঘ দেওয়া আছে, $AB = BC = CA = 15$ m

∴ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। ∴ $\angle BAC = 60°$

$$BD = DC = \frac{BC}{2} = \frac{15}{2}\ \text{m},\ m_B = 60\ \text{kg},\ m_C = 70\ \text{kg}$$

A বিন্দুতে m_B এর দরুণ প্রাবল্য, $E_1 = \frac{Gm_B}{AB^2} = 1.78 \times 10^{-11}\ \text{Nkg}^{-1}$

A বিন্দুতে m_C এর দরুণ প্রাবল্য, $E_2 = \frac{Gm_C}{CA^2} = 2.075 \times 10^{-11}\ \text{Nkg}^{-1}$

A বিন্দুতে মোট প্রাবল্য,

$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_1^2 + 2 \times E_1 \times E_2 \cos 60°} = 3.34 \times 10^{-11}\ \text{Nkg}^{-1}$$

D বিন্দুতে মোট প্রাবল্য,

$$E_D = |\ m_B \text{ এর জন্য প্রাবল্য} - m_C \text{ এর জন্য প্রাবল্য} = \left|\frac{G \times 60}{\left(\frac{15}{2}\right)^2} - \frac{G \times 70}{\left(\frac{15}{2}\right)^2}\right|$$

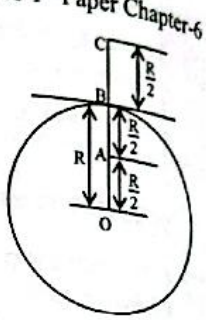
$$\therefore E_D = 1.185 \times 10^{-11}\ \text{Nkg}^{-1} \qquad \therefore \frac{E_A}{E_D} = \frac{3.34 \times 10^{-11}}{1.185 \times 10^{-11}} = 2.81$$

অতএব, A বিন্দুতে প্রাবল্য D বিন্দুর প্রাবল্যের 2.81 গুণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ পাশের চিত্রে,

পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{24}$ kg,

ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$।



(ক) ভূ-স্থির উপগ্রহ কী? [ঢা. বো. ২৪, ২২, ১৯; কু. বো. ২৪; চ. বো. ১৯; রা. বো. ১৯]

(খ) কোনো কারণে পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কীরূপ পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর।

(গ) C বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য এর মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২৫]

(ঘ) B ও C বিন্দুতে 10 kg ভরের একটি বস্তুর ওজন কি সমান হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫; অনুরূপ ঢা. বো. ২৪]

সমাধান:

ক পৃথিবীর আবর্তনের দিকের সাথে মিলিয়ে যদি একই কৌণিক বেগে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয় তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘণ্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবী থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে তা স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ আমরা জানি, পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা আহ্নিক গতির ক্রিয়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

বিষুবরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, $g_0 = g - \omega^2 R$

যেখানে, g = পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, ω = পৃথিবীর কৌণিক বেগ

অতএব, পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজন, $W' = W - m\omega^2 R$

এখন, পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হয়ে গেলে, $\omega = 0$ হয়। অতএব, $W' = W$

এক্ষেত্রে বস্তুর ওজন বৃদ্ধি, $\Delta W = W - (W - m\omega^2 R)$, ∴ $\Delta W = m\omega^2 R$

গ পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

C বিন্দুর উচ্চতা, $h = \frac{R}{2} = \frac{6.4 \times 10^6}{2} = 3.2 \times 10^6$ m

আমরা জানি, $E = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 3.2 \times 10^6)^2}$

$= 4.342\ \text{Nkg}^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ B বিন্দুতে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_B = \frac{GM}{R^2}$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} = 9.77\ \text{ms}^{-2}$$

ওজন, $W_B = 10 \times g = 10 \times 9.77 = 97.7$ N

C বিন্দুতে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_C = g_B \frac{R^2}{(R+h)^2}$

এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
C বিন্দুর উচ্চতা, $h = \frac{R}{2} = 3.2 \times 10^6$ m

$$= 9.77 \times \frac{(6.4 \times 10^6)^2}{(6.4 \times 10^6 + 3.2 \times 10^6)^2} = 4.342\ \text{ms}^{-2}$$

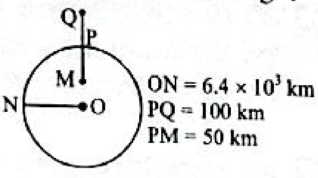
∴ ওজন, $W_C = 10 \times 4.342 = 43.42\ \text{N} < W_B$

অতএব, B ও C বিন্দুতে 10 kg ভরের বস্তুর ওজন সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ দৃশ্যকল্প-১: পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg ও 6400 km। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1000 km দূরে একটি উপগ্রহ আবর্তনশীল আছে। একজন নভোচারী মনে করে উপগ্রহটিকে আরো 22200 km দূরত্বে সরালে এর বেগ অর্ধেক হবে। [মহাকর্ষ ধ্রুবক = 6.673×10^{-11} Nm^2kg^{-2}]

দৃশ্যকল্প-২:

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = $9.8\ ms^{-2}$



(ক) অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র কী? [কু. বো. ২৫; য. বো. ২৩]

(খ) সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ব কমে গেলে বছরে দিনের সংখ্যা একই থাকে না- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর Q বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২৪]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ এর নভোচারীর ধারণা সঠিক কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২৪]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর ওপর সর্বদা ক্রিয়া করে ওই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলে।

খ কেপলারের গ্রহ সম্পর্কীয় গতিসূত্র সমূহের ৩য় সূত্র হতে পাই, $T^2 \propto a^3$।
যেখানে, গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব a।
সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব অতিক্রম করতে পৃথিবীর যে সময় লাগে তাকে এক বছর ধরা হয়। পৃথিবীর পর্যায়কাল কমে গেলে পৃথিবী বর্তমানের চেয়ে কম সময়ে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করবে। তাই সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ব কমে গেলে বছরে দিনের সংখ্যা কমে যাবে।

গ আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{gR^2}{(R+h)^2}$

$\therefore$ ভূ-পৃষ্ঠ হতে PQ = 100 km উচ্চতায় Q বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_Q = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g$$

$$= \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 100 \times 10^3}\right)^2 \times 9.8\ ms^{-2} = 9.5007\ ms^{-2}$$

সুতরাং, Q বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.5007\ ms^{-2}$। **(Ans.)**

ঘ ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় আবর্তনশীল উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$\therefore$ প্রাথমিক অবস্থানে উপগ্রহটির বেগ,

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+h_1}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6400+1000) \times 10^3}} = 7355.63\ ms^{-1}$$

উপগ্রহটিকে আরো 22200 km দূরত্বে সরালে বেগ,

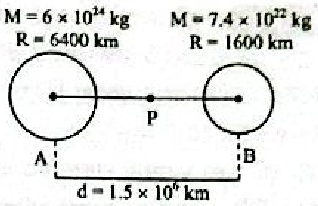
$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{R+h_1+h_2}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6400+1000+22200) \times 10^3}}$$

$$= 3677.82\ ms^{-1}$$

এখন, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{3677.82}{7355.63} = 0.5$

অর্থাৎ, উপগ্রহটিকে আরো 22200 km দূরত্বে সরালে এর বেগ অর্ধেক হয়।
সুতরাং, নভোচারীর ধারণা সঠিক **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ A ও B দুটি কাল্পনিক গ্রহ পরস্পর হতে 1.5×10^6 km দূরে অবস্থিত। তাদের সংযোজক রেখার মধ্যবিন্দু P।



(ক) মহাকর্ষীয় বিভব কী? [য. বো. ২৪, ১৯; ব. বো. ২৪; রা. বো. ২২; কু. বো. ২২; ঢা. বো. ১৭]

(খ) কোনো স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ঐ স্থানে খনিজ সম্পদ পাওয়ার সম্ভাবনা নির্দেশ করে? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]

(গ) P বিন্দুতে লব্ধি মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বের কর। [য. বো. ২৪]

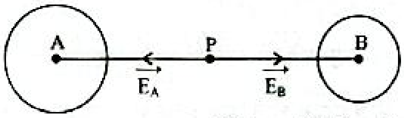
(ঘ) A ও B কোন গ্রহপৃষ্ঠ হতে 1000 kg ভরের নভোযানকে মহাশূন্যে পাঠাতে বেশি গতিশক্তি প্রয়োজন? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। [য. বো. ২৪; অনুরূপ দি. বো. ১৭]

সমাধান:

ক একক ভরের কোন বস্তুকে অসীম দূরত্ব হতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সংঘটিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ পৃথিবীর আকৃতি, আহ্নিক গতি এবং ঘনত্বের পরিবর্তনের কারণে বিভিন্ন স্থানে g এর মানের পরিবর্তন হয়। প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ভূ-পৃষ্ঠে g এর মানের এ তারতম্যকে ব্যবহার করা যায়।
সাম্প্রতিক সময়ে g এর পরিবর্তন লক্ষ্য করে তেল গ্যাস অনুসন্ধানে কার্যকর ভূমিকা রাখা হচ্ছে। ভূ-অভ্যন্তরে কোনো স্থানের ঘনত্ব কাঙ্খিত ঘনত্বের চেয়ে বেশি হলে সেখানে ভারী পদার্থের উপস্থিতি আশা করা যায় এবং সেখানে g এর মান স্থানীয় মানের চেয়ে বেশি হবে। আবার, তেল গ্যাস জাতীয় পদার্থ থাকলে g এর মান কম হয়।

গ



A গ্রহের জন্য P বিন্দুতে প্রাবল্য, $E_A = \frac{GM_A}{AP^2} = \frac{4GM_A}{d^2}$ $\left[\because AP = \frac{d}{2}\right]$

$$= \frac{4 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(1.5 \times 10^9)^2} = 7.118 \times 10^{-4}\ Nkg^{-1}, \text{PA বরাবর}$$

আবার, B গ্রহের জন্য P বিন্দুতে প্রাবল্য, $E_B = \frac{GM}{BP^2} = \frac{4GM_B}{d^2}$ $\left[\because BP = \frac{d}{2}\right]$

$$= \frac{4 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 7.4 \times 10^{22}}{(1.5 \times 10^9)^2} = 8.779 \times 10^{-6}\ Nkg^{-1}, \text{PB বরাবর}$$

$$\therefore E_{net} = E_A - E_B = 7.118 \times 10^{-4} - 8.779 \times 10^{-6}$$

$$= 7.03 \times 10^{-4}\ Nkg^{-1}, \text{PA বরাবর}$$ **(Ans.)**

ঘ কোনো গ্রহের পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে মহাশূন্যে পাঠাতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{1}{2}m \times \frac{2GM}{R} = \frac{GMm}{R}$

A গ্রহের ক্ষেত্রে, $E_{K_A} = \frac{GM_Am}{R_A} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 1000}{6400 \times 10^3}$

$$= 6.256 \times 10^{10}\ J$$

B গ্রহের ক্ষেত্রে, $E_{K_B} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 7.4 \times 10^{22} \times 1000}{1600 \times 10^3}$

$$= 3.086 \times 10^9\ J$$

এখন, $\frac{E_{k_A}}{E_{k_B}} = \frac{6.256 \times 10^{10}}{3.086 \times 10^9}$; $\Rightarrow E_{k_A} = 20.27 \times E_{k_B}$

সুতরাং, A গ্রহপৃষ্ঠ হতে নভোযানকে মহাশূন্যে পাঠাতে B গ্রহের তুলনায় প্রায় 20.27 গুণ বেশি গতিশক্তি প্রয়োজন। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি কাল্পনিক গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{23} kg এবং 3.2×10^6 m। গ্রহটি নিজ অক্ষে 6 ঘণ্টায় একবার আবর্তন করে। ঐ গ্রহের ঘূর্ণন অক্ষের 45° অবস্থানে কোনো বিন্দুতে 100 kg ভরের একটি বস্তু রাখা হলো। $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}।

(ক) দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল কী নির্দেশ করে?

(খ) পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ অভিকর্ষ প্রাবল্যের সমান- ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪]

(গ) উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [কু. বো. ২৪; অনুরূপ ম. বো.,দি. বো. ২৩; দি. বো. ১৯, ১৭]

(ঘ) গ্রহটির ঘূর্ণনের জন্য উক্ত স্থানে বস্তুটির ওজনের কী রূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ২৪; অনুরূপ সি. বো. ১৯]

সমাধানঃ

ক দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল মহাকর্ষ বল নির্দেশ করে।

খ ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

আবার, ভূ-পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2}$

অর্থাৎ কোনো বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ একই। সুতরাং $g = 9.8$ ms^{-2} হলে $E_G = 9.8$ Nkg^{-1}। অনুরূপভাবে, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যেকোনো উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = 4.6$ ms^{-2} হলে, সেখানে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = 4.6$ Nkg^{-1}। সুতরাং, সাধারণভাবে বলা যায়, কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g ms^{-2} হলে ঐ বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g$ Nkg^{-1}।

গ আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ,

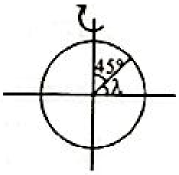
$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.67 \times 10^{11} \times 6 \times 10^{23}}{(3.2 \times 10^6)^2} = 3.908 \text{ ms}^{-2}$$

সুতরাং, উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 3.908 ms^{-2}। **(Ans.)**

ঘ গ্রহটির ঘূর্ণনগতি না থাকলে গ্রহের পৃষ্ঠে বস্তুর ওজন,

$W_1 = mg_1 = 100 \times 3.908 = 390.8$ N

গ্রহের ঘূর্ণনের ফলে বস্তুর ওজন,

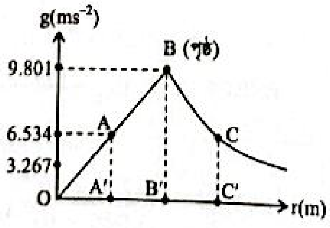


$$W_2 = mg_2 = m(g - \omega^2 R\cos^2\lambda)$$
$$= mg - m\omega^2 R\cos^2\lambda$$
$$= 390.8 - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R\cos^2\lambda$$
$$= 390.8 - 100 \times \left(\frac{2\pi}{6 \times 3600}\right)^2 \times 3.2 \times 10^6 \times \cos^2(90° - 45°)$$
$$= 390.8 - 13.54 = 377.26 \text{ N}$$

$\therefore \Delta W = W_1 - W_2 = 390.8 - 377.26 = 13.54$ N

সুতরাং গ্রহের ঘূর্ণনের জন্য বস্তুর ওজন 13.54 N হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ পৃথিবীর মত একটি কাল্পনিক গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g(ms^{-2})$ বনাম কেন্দ্র হতে দূরত্ব r(m) লেখচিত্রটি পাশেঃ



গ্রহের ব্যাসার্ধ, R = 6500 km এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}

(ক) মেরু বা পোলার উপগ্রহ কাকে বলে?

(খ) বল ও টর্ক এক নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৪]

(গ) গ্রহটির ভর নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৪]

(ঘ) "A' হতে B' এর দূরত্ব এবং B' হতে C' এর দূরত্ব এক নয়"- তোমার উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি দাও। [চ. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক এটি এক ধরনের কৃত্রিম উপগ্রহ যা নিরক্ষীয় মধ্যতলের পরিবর্তে মেরু মধ্যতলে ভূপৃষ্ঠ হতে 700-800 km ওপরে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে। এই উপগ্রহগুলোকে মেরু বা পোলার উপগ্রহ বলে। এই উপগ্রহগুলোর আবর্তনকাল প্রায় 110 মিনিট।

খ চলন গতিতে রৈখিক ত্বরণের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি বল এবং ঘূর্ণনগতিতে কৌণিক ত্বরণের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি টর্ক।

বল স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে গতিশীল করে বা করতে চায় এবং গতিশীল বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তার গতির পরিবর্তন করে বা করতে চায়। অপরদিকে, ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং কণার ওপর প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে ঘূর্ণন বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির ওপর প্রযুক্ত টর্ক বলে। বল প্রয়োগে বস্তুর রৈখিক ত্বরণ পরিবর্তিত হয়। অপরদিকে টর্ক প্রয়োগে বস্তুর কৌণিক ত্বরণ পরিবর্তিত হয়। তাই বল ও টর্ক এক নয়।

গ আমরা জানি, গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

লেখচিত্র হতে পাই, $g = 9.801$ ms^{-2}

$$\Rightarrow \frac{GM}{R^2} = 9.801 \Rightarrow \frac{6.673 \times 10^{-11} \times M}{(6500 \times 10^3)^2} = 9.801$$

$\therefore M = 6.205 \times 10^{24}$ kg **(Ans.)**

ঘ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে d গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_d = \left(1 - \frac{d}{R}\right)g$

এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$

লেখচিত্র হতে পাই, $g_A = 6.534$ ms^{-2} $\Rightarrow \left(1 - \frac{A'B'}{R}\right) \times 9.801 = 6.534$

$$\Rightarrow 1 - \frac{A'B'}{6500 \times 10^3} = \frac{6.534}{9.801}$$
$$\Rightarrow A'B' = 2166.67 \times 10^3 \text{ m} = 2166.67 \text{ km}$$

আবার, $g_c = 6.534$ ms^{-2} $\Rightarrow \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g = 6.534$

$$\Rightarrow \frac{6500}{6500 + B'C'} = 0.816 ; \Rightarrow B'C' = 1460.84 \text{ km}$$

$\therefore A'C' > B'C'$

সুতরাং, A' ও C' বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান একই হলেও A' হতে B' এর দূরত্ব এবং B' হতে C' এর দূরত্ব এক নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ দুটি গ্রহের মুক্তি বেগ যথাক্রমে 11.2 kms^{-1} এবং 5.2 kms^{-1}। প্রথম গ্রহের ভর দ্বিতীয় গ্রহের ভরের 8 গুণ। উভয় গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 4 ms^{-1} বেগের দুটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হল।

(ক) মহাকর্ষ বল কাকে বলে? [সি. বো. ২৪]

(খ) রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন? [সি. বো. ২৪]

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত দুটি গ্রহের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর। [সি. বো. ২৪]

(ঘ) উভয় বস্তু নিজ গ্রহ পৃষ্ঠ হতে সমান উচ্চতায় উঠতে পারবে কি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [সি. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক মহাবিশ্বের সকল বস্তু পরস্পর পরস্পরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে।

খ কোনো বস্তুকে সর্বনিম্ন যে বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যায়, আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

পৃথিবীতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ $11.2\ kms^{-1}$। রকেটের বেগ অনেক বেশি হলেও তা এই মুক্তিবেগের চেয়ে কম হয়। মুক্তিবেগের সমান বা তার চেয়ে বেশি হলে রকেট মহাশূন্যে বিলীন হয়ে যেত। কিন্তু বাস্তবে রকেট পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে চলে যেতে পারে না এবং প্রয়োজনে এটিকে পৃথিবীতে ফিরিয়ে আনা যায়। তাই রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয়।

গ দেওয়া আছে, $M_1 = 8M_2$; $v_{e_1} = 11.2\ kms^{-1} = 11200\ ms^{-1}$
$v_{e_2} = 5.2\ kms^{-1} = 5200\ ms^{-1}$

মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \Rightarrow v_e \propto \sqrt{\frac{M}{R}}$ $\therefore \frac{v_{e_1}}{v_{e_2}} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2} \times \frac{R_2}{R_1}}$

$\Rightarrow \left(\frac{11200}{5200}\right)^2 = \frac{8M_2}{M_2} \times \frac{R_2}{R_1}; \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{169}{98}$ $\therefore R_1 : R_2 = 169 : 98$

সুতরাং গ্রহদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অনুপাত 169 : 98 **(Ans.)**

ঘ খাড়া উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h = \frac{u^2}{2g}$

$\therefore$ নির্দিষ্ট বেগে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে, $h \propto \frac{1}{g}$

অতএব, $\frac{h_1}{h_2} = \frac{g_2}{g_1} = \frac{M_2}{M_1} \times \frac{R_1^2}{R_2^2}$ $\left[\because g \propto \frac{M}{R^2}\right]$

$= \frac{1}{8} \times \left(\frac{169}{98}\right)^2 = 0.372$ $\therefore h_1 = 0.372 \times h_2$

সুতরাং উভয় বস্তু নিজ গ্রহ পৃষ্ঠ হতে সমান উচ্চতায় উঠতে পারবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৩ একজন পদার্থবিদ পৃথিবীর ঘূর্ণনের সাথে অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' এর সম্পর্ক স্থাপনের জন্য 70 kg ভরের একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠে 70° উত্তর অক্ষাংশে রাখলেন। পৃথিবী নিজ অক্ষে 24 ঘণ্টায় একবার আবর্তন করে। (পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{24}$ kg, ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$m, মহকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.77\ ms^{-2}$)

(ক) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত করো।

(খ) চন্দ্র ও পৃথিবীর মধ্যে কোন ক্ষেত্রে মুক্তিবেগ বেশি? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৪]

(গ) পৃথিবী ঘূর্ণনের জন্য 70° উত্তর অক্ষাংশে বস্তুটির রৈখিক বেগ কত? [ব. বো. ২৪]

(ঘ) আবর্তনজনিত কারণে উদ্দীপকে উল্লিখিত স্থানে বস্তুটির ওজন বাড়বে না কমবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ব. বো. ২৪; অনুরূপ দি. বো. ২২, ব. বো. ১৭]

সমাধান:

ক মহাবিশ্বের যেকোনো দুইটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। এই বল কণাদ্বয়ের সংযোগ সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

খ আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

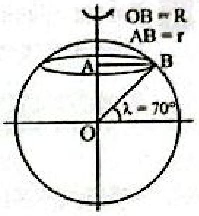
অর্থাৎ মুক্তিবেগ গ্রহের ভর এবং ব্যাসার্ধের ওপর নির্ভর করে।

$\therefore \frac{v_{e_E}}{v_{e_M}} = \sqrt{\frac{M_E}{M_M} \times \frac{R_M}{R_E}}$ [চন্দ্র অপেক্ষা পৃথিবীর ভর 81 গুণ এবং ব্যাসার্ধ 4 গুণ।]

$= \sqrt{\frac{81M_M}{M_M} \times \frac{R_M}{4R_M}} = \frac{9}{2}$ $\therefore v_{e_E} = 4.5\ v_{e_M}$

সুতরাং চন্দ্র ও পৃথিবীর মধ্যে পৃথিবীর মুক্তিবেগ বেশি।

গ 70° উত্তর অক্ষাংশে রৈখিক বেগ,



$v = \omega r = \omega.AB = \frac{2\pi}{T} \times OB\cos\lambda$

$= \frac{2\pi}{24 \times 3600} \times 6.4 \times 10^6 \times \cos70°$

$\therefore v = 159.18\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ ঘূর্ণনের ফলে বস্তুটির ওজন,

$W_2 = mg_2 = m(g - \omega^2R\cos^2\lambda) = mg - m\omega^2R\cos^2\lambda$

$= mg - m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R\cos^2\lambda$

$= 683.9 - \left[70 \times \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2 70°\right]$

$\therefore W_2 = 683.623$ N

ঘূর্ণন না থাকলে ওজন, $W_1 = mg = 683.9$ N

$\therefore \Delta W = W_1 - W_2 = 683.9 - 683.623 = 0.277$ N

সুতরাং আবর্তনজনিত কারণে বস্তুটির ওজন কমে যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৪ একটি উপগ্রহ পৃথিবীকে 12 ঘণ্টায় বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করতে পারে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$।

(ক) জড়তা ভর কী?

(খ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হঠাৎ অর্ধেক হয়ে গেল কিন্তু ভর অপরিবর্তিত রইল, সেক্ষেত্রে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর।

(গ) পৃথিবীর কেন্দ্র হতে উপগ্রহটি কত উচ্চতায় অবস্থান করছিল নির্ণয় কর। [দি. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২৫]

(ঘ) উচ্চতার পরিবর্তন না করে উপগ্রহটিকে কত বেগ প্রদান করলে এটি ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত হবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২৪]

সমাধান:

ক জড়তা ভর বস্তুর এমন একটি ধর্ম যা ত্বরণকে বাধা দেয়। অর্থাৎ, জড়তা ভর জড়তার পরিমাপ এবং এর মান প্রযুক্ত বল এবং উৎপন্ন ত্বরণের অনুপাতের সমান।

খ মনে করি, পৃথিবীর ভর M এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

এখন ভর, M কে অপরিবর্তিত রেখে ব্যাসার্ধ অর্ধেক $\left(R' = \frac{R}{2}\right)$ করলে

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হবে, $g' = \frac{GM}{R'^2} = \frac{GM}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{4GM}{R^2} = 4g$

সুতরাং, পরিবর্তিত অবস্থায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পূর্বের 4 গুণ হবে।

গ আমরা জানি, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা,

$r = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$= \left\{\frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2 \times (12 \times 3600)^2}{4\pi^2}\right\}^{\frac{1}{3}} = 2.667 \times 10^7$ m **(Ans.)**

ঘ উচ্চতার পরিবর্তন না করে শুধুমাত্র বেগের পরিবর্তন করে উপগ্রহটিকে ভূস্থির উপগ্রহে পরিণত করা সম্ভব নয়।

উপগ্রহটির প্রাথমিক বেগ, $v_1 = \frac{2\pi r}{T_1} = \frac{2\pi \times 2.667 \times 10^7}{12 \times 3600}$ ms^{-1}

$= 3878.99\ ms^{-1}$

এখানে, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে ভূস্থির উপগ্রহের উচ্চতা,

$r' = \left(\frac{GMT'^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{gR^2T'^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$= \left\{\frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2 \times (24 \times 3600)^2}{4\pi^2}\right\}^{\frac{1}{3}} = 4.234 \times 10^7\ m$

আবার, ভূস্থির উপগ্রহের বেগ, $v_2 = \frac{2\pi r'}{T'} = \frac{2\pi \times 4.234 \times 10^7}{86400}$

$= 3079.05\ ms^{-1}$

সুতরাং, উপগ্রহটিকে 4.234×10^7 m উচ্চতায় বেগ হ্রাস করে 3079.06 ms^{-1} করা হলে এটি ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km, পৃথিবীর নিজ অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g = 9.8\ ms^{-2}$।

(ক) গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের ৩য় সূত্রটি লেখ।

(খ) পৃথিবীর অভ্যন্তরে ও উপরে সমান দূরত্বে 'g' এর মান সমান নয় কেন? [য. বো. ২৪]

(গ) পৃথিবীর 60° অক্ষাংশে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত? [য. বো. ২৪]

(ঘ) যদি পৃথিবীর ঘূর্ণন বর্তমান ঘূর্ণনের চেয়ে 10 গুণ বেশি হয় তবে বিষুবীয় অঞ্চলে 'g' এর মান অর্ধেকে পরিণত হবে কি না– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক ($T^2 \propto a^3$)।

খ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে d গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_d = \left(1 - \frac{d}{R}\right) g$

এবং h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$ যখন $h << R$

এখন, d = h হলে, $g_d = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g$ ও $g_h = \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

$\therefore \frac{g_d}{g_h} = \frac{R - h}{R - 2h}$; স্পষ্টত: $g_d > g_h$

সুতরাং পৃথিবীর অভ্যন্তরে ও উপরে সমান দূরত্বে g এর মান সমান নয়।

গ পৃথিবীর 60° অক্ষাংশে অভিকর্ষীয় ত্বরণ,

$g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda = g - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R\cos^2\lambda$

$= 9.8 - \left(\frac{2\pi}{24 \times 3600}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2 60° = 9.792\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ পৃথিবীর ঘূর্ণন 10 গুণ বেশি হলে, $\omega_2 = (10 + 1)\ \omega_1 = 11\omega_1$

[প্রাথমিক কৌণিক বেগ, ω_1]

স্বাভাবিক ঘূর্ণনে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g_1 = g - \omega_1^2 R\cos^2 0° = 9.8 - \left(\frac{2\pi}{24 \times 3600}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6$

$= 9.766\ ms^{-2}$

10 গুণ বেশি ঘূর্ণনে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g_2 = g - \omega_2^2 R\cos^2 0°$

$= 9.8 - \left(\frac{11 \times 2\pi}{24 \times 3600}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6$

$= 5.704\ ms^{-2}$

এখন, $\frac{g_2}{g_1} = \frac{5.704}{9.766} = 0.584 \neq 0.5$

সুতরাং ঘূর্ণন 10 গুণ বেশি হলে বিষুবীয় অঞ্চলে g এর মান অর্ধেকে পরিণত হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ 10 kg ভরের একটি বস্তুকে বিষুবীয় অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে স্থানান্তর করা হলো। পৃথিবীর বার্ষিক গতি এবং আহ্নিক গতি যথাক্রমে 365 days এবং 24 hours। পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যকার দূরত্ব 1.5×10^{11} m, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m, অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81 ms^{-2}।

(ক) মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। [রা. বো. ২৩; চ. বো., দি. বো. ১৭; য. বো. ১৬]

(খ) সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান কি-না? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৩]

(গ) সূর্যের চারপাশে পৃথিবীর রৈখিক দ্রুতি বের কর। [রা. বো. ২৩]

(ঘ) যদি আহ্নিক গতি না থাকতো তবে বিষুবীয় অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে বস্তুটি স্থানান্তরের ফলে ওজনের পরিবর্তন হবে কি? গাণিতিকভাবে দেখাও। [রা. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক একক ভরবিশিষ্ট দুইটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

খ সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান নয়।

আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

যেখানে M ও R যথাক্রমে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধ। মুক্তিবেগের সমীকরণ হতে দেখা যায়, কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে। সূর্যের প্রতিটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ ভিন্ন হওয়ায় এদের পৃষ্ঠের মুক্তিবেগও ভিন্ন হয়। সুতরাং, সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান নয়।

গ সূর্যের চারপাশে পৃথিবীর রৈখিক বেগ,

$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{t}$

$= \frac{2 \times \pi \times 1.5 \times 10^{11}}{365 \times 86400}$

$= 29885.775\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ আহ্নিক গতি না থাকলে পৃথিবীর $\omega = 0\ rads^{-1}$

এক্ষেত্রে, বিষুবীয় অঞ্চলে, $g_e = g - \omega^2 R\cos^2(0°) = g$

মেরু অঞ্চলে, $g_p = g - \omega^2 R\cos^2(90°) = g$

অর্থাৎ আহ্নিক গতি না থাকলে পৃথিবীর ঘূর্ণনজনিত কারণে g এর কোনো তারতম্য হবে না। তবে পৃথিবীর আকৃতিজনিত কারণে g এর কিছু তারতম্য হয়।

আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$ $\therefore g \propto \frac{1}{R^2}$

আবার, মেরুতে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (R_p) < বিষুবীয় অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (R_e)

$\therefore g_p > g_e$; $W_p > W_e$

অর্থাৎ পৃথিবীর আকৃতিজনিত কারণে বিষুবীয় অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে কোনো বস্তু স্থানান্তর করা হলে তার ওজন বৃদ্ধি পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৭ দৃশ্যকল্প-১: চাঁদকে একটি সুষম গোলক বিবেচনা করা হলো। ধরা যাক চাঁদের কেন্দ্র হতে 2×10^6 m উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ঘূর্ণনরত আছে। চাঁদের পরিধি $= 10.048 \times 10^6$ m এবং ঘনত্ব $= 1742.3$ kgm^{-3}।
দৃশ্যকল্প-২: ভূ-পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় আনুভূমিকভাবে একটি উড়োজাহাজ চলছিল। হঠাৎ উড়োজাহাজের উচ্চতামাপক যন্ত্রটি নষ্ট হওয়ায় পাইলট বিকল্পভাবে উচ্চতা নির্ণয়ের জন্য স্প্রিং নিক্তির সাহায্যে 1 kg ভরের একটি বাটখারা মেপে 9.70 N ওজন পেলেন। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8$ ms^{-2}।

(ক) জড়তা ভর কী?

(খ) পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে উপরের দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন যে সূত্র মেনে চলে তা ব্যাখ্যা করো। [কু. বো. ২৩]

(গ) কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগের মান নির্ণয় করো। [দৃশ্যকল্প-১]
[কু. বো. ২৩; অনুরূপ সি. বো. ২৩, ১৯; চ. বো. ২২; য. বো. ২২; ম. বো. ২২]

(ঘ) উক্ত স্থানে উড়োজাহাজটি কত বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে? গাণিতিকভাবে যাচাই করো। [দৃশ্যকল্প-২]

সমাধান:

ক জড়তা ভর বস্তুর এমন একটি ধর্ম যা ত্বরণকে বাধা দেয়। অর্থাৎ, জড়তা ভর জড়তার পরিমাপ এবং এর মান প্রযুক্ত বল এবং উৎপন্ন ত্বরণের অনুপাতের সমান।

খ আমরা জানি, $g_h = \frac{R^2}{(R+h)^2} g$; যেখানে, g = ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ; R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ; h = পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা

যদি h << R হয় তবে, $g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g = \left(\frac{1}{1+\frac{h}{R}}\right)^2 g = g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$

$$= g\left[1 + (-2)\frac{h}{R} + \frac{(-2)(-2-1)}{2!}\cdot\frac{h^2}{R^2} + \ldots\right]$$

$\therefore g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ [h << R হওয়ায় $\frac{h}{R}$ এর উচ্চঘাত উপেক্ষা করে]

গ ধরি, চাঁদের ব্যাসার্ধ R_m

$\therefore 2\pi R_m = 10.048 \times 10^6$

$R_m = \frac{10.048 \times 10^6}{2\pi} = 1599188.86$ m

$g_m = \frac{4}{3}\pi\rho G R_m$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times 1742.3 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 1599188.86 = 0.778$ ms^{-2}

$v = \sqrt{\frac{gR_m^2}{R_m + h}} = \sqrt{\frac{0.778 \times (1599188.86)^2}{2 \times 10^6}} = 997.412$ ms^{-1} (Ans.)

ঘ উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{W}{m} = \frac{0.70}{1} = 9.7$ ms^{-2}

আমরা জানি, $g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$

$\Rightarrow 9.7 = \left(\frac{6400}{6400 \times h}\right)^2 \times 9.8$; $\therefore h = 32.905$ km

উক্ত স্থানে উড়োজাহাজের যাত্রীরা নিজেদের ওজনহীন অনুভব করবেন যদি ওজনের সমপরিমাণ বল বিপরীতমুখী দিকে ক্রিয়াশীল হয়।

ওজনহীন অনুভবের ক্ষেত্রে, $F_G = F_c$

$\Rightarrow mg' = \frac{mv^2}{R+h} \Rightarrow v^2 = (R+h)g'$

$\Rightarrow v = \sqrt{(R+h)g'} = \sqrt{(6400 \times 10^3 + 32.905 \times 10^3) \times 9.7}$
$= 7899.31$ ms^{-1} $= 7.9$ kms^{-1}

$\therefore$ উড়োজাহাজটি 7.9 kms^{-1} বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা উক্ত স্থানে ওজনহীন অনুভব করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৮ পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে 3×10^4 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 3 kms^{-1} বেগে পৃথিবীকে আবর্তন করছে। পৃথিবীর ভর, 6×10^{24} kg, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, 6.4×10^3 km, উপগ্রহটির ভর, 1×10^3 kg এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}

(ক) স্প্রিং ধ্রুবক কী? [য. বো. ২৩]

(খ) বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

(গ) কৃত্রিম উপগ্রহটিকে উল্লিখিত উচ্চতায় তুলতে কত কাজ করতে হয়েছে? [য. বো. ২৩]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহটি স্থায়ী হবে কি? বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২৩]

সমাধান:

ক বাহ্যিক বলের প্রভাবে কোনো স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য একক পরিমাণ পরিবর্তন করলে স্প্রিং এর অভ্যন্তরে দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের বিপরীতে যে প্রত্যয়নী বলের উদ্ভব হয়, তাকে উক্ত স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ কাজ শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী, কৃতকাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন
ধরা যাক, v_0 বেগে গতিশীল m ভরের কোন বস্তুর উপর F ধ্রুব বল ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুটি v বেগ প্রাপ্ত হয় এবং ঐ বস্তুটি বলের দিকে x দূরত্ব অতিক্রম করে। সুতরাং বল দ্বারা কৃতকাজ, W = Fx। বস্তুর ত্বরণ, a হলে F = ma অতএব, W = max

গতির সমীকরণ অনুযায়ী, $W = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2}\right) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

কিন্তু, $\frac{1}{2}mv_0^2$ হলো বস্তুর আদি গতিশক্তি K_0 এবং $\frac{1}{2}mv^2$ হলো বস্তুর শেষ গতিশক্তি K। $\therefore W = K - K_0 = \Delta K$
অর্থাৎ বল দ্বারা কৃতকাজ = বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন।

গ কৃতকাজ W হলে, $W = \int_R^{R+h} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right]$

$\Rightarrow W = 6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 10^3 \times \left[\frac{1}{6.4 \times 10^6} - \frac{1}{6.4 \times 10^6 + 3 \times 10^7}\right]$

$\therefore W = 5.155 \times 10^{10}$ J

অতএব, কৃত্রিম উপগ্রহটি উল্লিখিত উচ্চতায় তুলতে 5.155×10^{10} J কাজ করতে হয়েছে। **(Ans.)**

ঘ কৃত্রিম উপগ্রহ স্থায়ী হতে হলে এর উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষ বল ও কেন্দ্রমুখী বল সমান হতে হবে।
ক্রিয়াশীল মহাকর্ষ বল,

$$F = \frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 1000}{(6.4 \times 10^6 + 3 \times 10^7)^2} = 302.183 \text{ N}$$

আবার, কৃত্রিম উপগ্রহটি উল্লিখিত উচ্চতায় প্রদত্ত বেগে ঘুরার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল,

$$F_c = \frac{mv^2}{R+h} = \frac{1000 \times (3000)^2}{6.4 \times 10^6 + 3 \times 10^7} = 247.253 \text{ N}$$

দেখা যাচ্ছে, $F \neq F_c$
অতএব, উল্লিখিত উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহটি স্থায়ী হবে না। **(Ans.)**

TDE EDUCATIONAL TEAM

প্রশ্ন ▶ ১৯ 24 ঘণ্টায় নিজ অক্ষে আবর্তনরত এ পৃথিবীতে একটি বস্তুর ওজন সর্বত্র সমান হওয়া সম্ভব নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, 6.4×10^3 km, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $9.8\ ms^{-2}$

(ক) ভরকেন্দ্র কাকে বলে?

(খ) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যতই নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

(গ) পৃথিবীর মেরু বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [য. বো. ২৩]

(ঘ) উদ্দীপকে পৃথিবীর বিষুবীয় অঞ্চলে একটি বস্তুর ওজন শূন্য হতে হলে কৌণিক বেগের মান বৃদ্ধি করতে হবে।– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২৩; অনুরূপ ব. বো. ১৭]

সমাধান:

ক বস্তু কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ওই বিন্দুর মধ্য দিয়েই সমস্ত কণার ওপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয়। ওই বিন্দুকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

খ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g_h = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g$

যেখানে, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, g = ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ

সূত্র হতে দেখা যায় h এর মান বৃদ্ধি পেলে $\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ এর মান হ্রাস পায়, ফলে g_h এর মানও হ্রাস পায়।

$$g_h = g - h \times \frac{g}{R} \Rightarrow g_h = -\frac{g}{R} h + g \quad \therefore y = -mx + c$$

লেখচিত্র হতে স্পষ্ট যে, h এর মান বৃদ্ধি পেতে থাকলে g_h হ্রাস পায়।

গ $g_p = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

$$= 9.8 - \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2(90°) = 9.8\ ms^{-2}\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400} = 0.0000727\ rads^{-1}$

আবার, $g' = g - \omega'^2 R\cos^2\lambda$

$\Rightarrow 0 = 9.8 - \omega'^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2(0)$

$\Rightarrow \omega' = 0.001237\ rads^{-1}$ বা, $\frac{\omega'}{\omega} = \frac{0.001237}{0.0000727} = 17.015$

∴ কৌণিক বেগ পূর্বের 17.015 গুণ করলে বিষুবীয় অঞ্চলে একটি বস্তুর ওজন শূন্য হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২০ সূর্য ও পৃথিবীর ভর যথাক্রমে 2×10^{30} kg ও 6×10^{24} kg। পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্ব 1.5×10^{11} m।

(ক) কোনো মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের ২ টি বিন্দুর বিভব পার্থক্য কী নির্দেশ করে? [য. বো. ২৩]

(খ) ঘূর্ণনরত পৃথিবী সূর্য হতে দূরে সরে গেলে এর বেগ কমে যায় কেনো? ব্যাখ্যা করো। [চ. বো. ২২]

(গ) সূর্য ও পৃথিবীর সংযোগরেখার মধ্যবিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের মান বের করো। [চ. বো. ২৩]

(ঘ) পৃথিবী ও সূর্যের সংযোগকারী সরলরেখার উপর একাধিক বিন্দুতে প্রাবল্যের মান শূন্য হওয়া সম্ভব কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [চ. বো. ২৩]

সমাধান:

ক কোনো মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দুটি বিন্দুর বিভব পার্থক্য বলতে বুঝায় একটি একক ভরের বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে নিতে কোনো বাহ্যিক বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমান।

খ আমরা জানি, সূর্যকে প্রদক্ষিণকালে পৃথিবীর কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে। অর্থাৎ, $L_1 = L_2$

$\Rightarrow mv_1r_1 = mv_2r_2 \Rightarrow v_1r_1 = v_2r_2$

$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \therefore v \propto \frac{1}{r}$

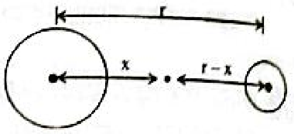
অর্থাৎ, পৃথিবীর বেগ, সূর্য হতে এর দূরত্বের ব্যস্তানুপাতিক। পৃথিবী সূর্য হতে দূরে সরে আসলে r এর মান বৃদ্ধি পাবে এবং সেক্ষেত্রে বেগ (v) হ্রাস পাবে।

গ $V = V_S + V_E = -\frac{GM_S}{\frac{d}{2}} - \frac{GM_E}{\frac{d}{2}}$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11}}{\frac{1.5 \times 10^{11}}{2}} (2 \times 10^{30} + 6 \times 10^{24}) = -1.779 \times 10^9\ J$$

∴ সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের মান, -1.779×10^9 J **(Ans.)**

ঘ ধরি, সূর্য হতে x দূরত্বে লব্ধি প্রাবল্যের মান শূন্য। ∴ $E_1 = E_2$



$\Rightarrow \frac{GM}{x^2} = \frac{Gm}{(r-x)^2}$

সূর্যের ভর = M এবং পৃথিবীর ভর = m]

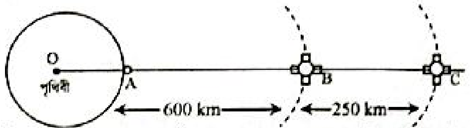
$\Rightarrow \frac{r-x}{x} = \sqrt{\frac{m}{M}} \Rightarrow \frac{r}{x} = \sqrt{\frac{m}{M}} + 1$

$$\Rightarrow x = \frac{r}{\sqrt{\frac{m}{M}} + 1} = \frac{1.5 \times 10^{11}}{\sqrt{\frac{6 \times 10^{24}}{2 \times 10^{30}}} + 1} = 1.4974 \times 10^{11}\ m$$

সুতরাং একাধিক বিন্দুতে প্রাবল্যের মান সমান হওয়া সম্ভব নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২১

দৃশ্যকল্প-১:



পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং ব্যাসার্ধ 6400 km। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ কোনো এক সময় B এবং পরবর্তীতে C অবস্থানে আবর্তন করে। [$G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$]

দৃশ্যকল্প-২: বাংলাদেশের প্রথম কৃত্রিম উপগ্রহ বঙ্গবন্ধু-১, যা ১১ মে ২০১৮ কেনেডি স্পেস সেন্টার থেকে উৎক্ষেপণ করা হয়। 350 kg ভরের উপগ্রহটি পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 300 km উচ্চতায় স্থাপন করা হয়।

(ক) তল ভেক্টর কাকে বলে? [সি. বো. ২৩]

(খ) মঙ্গলগ্রহের পৃষ্ঠ হতে বৃহস্পতির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ বেশি– ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৩]

(গ) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহটিকে মুক্ত করতে কত শক্তির প্রয়োজন? [দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী]

(ঘ) কোন অবস্থানে উপগ্রহটি ভূস্থির হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [দৃশ্যকল্প-১ অনুযায়ী] [ব. বো. ২৫; অনুরূপ রা. বো. ২৫; সি. বো. ২৩; য. বো. ২২, ১৯; চ. বো., দি. বো. ২২]

সমাধান:

ক যেকোনো সমতলের উপর অঙ্কিত অভিলম্বকে ঐ তলের তল ভেক্টর বলে।

খ মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R}} \quad \therefore v_e \propto R$

গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে, ব্যাসার্ধ পরিবর্তনের সাথে সাথে গ্রহের ঘনত্ব পরিবর্তন না হলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক। অর্থাৎ সেক্ষেত্রে গ্রহের ব্যাসার্ধ বাড়লে মুক্তিবেগ বাড়বে।

যেহেতু বৃহস্পতি গ্রহের ব্যাসার্ধ মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ অপেক্ষা বেশি। তাই বৃহস্পতি গ্রহের মুক্তিবেগ মঙ্গল গ্রহের তুলনায় বেশি।

পৃথিবীর মুক্তিবেগ, $v_e = 11.2\ kms^{-1}$

গ $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 350 \times (11.2 \times 1000)^2 = 2.19 \times 10^{10}$ J **(Ans.)**

ঘ B বিন্দুতে, উচ্চতা, $h_B = 600\ km = 6 \times 10^5\ m$

পর্যায়কাল, $T_B = 2\pi\sqrt{\frac{(R + h_B)^3}{GM}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 6 \times 10^5)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} = 5816.85\ s$

C বিন্দুতে, উচ্চতা, $h_C = 850\ km = 8.5 \times 10^5\ m$

পর্যায়কাল, $T_C = 2\pi\sqrt{\frac{(R + h_c)^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 8.5 \times 10^5)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$

$\therefore T_C = 6131.24\ s$

সুতরাং, $T_B \neq 86400$ s এবং $T_C \neq 86400$ s হওয়ায় উপগ্রহটি কোনো অবস্থানেই ভূস্থির হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২২ **দৃশ্যকল্প-১:** পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6.4 \times 10^6$ m। পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে 700 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করছে। $[G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}]$

দৃশ্যকল্প-২: 80 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 200 km উচ্চতায় তুলে এর মধ্যে 4.5×10^9 Joule গতিশক্তি সঞ্চারিত করা হলো। $[G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}, g = 9.8\ ms^{-2}]$

(ক) দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল কী নির্দেশ করে?

(খ) কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল 12 N বলতে কী বোঝায়? [দি. বো. ২৩]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। [ব. বো. ২৩]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, উপগ্রটিকে মহাশূন্যে পাঠানোর জন্য গতিশক্তির পরিবর্তন করতে হবে কিনা-গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [দি. বো. ২৩]

সমাধান:

ক দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল মহাকর্ষ বল নির্দেশ করে।

খ কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল 12 N বলতে বোঝায় যে, 1 Kg ভরের কোনো বস্তুর উপর 12 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল ক্রিয়াশীল আছে। অন্যভাবে বলা যায়, 12 Kg ভরের বস্তুর উপর 1 ms^{-2} ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল ক্রিয়াশীল আছে তাকেই বোঝায়।

গ $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 700 \times 10^3}} = 7509.43\ ms^{-1}$

কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(7509.43)^2}{(6.4 \times 10^6 + 700 \times 10^3)} = 7.94\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ উপগ্রহটিকে মহাশূন্যে পাঠানোর জন্য প্রয়োজনীয় গতিশক্তি,

$E_K = GMm\left[\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right]$

$\Rightarrow E_K = 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 80 \times \left[\frac{1}{6.4 \times 10^6 + 200 \times 10^3} - \frac{1}{\infty}\right]$

$\therefore E_K = 4.85 \times 10^9$ J

∴ মহাশূন্যে পাঠাতে গতিশক্তি বৃদ্ধি করতে হবে,

$(4.85 - 4.5) \times 10^9\ J = 3.5 \times 10^8$ J **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৩ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 500 km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81 ms^{-2}।

(ক) বস্তুর ওজন বা ভার কী?

(খ) পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন হবে কী? [রা. বো. ২২; চ. বো. ১৯]

(গ) উদ্দীপকের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [রা. বো. ২২; অনুরূপ কু. বো. ২৫; ব. বো. ১৯]

(ঘ) উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহে রূপান্তর সম্ভব কিনা? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তোমার মতামত দাও। [রা. বো. ২২; অনুরূপ কু. বো. ২৫; ব. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো একটি বস্তু যে পরিমাণ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয় তাকে তার ওজন বা ভার বলে।

খ আমরা জানি, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$ ...... (i)

আবার, $M = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3$

M এর মান (i) এ বসিয়ে পাই, $g = \frac{G \times \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho}{R^2}$

$= \frac{4}{3}\pi\rho GR$

এখানে, $g \propto \rho$। অর্থাৎ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ ও ঘনত্বের একটি সমানুপাতিক সম্পর্ক রয়েছে। সুতরাং, পৃথিবীর ঘনত্বের পরিবর্তনের অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন হবে।

গ কৃত্রিম উপগ্রহের h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g_h = g\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

$= 9.81 \times \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 500 \times 1000}\right)^2$

$= 8.44\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 500 \times 10^3)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$

$= 5681.18s = 1.57$ hr

কিন্তু ভূস্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল T' = 24 hr। অতএব, উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহের ন্যায় আচরণ করে না।

ভূস্থির উপগ্রহ হওয়ার ক্ষেত্রে,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

$\Rightarrow 24 \times 3600 = 2\pi\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + h)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$

$\Rightarrow h \approx 36000$ km

∴ উপগ্রহটিকে আরো (36000 − 500) = 35500 km উপরে উঠালে উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহে পরিণত হবে। **(Ans.)**

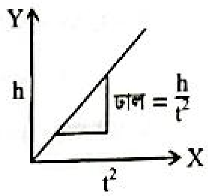
প্রশ্ন ▶ ২৪ সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথ উপবৃত্তাকার। সূর্য হতে পৃথিবীর নিকটতম ও দূরতম দূরত্ব যথাক্রমে 1.47×10^{14} m এবং 1.52×10^{14} m। একজন শিক্ষার্থী হিসাব করে বলল পৃথিবীকে নিকটতম হতে দূরতম দূরত্বে সরাতে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে 1.8×10^{29}J কাজ সম্পাদন করতে হয়। সূর্য ও পৃথিবীর ভর যথাক্রমে 2×10^{30} kg এবং 5.96×10^{24} kg.

(ক) অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে?
(খ) মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে h বনাম t^2 লেখচিত্রের প্রকৃতি কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২]
(গ) সূর্য হতে ন্যূনতম দূরত্বে পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখী বল নির্ণয় কর। [কু. বো. ২২]
(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত শিক্ষার্থীর হিসাবের যথার্থতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ২২]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্রে বলে।

খ X অক্ষ বরাবর t^2 এবং Y অক্ষ বরাবর h নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখার বিভিন্ন বিন্দুতে কয়েকটি ঢাল নির্ণয় করা হয়।



প্রতিক্ষেত্রে, $\frac{h}{t^2}$ = ঢাল = ধ্রুবক হয়

বা, h = ধ্রুবক × t^2 বা, $h \propto t^2$

গ এখানে, সূর্যের ভর, $M_s = 2 \times 10^{30}$ kg
পৃথিবীর ভর, $M_e = 5.96 \times 10^{24}$ kg, নিকটতম দূরত্ব, $h = 1.47 \times 10^{14}$ m

যেখানে, $F_C = F_G = \frac{GM_sM_e}{h^2}$ [কেন্দ্রমুখী বলই মহাকর্ষ বল]

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30} \times 5.96 \times 10^{24}}{(1.47 \times 10^{14})^2} = 3.68 \times 10^{16} \text{ N } \textbf{(Ans.)}$$

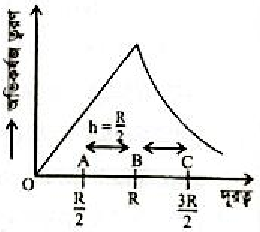
ঘ কৃতকাজ, $W = GMm\left[\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right]$

$$\Rightarrow W = 6.673 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{30} \times 5.96 \times 10^{24} \times \left[\frac{1}{1.47 \times 10^{14}} - \frac{1}{1.52 \times 10^{14}}\right]$$

$$\Rightarrow W = 1.78 \times 10^{29} \text{ J} \approx 1.8 \times 10^{29} \text{ J}$$

অর্থাৎ উদ্দীপকে উল্লিখিত শিক্ষার্থীর হিসাব যথার্থ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৫ দূরত্বের সাপেক্ষে পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনের লেখচিত্র নিম্নে প্রদত্ত হলো: পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m, পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}।



(ক) অশ্বক্ষমতা কী? [সি. বো. ২২]
(খ) একই কক্ষপথে স্থাপিত দুটি ভিন্ন ভরের স্যাটেলাইটের বেগ কি একই হবে না ভিন্ন হবে?– ব্যাখ্যা করো। [চ. বো. ২২]
(গ) যখন কোনো বস্তু A বিন্দুতে অবস্থান করে তখন অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [সি. বো. ২২]
(ঘ) উদ্দীপকে বর্ণিত A ও C বিন্দুর মধ্যে এবং কোথায় কোনো একটি বস্তু বেশি ওজন অনুভব করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [সি. বো. ২২]

সমাধান:

ক কোনো যন্ত্র বা ব্যক্তি প্রতি সেকেন্ডে যদি 746 J কাজ সম্পাদন করতে পারে তবে তার ক্ষমতাকে 1 অশ্বক্ষমতা বলে।

খ পৃথিবী ও উপগ্রহের মধ্যবর্তী মহাকর্ষ বল, উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়।

$\therefore F_G = F_C$

$\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

এখানে,
M = পৃথিবীর ভর
r = পৃথিবীর কেন্দ্র হতে উপগ্রহের দূরত্ব
m = উপগ্রহের ভর

উপগ্রহের বেগ-এর সমীকরণ হতে দেখা যায়, সমীকরণে উপগ্রহের ভর (m) অনুপস্থিত। অর্থাৎ, উপগ্রহের বেগ তার ভরের উপর নির্ভর করে না। সুতরাং, একই কক্ষপথে স্থাপিত সকল স্যাটেলাইটের বেগ সমান হবে।

গ লেখচিত্র অনুযায়ী A বিন্দুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে গভীরে তাই,

$g_d = g\left(1 - \frac{d}{R}\right)$ [যেখানে, $d = \frac{R}{2}$]

$g_d = g\left(1 - \frac{\frac{R}{2}}{R}\right) = 4.9$ m/s^2 **(Ans.)**

ঘ 'গ' থেকে প্রাপ্ত A বিন্দুতে $g_1 = 4.9$ ms^{-2}
অর্থাৎ ওজন, $W_1 = mg_1 = 4.9m$ N [বস্তুটির ভর = m ধরে]

C বিন্দুতে, $g_2 = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g = \left(\frac{R}{R+\frac{R}{2}}\right)^2 \times g$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times g = \frac{4}{9} \times 9.8 = 4.36 \text{ ms}^{-2}$$

C বিন্দুতে, $W_2 = mg_2 = 4.36m$ N
দেখা যাচ্ছে, $W_1 > W_2$ $\therefore$ C তে কম ওজন হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৬ A এবং B একই উপাদান এবং একই গড় ঘনত্ববিশিষ্ট দুটি গ্রহ (কাল্পনিক)। A এর ভর 5.93×10^{24} kg, ব্যাসার্ধ 6.93×10^6 m এবং B এর ব্যাসার্ধ 3×10^6 m।

(ক) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী? [ব. বো. ২২]
(খ) পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কোনো স্থির বস্তুর মুক্তিবেগ এবং পৃথিবীর চারদিকে আর্বতনরত কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ কী একই হবে? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২২]
(গ) A গ্রহের পৃষ্ঠের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর। [ব. বো. ২২]
(ঘ) A এবং B উভয় গ্রহের পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান কি একই হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর। [ব. বো. ২২]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর চারপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখলে সেটি আকর্ষণ বল অনুভব করে, তাকে বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

খ পৃথিবী পৃষ্ঠে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$

পৃথিবীর চারদিকে আবর্তনরত কোনো বস্তুর
মোট শক্তি, E = বস্তুর স্থিতিশক্তি + বস্তুর গতিশক্তি

$= -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2$

$= -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{R}\right)$

$= -\frac{1}{2}\frac{GMm}{R}$

পৃথিবীর চারিদিকে আবর্তনরত বস্তুর বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$
যেখানে, $R + h \approx R$ স্বল্প উচ্চতায় আবর্তনরত ধরে

পৃথিবীর চারদিকে আবর্তনরত কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ,

v_e' হলে, $\frac{1}{2}m(v_e')^2 = \frac{1}{2}\frac{GMm}{R} \Rightarrow v_e' = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ $\therefore v_e = \sqrt{2} \times v_e'$

তাই, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে কোনো স্থির বস্তুর মুক্তিবেগ এবং পৃথিবীর চারদিকে আবর্তনরত কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ সমান হবে না।

গ A গ্রহের পৃষ্ঠের কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব,

$V_A = -\frac{GM_A}{R_A}$

$= -\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 5.93 \times 10^{24}}{6.93 \times 10^6}$

$= -5.71 \times 10^7$ J/kg **(Ans.)**

এখানে,
গ্রহের ভর,
$M_A = 5.93 \times 10^{24}$
ব্যাসার্ধ,
$R_A = 6.93 \times 10^6$ m

ঘ A গ্রহের পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$E_A = -\frac{GM_A}{R_A^2} = -\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 5.93 \times 10^{24}}{(6.93 \times 10^6)^2} = -8.24\ Nkg^{-1}$

এখানে, $\rho_A = \rho_B$

$\Rightarrow \frac{M_A}{V_A} = \frac{M_B}{V_B} \Rightarrow \frac{M_A}{\frac{4}{3}\pi R_A^3} = \frac{M_B}{\frac{4}{3}\pi R_B^3}$

$\Rightarrow M_B = M_A \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 = 5.93 \times 10^{24} \times \left(\frac{3 \times 10^6}{6.93 \times 10^6}\right)^3$

$\therefore M_B = 481.08 \times 10^{21}$ kg

B গ্রহের পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$E_B = -\frac{GM_B}{R_B^2} = -\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 481.08 \times 10^{21}}{(3 \times 10^6)^2} = -3.57\ Nkg^{-1}$

অর্থাৎ, $E_A \neq E_B$ $\therefore$ মহকর্ষীয় প্রাবল্যের মান সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৭ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6400 km। এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2}। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক 6.673×10^{-11} $Nm^2 kg^{-2}$। এর পৃষ্ঠ থেকে একটি উপগ্রহকে 700 km উচ্চতায় তোলা হলো।

(ক) অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে?

(খ) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।

(গ) পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কত উচ্চতায় উপগ্রহের ওজন পৃথিবী পৃষ্ঠের ওজনের 80% হবে? নির্ণয় কর। [চ. বো. ১৯]

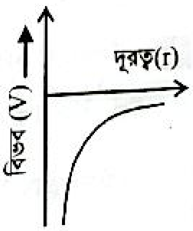
(ঘ) উদ্দীপকের উৎক্ষেপিত উপগ্রহটি চাঁদের মতো উপগ্রহ হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ১৯, ১৭]

সমাধান:

ক বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্বরণ উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

খ আমরা জানি, মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{GM}{r}$

সুতরাং দূরত্ব বৃদ্ধির সাথে $\frac{GM}{r}$ এর মান দূরত্বের ব্যস্তানুপাতে কমে কিন্তু মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভব (V) এর মান বাড়ে। অসীম দূরত্বের জন্য $r = \infty$ হলে V = 0 অর্থাৎ বিভব শূন্য হবে।



গ ধরি, পৃথিবী থেকে h উচ্চতায় উপগ্রহের ওজন পৃথিবী পৃষ্ঠের ওজনের 80% হবে।

$W = mg$ .... (i), $W_h = mg_h$ .... (ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই, $\frac{W}{W_h} = \frac{g}{g_h} \Rightarrow \frac{W}{W \times 80\%} = \frac{g}{g_h}; \Rightarrow \frac{100}{80} = \frac{g}{g_h}$

আবার, $g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g$

$\Rightarrow 0.8\ g = \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + h}\right)^2 \times g$

$\therefore h = 7.554 \times 10^5$m **(Ans.)**

ঘ উপগ্রহটির আবর্তনকাল,

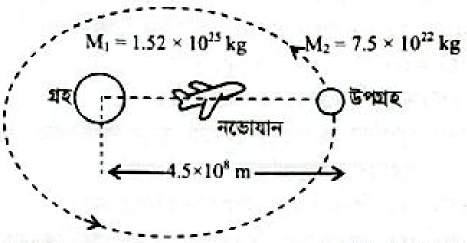
$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} = 2 \times 3.1416\sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 700 \times 10^3)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$

$= 5.94 \times 10^3$ সে. = 1.65 ঘন্টা = 1 ঘন্টা 39 মিনিট

যেহেতু চাঁদ প্রায় 27.321 দিনে পৃথিবীর চারিদিকে একটি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে তাই উৎক্ষেপিত উপগ্রহটি চাঁদের মতো উপগ্রহ হবে না।**(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৮

উদ্দীপকটি লক্ষ কর।



(ক) কৌণিক ত্বরণ কাকে বলে? [সম্মিলিত বো. ১৮]

(খ) বাঁধাহীনভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে দূরত্ব বনাম সময় লেখচিত্রের প্রকৃতি কিরূপ হবে? [অনুরূপ কু. বো. ২২]

(গ) উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর। [সম্মিলিত বো. ১৮; অনুরূপ সি. বো. ১৭]

(ঘ) গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে কোনো স্থানে নভোযানটির উপর লব্ধি বল শূন্য হবে কিনা– গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও। [সম্মিলিত বো. ১৮]

সমাধান:

ক সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সাথে বস্তুর কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।

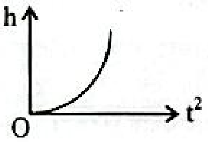
খ গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর তৃতীয় সূত্রানুসারে– "স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব (h) অতিক্রম করে, তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক"।

অর্থাৎ, $h \propto t^2$

$\Rightarrow h = kt^2$ [k = সমানুপাতিক ধ্রুবক]

$\therefore y = kx^2$ ধরণের লেখচিত্র।

এটি একটি পরাবৃত্তাকার লেখচিত্র



গ দেওয়া আছে, গ্রহের ভর, $M_1 = 1.52 \times 10^{25}$ kg

উপগ্রহের ভর, $M_2 = 7.5 \times 10^{22}$ kg

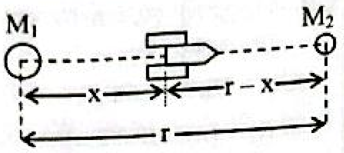
গ্রহের কেন্দ্র হতে উপগ্রহের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব বা উপগ্রহের কক্ষের ব্যাসার্ধ, $r = 4.5 \times 10^8$ m

আমরা জানি,

উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 1.52 \times 10^{25}}{4.5 \times 10^8}}$

$= 1501.33\ ms^{-1}$ $\therefore v = 1.5\ kms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ মনে করি, গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে গ্রহ হতে x দূরত্বে কোনো স্থানে নভোযানটির উপর লব্ধি বল শূন্য হবে।



শর্তমতে, $F_{M_1} = F_{M_2}$

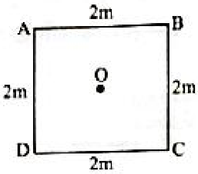
$$\Rightarrow \frac{GM_1m}{x^2} = \frac{GM_2m}{(r-x)^2} \quad \text{[ধরি, নভোযানের ভর = m]}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r-x}{x}\right)^2 = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow \frac{r}{x} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} + 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{r}{\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}+1} = \frac{4.5 \times 10^8}{\sqrt{\frac{7.5 \times 10^{22}}{1.52 \times 10^{25}}}+1} = 4.2 \times 10^8 \text{ m}$$

$\therefore$ গ্রহ থেকে উপগ্রহের দিকে যাওয়ার পথে গ্রহ হতে 4.2×10^8 m দূরে নভোযানটির উপর লব্ধি বল শূন্য হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৯ 2m বাহুবিশিষ্ট ABCD বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1 kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে 4kg, 4kg, 2kg ও 2kg ভরের চারটি বস্তু রাখা আছে। $[G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}]$



(ক) মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা লিখ।
(খ) পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৭]
(গ) 'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর। [কু. বো. ১৭]
(ঘ) 'O' বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কি না– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ১৭]

সমাধান:

ক মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা: $[G] = [M^{-1}T^{-2}L^3]$

খ আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

এখানে, ভূপৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g' = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$$

$$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{R-h}{R} = \frac{d}{R} \quad \text{[যেখানে, } d = R - h = \text{ভূকেন্দ্র হতে দূরত্ব]}$$

$$\Rightarrow g' = \frac{d}{R} \times g \quad \therefore g' \propto d$$

অর্থাৎ, পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

গ দেওয়া আছে, বর্গের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 2m
এবং ভর, $M_A = 4$kg, $M_B = 4$kg, $M_C = 2$kg, $M_D = 2$kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

কেন্দ্র O হতে A বিন্দুর দূরত্ব, $r_A = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ m

$\therefore r_A = r_B = r_C = r_D = \sqrt{2}$ m

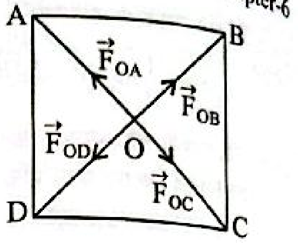
আমরা জানি, মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{GM}{r}$

$\therefore$ O বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব,

$$V = -\frac{Gm_A}{r_A} - \frac{Gm_B}{r_B} - \frac{Gm_C}{r_C} - \frac{Gm_D}{r_D} = -\frac{G}{r}(m_A + m_B + m_C + m_D)$$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11}}{\sqrt{2}} \times (4+4+2+2) = -5.66 \times 10^{-10} \text{ JKg}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে যদি ঐ বিন্দুতে কার্যরত নীট বল শূন্য হয়।



AC কর্ণ বরাবর লব্ধি বল,

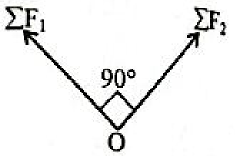
$$\Sigma F_1 = F_{OA} - F_{OC}$$
$$= \frac{Gm_Am}{r_A^2} - \frac{Gm_Cm}{r_C^2}$$
$$= \frac{Gm}{r^2}(m_A - m_C) = \frac{G \times 1}{(\sqrt{2})^2} \times (4-2) = G$$

BD কর্ণ বরাবর লব্ধি বল,

$$\Sigma F_2 = F_{OB} - F_{OD} = \frac{Gm_Bm}{r_B^2} - \frac{Gm_Dm}{r_D^2} = \frac{Gm}{r^2}(m_B - m_D)$$
$$= \frac{G \times 1}{(\sqrt{2})^2} \times (4-2) = G$$

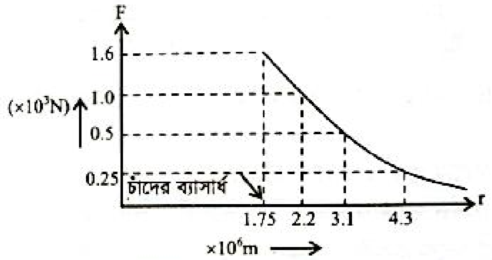
$\therefore$ O বিন্দুতে লব্ধি বল,

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_1)^2 + (\Sigma F_2)^2}$$
$$= \sqrt{(G)^2 + (G)^2} = \sqrt{2}\, G$$
$$= \sqrt{2} \times 6.673 \times 10^{-11}$$
$$= 9.437 \times 10^{-11} \text{ N}$$



যেহেতু O বিন্দুতে নীট বল কার্যরত ফলে ঐ বিন্দুতে 1kg বস্তুটি ভরের স্থির থাকবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩০ লেখচিত্রে দেখানো হল চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r, চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$.

(ক) গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি লিখ। [য. বো. ১৭]
(খ) পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৭]
(গ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় কর। [য. বো. ১৭]
(ঘ) উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবীর পৃষ্ঠ ও চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে 2.55×10^6m উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা কর। [য. বো. ১৭]

সমাধান:

ক গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি হলো: গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ ঘূর্ণনগতিতে কৌণিক ত্বরণের সাথে সংশ্লিষ্ট রাশি হলো টর্ক। আমরা জানি, টর্ক, $\tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt}$ অর্থাৎ, টর্ক কৌণিক বেগের পরিবর্তন ঘটায় বা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। সমকৌণিক বেগের ক্ষেত্রে $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0$ ফলে $\tau = 0$। যেহেতু পৃথিবী সমকৌণিক বেগে ঘুরছে, সেহেতু এর উপর কোনো টর্ক ক্রিয়া করে না।

গ আমরা জানি, $F = \frac{GM_m m}{(R_m)^2}$

$\Rightarrow M_m = \frac{FR_m^2}{Gm}$

$= \frac{1.6 \times 10^3 \times (1.75 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11} \times 1000}$

$\therefore M_m = 7.34 \times 10^{22}$ kg **(Ans.)**

বস্তুর ভর, $m = 1000$ kg
উদ্দীপকের লেখচিত্র হতে পাই,
চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1.75 \times 10^6$ m
চন্দ্রের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ বল,
$F = 1.6 \times 10^3$ N
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻²
চন্দ্রের ভর, $M_m = ?$

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6$ m
পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8$ ms⁻²
চাঁদ বা পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = 2.55 \times 10^6$ m
পৃথিবী পৃষ্ঠে হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_e' = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \times g_e = \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6}\right)^2 \times 9.8 = 5.0112 \text{ ms}^{-2}$$

চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_m = \frac{F}{m} = \frac{1.6 \times 10^3}{1000} = 1.6$ ms⁻²

চন্দ্র পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_m' = \left(\frac{R_m}{R_m + h}\right)^2 \times g_m = \left(\frac{1.75 \times 10^6}{1.75 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6}\right)^2 \times 1.6$$
$$= 0.265 \text{ ms}^{-2}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ বল F_e ও চন্দ্র পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ বল F_m হলে,

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{mg_e'}{mg_m'} = \frac{g_e'}{g_m'} = \frac{5.0112}{0.265} = 18.91; \therefore F_e = 18.91 F_m$$

অতএব, 1000 kg ভরের বস্তুর ক্ষেত্রে উল্লিখিত উচ্চতার জন্য পৃথিবী কর্তৃক প্রযুক্ত বল চাঁদ কর্তৃক প্রযুক্ত বলের প্রায় 18.91 গুণ হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩১ দৃশ্যকল্প-১: পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 ও 16 গুণ। পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব 3×10^5 km। পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms⁻², মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান 6.673×10^{-11} Nm²kg⁻².
দৃশ্যকল্প-২: একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে 3.2×10^6 m এবং 4×10^{24} kg। একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হল।

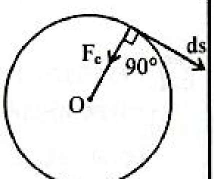
(ক) অশ্বক্ষমতা কাকে বলে? [চ. বো. ১৭]
(খ) কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৭]
(গ) দৃশ্যকল্প-১ এ পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে?
(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এর প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ মূল বস্তুটির মুক্তি বেগের এক অষ্টমাংশ হবে কি-না যাচাই কর। [দি. বো. ১৭]

সমাধান:

ক প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে 1 অশ্বক্ষমতা বলে।

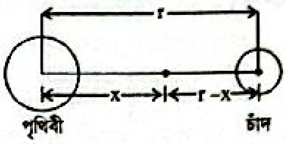
খ যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

যেকোনো মুহূর্তে কেন্দ্রমুখী বল, $\vec{F_c}$ বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর এবং ক্ষুদ্র সময়ে বস্তুর ক্ষুদ্র সরণ, $\vec{ds}$ হয় বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। ফলে বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ হবে 90°।



$\therefore$ কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = \vec{F_c} \cdot \vec{ds} = F_c ds\cos 90° = 0$
অর্থাৎ, কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কোনো কাজ সম্পাদিত হয় না।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব, $r = 3 \times 10^5$ km $= 3 \times 10^8$ m
এখানে, $M_e = 81M_m$; $R_e = 16R_m$
মনে করি, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে x দূরত্বে পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।



শর্তমতে, $E_e = E_m$

$$\Rightarrow \frac{GM_e}{x^2} = \frac{GM_m}{(r-x)^2} \qquad \Rightarrow \frac{81M_m}{x^2} = \frac{M_m}{(3 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{3 \times 10^8 - x}\right)^2 = 81 \Rightarrow \frac{x}{3 \times 10^8 - x} = 9$$

$$\Rightarrow x = 2.7 \times 10^9 - 9x \qquad \therefore x = 2.7 \times 10^8 \text{ m}$$

অতএব, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে 2.7×10^8 m দূরে পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে। **(Ans.)**

ঘ মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ, $R = 3.2 \times 10^6$ m, ভর, $M = 4 \times 10^{24}$ kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻² খণ্ডের সংখ্যা, $N = 8$
মনে করি, প্রতিটি খণ্ডের ভর, $m = \frac{M}{8}$, প্রতিটি খণ্ডের ব্যাসার্ধ = r

আমরা জানি, N সংখ্যাক খণ্ডের আয়তন = মূলখণ্ডের আয়তন

$$\Rightarrow N \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \Rightarrow 8 \times r^3 = R^3 \quad \therefore r = \frac{R}{2}$$

মূল বস্তুর মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ .... (i)

প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ, $v_e' = \sqrt{\frac{2Gm}{r}}$ .... (ii)

(ii) ÷ (i) করে,

$$\frac{v_e'}{v_e} = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} \times \sqrt{\frac{R}{2GM}} = \sqrt{\frac{M \times R \times 2}{8 \times M \times R}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \therefore v_e' = \frac{v_e}{2}$$

অতএব প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ মূল বস্তুটির মুক্তিবেগের এক অষ্টমাংশ হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩২ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 500 gm ভরের এক খণ্ড পাথরকে খনির ভেতর মুক্তভাবে ছেঁড়ে দেয়া হলো। খনির তলদেশে পাথর খণ্ডটির ওজন পৃথিবীর পৃষ্ঠের দুই তৃতীয়াংশ। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m, ভর $M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm²kg⁻²।

(ক) অভিকর্ষ কী?
(খ) ওজনহীনতা বলতে কী বোঝায়?
(গ) উদ্দীপকের খনির গভীরতা নির্ণয় করো।
(ঘ) ভূ-পৃষ্ঠ থেকে খনির গভীরতার সমান উচ্চতায় g এর মান খনির তলদেশে এর মানের সমান হবে কি না? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

সমাধান:

ক পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ সর্বত্র বিরাজমান থাকে তাকে অভিকর্ষ বলে।

খ কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলই বস্তুর ওজন। এই আকর্ষণ বল নির্ভর করে অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মানের ওপর। কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল না থাকলে বস্তুটি ওজনহীন হবে। ভূকেন্দ্রে যেখানে $g = 0$ কিংবা পৃথিবী এবং চাঁদ বা অন্য কোনো গ্রহের মাঝামাঝি স্থান যেখানে কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল চাঁদ বা অন্য গ্রহের আকর্ষণ বল দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়ে যায়, এরূপ স্থানে ওজনহীনতার ঘটনা ঘটতে পারে।

গ পাথরের তলদেশে ওজন = $\frac{2}{3}\times$ পৃথিবী পৃষ্ঠের ওজন

$\Rightarrow mg' = \frac{2}{3} \times mg$

$\Rightarrow g' = \frac{2}{3} g \therefore \frac{g'}{g} = \frac{2}{3}$

পাথরের ভর, m = 500 g = 0.5 kg
পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 m$
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

আমরা জানি, h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g$

$\Rightarrow \frac{g'}{g} = 1 - \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{2}{3} = 1 - \frac{h}{R}, \Rightarrow \frac{h}{R} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow h = \frac{R}{3} = \frac{6.4 \times 10^6}{3} = 2.13 \times 10^6$ m **(Ans.)**

ঘ h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{2}{3} g$ ['গ' নং হতে পাই]

ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, g'' নির্ণয়ের ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, $g'' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g = \left(\frac{R}{R+\frac{R}{3}}\right)^2 \times g = \left(\frac{3R}{4R}\right)^2 \times g$

$\therefore g'' = \frac{9}{16} \times g \quad \therefore g' \neq g''$

অর্থাৎ, ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, (g'') এর মান h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, (g') এর সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৩ দৃশ্যকল্প-১: পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 3.6×10^4 km উচ্চতায় বঙ্গবন্ধু স্যাটেলাইট স্থাপিত। এটি U-19 বিশ্বকাপ ক্রিকেট খেলা সম্প্রচারের জন্য নির্ধারিত। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$।

দৃশ্যকল্প-২: মহাকাশের কোনো এক দূরতম প্রান্ত হতে ছুটে এলো একটি মহাজাগতিক বস্তুখন্ড। এসেই ধাক্কা দিলো পৃথিবীকে এবং পৃথিবী ছিটকে গেলো তার কক্ষপথ থেকে। সূর্য থেকে বর্তমান দূরত্বের দ্বিগুণ দূরত্বে এসে নিজ অক্ষের চতুর্দিকে ঘূর্ণন বন্ধ হয়ে গেলে। নতুন পরিস্থিতি মোকাবিলায় বিজ্ঞানীরা হিমশিম খেতে লাগলো।

(ক) নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত কর।
(খ) মহাকর্ষীয় বিভব অসীমে সর্বাধিক কিন্তু শূন্য– ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২২]
(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে নতুন অবস্থানে এক বছরে দিনের সংখ্যা নির্ণয় কর।
(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ হতে উল্লিখিত উপগ্রহটি U-19 বিশ্বকাপের ম্যাচগুলো সম্প্রচার করতে সক্ষম কি না– ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২২]

সমাধান:

ক মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে এবং এ আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এ বল বস্তুকণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

খ মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে আমরা জানি, $V = -\frac{GM}{r}$

এ ঋনাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে এবং অসীমে এর সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য।

অর্থাৎ, $r = \infty$ হলে V = 0 হবে যা সর্বোচ্চ কারণ অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগোতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে বাহ্যিক বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হয় না। এক্ষেত্রে একমাত্র মহাকর্ষীয় বল কাজ করে যা আকর্ষণধর্মী। ফলে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয়ে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।

গ দেওয়া আছে,
$r_1 = r$
$r_2 = 2r$
[যেখানে, r = সূর্যের কেন্দ্র হতে পৃথিবীর কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব]

কেপলারের সূত্র হতে, $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$

$\Rightarrow \left(\frac{T_2}{365}\right)^2 = \left(\frac{2r}{r}\right)^3$ [∵ এক বছরে দিনের সংখ্যা, $T_1 = 365$ days]

$\Rightarrow \left(\frac{T_2}{365}\right)^2 = 8, \Rightarrow T_2 = \sqrt{8} \times 365 = 1032.37$ days.

∴ নতুন অবস্থানে এক বছরে দিনের সংখ্যা হবে 1032.37 days. **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, $T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$

$= \frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\frac{GM}{R+h}}}$

$= \frac{2\pi(6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7)}{\sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7}}}$

$= 86519.82$ sec $= 24.03$ hr ≈ 24 hr

দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4 km = 3.6 \times 10^7 m$
পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় পর্যায়কাল T হলে,

যা ভূস্থির উপগ্রহের পর্যায়কালের সমান।

∴ বঙ্গবন্ধু স্যাটেলাইট U-19 বিশ্বকাপের ম্যাচগুলো সম্প্রচার করতে সক্ষম হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৪ দৃশ্যকল্প-১: মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ 0.532 গুণ। পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2}, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.673 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m।

দৃশ্যকল্প-২: কোনো একটি গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 318.3 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10.97 গুণ। গ্রহটির পৃষ্ঠ হতে 100 km এবং 300 km উচ্চতায় দুটি বিন্দু। পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি বলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয় এবং এটি 6 সেকেন্ডে ওঠা নামা করে।

(ক) গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি কী?
(খ) কখনও সমুদ্র সমতল থেকে কোনো বস্তুকে v = 11.2 km/s বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব?
(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় একজন নভোচারী মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে হাঁটা-চলা অনুসরণ করতে পারবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো।
(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এ, উল্লিখিত গ্রহে এবং পৃথিবীতে বস্তুটি একই উচ্চতায় উঠবে কি–না? গাণিতিকভাবে যাচাই করো।

সমাধান:

ক গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ কোন বস্তুকে 11.2 km/s বেগে নিক্ষেপ করা হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না অর্থাৎ বস্তুটি মুক্তিবেগের সমান বেগে নিক্ষিপ্ত। আমরা জানি, কোনো গ্রহ বা উপগ্রহের মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2gR}$ এখানে, g = গ্রহ বা উপগ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং R = গ্রহ বা উপগ্রহের ব্যাসার্ধ যেহেতু সমুদ্র সমতলে g ও R উভয়ের মান নির্ণয় সম্ভব। অতএব, সমুদ্র সমতল থেকে কোনো বস্তুকে v = 11.2 km/s বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব।

গ মঙ্গল গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_m

$$= \frac{GM_m}{R_m^2} = \frac{G \times 0.11 M_e}{(0.532 R_e)^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 0.11 \times 6 \times 10^{24}}{(0.532 \times 6.4 \times 10^6)^2}$$

$$= 3.799 \text{ ms}^{-2}$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6$m
পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,
$g_e = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$
মঙ্গল গ্রহের ভর, $M_m = 0.11 M_e$
মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_m = 0.532 R_e$

পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে,

আমরা জানি, $g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \times g$

$$\Rightarrow \frac{R}{R+h} = \sqrt{\frac{g'}{g}}; \Rightarrow h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} \times R\right) - R$$

$$\therefore h = \left(\sqrt{\frac{9.8}{3.799}} \times 6.4 \times 10^6\right) - (6.4 \times 10^6) = 3.88 \times 10^6 \text{ m}$$

যেহেতু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $h = 3.88 \times 10^6$m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরনের সমান হবে।

তাই বলা যায়, পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 3.88×10^6 m উচ্চতায় একজন নভোচারী মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে হাঁটা চলা অনুসরণ করতে পারবে। **(Ans.)**

ঘ (i) ÷ (ii) করে,

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2$$

$$= \frac{318.3 \times M_e}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{10.97 R_e}\right)^2$$

$$\therefore g_x = \frac{318.3}{(10.97)^2} \times 9.8 = 25.92 \text{ ms}^{-2}$$

বিচরনকাল, T = 6 sec
$M_x = 318.3 M_e$
$R_x = 10.97 R_e$
$g_x = \frac{GM_x}{R_x^2}$ .... (i)
$g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$ .... (ii)

আবার, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে নিক্ষিপ্ত বেগ v_0 হলে,

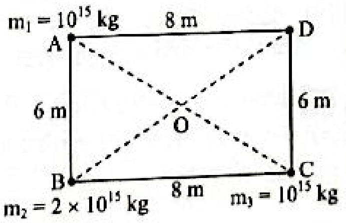
আমরা জানি, $T = \frac{2v_0}{g_e} \Rightarrow v_0 = \frac{g_e T}{2} = \frac{9.8 \times 6}{2} = 29.4 \text{ ms}^{-1}$

$\therefore$ পৃথিবীতে উচ্চতা, $H_e = \frac{v_0^2}{2g_e} = \frac{(29.4)^2}{2 \times 9.8} = 44.1$ m

উদ্দীপকের গ্রহে উচ্চতা, $H_x = \frac{v_0^2}{2g_x} = \frac{(29.4)^2}{2 \times 25.92} = 16.68$ m

$\because H_e \neq H_x$ সুতরাং, উদ্দীপকে উল্লিখিত গ্রহে এবং পৃথিবীতে বস্তুটি একই উচ্চতায় উঠবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩৫ চিত্রে m_1, m_2 ও m_3 বস্তু তিনটি স্থির অবস্থায় মহাশূন্যে রাখা আছে। D বিন্দু হতে কোনো বস্তুকে 260 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করে বস্তুটিকে অসীমে পাঠানোর চেষ্টা করা হলো। ($G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-1}$)



(ক) মহাকর্ষীয় ভর কী?
(খ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হঠাৎ অর্ধেক হয়ে গেল কিন্তু ভর অপরিবর্তিত রইল, সেক্ষেত্রে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর।
(গ) O বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান নির্ণয় কর।
(ঘ) D বিন্দুতে স্থাপিত বস্তুকে অসীমে পাঠানো সম্ভব হবে কি না– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

ক বস্তুর মহাকর্ষীয় ভর এমন একটি ভর যার ওপর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় টান নির্ভর করে। বিভিন্ন পরীক্ষা থেকে প্রমাণ করা গেছে যে জড়তা ভর এবং মহাকর্ষীয় ভর সমতুল্য।

খ মনে করি, পৃথিবীর ভর M

এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

এখন ভর, M কে অপরিবর্তিত রেখে ব্যাসার্ধ অর্ধেক $\left(R' = \frac{R}{2}\right)$ করলে

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হবে, $g' = \frac{GM}{R'^2} = \frac{GM}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{4GM}{R^2} = 4$ g

সুতরাং, পরিবর্তিত অবস্থায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পূর্বের 4 গুণ হবে।

গ A বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ভর, $m_1 = 10^{15}$ kg
B বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ভর, $m_2 = 2 \times 10^{15}$ kg
C বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ভর, $m_3 = 10^{15}$ kg

$$E_{OA} = E_{OC} = \frac{Gm_1}{r^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 10^{15}}{\left(\frac{1}{2}\sqrt{6^2+8^2}\right)^2} = 2669.2 \text{ Nkg}^{-1}$$

E_{OA} ও E_{OC} এর লব্ধি, $E_1 = E_{OA} - E_{OC} = 0$

$\therefore$ E_{OA} এবং E_{OC} পরস্পরকে নাকচ করে দেয়। ফলে E_{OB} এর মানই হবে লব্ধি প্রাবল্য।

আবার, $E_{OB} = \frac{Gm_2}{r^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{15}}{\left(\frac{1}{2}\sqrt{8^2+6^2}\right)^2} = 5338.4 \text{ Nkg}^{-1}$

ঘ ধরি, D বিন্দুতে m ভরের একটি বস্তু রাখা হলো।
D বিন্দুতে অবস্থিত m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়ারত মাধ্যাকর্ষণ শক্তি,

$$U_D = \left(\frac{Gm_1m}{r_{AD}} + \frac{Gm_2m}{r_{BD}} + \frac{Gm_3m}{r_{CD}}\right) = Gm\left(\frac{m_1}{r_{AD}} + \frac{m_2}{r_{BD}} + \frac{m_3}{r_{CD}}\right)$$

$$\Rightarrow U_D = 6.673 \times 10^{-11} \times m \times \left(\frac{10^{15}}{8} + \frac{2 \times 10^{15}}{\sqrt{6^2+8^2}} + \frac{10^{15}}{6}\right)$$

$$\therefore U_D = 32808.91 \text{ m J}$$

ধরি, বস্তুকে v বেগে নিক্ষেপ করে অসীমে প্রেরণ করে করা সম্ভব।

$$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = U_D$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2U_D}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 32808.92 \text{ m}}{m}} = 256.15 \text{ ms}^{-1}$$

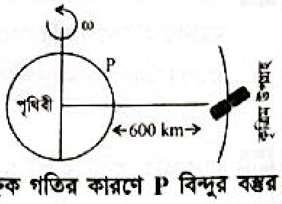
অর্থাৎ, মুক্তিবেগ 256.16 ms^{-1}

তাই 260 ms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে বস্তুকে অসীমে পাঠানো সম্ভব।

সৃজনশীল অংশ (Practice)

প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

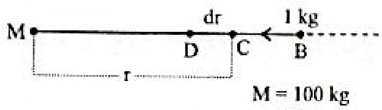
১ চিত্রে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m। 50 kg ভরের একটি বস্তু P বিন্দুতে রাখা আছে এবং একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 600 km উপরে অবস্থান করছে।



(গ) **ভূ-পৃষ্ঠের কত ডিগ্রি অক্ষাংশে পৃথিবীর আহ্নিক গতির কারণে P বিন্দুর বস্তুর ওজন 1 N হ্রাস পাবে?** [উত্তর: 39.76° অক্ষাংশে।]

(ঘ) **কৃত্রিম উপগ্রহটিকে কত উচ্চতায় স্থাপন করলে এটি ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: 35903 km]

২



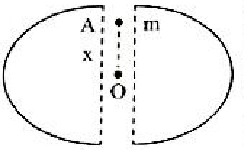
M = 100 kg
r = 10 m

(গ) **উদ্দীপক অনুযায়ী বিভব ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর।** [উত্তর: -6.67×10^{-10} V, 6.67×10^{-11} Nkg^{-1}]

(ঘ) **অসীমে থাকা অবস্থায় বস্তুটির দরুণ প্রাবল্য শূন্য হবে কী? গাণিতিক সমীকরণের মাধ্যমে যাচাই কর।** [উত্তর: শূন্য হবে।]

৩ দৃশ্যকল্প-১: একটি রকেট পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে 5 kms^{-1} বেগে উলম্বভাবে উৎক্ষেপণ করা হলো।

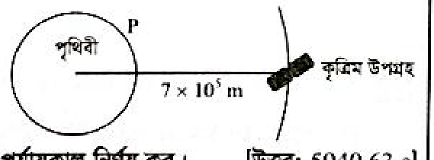
দৃশ্যকল্প-২: মনে কর, পৃথিবীর ব্যাস বরাবর একটি সুড়ঙ্গ খনন করা হয়েছে। একটি কণা সুড়ঙ্গের এক প্রান্ত থেকে ফেলা হলে এটি সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন করবে। পৃথিবীকে সুষম গোলক ধরে নাও এবং সকল বাধাজনিক বল নগণ্য বিবেচনা কর।



(গ) **দৃশ্যকল্প-১ অনুযায়ী রকেটটি ফিরে আসার মুহূর্তে কত উচ্চতায় উঠেছিল?** [উত্তর: 1.6×10^6 m]

(ঘ) **দৃশ্যকল্প-২ অনুযায়ী, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে 5×10^5 m দূরে বস্তুটির ত্বরণ এবং পর্যায়কাল নির্ণয় করা সম্ভব কী? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।** [উত্তর: T = 5092.58 s, a = -0.761 ms^{-2}]

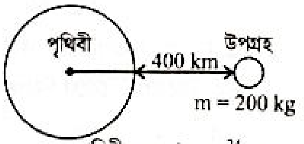
৪ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^6 m।



(গ) **উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর।** [উত্তর: 5940.63 s]

(ঘ) **উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটিকে ভূ-স্থির উপগ্রহে রূপান্তর করতে কী ব্যবস্থা অবলম্বন করতে হবে– উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি দাও।** [উত্তর: 36000 km উচ্চতায় স্থাপন করতে হবে।]

৫ 6400 km এবং 7400 km ব্যাসার্ধের দুটি গ্রহ A ও B এর পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-1} ও 9.4 ms^{-2} এবং নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান আহ্নিক গতির পর্যায়কাল 24 h ও 25 h।

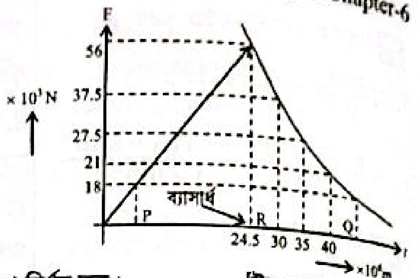


পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m

(গ) **উদ্দীপকের উল্লেখিত উপগ্রহটিকে কত শক্তি প্রয়োগ করলে পৃথিবীর অভিকর্ষের বাইরে চলে যাবে?** [উত্তর: 1.178×10^{10} J]

(ঘ) **উদ্দীপকের উল্লেখিত A গ্রহের 65° অক্ষাংশে ও B গ্রহের 35° অক্ষাংশে অবস্থিত 1 kg ভরের বস্তুর ওজন কোথায় বেশি হবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: A গ্রহে বস্তুর ওজন বেশি হবে।]

৬ লেখচিত্রে নেপচুন গ্রহের কেন্দ্র থেকে বিভিন্ন দূরত্বে 5000 kg ভরের একটি বস্তুর ওপর নেপচুন গ্রহের প্রযুক্ত বলের পরিবর্তন দেখানো হলো।



(গ) **নেপচুন গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 23.43 kms^{-1}]

(ঘ) **উদ্দীপকের লেখচিত্র অনুসারে PR = QR হতে পারে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: পারে না।]

৭ 120 kg ভরের একটি উপগ্রহকে ভূপৃষ্ঠ থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে 7.74 km/s বেগ প্রদান করা হলো। [পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ 6×10^{24} kg ও 6.4×10^6 m এবং G = 6.67×10^{-11} $Nm^2 kg^{-2}$, g = 9.8 m/s^2]

(গ) **কৃত্রিম উপগ্রহটি কত উচ্চতায় রাখা হয়েছিল?** [উত্তর: 2.8×10^5 m]

(ঘ) **কৃত্রিম উপগ্রহটিতে সৃষ্ট গতিশক্তি কি বহির্বিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত? গাণিতিকভাবে যাচাই কর।** [উত্তর: পর্যাপ্ত নয়।]

৮ মহাকাশ গবেষণা প্রতিষ্ঠান স্পেস এক্সের বিজ্ঞানী রাফি ধারণা করলো, 1000 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে মঙ্গলের পৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপন করতে 9.033×10^9 J শক্তির প্রয়োজন, যার ফলে উপগ্রহটি দিনে 2 বার মঙ্গলকে আবর্তন করতে পারে। [মঙ্গলগ্রহের ভর 6.4 10^{23} kg, ব্যাসার্ধ 3390 km এবং মঙ্গল গ্রহে 1 দিন = 24 ঘন্টা 39 মিনিট]

(গ) **মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 5.01956 kms^{-1}]

(ঘ) **উদ্দীপক অনুযায়ী বিজ্ঞানী রাফির ধারণার সঠিকতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর।** [উত্তর: রাফির ধারণা সঠিক।]

৯ একদল শ্রমিক খনিতে কাজ করতে যাওয়ার সময় সাথে একটি ভারী ধাতব দণ্ড নিল। খনিতে ওজন পরিমাপ করে দেখল ভারী ধাতব দণ্ডটির ওজন কমে গেছে। তারা যত গভীরে নামতে থাকল ভারী ধাতব দণ্ডটির ওজন ততো কম পরিমাপ করল। [পৃথীবীর ভর, 6×10^{27} kg, G = 6.67×10^{-11} $Nm^2 kg^{-2}$]

(গ) **খনির ভিতরে যে গীবরতায় ভারী ধাতব দণ্ডটির ওজন অর্ধেক হবে তা নির্ণয় কর।** [উত্তর: 3.2×10^6 m]

(ঘ) **খনির ভিতরে যে গভীরতায় ভারী ধাতব দণ্ডটির ওজন অর্ধেক হয়; ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সে উচ্চতায় ভারী ধাতব দণ্ডটির ওজন অর্ধেক হবে কি-না- গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।** [উত্তর: হবে না।]

১০ দুটি কৃত্রিম উপগ্রহ P ও Q পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে যথাক্রমে d ও 3600 km দূরত্বে বিষুবীয় অঞ্চলে পশ্চিম থেকে পূর্ব দিকে পৃথিবীর চারিদিকে আবর্তন করছে। P উপগ্রহের বেগ 5.3 kms^{-1}।

(গ) **d এর মান কত হবে নির্ণয় কর।** [উত্তর: 7.9×10^6 m]

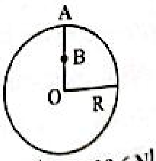
(ঘ) **উদ্দীপকে প্রদত্ত উপগ্রহের মধ্যে কোন উপগ্রহটি নির্দিষ্ট অঞ্চলে টেলিভিশন ও মোবাইল নেটওয়ার্কিং এর জন্য উপযোগী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।** [উত্তর: Q উপগ্রহ।]

১১ পৃথীবীর ভর 6×10^{24} kg, ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m। ভূপৃষ্ঠ হতে 1×10^4 m গভীরে 1.7 kg ভরের একটি বস্তুকে নেওয়া হলো।

(গ) **উল্লেখিত স্থানে বস্তুটির উপর অভিকর্ষ বলের মান বের কর।** [উত্তর: 16.58 N]

(ঘ) **বস্তুটিকে উল্লিখিত গভীরতার সমপরিমাণ উপরে নিতে প্রয়োজনীয় কাজ বস্তুটিকে মধ্যাকর্ষণ প্রভাব হতে মুক্ত করতে যথেষ্ট কিনা– ব্যাখ্যা কর।** [উত্তর: যথেষ্ট নয়।]

১২ উদ্দীপকে R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, AB = 500 km. B বিন্দুতে পৃথিবীর ঘনত্ব 5.5 gm/cc.



(গ) **B বিন্দুতে 10 kg ভরের বস্তুর ওজন কত?** [উত্তর: 90.6 N]

(ঘ) **যদি পৃথিবীর ভর অপরিবর্তিত রেখে ব্যাসাধ 4% কমে যায় তবে A বিন্দুতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ 2.1% বৃদ্ধি পাবে।– যাচাই কর।** [উত্তর: যথার্থ।]

১৩ পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg, চাঁদের ভর 7.4×10^{22} kg। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km এবং পৃথিবীর ও চাঁদের মধ্যবর্তী দূরত্ব 382500 km। পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুকে সর্বনিম্ন বেগে নিক্ষেপ করে চাঁদে পাঠানো হলো।

(গ) পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবিন্দুতে মহকর্ষীয় প্রাবল্য কত? [উত্তর: 0.01081 Nkg^{-1}]

(ঘ) পৃথিবী হতে চাঁদে পাঠানো বস্তুর নিক্ষেপণ বেগ নির্ণয় করা সম্ভব হবে কি? গাণিতিক যুক্তি দাও। [উত্তর: সম্ভব, 11.118 kms^{-1}]

১৪ দৃশ্যকল্প-১: ২০১১ সালে পৃথিবীপৃষ্ঠে বঙ্গবন্ধু স্টেডিয়ামে মেসি ফুটবল খেলেছিলেন। মাঠের মাপ 150 m × 90 m।

দৃশ্যকল্প-২: ২১১১ সালে মঙ্গল পৃষ্ঠে বাংলাদেশ বনাম আর্জেন্টিনার ফুটবল খেলার আয়োজন করা হয়েছে। তবে এ ক্ষেত্রে ফুটবল মাঠের আকৃতির যথাযোগ্য পরিবর্তন করা হয়েছে। (মঙ্গলের ভর ও ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 0.108 গুণ ও 0.532 গুণ। পৃথিবীতে মুক্তিবেগ 11.2 kms^{-1})

(গ) মঙ্গল গ্রহে মুক্তিবেগের মান কত? [উত্তর: 5 kms^{-1}]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এর শেষ উক্তিটির যথার্থতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: উক্তিটি যথার্থ।]

১৫ 130 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে আনুভূমিকভাবে 5×10^{8} J গতিশক্তি প্রদান করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6.4×10^{6} m।

(গ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [উত্তর: 45.56×10^{6} m]

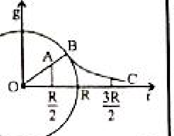
(ঘ) উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে কি না? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: হবে না।]

১৬ গবেষণার জন্য NASA একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে চাঁদের কক্ষপথে স্থাপন করেছে। উপগ্রহটি 36 দিনে চাঁদকে প্রদক্ষিণ করছে। চাঁদ নিজ অক্ষে একবার আবর্তন করতে পৃথিবীর 27.32 দিনের সমান সময় নেয়। চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 7.347×10^{22} kg ও 1737.1 km।

(গ) চাঁদের পৃষ্ঠে কোন বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 2.376 kms^{-1}]

(ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহটিকে চাঁদের সাপেক্ষে স্থির উপগ্রহে রূপান্তরের জন্য কী ব্যবস্থা গ্রহণের প্রয়োজন বলে তুমি মনে কর? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: উচ্চতা 1.786×10^{7} m কমাতে হবে।]

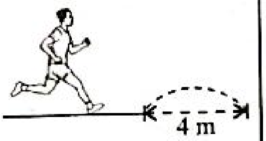
১৭ নিচের চিত্রটি পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সাপেক্ষে g এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং ব্যাসার্ধ 6.4×10^{6} m।



(গ) চিত্রে B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর। [উত্তর: 9.775 Nkg^{-1}]

(ঘ) সেকেন্ড দোলকটিকে A অবস্থান হতে C অবস্থানে নেওয়া হলে দোলনকালের অনুপাত নিরূপণ কর। [উত্তর: $2\sqrt{2} : 3$]

১৮ চিত্রে পৃথিবীতে একজন অ্যাথলেটের দীর্ঘ লম্ফে অতিক্রান্ত সর্বোচ্চ দূরত্ব দেখানো হয়েছে। (ধর, পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 80 গুণ ও 4 গুণ।



পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব 3×10^{5} km ও $G = 6.673 \times 10^{-11}$ $Nm^2 kg^{-2}$।

(গ) পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে? [উত্তর: পৃথিবী হতে 2.698×10^{8} m]

(ঘ) "উদ্দীপকের অ্যাথলেট চাঁদের পৃষ্ঠে দীর্ঘ লম্ফে সর্বোচ্চ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা পৃথিবীতে অতিক্রান্ত সর্বোচ্চ দূরত্বের 5 গুণ"– উক্তিটির যথার্থতা মূল্যায়ন কর। [উত্তর: উক্তিটি যথার্থ]

১৯ পৃথিবী পৃষ্ঠের উপর 50 kg একটি বস্তু নেয়া হলো যার ওজন 500 N।

(গ) কত উচ্চতায় ওজন 10% কমে যাবে? [উত্তর: 3.456×10^{5} m]

(ঘ) পৃথিবীর ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে বস্তুটির ওজনের মানের শতকরা কত পরিবর্তন হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: শতকরা 2% বৃদ্ধি পাবে।]

২০ পদার্থবিজ্ঞান ক্লাসে সানাউল স্যার বস্তুর ওজন নিয়ে আলোচনা করতে গিয়ে বলছিলেন পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর কোনো স্থানে বা পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে বস্তুর ওজন পৃথিবীর পৃষ্ঠের ওজনের চেয়ে কম হয়। আবার আহ্নিক গতির জন্যও পৃথিবীর পৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে ওজনের তারতম্য হয়।

(গ) সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের দ্বিগুণ হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর। [উত্তর: 1032 (প্রায়)]

(ঘ) পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে মতামত দাও। [উত্তর: ওজন 0.346% বৃদ্ধি পাবে।]

২১ পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg এবং সূর্যের চারিদিকে আবর্তন কাল 365 দিন ৬ ঘণ্টা। পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব 1.5×10^{8} km।

(গ) পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর। [উত্তর: 3.568×10^{22} N]

(ঘ) সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্ব উদ্দীপকের দূরত্বের অর্ধেক করা হলে কত দিনে এক বছর হবে তা গাণিতিকভাবে নির্ণয় করে ফলাফল সম্পর্কে তোমার মতামত দাও। [উত্তর: 129 day 3 hour]

২২ একজন নভোচারী একটি সদ্য আবিষ্কৃত গ্রহে দাঁড়িয়ে ছিলেন যার ব্যাসার্ধ 2000 km এবং ঐ গ্রহের একটি চাঁদ আছে যা প্রতি 12 ঘণ্টায় ঐ গ্রহকে একবার প্রদক্ষিণ করে। কিন্তু নভোচারী ঐ গ্রহের ভর জানতেন না। তিনি 300 N/m স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিং থেকে 10 kg ভর উল্লম্বভাবে ঝুলিয়ে দিলেন এবং এর ফলে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য 10 cm বৃদ্ধি পায়।

(গ) সদ্য আবিষ্কৃত গ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? [উত্তর: 3 ms^{-2}]

(ঘ) সদ্য আবিষ্কৃত গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে ঐ গ্রহের চাঁদের দূরত্ব কত? [উত্তর: 6.277×10^{6} m]

২৩ গবেষণার জন্য NASA একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে চাঁদের কক্ষপথে স্থাপন করেছে। উপগ্রহটি 36 দিনে চাঁদকে প্রদক্ষিণ করছে। চাঁদ নিজ অক্ষে একবার আবর্তন করতে পৃথিবীর 27.32 দিনের সমান সময় নেয়। চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 7.347×10^{22} kg ও 1737.1 km।

(গ) চাঁদের পৃষ্ঠে কোন বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় করো। [উত্তর: 2.376 kms^{-1}]

(ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের সাপেক্ষে স্থির উপগ্রহে রূপান্তরের জন্য কী ব্যবস্থা গ্রহণের প্রয়োজন বলে তুমি মনে করো?– গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। [উত্তর: ভূপৃষ্ঠ হতে 8.67×10^{7} m উচ্চতায় স্থাপন করতে হবে।]

২৪ পৃথিবীর পৃষ্ঠ 2 kg ভরের একটি বস্তুর ওজন 19.6 N। পৃথিবীর ভর 6×10^{27} g এবং ব্যাসার্ধ 6400 km।

(গ) পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় ওজন 15% কমে যাবে? [উত্তর: 5.42×10^{5} m]

(ঘ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে g-এর মানের তারতম্য হবে কি-না? [উত্তর: 2.03% বৃদ্ধি পাবে।]

২৫ একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান এবং ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের 1.5 গুণ। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত পৃথিবীর এবং ঐ গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.49×10^{11} m এবং 2.28×10^{11} m, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2}।

(গ) উদ্দীপকের গ্রহটিতে বস্তুর মুক্তিবেগ কত? [উত্তর: 13.72 kms^{-1}]

(ঘ) উদ্দীপকের গ্রহটির অনুভূমিক বেগ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগের সমান হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই করো। [উত্তর: সমান হবে না।]

২৬ ভূপৃষ্ঠে একজন ক্রীড়াবিদের ওজন 648 N হলে তিনি পৃথিবীর পৃষ্ঠে 1.5 m উচ্চ লম্ফ দিতে পারেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ।

(গ) চাঁদের ঐ ব্যক্তির ওজন কত হবে নির্ণয় করো। [উত্তর: 128 N]

(ঘ) চাঁদের পৃষ্ঠে ঐ ক্রীড়াবিদ 7.5 m উচ্চ লম্ফে বিজয়ী হতে পারবে কী? গাণিতিক যুক্তি দেখাও। [উত্তর: পারবে।]

২৭ A ও B দুটি গ্রহ। গ্রহ দুটির ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6400 km ও 7400 km। গ্রহ দুটির অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.4 ms^{-2}। A গ্রহের 65° অক্ষাংশে এবং B গ্রহের 35° অক্ষাংশে একটি বস্তু রাখা হলো। গ্রহ দুটির আহ্নিক গতির পর্যায়কাল 25 h।

(গ) A গ্রহের মুক্তিবেগ কত? [উত্তর: 10.96 kms^{-1}]

(ঘ) উদ্দীপকে কোনগ্রহে বস্তুটির বেশি ওজন অনুভব হবে– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [উত্তর: A গ্রহে]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

কেপলারের সূত্র

১। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের উপবৃত্ত সূত্রটি বিবৃত কর।

উত্তর: প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।

২। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের ক্ষেত্রফল সূত্রটি বিবৃত কর। [য. বো. ২৫, ১৭]
বা, গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি লিখ।

উত্তর: গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

৩। গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ৩য় সূত্রটি লিখ।

উত্তর: প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

মহাকর্ষ বল ও অভিকর্ষ

৪। মহাকর্ষ বল কাকে বলে? [সি. বো. ২৪]

উত্তর: মহাবিশ্বের সকল বস্তু পরস্পর পরস্পরকে নিজের দিকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে।

৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের সংজ্ঞা দাও। [রা. বো. ২৩; চ. বো., দি. বো. ১৭; য. বো. ১৬]

উত্তর: একক ভরবিশিষ্ট দুইটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

৬। অভিকর্ষজ ত্বরণ কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্বরণ উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।

৭। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত কর।

উত্তর: মহাবিশ্বের প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে নিজ দিকে আকর্ষণ করে এবং এ আকর্ষণ বলের মান বস্তু কণাদ্বয়ের ভরের গুনফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক এবং এ বল বস্তু কণাদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।

৮। অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বল কাকে বলে?

উত্তর: পৃথিবী এবং অন্য একটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বল বলে।

৯। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা লিখ।

উত্তর: মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা: $[G] = [M^{-1}T^{-2}L^{3}]$

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব

১০। মহাকর্ষীয় বিভব কী?
[য. বো. ২৪, ১৯; ব. বো. ২৪; রা. বো. ২২; কু. বো. ২২; ঢা. বো. ১৭]

উত্তর: একক ভরের কোন বস্তুকে অসীম দূরত্ব হতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সংঘটিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

১১। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? [ম. বো. ২৫; দি. বো. ২৩; য. বো. ১৭]

উত্তর: মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভর সম্পন্ন একটি বস্তু স্থাপন করলে বস্তুটি যে আকর্ষণ বল অনুভব করে তাই ঐ ক্ষেত্রের দরুণ ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

১২। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী? [ব. বো. ২২]

উত্তর: কোনো বস্তুর চারপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখলে সেটি আকর্ষণ বল অনুভব করে, তাকে বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

১৩। কোনো মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের ২ টি বিন্দুর বিভব পার্থক্য কী নির্দেশ করে?

উত্তর: কোনো মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দুটি বিন্দুর বিভব পার্থক্য বলতে বুঝায় একটি একক ভরের বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে নিতে কোনো বাহ্যিক বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ।

১৪। প্রাবল্য ও বিভবের মধ্যে সম্পর্ক লিখ।

উত্তর: দূরত্ব সাপেক্ষে বিভবের ঋণাত্মক পরিবর্তনের হারকে প্রাবল্য বলে।

মুক্তিবেগ ও উপগ্রহের গতি

১৫। ভূ-স্থির উপগ্রহ কী? [ঢা. বো. ২৪, ২২, ১৯; কু. বো. ২৪; চ. বো. ১৯; রা. বো. ১৯]

উত্তর: পৃথিবীর আবর্তনের দিকের সাথে মিলিয়ে যদি একই কৌণিক বেগে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয় তবে তা পৃথিবীকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবী থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে তা স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

১৬। মুক্তিবেগ কাকে বলে? [ঢা. বো., দি. বো. ২৫; চ. বো. ২৫, ২৪, ২৩, ২২, ১৬; রা. বো. ২৪; ম. বো. ২৩; ঢা. বো. ২২; দি. বো. ২২, ১৬; কু. বো. ১৯; সি. বো. ১৯; ব. বো. ১৬]

উত্তর: সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসেনা সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

১৭। পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে?
[সি. বো. ২৫; দি. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; য. বো. ২২; সি. বো. ১৯]

উত্তর: ভূ-স্থির উপগ্রহের নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপনের আগে সাময়িকভাবে যে কক্ষপথে ঘুরানো হয় সেই কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে। অর্থাৎ যে ভূ-উপগ্রহের পর্যায়কাল 24 ঘন্টা তার কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

১৮। স্বাভাবিক উপগ্রহ কাকে বলে?

উত্তর: যেসব উপগ্রহ প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্ট তাদেরকে স্বাভাবিক উপগ্রহ বলে।

১৯। মেরু বা পোলার উপগ্রহ কাকে বলে?

উত্তর: এটি এক ধরনের কৃত্রিম উপগ্রহ যা নিরক্ষীয় মধ্যতলের পরিবর্তে মেরু মধ্যতলে ভূপৃষ্ঠ হতে 700-800 km ওপরে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে। এই উপগ্রহগুলোকে মেরু বা পোলার উপগ্রহ বলে। এই উপগ্রহগুলোর আবর্তনকাল প্রায় 110 মিনিট।

বিবিধ

২০। গ্যালিলিও এর ১ম সূত্র বিবৃত কর।

উত্তর: স্থির অবস্থান থেকে এবং একই উচ্চতা থেকে বিনাবাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে।

২১। বস্তুর ওজন বা ভার কী?

উত্তর: কোনো একটি বস্তু যে পরিমাণ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয় তাকে তার ওজন বা ভার বলে।

২২। জড়তা ভর কী?

উত্তর: জড়তা ভর বস্তুর এমন একটি ধর্ম যা ত্বরণকে বাধা দেয়। অর্থাৎ, জড়তা ভর জড়তার পরিমাপ এবং এর মান প্রযুক্ত বল এবং উৎপন্ন ত্বরণের অনুপাতের সমান।

২৩। মহাকর্ষীয় ভর কী?

উত্তর: বস্তুর মহাকর্ষীয় ভর এমন একটি ভর যার ওপর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় টান নির্ভর করে। বিভিন্ন পরীক্ষা থেকে প্রমাণ করা গেছে যে জড়তা ভর এবং মহাকর্ষীয় ভর সমতুল্য।

২৪। অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র কী? [কু. বো. ২৫; য. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর ওপর সর্বদা ক্রিয়া করে ওই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলে।

২৫। ভরকেন্দ্র কাকে বলে?

উত্তর: বস্তু কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ওই বিন্দুর মধ্য দিয়েই সমস্ত কণার ওপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয়। ওই বিন্দুকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

কেপলারের সূত্র

১। সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ব কমে গেলে বছরে দিনের সংখ্যা একই থাকে না- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

উত্তর: কেপলারের গ্রহ সম্পর্কীয় গতিসূত্র সমূহের ৩য় সূত্র হতে পাই, $T^2 \propto a^3$।

যেখানে, গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব a।

সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী গড় দূরত্ব অতিক্রম করতে পৃথিবীর যে সময় লাগে তাকে এক বছর ধরা হয়। পৃথিবীর পর্যায়কাল কমে গেলে পৃথিবী বর্তমানের চেয়ে কম সময়ে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করবে। তাই সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যবর্তী দূরত্ব কমে গেলে বছরে দিনের সংখ্যা কমে যাবে।

২। পৃথিবীর নিজ অক্ষের সাপেক্ষে সমদ্রুতিতে আবর্তনরত হলেও সূর্যের চারপাশে নয়- ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২]

উত্তর: পৃথিবী সূর্যকে প্রদক্ষিণ করার সময় ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলে।

অর্থাৎ, $L_1 = L_2 \Rightarrow mv_1r_1 = mv_2r_2 \quad \therefore v_1r_1 = v_2r_2$

এক্ষেত্রে প্রদক্ষিণকালে বিভিন্ন সময় সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্ব ভিন্ন ভিন্ন হয়। ফলে সমীকরণ অনুযায়ী বেগও ভিন্ন ভিন্ন হয়। তাই সমীকরণ হতে বলা যায় যে, সূর্যের চারদিকে পৃথিবী সমদ্রুতিতে আবর্তনরত নয়।

৩। ঘূর্ণনরত পৃথিবী সূর্য হতে দূরে সরে গেলে এর বেগ কমে যায় কেনো? ব্যাখ্যা করো। [চ. বো. ২২]

উত্তর: আমরা জানি, সূর্যকে প্রদক্ষিণকালে পৃথিবীর কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।

অর্থাৎ, $L_1 = L_2 \Rightarrow mv_1r_1 = mv_2r_2 \Rightarrow v_1r_1 = v_2r_2$

$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad \therefore v \propto \frac{1}{r}$

অর্থাৎ, পৃথিবীর বেগ সূর্য হতে এর দূরত্বের ব্যস্তানুপাতিক। পৃথিবী সূর্য হতে দূরে সরে আসলে r এর মান বৃদ্ধি পাবে এবং সেক্ষেত্রে বেগ (v) হ্রাস পাবে।

মহাকর্ষ বল ও অভিকর্ষ

৪। "কোনো নির্দিষ্ট স্থানে ওজন ভরের সমানুপাতিক"- ব্যাখ্যা করো। [ম. বো. ২৩]

উত্তর: আমরা জানি, m ভরের কোনো বস্তুর ওজন, $W = mg$

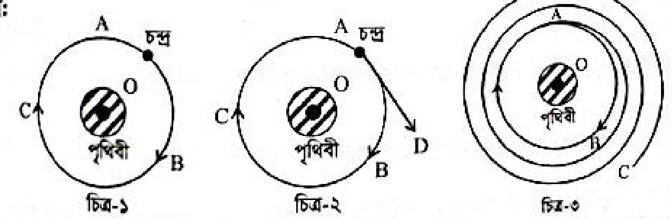
যেখানে, g = ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং একটি নির্দিষ্ট স্থানে g এর মান ধ্রুবক হয়। $\therefore W \propto m$ অর্থাৎ বস্তুর ওজন তার ভরের সমানুপাতিক।

৫। অভিকর্ষ এক ধরণের মহাকর্ষ বল- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৬]

উত্তর: মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলে। আবার পৃথিবী এবং অন্য যেকোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ তাকে অভিকর্ষ বলে। পৃথিবী এ মহাবিশ্বেরই অংশ। তাই পৃথিবীর সাথে অন্য কোনো বস্তুর আকর্ষণ বলকেও মহাকর্ষ বল বলা হয়। সুতরাং, অভিকর্ষ এক ধরণের মহাকর্ষ বল।

৬। যদি মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এর মান ধীরে ধীরে কমতে থাকে তবে তা চন্দ্রের গতিতে কী প্রভাব ফেলবে? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর:



চিত্র-১ চিত্র-২ চিত্র-৩

মনে করি, কেন্দ্র O বিন্দুতে পৃথিবী অবস্থিত। O কে কেন্দ্র করে চন্দ্র ABC বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। (চিত্র-১)। যদি G এর মান শূন্য হয় তবে চন্দ্রের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ শূন্য হবে এবং চন্দ্র কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর AD পথে ছিটকে যাবে (চিত্র-২)। কিন্তু G এর মান খুব ধীরে ধীরে কমতে থাকলে চন্দ্রের গতিপথ আস্তে আস্তে বাড়তে থাকবে অর্থাৎ গতিপথটি হবে সর্পিলাকার।

g-এর তারতম্য

৭। মেরু অঞ্চলে g এর মান বিষুবীয় অঞ্চল থেকে ভিন্ন হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

উত্তর: মেরু অঞ্চলে g এর মান বিষুবীয় অঞ্চল থেকে ভিন্ন হওয়ার কারণ দুইটি প্রধান বিষয়-

- পৃথিবীর আকার গোলাকার নয় বরং মেরুতে কিছুটা চাপা ও বিষুবীয় রেখায় কিছুটা স্ফীত। এইজন্য মেরু অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অপেক্ষাকৃত কম। আর বিষুব অঞ্চলে ব্যাসার্ধে অপেক্ষাকৃত বেশি।
  অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$। R কম হলে g বেশি হবে (মেরুতে) এবং R বেশি হলে g কম হবে (বিষুব রেখায়)।
- পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারিদিকে ঘূর্ণায়মান। এই ঘূর্ণনের জন্য বিষুব রেখায় একটি উল্লেখযোগ্য কেন্দ্রাতীগ ত্বরণ সৃষ্টি হয়, যা কার্যত g এর মানকে কিছুটা কমিয়ে দেয়। মেরু অঞ্চলে কেন্দ্রাতীগ বল নেই (ঘূর্ণনের অক্ষ বরাবর অবস্থিত) তাই সেখানে g এর মান বেশি থাকে।

৮। কোনো স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ঐ স্থানে খনিজ সম্পদ পাওয়ার সম্ভাবনা নির্দেশ করে? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]

উত্তর: পৃথিবীর আকৃতি, আহ্নিক গতি এবং ঘনত্বের পরিবর্তনের কারণে বিভিন্ন স্থানে g এর মানের পরিবর্তন হয়। প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধানের কাজে ভূ-পৃষ্ঠে g এর মানের এ তারতম্যকে ব্যবহার করা যায়।

সাম্প্রতিক সময়ে g এর পরিবর্তন লক্ষ্য করে তেল গ্যাস অনুসন্ধানে কার্যকর ভূমিকা রাখা হচ্ছে। ভূ-অভ্যন্তরে কোনো স্থানের ঘনত্ব কাঙ্ক্ষিত ঘনত্বের চেয়ে বেশি হলে সেখানে ভারী পদার্থের উপস্থিতি আশা করা যায় এবং সেখানে g এর মান স্থানীয় মানের চেয়ে বেশি হবে। আবার, তেল গ্যাস জাতীয় পদার্থ থাকলে g এর মান কম হয়।

৯। পৃথিবীর অভ্যন্তরে ও উপরে সমান দূরত্বে 'g' এর মান সমান নয় কেন? [ম. বো. ২৪]

উত্তর: পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_h = \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

এবং h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g \quad [\text{যখন } h << R]$$

$$\therefore \frac{g_d}{g_h} = \frac{R-h}{R-2h}; \quad \text{স্পষ্টত: } g_d > g_h$$

সুতরাং পৃথিবীর অভ্যন্তরে ও উপরে সমান দূরত্বে g এর মান সমান নয়।

১০। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যতই নিচে যাওয়া যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ততই কমতে থাকে- ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

উত্তর: ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g_h = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g$

যেখানে, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, g = ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ

সূত্র হতে দেখা যায় h এর মান বৃদ্ধি পেলে $\left(1 - \frac{h}{R}\right)$ এর মান হ্রাস পায়,

ফলে g_h এর মানও হ্রাস পায়।

$$g_h = g - h \times \frac{g}{R} = -\frac{g}{R} h + g \quad \therefore y = -mx + c$$

লেখচিত্র হতে স্পষ্ট যে, h এর মান বৃদ্ধি পেতে থাকলে g_h হ্রাস পায়।

১১। পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে উপরের দিকে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন যে সূত্র মেনে চলে তা ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৩]

উত্তর: আমরা জানি, $g_h = \frac{R^2}{(R+h)^2} g$

যেখানে, g = ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ

h = পৃথিবী পৃষ্ঠে হতে উচ্চতা

যদি h << R হয় তবে, $g_h = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g = \left(\frac{1}{1+\frac{h}{R}}\right)^2 g = g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$

$= g\left[1 + (-2)\frac{h}{R} + \frac{(-2)(-2-1)}{2!}\cdot\frac{h^2}{R^2} + \cdots\right]$

$\therefore g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ [h << R হওয়ায় $\frac{h}{R}$ এর উচ্চঘাত উপেক্ষা করে]

১২। বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর ওজন হ্রাস পাওয়ার কারন ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: আমরা জানি, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

$\therefore g \propto \frac{1}{R^2}$ অর্থাৎ ব্যাসার্ধ যত বাড়বে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত কম হবে। বিষুবীয় অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R সবচেয়ে বেশি হওয়ায় g এর মান সবচেয়ে কম $9.78039\ ms^{-1}$। আবার, অভিকর্ষজ ত্বরণ, g এর উপর পৃথিবীর আহ্নিক গতির প্রভাব রয়েছে। সেক্ষেত্রে, $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

বিষুবরেখা বরাবর, $\lambda = 0°$ ফলে $\cos\lambda = 1$

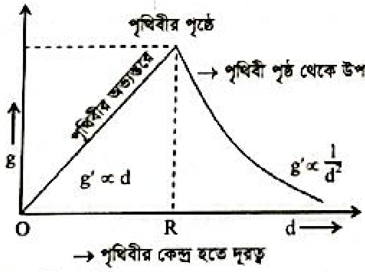
$\therefore g_0 = g - \omega^2 R$ যা g এর সর্বনিম্ন মান।

অতএব, বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম থাকার দরুন বস্তুর ওজন স্বাভাবিক অবস্থান থেকে হ্রাস পায়।

১৩। পৃথিবী কেন্দ্র হতে অভিকর্ষজ ত্বরনের মান এবং দূরত্বের লেখচিত্রটি কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর।

অথবা, পৃথিবী অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

উত্তর:



→ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব

ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতা অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$\Rightarrow g' = \frac{R^2}{(R+h)^2} \times g = \frac{R^2}{d^2} \times g \quad [\because d = R+h] \quad \therefore g' \propto \frac{1}{d^2}$

অর্থাৎ পৃথিবী পৃষ্ঠের উপরে অভিকর্ষজ ত্বরণ দূরত্বের (d) বর্গের ব্যাস্তানুপাতিক।

আবার h গভীরতার ক্ষেত্রে, $\frac{g'}{g} = \frac{\frac{4}{3}G\pi(R-h)\rho}{\frac{4}{3}G\pi R\rho} = \frac{R-h}{R}$

$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{d}{R} = \frac{d}{R} \times g \quad [\because d = R-h]$

$\therefore g' \propto d$ অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক।

১৪। কোনো কারণে পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কীরূপ পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: আমরা জানি, পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা আহ্নিক গতির ক্রিয়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

বিষুবরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, $g_0 = g - \omega^2 R$

যেখানে, g = পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ; ω = পৃথিবীর কৌণিক বেগ

অতএব, পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজন, $W' = W - m\omega^2 R$

এখন, পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হয়ে গেলে, ω = 0 হয়। অতএব, W' = W

এক্ষেত্রে বস্তুর ওজন বৃদ্ধি, $\Delta W = W - (W - m\omega^2 R)$

$\therefore \Delta W = m\omega^2 R$

১৫। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হঠাৎ অর্ধেক হয়ে গেল কিন্তু ভর অপরিবর্তিত রইল, সেক্ষেত্রে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের কীরূপ পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: মনে করি, পৃথিবীর ভর M, এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

এখন ভর, M কে অপরিবর্তিত রেখে ব্যাসার্ধ অর্ধেক $\left(R' = \frac{R}{2}\right)$ করলে

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হবে, $g' = \frac{GM}{R'^2} = \frac{GM}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{4GM}{R^2} = 4g$

সুতরাং, পরিবর্তিত অবস্থায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পূর্বের 4 গুণ হবে।

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও বিভব

১৬। মহাকর্ষীয় বিভবের মান – 6 Jkg^{-1} বলতে কী বুঝ? [চ. বো. ২৫]

উত্তর: মহাকর্ষীয় বিভব বলতে বোঝায় কোনো বিন্দুতে একক ভরের কণাকে অসীম থেকে সেই বিন্দুতে আনার জন্য মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিরুদ্ধে যে কাজ করতে হয় তার মান। মহাকর্ষীয় বিভবের মান – 6 J/kg বলতে বুঝায়–

- ঐ বিন্দুতে 1 কেজি ভরের কণা রাখতে হলে মহাকর্ষ বলের দ্বারা কৃতকাজ হবে 6 J।
- বিভব ঋণাত্মক হওয়ার কারণ হলো মহাকর্ষ বল আকর্ষণমূলক। কণাকে অসীম থেকে (যেখানে বিভব শূন্য ধরা হয়) ঐ বিন্দুতে আনলে বাহ্যিকভাবে কোনো কাজ করতে হয় না; বরং কণাটি 6 J শক্তি হারায়/মুক্ত হয়।

১৭। পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ অভিকর্ষ প্রাবল্যের সমান- ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪]

উত্তর: ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

আবার, ভূ-পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2}$

অর্থাৎ কোনো বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ একই। সুতরাং $g = 9.8\ ms^{-2}$ হলে $E_G = 9.8\ Nkg^{-1}$। অনুরূপভাবে, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যেকোনো উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = 4.6\ ms^{-2}$ হলে, সেখানে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য $E_G = 4.6\ Nkg^{-1}$। সুতরাং, সাধারণভাবে বলা যায়, কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g ms^{-2} হলে ঐ বিন্দুতে পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য, $E_G = g\ Nkg^{-1}$।

১৮। মহাকর্ষীয় বিভব অসীমে সর্বাধিক কিন্তু শূন্য– ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২২]

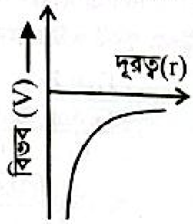
উত্তর: মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে আমরা জানি, $V = -\frac{GM}{r}$

এ ঋনাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বোচ্চ হবে অসীমে এবং অসীমে এর সর্বোচ্চ মান হচ্ছে শূন্য।

অর্থাৎ, $r = \infty$ হলে $V = 0$ হবে যা সর্বোচ্চ কারণ অসীম থেকে ক্ষেত্র সৃষ্টিকারী বস্তুটির দিকে এগোতে থাকলে মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে বাহ্যিক বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হয় না। এক্ষেত্রে একমাত্র মহাকর্ষীয় বল কাজ করে যা আকষণধর্মী। ফলে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয়ে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।

১৯। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে দূরত্বের সাপেক্ষে মহাকর্ষীয় বিভবের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: আমরা জানি, মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{GM}{r}$



সুতরাং দূরত্ব বৃদ্ধির সাথে $\frac{GM}{r}$ এর মান দূরত্বের ব্যস্তানুপাতে কমে কিন্তু মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভব (V) এর মান বাড়ে। অসীম দূরত্বের জন্য $r = \infty$ হলে $V = 0$ অর্থাৎ বিভব শূন্য হবে।

২০। অন্যান্য বিভবের সাথে মহাকর্ষীয় বিভবের তফাৎ কোথায়? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: মহাকর্ষ বিভবের ক্ষেত্রে আমরা জানি, $V = -\frac{GM}{r}$

মহাকর্ষ বিভব সর্বদা আকর্ষনধর্মী বলে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা ঋণাত্মক। কিন্তু তড়িৎ এবং চৌম্বক বল আকর্ষণ ও বিকর্ষণ উভধর্মী হওয়ায় বিভব ঋণাত্মক বা ধনাত্মক দুইই হতে পারে। আবার মহাকর্ষীয় বিভব মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। কিন্তু অন্য বিভবগুলো মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।

মুক্তিবেগ

২১। "পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে নিক্ষিপ্ত সকল বস্তুর মুক্তিবেগ অভিন্ন"– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৫]

উত্তর: সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, তাকে মুক্তিবেগ বলে।

আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

যেখানে M = পৃথিবীর ভর এবং R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। অর্থাৎ মুক্তিবেগ শুধুমাত্র পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে, বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। মুক্তিবেগ নিক্ষিপ্ত বস্তুর কোনো বৈশিষ্ট্যের উপর নির্ভর না করায় বলা যায় যে, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে নিক্ষিপ্ত সকল বস্তুর মুক্তিবেগ অভিন্ন।

২২। মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয় কেন? [ঢা. বো. ২৫, ২৪; য. বো. ২২]

উত্তর: ভূ-পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে অসীম দূরত্বে সরাতে কৃতকাজ,

$$W = \int_R^\infty F dr = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr = GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty = \frac{GMm}{R}$$

গ্রহের আকর্ষণের বাইরে পাঠাতে বস্তুর প্রাথমিক গতিশক্তি W এর সমান হতে হবে। $\therefore \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{GMm}{R}$

$$\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$ [যেখানে, M = গ্রহের ভর]

মুক্তিবেগের সমীকরণে বস্তুর ভর (m) না থাকায় বলা যায়, মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের ওপর নির্ভর করে না।

২৩। রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন? [সি. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো বস্তুকে সর্বনিম্ন যে বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যায়, আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

পৃথিবীতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ $11.2\ kms^{-1}$। রকেটের বেগ অনেক বেশি হলেও তা এই মুক্তিবেগের চেয়ে কম হয়। মুক্তিবেগের সমান বা তার চেয়ে বেশি হলে রকেট মহাশূন্যে বিলীন হয়ে যেত। কিন্তু বাস্তবে রকেট পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে চলে যেতে পারে না এবং প্রয়োজনে এটিকে পৃথিবীতে ফিরিয়ে আনা যায়। তাই রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয়।

২৪। চাঁদে মানুষ বসবাস করতে পারে কি না? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৩]

উত্তর: চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ কম হওয়ায়, চাঁদের মুক্তিবেগের মানও কম। ফলে চাঁদ কোনো প্রকার বায়ুমণ্ডলকে ধরে রাখতে পারে না। তাই মানুষের শ্বাস-প্রশ্বাসের জন্য প্রয়োজনীয় অক্সিজেন গ্যাস চাঁদে অনুপস্থিত। ফলে চাঁদে স্থায়ীভাবে মানুষ বসবাস করতে পারে না।

২৫। চন্দ্র ও পৃথিবীর মধ্যে কোন ক্ষেত্রে মুক্তিবেগ বেশি? ব্যাখ্যা কর [ব. বো. ২৪]

উত্তর: আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

অর্থাৎ মুক্তিবেগ গ্রহের ভর এবং ব্যাসার্ধের ওপর নির্ভর করে।

$$\therefore \frac{v_{e_E}}{v_{e_M}} = \sqrt{\frac{M_E}{M_M} \times \frac{R_M}{R_E}}$$ [চন্দ্র অপেক্ষা পৃথিবীর ভর 81 গুণ এবং ব্যাসার্ধ 4 গুণ।]

$$= \sqrt{\frac{81M_M}{M_M} \times \frac{R_M}{4R_M}} = \frac{9}{2} \qquad \therefore v_{e_E} = 4.5\ v_{e_M}$$

সুতরাং চন্দ্র ও পৃথিবীর মধ্যে পৃথিবীর মুক্তিবেগ বেশি।

২৬। মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে বৃহস্পতির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ বেশি– ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৩]

উত্তর: মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R}}$; $\therefore v_e \propto R$

গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে, ব্যাসার্ধ পরিবর্তনের সাথে সাথে গ্রহের ঘনত্ব পরিবর্তন না হলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক। অর্থাৎ সেক্ষেত্রে গ্রহের ব্যাসার্ধ বাড়লে মুক্তিবেগ বাড়বে।

যেহেতু বৃহস্পতি গ্রহের ব্যাসার্ধ মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ অপেক্ষা বেশি। তাই বৃহস্পতি গ্রহের মুক্তিবেগ মঙ্গল গ্রহের তুলনায় বেশি।

২৭। কখনও সমুদ্র সমতল থেকে কোনো বস্তুকে v = 11.2 km/s বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব?

উত্তর: কোন বস্তুকে 11.2 km/s বেগে নিক্ষেপ করা হলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না অর্থাৎ বস্তুটি মুক্তিবেগের সমান বেগে নিক্ষিপ্ত।

আমরা জানি, কোনো গ্রহ বা উপগ্রহের মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2gR}$

এখানে, g = গ্রহ বা উপগ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ;

R = গ্রহ বা উপগ্রহের ব্যাসার্ধ

যেহেতু সমুদ্র সমতলে g ও R উভয়ের মান নির্ণয় সম্ভব। অতএব, সমুদ্র সমতল থেকে কোনো বস্তুকে v = 11.2 km/s বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব।

২৮। কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল কি না- ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৯; অনুরূপ ব. বো. ১৯]

উত্তর: আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

অর্থাৎ, ভর ধ্রুব থাকলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক। যার অর্থ ব্যাসার্ধ বাড়লে মুক্তিবেগ কমবে এবং ব্যাসার্ধ কমলে মুক্তিবেগ বাড়বে।

আবার, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

$= \sqrt{\frac{2G \times \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R}}$

$= \sqrt{\frac{8G\pi R^2 \rho}{3}}$

$\therefore v_e \propto R$

উপরোক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ হতে দেখা যাচ্ছে যে, ব্যাসার্ধ পরিবর্তনের সাথে সাথে গ্রহের ভর পরিবর্তন না হলে মুক্তিবেগ গ্রহের ব্যাসার্ধের সমানুপাতিক অর্থাৎ সেক্ষেত্রে গ্রহের ব্যাসার্ধ বাড়লে মুক্তিবেগ বাড়বে, ব্যাসার্ধ কমলে মুক্তিবেগ কমবে। অতএব, এটি স্পষ্ট যে, কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল।

২৯। পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কোনো স্থির বস্তুর মুক্তিবেগ এবং পৃথিবীর চারদিকে আর্বতনরত কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ কী একই হবে? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: পৃথিবী পৃষ্ঠে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ,

$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$

পৃথিবীর চারদিকে আবর্তনরত কোনো বস্তুর

মোট শক্তি, E = বস্তুর স্থিতিশক্তি + বস্তুর গতিশক্তি

$= -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2$

$= -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{R}\right)$

$= -\frac{1}{2}\frac{GMm}{R}$

পৃথিবীর চারিদিকে আবর্তনরত বস্তুর বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$
যেখানে, $R + h \approx R$ স্বল্প উচ্চতায় আবর্তনরত ধরে

পৃথিবীর চারদিকে আবর্তনরত কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ,

v'_e হলে, $\frac{1}{2}m(v'_e)^2 = \frac{1}{2}\frac{GMm}{R}$

$\Rightarrow v'_e = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{2} \times v'_e$

তাই, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে কোনো স্থির বস্তুর মুক্তিবেগ এবং পৃথিবীর চারদিকে আবর্তনরত কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ সমান হবে না।

৩০। সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান হবে কি? ব্যাখ্যা করো। [রা. বো. ২৩]

উত্তর: সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান নয়।

আমরা জানি, মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

যেখানে M ও R যথাক্রমে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধ। মুক্তিবেগের সমীকরণ হতে দেখা যায়, কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে। সূর্যের প্রতিটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ ভিন্ন হওয়ায় এদের পৃষ্ঠের মুক্তিবেগও ভিন্ন হয়। সুতরাং, সূর্যের সকল গ্রহে মুক্তিবেগের মান সমান নয়।

উপগ্রহের গতি

৩১। আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, তবে কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৯]

উত্তর: আমের নিজস্ব কোনো বেগ নেই। পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের প্রভাবে এটি ভূ-পৃষ্ঠে পতিত হয়। অপরদিকে কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করার জন্য একটি বেগ দেওয়া হয়। কৃত্রিম উপগ্রহের এ বেগ তার কক্ষপথের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। ফলে পৃথিবীর অভিকর্ষ বল এটিকে পৃথিবীর দিকে আকর্ষণ করলেও তার কক্ষপথ থেকে বের করে আনতে পারে না। এ কারণেই আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না।

৩২। একই কক্ষপথে স্থাপিত দুটি ভিন্ন ভরের স্যাটেলাইটের বেগ কি একই হবে না ভিন্ন হবে?— ব্যাখ্যা করো। [চ. বো. ২২]

উত্তর: পৃথিবী ও উপগ্রহের মধ্যবর্তী মহাকর্ষ বল, উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়।

$\therefore F_G = F_C$

$\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

$\therefore v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

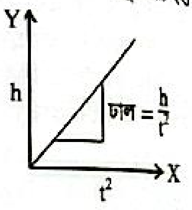
এখানে,
M = পৃথিবীর ভর
r = পৃথিবীর কেন্দ্র হতে উপগ্রহের দূরত্ব
m = উপগ্রহের ভর

উপগ্রহের বেগ এর সমীকরণ হতে দেখা যায়, সমীকরণে উপগ্রহের ভর (m) অনুপস্থিত। অর্থাৎ, উপগ্রহের বেগ তার ভরের উপর নির্ভর করে না। সুতরাং, একই কক্ষপথে স্থাপিত সকল স্যাটেলাইটের বেগ সমান হবে।

বিবিধ

৩৩। মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে সরণ বনাম সময় লেখচিত্রের প্রকৃতি কীরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২]

উত্তর: X অক্ষ বরাবর t^2 এবং Y অক্ষ বরাবর h নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখার বিভিন্ন বিন্দুতে কয়েকটি ঢাল নির্ণয় করা হয়।

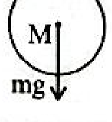


প্রতিক্ষেত্রে, $\frac{h}{t^2}$ = ঢাল = ধ্রুবক হয়

বা, h = ধ্রুবক × t^2 বা, $h \propto t^2$

৩৪। কখন বস্তুর ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র একই বিন্দুতে হয়? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫; ব. বো. ২২]

উত্তর: বস্তু কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ঐ বিন্দুর মধ্যে দিয়েই সমস্ত কণার উপর ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করছে বলে বিবেচনা করা হয়। ঐ বিন্দুকেই বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে। অন্যদিকে, কোন বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে তাকে বস্তুর ভারকেন্দ্র বলে। বস্তুর আকৃতি সুষম হলে এবং বস্তুর বিভিন্ন বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান হলে বস্তুর ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র একই বিন্দুতে হয়।



M বিন্দুটি m ভরের বস্তুর ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র উভয়ই।

৩৫। ওজনহীনতা বলতে কী বোঝায়?

উত্তর: কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলই বস্তুর ওজন। এই আকর্ষণ বল নির্ভর করে অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মানের ওপর। কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল না থাকলে বস্তুটি ওজনহীন হবে। ভূকেন্দ্রে যেখানে g = 0 কিংবা পৃথিবী এবং চাঁদ বা অন্য কোনো গ্রহের মাঝামাঝি স্থান যেখানে কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল চাঁদ বা অন্য গ্রহের আকর্ষণ বল দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়ে যায়, এরূপ স্থানে ওজনহীনতার ঘটনা ঘটতে পারে।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র

১। পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে নিচের কোন তথ্যটি সঠিক নয়?
ক বস্তু বিনা বাধায় পড়বে
খ বস্তু স্থির অবস্থান থেকে পড়বে
গ মুক্তভাবে পড়বে
ঘ অভিকর্ষজ বল ছাড়াও অন্য বল ক্রিয়া করবে
উত্তর: ঘ অভিকর্ষজ বল ছাড়াও অন্য বল ক্রিয়া করবে
ব্যাখ্যা: পড়ন্ত বস্তু স্থির অবস্থান হতে বিনা বাধায় মুক্তভাবে পড়ে। এর উপর একমাত্র ক্রিয়াশীল বল অভিকর্ষ বল।

২। পড়ন্ত বস্তুর সূত্র প্রদান করেন কে?
ক নিউটন খ গ্যালিলিও গ প্লাঙ্ক ঘ কেপলার
উত্তর: খ গ্যালিলিও
ব্যাখ্যা: ১ম সূত্র: বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুসমূহ সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।
২য় সূত্র: প্রাপ্ত বেগ সময়ের সমানুপাতিক বা $v \propto t$
৩য় সূত্র: অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক বা $h \propto t^2$

৩। মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর 1s, 2s ও 3s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত– [চ. বো. ১৫]
ক $1:2:3$ খ $1:4:9$ গ $1:3:9$ ঘ $1:3:5$
উত্তর: খ $1:4:9$
ব্যাখ্যা: গ্যালিলিওর ৩য় সূত্র হতে, $h \propto t^2$
$\therefore h_1 : h_2 : h_3 = 1^2 : 2^2 : 3^2 = 1:4:9$

কেপলারের সূত্র

৪। কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র কোন ভৌত রাশির নিত্যতা সূত্র থেকে প্রমাণ করা যায়? [য. বো. ২৪]
ক কৌণিক ভরবেগ খ রৈখিক ভরবেগ
গ শক্তি ঘ যান্ত্রিক শক্তি
উত্তর: ক কৌণিক ভরবেগ
ব্যাখ্যা: কেপলারের ২য় সূত্র: গ্রহ ও সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে। এক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকবে। অর্থাৎ, $L_1 = L_2 \Rightarrow mv_1r_1 = mv_2r_2$
$\Rightarrow v_1r_1 = v_2r_2, \therefore v \propto \frac{1}{r}$; সূর্য হতে গ্রহের দূরত্ব বেড়ে গেলে বেগ কমে যাবে।

৫। "পৃথিবী সূর্যের চারদিকে উপবৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করছে"– এই সূত্রটি কে প্রদান করেন? [দি. বো. ২৪, ১৫; রা. বো. ১৫]
ক কেপলার খ নিউটন গ গ্যালিলিও ঘ কোপারনিকাস
উত্তর: ক কেপলার
ব্যাখ্যা: কেপলারের ১ম সূত্র: প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।

৬। গ্রহের পর্যায়কাল T এবং সূর্য থেকে গ্রহের গড় দূরত্ব r হলে কেপলারের তৃতীয় সূত্রানুসারে– [কু. বো. ২৫; চ. বো. ২৩; সি. বো. ২২, ১৬; কু. বো. ১৭, ১৬; ঢা. বো. ১৬; রা. বো. ১৬; য. বো. ১৫; অনুরূপ ঢা. বো. ২২]
ক $T \propto r$ খ $T \propto r^2$ গ $T^2 \propto r$ ঘ $T^2 \propto r^3$
উত্তর: ঘ $T^2 \propto r^3$
ব্যাখ্যা: কেপলারের ৩য় সূত্র: প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

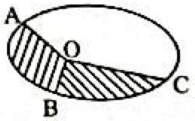
৭। যদি সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব হ্রাস পায়, তবে বছরের দৈর্ঘ্য– [সি. বো. ২৩; ঢা. বো. ১৫; অনুরূপ ব. বো. ১৭]
ক স্থির থাকবে খ বৃদ্ধি পাবে গ অসীম হবে ঘ হ্রাস পাবে
উত্তর: ঘ হ্রাস পাবে
ব্যাখ্যা: $T^2 \propto r^3$, $\therefore$ r হ্রাস পেলে, T (বছরের দৈর্ঘ্য) হ্রাস পাবে।

৮। পৃথিবী 365 দিনে এবং বুধ 88 দিনে সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করে, সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব 1.5×10^{11} m হলে সূর্য থেকে বুধের গড় দূরত্ব কত? [রা. বো. ২৩; য. বো. ২৩]
ক 128.2×10^{10} m খ 38.68×10^{10} m
গ 5.81×10^{10} m ঘ 1.77×10^{10} m
উত্তর: গ 5.81×10^{10} m
ব্যাখ্যা: $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$; $\Rightarrow \frac{(365)^2}{(1.5 \times 10^{11})^3} = \frac{(88)^2}{R_2^3} \Rightarrow R_2 = 5.81 \times 10^{10}$ m

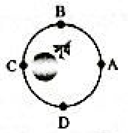
৯। যদি পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্ব বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক করা হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা হবে প্রায়–
ক 730 খ 182 গ 365 ঘ 129
উত্তর: ঘ 129
ব্যাখ্যা: $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \Rightarrow T_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \times 365 = 129$ দিন

১০। একই কক্ষপথে আবর্তনরত দুটি উপগ্রহের একটির ভর অন্যটির দ্বিগুণ হলে ভারী উপগ্রহের আবর্তনকাল অন্যটির– [ব. বো. ১৫]
ক সমান খ অর্ধেক গ দ্বিগুণ ঘ চারগুণ
উত্তর: ক সমান
ব্যাখ্যা: যেহেতু, $T^2 \propto r^3$
অর্থাৎ, আবর্তনকাল কেবল উপগ্রহের ঘূর্ণন ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে। কিন্তু ভরের উপর নির্ভর করে না। $\therefore T_2 = T_1$

১১। একটি গ্রহ O বিন্দুকে কেন্দ্র করে ABC উপবৃত্তাকার পথে ঘোরে। ΔBOC এর ক্ষেত্রফল ΔAOB এর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। CB পথ অতিক্রম করতে গ্রহটির 4 ঘন্টা সময় লাগলে BA পথ অতিক্রম করতে গ্রহটির কত ঘন্টা সময় লাগবে? [চ. বো. ১৬]
ক 16 খ 8 গ 4 ঘ 2
উত্তর: ঘ 2
ব্যাখ্যা: কেপলারের ২য় সূত্রানুযায়ী, $A \propto t$
$\therefore \frac{\Delta BOC}{\Delta AOB} = \frac{t_{CB}}{t_{BA}} \Rightarrow t_{BA} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$ ঘন্টা।



১২। চিত্রে কোন অবস্থানে পৃথিবীর বেগ সবচেয়ে কম? [চ. বো. ১৫]



ক A খ B গ C ঘ D
উত্তর: ক A
ব্যাখ্যা: গ্রহগুলো কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলে।
$\therefore mvr = const; \Rightarrow v \propto \frac{1}{r}$ [$\because$ r সর্বোচ্চ হলে v সর্বনিম্ন হবে]
অতএব, A বিন্দুতে পৃথিবীর ঘূর্ণনের ব্যাসার্ধ সর্বোচ্চ বলে, A বিন্দুতে বেগ সর্বনিম্ন হবে।

FDE EDUCATIONAL TEAM

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র

১৩। SI পদ্ধতিতে মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক– [ঢা. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ২২]

(ক) $mkgs^{-1}$ (খ) m^2kgs^{-1} (গ) $m^2kg^{-1}s^{-2}$ (ঘ) $m^3kg^{-1}s^{-2}$

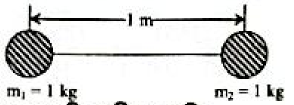
উত্তর: (ঘ) $m^3kg^{-1}s^{-2}$

ব্যাখ্যা: $F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$

$$G = \frac{Fr^2}{m_1m_2} = Nm^2kg^{-2} = kgms^{-2}.m^2kg^{-2} = m^3kg^{-1}s^{-2} = m^3kg^{-1}s^{-2}$$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক একটি সার্বজনীন ধ্রুবক যা সর্বত্র সমান এবং যার মান 6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2}।

❖ **নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ১৪ ও ১৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও:**



১৪। m_1 ও m_2 ভরের বস্তুদ্বয়ের ক্রিয়াশীল বলটি– [য. বো. ২৫]

i. মহাকর্ষ বল ii. অভিকর্ষ বল iii. আকর্ষণধর্মী বল

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (খ) i ও iii

ব্যাখ্যা: পৃথিবী এবং অপর কোনো বস্তুর মধ্যে যে আকর্ষণ বল তাকে অভিকর্ষ বল বলে।

১৫। উদ্দীপকের বস্তুদ্বয়ের মধ্যে ক্রিয়াশীল বলের মান কত? [য. বো. ২৫; অনুরূপ রা. বো. ১৭]

(ক) 6.4×10^6 Nm^2kg^{-2} (খ) 6×10^{24} Nm^2kg^{-2}
(গ) 6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2} (ঘ) 6.023×10^{23} Nm^2kg^{-2}

উত্তর: (গ) 6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2}

ব্যাখ্যা: 1 kg ভরের দুইটি বস্তু পরস্পর 1 m দূরে থেকে যে বল দ্বারা আকর্ষণ করে তাকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

১৬। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি? [রা. বো. ২৫; ম. বো. ২৩]

(ক) $[M^{-1}L^3T^{-2}]$ (খ) $[M^{-1}L^{-3}T^{-1}]$
(গ) $[M^{-1}L^{-2}T^3]$ (ঘ) $[M^{-1}L^{-3}T^{-2}]$

উত্তর: (ক) $[M^{-1}L^3T^{-2}]$

ব্যাখ্যা: $G = \frac{Fr^2}{m^2}$; $\therefore [G] = \frac{[MLT^{-2}][L^2]}{[M^2]}$; $\Rightarrow [G] = [M^{-1}L^3T^{-2}]$

১৭। মহাকর্ষ সূত্রের ভেক্টর রূপ নিচের কোনটি?

(ক) $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$ (খ) $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{21}$

(গ) $\vec{F}_{21} = G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$ (ঘ) $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^2}\vec{r}_{12}$

উত্তর: (ক) $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$

১৮। গাছের একটি আপেল পৃথিবীকে f বলে আকর্ষণ করছে। পৃথিবী আপেলকে F বলে আকর্ষণ করছে। সুতরাং–

(ক) $F >> f$ (খ) $F > f$ (গ) $F = f$ (ঘ) $F < f$

উত্তর: (গ) $F = f$

ব্যাখ্যা: নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বলের মান সমান। $\therefore F = f$

১৯। একটি পাথর খণ্ডকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে খাড়া উপরের দিকে তুলতে থাকলে এর উপর কয়টি বল ক্রিয়া করে? [সি. বো. ১৫]

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

উত্তর: (খ) 2

ব্যাখ্যা: পাথর খণ্ডকে উপরে তুলা হলে এর উপর বাহ্যিক বল তথা অভিকর্ষের বিপরীতমুখী বল এবং অভিকর্ষীয় বল ক্রিয়া করবে।

২০। দুটি বস্তুর মধ্যে দূরত্ব তিনগুণ হলে মহাকর্ষীয় বল হবে– [রা. বো. ২৩; অনুরূপ দি. বো. ১৫]

(ক) $\frac{1}{9}$ গুণ (খ) $\frac{1}{3}$ গুণ (গ) 3 গুণ (ঘ) 9 গুণ

উত্তর: (ক) $\frac{1}{9}$ গুণ

ব্যাখ্যা: $F \propto \frac{1}{r^2}$; $F_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 F_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 F_1$; $\Rightarrow F_2 = \frac{1}{9}F_1$

২১। সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল 365 দিন। পৃথিবী এবং সূর্যের মধ্যকার গড় দূরত্ব 1.5×10^{11}m হলে সূর্যের ভর কত? (মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}) [চ. বো. ২৫]

(ক) 1.56×10^{17} kg (খ) 2×10^{20} kg
(গ) 6×10^{24} kg (ঘ) 2×10^{30} kg

উত্তর: (ঘ) 2×10^{30} kg

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$

$$\therefore M = \frac{4\pi^2r^3}{4T^2} = \frac{4\pi^2 \times (1.5 \times 10^{11})^3}{6.67 \times 10^{-11} \times (365 \times 24 \times 3600)^2} = 2 \times 10^{30} kg$$

২২। সূর্যের ভরের রাশিমালা নিচের কোনটি? [সি. বো. ২৫]

(ক) $\frac{3\pi r^2}{GT^2}$ (খ) $\frac{3\pi r^3}{GT}$ (গ) $\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$ (ঘ) $\frac{3\pi r^3}{GT^2}$

উত্তর: (গ) $\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$; $\therefore M = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$

২৩। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে যে সমস্ত কাজ করা সম্ভব– [য. বো. ২২]

(i) প্রাকৃতিক গ্যাস উত্তোলন (ii) বিভিন্ন খনিজ পদার্থ উত্তোলন
(iii) ভূ-গর্ভস্থ তাপঘটিত শক্তি উত্তোলন

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে প্রাকৃতিক সম্পদ ও বিভিন্ন শক্তির উৎস অনুসন্ধান করা যায়।

অভিকর্ষজ ত্বরণ

২৪। পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে পৃথিবীপৃষ্ঠে G/g এর অনুপাত হবে– [কু. বো. ২২; অনুরূপ চ. বো. ২৪]

(ক) $\frac{R^2}{M}$ (খ) $\frac{M}{R^2}$ (গ) $\frac{R}{M}$ (ঘ) $\frac{M}{R}$

উত্তর: (ক) $\frac{R^2}{M}$

ব্যাখ্যা: $g = \frac{GM}{R^2}$; $\Rightarrow \frac{G}{g} = \frac{R^2}{M}$

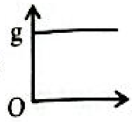
২৫। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে g এর মান– [দি. বো. ১৫]

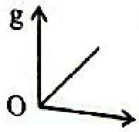
(ক) হ্রাস পাবে (খ) বৃদ্ধি পাবে
(গ) অপরিবর্তিত থাকবে (ঘ) শূন্য হবে

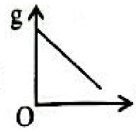
উত্তর: (খ) বৃদ্ধি পাবে

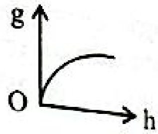
ব্যাখ্যা: $g = \frac{GM}{R^2}$ $\therefore g \propto \frac{1}{R^2}$; R এর মান হ্রাস পেলে g এর মান বৃদ্ধি পাবে।

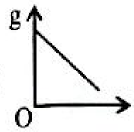
২৬। পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে কেন্দ্রের দিকে গেলে বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর লেখচিত্র নিচের কোনটি? [চ. বো. ২৩; ব. বো. ২২; অনুরূপ ঢা. বো. ১৭; চ. বো. ১৫]

ⓚ 

ⓛ 

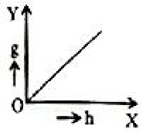
ⓜ 

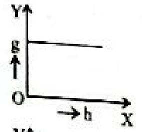
ⓝ 

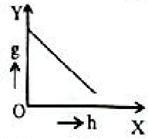
উত্তর: ⓜ 

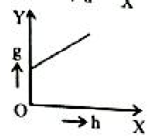
ব্যাখ্যা: $g = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g_0 \Rightarrow g = -\frac{g_0}{R} h + g_0 \therefore y = -mx + c$ সরলরেখার অনুরূপ।

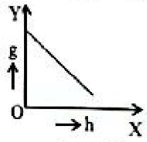
২৭। পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কেন্দ্রের দিকে গতিশীল বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র কোনটি? [য. বো. ২৫]

ⓚ 

ⓛ 

ⓜ 

ⓝ 

উত্তর: ⓜ 

ব্যাখ্যা: $\frac{g_{down}}{g} = \left(1 - \frac{h}{R}\right)$; $\therefore g_{down} = -\frac{g}{R} h + g$

$\therefore y = -mx + c$ [ঢাল ঋণাত্মক]

২৮। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যে গভীরতায় এবং উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান হয় তাদের অনুপাত কোনটি? [রা. বো. ২৫]

ⓚ 1 : 2 ⓛ 2 : 1 ⓜ 1 : 1 ⓝ 1 : 3

উত্তর: ⓛ 2 : 1

ব্যাখ্যা: $\left(1 - \frac{d}{R}\right) g = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g ; \Rightarrow R - d = R - 2h ; \Rightarrow \frac{d}{h} = \frac{2}{1}$

২৯। পৃথিবীর কোন স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণকে আদর্শমান ধরা হয়? [ব. বো. ১৬]

ⓚ কেন্দ্রে ⓛ 45° অক্ষাংশে ⓜ মেরু অঞ্চলে ⓝ বিষুব অঞ্চলে

উত্তর: ⓛ 45° অক্ষাংশে

ব্যাখ্যা: পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.81\ ms^{-2}$

৩০। পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ ব্যাসার্ধের এবং পৃথিবীর ভরের সমান ভরের একটি কাল্পনিক গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের– [য. বো. ২৩; অনুরূপ চ. বো. ২২]

ⓚ 4 গুণ ⓛ 2 গুণ ⓜ অর্ধেক ⓝ $\frac{1}{4}$ গুণ

উত্তর: ⓝ $\frac{1}{4}$ গুণ

ব্যাখ্যা: $g \propto \frac{M}{R^2}$; $\therefore \frac{g_p}{g_e} = \frac{M_p}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2$; $\Rightarrow g_p = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times g_e = \frac{1}{4} g_e$

৩১। পৃথিবীর আকার হঠাৎ ছোট হয়ে এর ব্যাসার্ধ পূর্বের অর্ধেক হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন হবে। পরিবর্তিত মান পূর্বমানের কতগুণ হবে? [রা. বো. ১৯]

ⓚ 2 গুণ ⓛ 4 গুণ ⓜ 6 ⓝ 8 গুণ

উত্তর: ⓛ 4 গুণ

ব্যাখ্যা: $g \propto \frac{1}{R^2}$; $\Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$; $\Rightarrow g_2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 g_1 = 4g_1$

৩২। একটি বস্তুর ভর 12 mg। পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুটি কত বলে আকর্ষিত হবে? [সি. বো. ১৫]

ⓚ 1.18×10^{-4} N ⓛ 0.1178 N
ⓜ 117.6×10^{-6} N ⓝ 1.18×10^{-4} N

উত্তর: ⓜ 117.6×10^{-6} N

ব্যাখ্যা: $F = mg = 12 \times 10^{-6} \times 9.8$; $\Rightarrow F = 117.6 \times 10^{-6}$ N

৩৩। পৃথিবী পৃষ্ঠে 30 kg ভরের একটি বস্তুর ওজন চন্দ্রপৃষ্ঠে কত? চন্দ্রের অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর $\frac{1}{6}$ গুণ। [দি. বো. ২৫; অনুরূপ সি. বো. ১৯]

ⓚ 489 N ⓛ 480 N ⓜ 485 N ⓝ 49 N

উত্তর: ⓝ 49 N

ব্যাখ্যা: চন্দ্রপৃষ্ঠে ওজন $= mg' = \frac{mg}{6} = \frac{30 \times 9.8}{6} = 49$ N $\left[g' = \frac{g}{6}\right]$

৩৪। একজন ব্যক্তির ওজন পৃথিবী পৃষ্ঠে 785 N এবং মঙ্গল গ্রহ পৃষ্ঠে 298 N। মঙ্গল পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা কত? (পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9.8\ ms^{-2}$) [কু. বো. ২৪]

ⓚ $2.63\ Nkg^{-1}$ ⓛ $3.72\ Nkg^{-1}$
ⓜ $6.09\ Nkg^{-1}$ ⓝ $9.81\ Nkg^{-1}$

উত্তর: ⓛ $3.72\ Nkg^{-1}$

ব্যাখ্যা: $W \propto g \Rightarrow \frac{g_m}{g_e} = \frac{W_m}{W_e}$

$\Rightarrow g_m = \frac{298}{785} \times 9.8 = 3.72\ ms^{-2}$ $\left[\because \text{তীব্রতা} = \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ} = \frac{GM}{R^2}\right]$

$\therefore E_m = 3.72\ Nkg^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন

৩৫। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত km উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 25% হবে? [R = 6400 km] [ঢা. বো. ২৪, ১৫; অনুরূপ কু. বো. ২২; সি. বো. ২২]

ⓚ 6400 ⓛ 640 ⓜ 250 ⓝ 100

উত্তর: ⓚ 6400

ব্যাখ্যা: $g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g \Rightarrow \frac{25}{100} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

$\Rightarrow \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = 4 ; \Rightarrow \frac{R+h}{R} = 2 \Rightarrow h = R = 6400$ km

৩৬। পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো বিন্দুর দূরত্ব x হলে (x < R), অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর সাথে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R) [য. বো. ২৪; অনুরূপ দি. বো. ২৩]

ⓚ $g \propto \frac{1}{x}$ ⓛ $g \propto x$ ⓜ $g \propto \frac{1}{x^2}$ ⓝ $g \propto x^2$

উত্তর: ⓛ $g \propto x$

ব্যাখ্যা: x < R হলে, $g = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g_0 = \frac{x}{R} g_0 [\because x = R - h]$ $\therefore g \propto x$

৩৭। পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব $r(r > R)$ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মধ্যে সম্পর্ক- [ব. বো. ২৪]

ⓚ $g \propto r$ ⓚ $g \propto \frac{1}{r}$ ⓖ $g \propto r^2$ ⓘ $g \propto \frac{1}{r^2}$

উত্তর: ⓘ $g \propto \frac{1}{r^2}$

ব্যাখ্যা: $r > R$ হলে, $g = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g_0 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 g_0 \therefore g \propto \frac{1}{r^2}$

৩৮। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R, পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে কোনো বিন্দুর দূরত্ব r এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মধ্যে সম্পর্ক- [ম. বো. ২২]

(i) $g \propto r$, যখন $r < R$ হয় (ii) $g \propto \frac{1}{r^2}$, যখন $r > R$ হয়

(iii) $g \propto \frac{1}{r}$, যখন $r = R$ হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

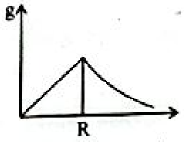
ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: $r \le R$ হলে, $g = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g_0 = \frac{r}{R} g_0; \therefore g \propto r$ $[\because r = R - h]$

$r \ge R$ হলে, $g = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g_0$

$= \left(\frac{R}{r}\right)^2 g \therefore g \propto \frac{1}{r^2}$



৩৯। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (R) বরাবর কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের এক-চতুর্থাংশ হবে? [দি. বো. ২৪; অনুরূপ ঢা. বো. ১৭]

ⓚ $\frac{4}{3}R$ ⓚ $\frac{3}{4}R$ ⓖ $\frac{1}{3}R$ ⓘ $\frac{1}{4}R$

উত্তর: ⓚ $\frac{3}{4}R$

ব্যাখ্যা: $g' = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g; \Rightarrow \frac{1}{4} = 1 - \frac{h}{R} \therefore h = \frac{3}{4}R$

৪০। অভিকর্ষীয় ত্বরণ 'g' এর তারতম্য এর ক্ষেত্রে কোনটির কোনো ভূমিকা নেই? [ম. বো. ২৪; ঢা. বো. ২২; অনুরূপ চ. বো. ২৫]

ⓚ পৃথিবীর আকার
ⓚ সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর ঘূর্ণনগতি
ⓖ নিজ অক্ষের চারিদিকে পৃথিবীর ঘূর্ণন গতি
ⓘ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতা

উত্তর: ⓚ সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর ঘূর্ণনগতি

ব্যাখ্যা: g এর তারতম্য হয়-

i. পৃথিবীর আকৃতির জন্য।
ii. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে উচ্চতর কোনো স্থানে।
iii. পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে।
iv. পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য।

৪১। 80 kg ভরের একজন নভোচারীর চন্দ্রে ভর কত? [সি. বো. ২৪; অনুরূপ ঢা. বো. ২৪; দি. বো. ১৫]

ⓚ 784 kg ⓚ 784 N ⓖ 80 kg ⓘ 80 N

উত্তর: ⓖ 80 kg

ব্যাখ্যা: বস্তুর ভর সকল স্থানে একই থাকে।

৪২। ভূপৃষ্ঠ হতে যে গভীরতায় ও উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান হবে সেই গভীরতা ও উচ্চতার অনুপাত হবে প্রায়- [ব. বো. ২১]

ⓚ 1 : 1 ⓚ 1 : 2 ⓖ 2 : 1 ⓘ 3 : 1

উত্তর: ⓖ 2 : 1

ব্যাখ্যা: $g_{depth} = g_{height} \Rightarrow g\left(1 - \frac{d}{R}\right) = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right); \Rightarrow \frac{d}{R} = \frac{2h}{R} \therefore \frac{d}{h} = \frac{2}{1}$

৪৩। পৃথিবীপৃষ্ঠে কোনো বস্তুর ওজন 500 N, পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে অর্ধেক গভীরতায় ওজন কত হবে?

ⓚ 1000 N ⓚ 250 N ⓖ 500 N ⓘ 125 N

উত্তর: ⓚ 250 N

ব্যাখ্যা: $\frac{W'}{W} = \frac{g'}{g}; \Rightarrow \frac{W'}{W} = \left(1 - \frac{\frac{R}{2}}{R}\right); \Rightarrow W' = 500\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 250\text{ N}$

৪৪। g এর মান কোথায় সর্বাধিক? [দি. বো. ১৫]

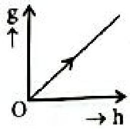
ⓚ মেরু ⓚ বিষুব ⓖ ভূ-কেন্দ্রে ⓘ পাহাড়ের চূড়ায়

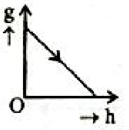
উত্তর: ⓚ মেরু

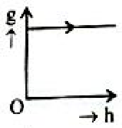
ব্যাখ্যা: $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda; \Rightarrow \lambda = 90^\circ$ হলে, $g_\lambda = g$ হবে

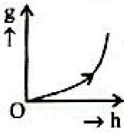
$\therefore$ g এর সর্বাধিক মান মেরুতে।

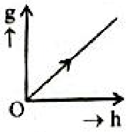
৪৫। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে পৃথিবীর পৃষ্ঠের দিকে গতিশীল বস্তুর উপর অভিকর্ষীয় ত্বরণের লেখচিত্র কোনটি? [রা. বো. ২৩; কু. বো. ২৩; য. বো. ২৩]

ⓚ


ⓚ


ⓖ


ⓘ


উত্তর: ⓚ


ব্যাখ্যা: $g_h = \frac{4}{3}\pi G h \rho$ $\therefore g_h \propto h$ [h = কেন্দ্র থেকে দূরত্ব]

৪৬। পৃথিবী পৃষ্ঠ, পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় ও পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g, g_h ও g_{bh} হলে- [সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

ⓚ $g_{bh} < g_h < g$ ⓚ $g_h > g_{bh} > g$
ⓖ $g_h < g_{bh} < g$ ⓘ $g_h < g < g_{bh}$

উত্তর: ⓖ $g_h < g_{bh} < g$

ব্যাখ্যা: h স্বল্প উচ্চতায়, $g_h = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$; h গভীরতায়, $g_{bh} = \left(1 - \frac{h}{R}\right) g$

$\therefore g_h < g_{bh} < g$

৪৭। মহাশূন্যযানে ওজনহীন অনুভবের কারণ-

ⓚ জড়তাহীনতা
ⓚ মাধ্যাকর্ষণ হীনতা
ⓖ ত্বরান্বিত বলের অনুপস্থিতির জন্য
ⓘ মহাকাশযানের মুক্তভাবে পতিত হওয়ার জন্য

উত্তর: ⓖ ত্বরান্বিত বলের অনুপস্থিতির জন্য

ব্যাখ্যা: মহাশূন্যযানে নিট বল শূন্য হওয়ার কারণে কোনো ত্বরণ সৃষ্টিকারী বল থাকে না। ফলে ব্যক্তি ওজনহীন অনুভব করেন।

৪৮। পৃথিবীর ঘূর্ণন বন্ধ হলে বিষুব রেখায় g এর মান– [দি. বো. ১৭]

ⓚ বৃদ্ধি পাবে ⓛ হ্রাস পাবে ⓜ একই থাকবে ⓝ শূন্য হবে

উত্তর: ⓚ বৃদ্ধি পাবে

ব্যাখ্যা: ঘূর্ণনশীল অবস্থায়, $g_{eq} = g - \omega^2 R$

ঘূর্ণন বন্ধ হলে, $g'_{eq} = g - 0^2 \times R = g > g_{eq}$ $\therefore$ g এর মান বৃদ্ধি পাবে।

৪৯। কত অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সবচেয়ে কম? [চ. বো. ২২]

ⓚ 0° ⓛ 30° ⓜ 45° ⓝ 90°

উত্তর: ⓚ 0°

ব্যাখ্যা: $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$; $\lambda = 0°$ হলে, $\cos^2\lambda = 1$

$\therefore g_\lambda = g - \omega^2 R$ যা g এর সর্বনিম্ন মান।

৫০। পৃথিবী পৃষ্ঠে λ অক্ষাংশের জন্য 'g' এর সমীকরণ হবে– [পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R] [দি. বো. ১৯]

ⓚ $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R\cos^2\lambda$ ⓛ $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R\cos\lambda$

ⓜ $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R\cos^2\lambda$ ⓝ $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega R\cos\lambda$

উত্তর: ⓚ $g_\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R\cos^2\lambda$

ব্যাখ্যা: $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R\cos^2\lambda$

৫১। নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান g' হলে– [কু. বো. ২২]

ⓚ $g' = 1 + \omega^2 R$ ⓛ $g' = 1 - \omega^2 R$

ⓜ $g' = g - \omega^2 R$ ⓝ $g' = g + \omega^2 R$

উত্তর: ⓜ $g' = g - \omega^2 R$

ব্যাখ্যা: নিরক্ষরেখায়, $\lambda = 0°$ $\therefore g' = g - \omega^2 R\cos^2\lambda\ (0°)$; $\Rightarrow g' = g - \omega^2 R$

৫২। মেরু অঞ্চল অপেক্ষা বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত কম? [ঢা. বো. ২৫; সি. বো. ২৩; কু. বো. ১৭]

ⓚ $\omega^2 R\cos\theta$ ⓛ $\omega^2 R$ ⓜ $\omega^2 R\cos^2\theta$ ⓝ $\omega R\cos\theta$

উত্তর: ⓛ $\omega^2 R$

ব্যাখ্যা: মেরু অঞ্চলে, $g_p = g$, বিষুবীয় অঞ্চলে, $g_{eq} = g - \omega^2 R$ $\therefore g_p - g_{eq} = \omega^2 R$

৫৩। পৃথিবীর ঘূর্ণন না থাকলে পৃথিবীপৃষ্ঠের কোনো স্থানে বস্তুর ওজন– [চ. বো. ১৭]

ⓚ বৃদ্ধি পাবে ⓛ শূন্য হবে ⓜ অসীম হবে ⓝ অপরিবর্তিত থাকবে

উত্তর: ⓚ বৃদ্ধি পাবে

ব্যাখ্যা: $g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda$

$\Rightarrow mg_\lambda = mg - m\omega^2 R\cos^2\lambda \Rightarrow W_\lambda = W - m\omega^2 R\cos^2\lambda$

ঘূর্ণন বন্ধ হলে, $W'_\lambda = W - 0 = W$ $\therefore W'_\lambda > W_\lambda$

৫৪। ভর ধ্রুব রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করা হলে কোনো বস্তুর ওজন হবে– [রা. বো. ২২]

ⓚ এক-চতুর্থাংশ ⓛ অর্ধেক ⓜ দ্বিগুণ ⓝ চারগুণ

উত্তর: ⓚ এক-চতুর্থাংশ

ব্যাখ্যা: $W \propto g \propto \frac{1}{R^2}$; $\Rightarrow W_2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 W_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 W_1 = \frac{1}{4} W_1$

৫৫। পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ $\frac{g}{4}$ হলে কোনো বস্তু সেখানে তার ওজন হারাবে– [য. বো. ২২]

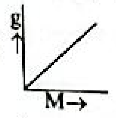
ⓚ 25% ⓛ 75% ⓜ 85% ⓝ 90%

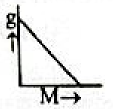
উত্তর: ⓛ 75%

ব্যাখ্যা: $W = mg$ $W' = m\frac{g}{4}$ $\therefore$ হারানো ওজন, $\frac{W - W'}{W} \times 100\%$

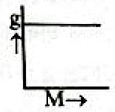
$= \frac{mg - m\frac{g}{4}}{mg} \times 100\% = \frac{3}{4} \times 100\% = 75\%$

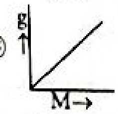
৫৬। কোনো একটি কাল্পনিক গ্রহের ব্যাসার্ধ ঠিক রেখে যদি এর ভর বৃদ্ধি পেতে থাকে তবে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ ও ভরের মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোন লেখচিত্র সমর্থন করে? [চ. বো. ২২]

ⓚ 

ⓛ 

ⓜ

ⓝ 

উত্তর: ⓚ 

ব্যাখ্যা: $g = \frac{GM}{R^2}$; $\Rightarrow g = kM$ $\left[\because k = \frac{G}{R^2} = \text{ধ্রুবক}\right]$

$\therefore$ এটি $y = mx$ এর অনুরূপ মূলবিন্দুগামী সরলরেখা।

৫৭। পৃথিবীর নিজ অক্ষের ঘূর্ণনের জন্য জাতীয় স্মৃতিসৌধের কৌণিক বেগ কত? [দি. বো. ২২]

ⓚ 7.27×10^5 rads^{-1} ⓛ 0.2618 rads^{-1}

ⓜ 1.818×10^{-4} rads^{-1} ⓝ 7.27×10^{-5} rads^{-1}

উত্তর: ⓝ 7.27×10^{-5} rads^{-1}

ব্যাখ্যা: কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400}$ $\therefore \omega = 7.27 \times 10^{-5}$ rads^{-1}

৫৮। 20 kg ভরের একটি বালক 10 m উচ্চতার ব্রিজ থেকে নদীর পানিতে লাফ দিচ্ছে, পানি থেকে 5 m উঁচুতে পৌঁছানোর পর তার ওজন–

ⓚ 198 N ⓛ 99 N ⓜ 20 N ⓝ 0 N

উত্তর: ⓝ 0 N

ব্যাখ্যা: 5m উঁচুতে বালকের উপর কোনো প্রতিক্রিয়া বল ক্রিয়াশীল নেই, তাই পানি থেকে 5m উঁচুতে তার ওজন শূন্য। অবাধে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রতিটি ক্রিয়াবল, R = m(g – g) = 0 N। অর্থাৎ বালকটি নিজেকে ওজনহীন অনুভব করবে।

৫৯। পৃথিবীর ঘূর্ণন বেগ বর্তমান অপেক্ষা প্রায় কত বেশি বৃদ্ধি পেলে বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুসমূহ ঘূর্ণায়মান পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে ছিটকে চলে যেত?

ⓚ 11 গুণ ⓛ 17 গুণ ⓜ 25 গুণ ⓝ 27 গুণ

উত্তর: ⓛ 17 গুণ

ব্যাখ্যা: পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে ছিটকে যেতে হলে, $g_\lambda = 0$ $\therefore g - \omega_2^2 R = 0$

$\Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{R}}$

$\therefore \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{g}{R}} \times \frac{86400}{2\pi} = \sqrt{\frac{9.8}{6.4 \times 10^6}} \times \frac{86400}{2\pi} = 17$

$\therefore \omega_2 = 17\,\omega_1$

বিভব ও প্রাবল্য

৬০। পৃথিবীর গড় ঘনত্ব–
ⓚ g এর সমানুপাতিক
ⓚ g এর উপর নির্ভর করে না
ⓖ g এর জটিল ফাংশন
ⓖ g এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

উত্তর: ⓚ g এর উপর নির্ভর করে না

ব্যাখ্যা: পৃথিবীর গড় ঘনত্ব ধ্রুব রাশি। অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনে গড় ঘনত্বের কোন পরিবর্তন হয় না।

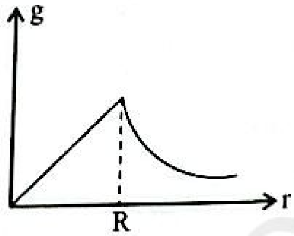
৬১। g এর মান– [সি. বো. ১৯]
(i) পৃথিবী পৃষ্ঠে বেশি (ii) পৃথিবীর কেন্দ্রে শূন্য হয়
(iii) পৃথিবী পৃষ্ঠে ও চাঁদের পৃষ্ঠে অনুপাত 16:81
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ ii ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

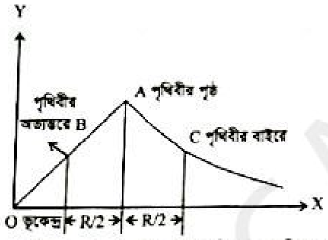
ব্যাখ্যা: g বনাম r (পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব) এর লেখচিত্র–
(i) g এর সর্বোচ্চ মান পৃথিবীর পৃষ্ঠে
(ii) পৃথিবীর কেন্দ্রে g = 0
(iii) $g_{earth} > g_{moon}$

$\Rightarrow \frac{g_{earth}}{g_{moon}} > 1$ [কিন্তু, $\frac{16}{81} \ngtr 1$]

$\therefore \frac{g_{earth}}{g_{moon}} \neq \frac{16}{81}$



❖ উদ্দীপকের আলোকে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৬২। 80 kg ভরের একটি বস্তুকে A থেকে B বিন্দুতে নিয়ে গেলে এর ওজন হবে– [কু. বো. ২৫]
ⓚ 245 N ⓚ 272 N ⓖ 392 N ⓖ 490 N

উত্তর: ⓖ 392 N

ব্যাখ্যা: B স্থানে ওজন, $W = mg' = m\left(1 - \frac{d}{R}\right)g = 80\left(1 - \frac{\frac{R}{2}}{R}\right)g$

$= 40 \times 9.8 \quad \therefore W = 392$ N

৬৩। উদ্দীপকের আলোকে– [কু. বো. ২৫]
i. A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য সর্বোচ্চ
ii. B ও C বিন্দুতে বস্তুটির ওজন সমান
iii. B বিন্দুতে g এর মান A বিন্দুর অর্ধেক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও iii

ব্যাখ্যা: C স্থানে ওজন, $W' = mg' = m\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g = m\left(\frac{R}{R + \frac{R}{2}}\right)^2 g$

$= 80 \times \frac{4}{9} \times 9.8 \quad \therefore W' = 348.4$ N অর্থাৎ, $W \neq W'$

৬৪। মহাকর্ষীয় বিভবের একক হলো– [চ. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪; ২৩]
ⓚ Volt ⓚ Jkg^{-1} ⓖ $N\text{-}kg^{-1}$ ⓖ $N\text{-}m^{-1}$

উত্তর: ⓚ Jkg^{-1}

ব্যাখ্যা: অসীম হতে কোনো একক ভরের বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। একক: Jkg^{-1}

৬৫। কোনো বৃহদাকার বস্তুর জন্য মহাকর্ষীয় বিভবের সর্বোচ্চ মান কোথায় পাওয়া যাবে? [য. বো. ২৪]
ⓚ বস্তুর কেন্দ্রে ⓚ বস্তুর পৃষ্ঠে
ⓖ পৃষ্ঠের বাইরে যে কোনো বিন্দুতে ⓖ অসীম দূরত্বে

উত্তর: ⓖ অসীম দূরত্বে

ব্যাখ্যা: মহাকর্ষীয় বিভব, $V = -\frac{Gm}{r}$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্নের কারণে r এর মান বৃদ্ধি পেলে বিভব বৃদ্ধি পায়। সুতরাং, $r = \infty$ তে বিভবের মান সর্বোচ্চ এবং সর্বোচ্চ মান হয় শূন্য।

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ৬৬ ও ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$M_1 = 5$ kg $M_2 = 10$ kg
A B C D
AB = BC = CD = 1m

৬৬। B বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মান– [ব. বো. ২৪]
ⓚ 15 G ⓚ 10 G ⓖ 5 G ⓖ $\frac{5}{2}$G

উত্তর: ⓖ $\frac{5}{2}$G

ব্যাখ্যা: $E_1 = \frac{G \times 5}{1^2} = 5G,\ E_2 = \frac{G \times 10}{2^2} = 2.5G \ \therefore E_{net} = E_1 - E_2 = \frac{5}{2}G$

৬৭। B ও C বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত– [ব. বো. ২৪]
ⓚ 5 : 2 ⓚ 5 : 4 ⓖ 2 : 5 ⓖ 4 : 5

উত্তর: ⓖ 4 : 5

ব্যাখ্যা: B বিন্দুতে মোট বিভব, $V_B = V_{1B} + V_{2B}$

$= \frac{-GM_1}{AB} + \frac{-GM_2}{BD} = \frac{-G \times 5}{1} + \frac{-G \times 10}{2} = -10$ G

C বিন্দুতে মোট বিভব, $V_C = V_{1C} + V_{2C}$

$= \frac{-GM_1}{AC} + \frac{-GM_2}{CD} = \frac{-G \times 5}{2} + \frac{-G \times 10}{1} = \frac{-25}{2}$ G

$\therefore V_B : V_C = (-10\text{ G}) : \left(\frac{-25}{2}\text{ G}\right) = 4 : 5$

৬৮। মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের দিক কোন দিকে হয়– [ব. বো. ১৯]
ⓚ পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর
ⓚ মহাকর্ষ বলের দিকে
ⓖ মহাকর্ষ বলের বিপরীত দিকে
ⓖ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বাহিরের দিকে

উত্তর: ⓚ মহাকর্ষ বলের দিকে

ব্যাখ্যা: $\vec{F} = \vec{E}.m \quad \therefore \vec{E}$ ও $\vec{F}$ এর দিক একই।

৬৯। মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্যের মাত্রার ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [য. বো. ২২]

ⓚ $[LT^{-1}]$ ⓛ $[LT^{-2}]$ ⓖ $[MLT^{-1}]$ ⓘ $[MLT^{-2}]$

উত্তর: ⓛ $[LT^{-2}]$

ব্যাখ্যা: E এর মাত্রা = g এর মাত্রা; $\Rightarrow [E] = [LT^{-2}]$

৭০। নিচের কোনটির পৃষ্ঠের মহাকর্ষ প্রাবল্য সবচেয়ে বেশী? (সকল গ্রহের ঘনত্ব সমান)— [ব. বো. ১৬]

ⓚ চন্দ্র ⓛ বুধ ⓖ পৃথিবী ⓘ বৃহস্পতি

উত্তর: ⓘ বৃহস্পতি

ব্যাখ্যা: $g = \frac{4}{3}\pi\rho gR \quad \therefore g \propto R$

বৃহস্পতি গ্রহের ব্যাসার্ধ সর্বাধিক হওয়ায়, এর পৃষ্ঠে মহাকর্ষ প্রাবল্য সর্বাধিক।

৭১। সর্বোচ্চ মহাকর্ষীয় বিভব এর মান কত?

ⓚ $\propto V$ ⓛ 6.67×10^{-11} V

ⓖ 0 V ⓘ –1 V

উত্তর: ⓖ 0 V

ব্যাখ্যা: $V = -\frac{GM}{r}$ [∴ r এর মান অসীম হলে V সর্বোচ্চ হবে]

$\therefore V_{max} = -\frac{GM}{\infty} = 0$

৭২। R ব্যাসার্ধের পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষ বিভব V হলে পৃষ্ঠ হতে R উচ্চতায় বিভবের মান কত?

ⓚ V/4 ⓛ V/2 ⓖ V ⓘ 2V

উত্তর: ⓛ V/2

ব্যাখ্যা: $V = \frac{-GM}{R}$; $V' = \frac{-GM}{(R+R)} = \frac{1}{2}\left(\frac{-GM}{R}\right) = \frac{V}{2}$

৭৩। 2 kg ভরের কোনো বস্তু হতে 2 m দূরে কোনো বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব কত? ($G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$) [চ. বো. ১৫]

ⓚ $-6.673 \times 10^{-11}\ Jkg^{-1}$

ⓛ $-3.3365 \times 10^{-11}\ Jkg^{-1}$

ⓖ $6.673 \times 10^{-11}\ Jkg^{-1}$

ⓘ $3.3365 \times 10^{-11}\ Jkg^{-1}$

উত্তর: ⓚ $-6.673 \times 10^{-11}\ Jkg^{-1}$

ব্যাখ্যা: $V = -\frac{GM}{r} = -\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 2}{2} \quad \therefore V = -6.673 \times 10^{-11}\ Jkg^{-1}$

৭৪। একটি নিরেট গোলকের পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় বিভব V হলে এর কেন্দ্রে বিভব কত হবে?

ⓚ V ⓛ 1.5 V ⓖ 2 V ⓘ শূন্য

উত্তর: ⓛ 1.5 V

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠ বিভব, $V = -\frac{GM}{a}$

গোলকের কেন্দ্রে, $V' = -\frac{GM\,(3a^2 - r^2)}{2a^3}$ [∵ কেন্দ্রে r = 0]

$\Rightarrow V' = \frac{3}{2} \times \frac{-GM}{a} = 1.5$ V

৭৫। পৃথিবীর ভর M ও ব্যাসার্ধ R। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে m ভরের বস্তুকে অসীমে নেওয়া হলে সম্পাদিত কাজের রাশিমালা কোনটি? (অভিকর্ষজ ত্বরণ = g) [কু. বো. ২৪]

ⓚ $W = \frac{GMm}{R^2}$ ⓛ $W = \frac{-GM}{R}$

ⓖ $W = GmR$ ⓘ $W = gmR$

উত্তর: ⓘ $W = gmR$

ব্যাখ্যা: $W = GMm\left[\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_f}\right] = gR^2m\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty}\right]$;

$\Rightarrow W = mgR$

৭৬। মহাকর্ষীয় বিভব— [ম. বো. ২৩]

(i) স্কেলার রাশি (ii) এর সর্বোচ্চ মান অসীম

(iii) এর মান মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যে কোনো বিন্দুতে ঋণাত্মক হতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ i ও iii

৭৭। মহাকর্ষীয় বিভবের মান— [ঢা. বো. ২২]

(i) সর্বোচ্চ হয় অসীমে (ii)সর্বোচ্চ পরিমাণ শূন্য (iii)ঋণাত্মক

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓘ i, ii ও iii

৭৮। মহাকর্ষীয় বিভবের ক্ষেত্রে— [সম্মিলিত বোর্ড-২০১৮]

(i) এটি স্কেলার রাশি

(ii) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এটি ঋণাত্মক

(iii) এর মাত্রা সমীকরণ L^2T^{-2}

নিচের কোনটি সঠিক?

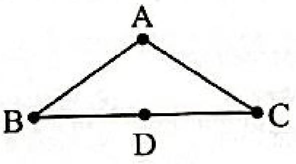
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $E = -\frac{dV}{dr}$; $\Rightarrow [V] = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[M]}$;

$\Rightarrow [V] = [L^2T^{-2}]$

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৭৯ ও ৮০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে m_1 = 1kg ও m_2 = 2kg ভরের দুটি বস্তু আছে। AB = AC = 1 m এবং BC = 2 m এবং BD = CD

৭৯। D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মান— [রা. বো. ১৬]

ⓚ G ⓛ 2G ⓖ 3G ⓘ 4G

উত্তর: ⓚ G

ব্যাখ্যা: B বিন্দুর জন্য প্রাবল্য, $E_1 = \frac{G \times 1}{1} = G$

C বিন্দুর জন্য প্রাবল্য, $E_2 = \frac{G \times 2}{1} = 2G$

∴ D বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য, $E = E_2 - E_1 = G$

৮০। A ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত– [রা. বো. ১৬]

ক 1 : 1 খ 1 : 2 গ 2 : 1 ঘ 3 : 1

উত্তর: ক 1 : 1

ব্যাখ্যা: A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব, $V_A = \frac{-G \times 1}{1} - \frac{G \times 2}{1} = -3G$

D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব,

$V_D = \frac{-G \times 1}{1} - \frac{G \times 2}{1} = -3G \quad \therefore V_A : V_D = 1 : 1$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A এবং B দুটি বস্তুর ভর যথাক্রমে 8000 kg এবং 6000 kg। বস্তুদ্বয় 0.25 m ব্যবধানে অবস্থিত। A এবং B থেকে যথাক্রমে 0.20 m এবং 0.05 m দূরে অবস্থিত P একটি বিন্দু। $G = 6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$

৮১। P তে উভয় বস্তুর জন্য সৃষ্ট মহাকর্ষীয় বিভব কত?

ক $-1.72 \times 10^{-6}\ Jkg^{-1}$ খ $-3.72 \times 10^{-6}\ Jkg^{-1}$
গ $-10.72 \times 10^{-6}\ Jkg^{-1}$ ঘ $-7.72 \times 10^{-6}\ Jkg^{-1}$

উত্তর: গ $-10.72 \times 10^{-6}\ Jkg^{-1}$

ব্যাখ্যা: $V_P = V_{AP} + V_{BP}$

$= -\frac{Gm_A}{r_{AP}} - \frac{Gm_B}{r_{BP}} = -6.7 \times 10^{-11}\left(\frac{8000}{0.20} + \frac{6000}{0.05}\right)$

$\therefore V_P = -10.72 \times 10^{-6}\ Jkg^{-1}$

মুক্তিবেগ

৮২। মুক্তিবেগের সমীকরণ হচ্ছে– [সি. বো. ১৯; য. বো. ১৫]

ক $v_e = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ খ $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}}$
গ $v_e = \sqrt{2gR}$ ঘ $v_e = \sqrt{2gh}$

উত্তর: গ $v_e = \sqrt{2gR}$

৮৩। মুক্তি বেগের রাশিমালায় কোনটি অনুপস্থিত? [য. বো. ১৬]

ক গ্রহের ব্যাসার্ধ খ অভিকর্ষজ ত্বরণ
গ গ্রহের ভর ঘ বস্তুর ঘনত্ব

উত্তর: ঘ বস্তুর ঘনত্ব

ব্যাখ্যা: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi\rho GR^2}$ এখানে বস্তুর ঘনত্ব অনুপস্থিত।

৮৪। পৃথিবীতে মুক্তিবেগ নির্ভর করে– [চ. বো. ২২; অনুরূপ রা. বো. ২২]

ক বস্তুর ভরের উপর খ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর
গ বস্তুর ব্যাসার্ধের উপর ঘ পৃথিবী ও বস্তুর দূরত্বের উপর

উত্তর: খ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর

ব্যাখ্যা: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ ∴ মুক্তিবেগ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে।

৮৫। সর্বনিম্ন কত বেগে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর কখনো ফিরে আসবে না? [দি. বো. ২৩]

ক 2gR খ gR গ $\sqrt{2gR}$ ঘ $\sqrt{2gR^2}$

উত্তর: গ $\sqrt{2gR}$

ব্যাখ্যা: সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর কখনো ফিরে আসে না, তাকে মুক্তিবেগ বলে।

৮৬। পৃথিবীতে মুক্তিবেগের মান কত? [ঢা. বো., দি. বো., কু. বো. ১৫]

ক $11.2\ ms^{-1}$ খ $1120\ ms^{-1}$
গ $11.2\ kms^{-1}$ ঘ $112\ kms^{-1}$

উত্তর: গ $11.2\ kms^{-1}$

৮৭। আকাশের দিকে ন্যূনতম কত বেগে একটি প্রস্তর খণ্ড ছুঁড়লে এটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না?

ক 10000 mile/sec খ 34.67 mile/sec
গ 6.95 mile/sec ঘ None of them

উত্তর: গ 6.95 mile/sec

ব্যাখ্যা: $v_e = 11.2$ km/s = 6.95 mile/s

❖ নিচের উদ্দীকটি মনোযোগ সহকারে পড় এবং ৮৮ ও ৮৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
কোনো গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{g}{6}$ এবং ব্যাসার্ধ $\frac{R}{4}$। পৃথিবীর পৃষ্ঠে $g = 9.81\ ms^{-2}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m।

৮৮। উক্ত গ্রহটিতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ কত? [য. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৫]

ক $0.56\ kms^{-1}$ খ $0.80\ kms^{-1}$
গ $2.286\ kms^{-1}$ ঘ $2.50\ kms^{-1}$

উত্তর: গ $2.286\ kms^{-1}$

ব্যাখ্যা: মুক্তিবেগ, $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times \frac{9.8}{6} \times \frac{6.4 \times 10^6}{4}}$

$= 2286.190\ ms^{-1} = 2.286\ kms^{-1}$

৮৯। পৃথিবীতে একটি বস্তুর ওজন 600 N হলে ঐ গ্রহে বস্তুটিকে নিয়ে গেলে কী পরিমাণ ওজন হারাবে? [য. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৫]

ক 500 N খ 450 N গ 400 N ঘ 300 N

উত্তর: ক 500 N

ব্যাখ্যা: বস্তুর ওজন, W = mg = 600 N

অপর গ্রহে, $W' = mg' = \frac{mg}{6} = \frac{600}{6} = 100$ N

∴ ওজন হারাবে = (600 – 100) = 500 N

৯০। অভিকর্ষীয় ত্বরণ ধ্রুবক হলে, কোনো বস্তুর মুক্তিবেগের সাথে ঐ গ্রহের ব্যাসার্ধের সম্পর্ক হচ্ছে– [চ. বো. ১৯]

ক সমানুপাতিক খ ব্যস্তানুপাতিক
গ বর্গমূলের সমানুপাতিক ঘ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

উত্তর: গ বর্গমূলের সমানুপাতিক

ব্যাখ্যা: $v_e = \sqrt{2gR}$ ∴ g ধ্রুবক হলে, $v_e \propto \sqrt{R}$

৯১। যদি কোনো গ্রহের ভর 2×10^{27} kg ও ব্যাসার্ধ 7×10^7m হয় তবে ঐ গ্রহের মুক্তিবেগ কত? [$G = 6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$] [য. বো. ২২; অনুরূপ দি. বো. ১৯]

ক $30.8\ kms^{-1}$ খ $43.66\ kms^{-1}$
গ $61.7\ kms^{-1}$ ঘ $5.17 \times 10^6\ kms^{-1}$

উত্তর: গ $61.7\ kms^{-1}$

ব্যাখ্যা: মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 2 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}}$

$\therefore v_e = 61.7$ km/s

৯২। একটি কাল্পনিক গ্রহের ব্যাসার্ধ 3200 km এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ 4.1 ms^{-2}। ঐ গ্রহে মুক্তি বেগের মান কত? [সি. বো. ২৪]

ক $11.2\ kms^{-1}$ খ $7.92\ kms^{-1}$
গ $6.45\ kms^{-1}$ ঘ $5.122\ kms^{-1}$

উত্তর: ঘ $5.122\ kms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $v_e = \sqrt{2gR} \Rightarrow v_e = \sqrt{2 \times 4.1 \times 3.2 \times 10^6} = 5.122\ kms^{-1}$

৯৩। পৃথিবী এবং অন্য একটি গ্রহের মুক্তিবেগ যথাক্রমে v_e এবং v_m। গ্রহটির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ এবং গ্রহটির গড় ঘনত্ব পৃথিবীর গড় ঘনত্বের সমান হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

ক $v_e = \frac{v_m}{4}$ খ $v_e = \frac{v_m}{2}$ গ $v_e = v_m$ ঘ $v_e = 2v_m$

উত্তর: খ $v_e = \frac{v_m}{2}$

ব্যাখ্যা: $v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi\rho GR^2}$ ∴ গড় ঘনত্ব সমান হলে, $v_e \propto R$

$\therefore \frac{v_m}{v_e} = \frac{R_m}{R_e} = 2 \Rightarrow v_m = 2v_e \Rightarrow v_e = \frac{v_m}{2}$

৯৪। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে যদি কোন বস্তুকে v বেগে নিক্ষেপ করা হয় তবে বস্তুটি কোন শর্তে পৃথিবীকে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করবে? v_e মুক্তিবেগ।

ক $v_2 < \frac{v_e^2}{2}$ খ $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ গ $v^2 > \frac{v_e^2}{2}$ ঘ $v = v_e$

উত্তর: ক $v_2 < \frac{v_e^2}{2}$

ব্যাখ্যা: i. $v^2 < \frac{v_e^2}{2}$ হলে উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে পৃথিবীতে ফিরে আসবে।

ii. $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হলে বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে।

iii. $\frac{v_e^2}{2} > v^2 < v_e^2$ হলে উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে।

iv. $v = v_e$ হলে অধিবৃত্তাকার পথে পৃথিবী ছেড়ে যাবে।

v. $v > v_e$ হলে পরাবৃত্তাকার পথে পৃথিবী ছেড়ে যাবে।

৯৫। কোনো বস্তুকে মুক্তিবেগের কতগুণ বেগে নিক্ষেপ করলে কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে? [ব. বো. ১৭]

ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ খ $\frac{1}{2}$ গ $\sqrt{2}$ ঘ 2

উত্তর: ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা: $v = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$ হলে কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে।

৯৬। ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণরত কোনো উপগ্রহকে অতিরিক্ত কত বেগ দিলে সেটি পৃথিবীর আকর্ষণ ছাড়িয়ে চলে যাবে? [রা. বো. ২২]

ক $10.8\ kms^{-1}$ খ $9.2\ kms^{-1}$ গ $7.8\ kms^{-1}$ ঘ $3.25\ kms^{-1}$

উত্তর: ঘ $3.25\ kms^{-1}$

ব্যাখ্যা: ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6}} = 7.909\ kms^{-1}$

পৃথিবীর আকর্ষণ ছাড়াতে প্রয়োজনীয় অতিরিক্ত বেগ $= v_e - v = (11.2 - 7.909)\ kms^{-1} \approx 3.25\ kms^{-1}$

৯৭। একটি উপগ্রহ পৃথিবীর তলের কাছ দিয়ে ঘুরছে। এটিকে অসীমে পাঠাতে হলে এর গতি বাড়াতে হবে–

ক 20% খ 30% গ 40% ঘ 60%

উত্তর: গ 40%

ব্যাখ্যা: পৃথিবীর তলের কাছে, $v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 7.909$ km/s

অসীমে পাঠাতে হলে,

$\frac{v_e - v}{v_e} \times 100\% = \frac{11.2 - 7.909}{7.909} \times 100\% \approx 40\%$ গতি বাড়াতে হবে।

৯৮। মুক্তিবেগ– [ঢা. বো. ১৯]

(i) বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে
(ii) এর মান পৃথিবীপৃষ্ঠে 11.2 kms^{-1}
(iii) অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।

৯৯। কোনো একটি কাল্পনিক গ্রহের ভর এবং ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি করলে উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগ– [চ. বো. ১৭]

(i) বাড়তে পারে
(ii) কমতে পারে
(iii) অপরিবর্তিত থাকতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ $\therefore v_e \propto \sqrt{\frac{M}{R}}$

অর্থাৎ, $\frac{M}{R}$ অনুপাতের উপর নির্ভর করে মুক্তিবেগ বৃদ্ধি, হ্রাস বা অপরিবর্তিত থাকতে পারে।

১০০। যদি কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ v এবং মুক্তিবেগ v_e হয়, তবে– [য. বো. ১৫]

(i) $v > v_e$ হলে, বস্তুটি পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যাবে
(ii) $v^2 = \frac{v_e^2}{2}$ হলে, বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে
(iii) $v = v_e$ হলে, বস্তুটি চাঁদের মতো পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ১০১ ও ১০২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

পৃথিবীর মুক্তিবেগ 11.2 kms^{-1}। পৃথিবীর সমভরের একটি কাল্পনিক গ্রহের ব্যাসার্ধ এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান পৃথিবীর মানের যথাক্রমে অর্ধেক এবং দ্বিগুণ।

১০১। ঐ গ্রহটির মুক্তিবেগ পৃথিবীর মানের কতগুণ? [দি. বো. ২৩]

ক দ্বিগুণ খ সমান গ অর্ধেক ঘ এক চতুর্থাংশ

উত্তর: খ সমান

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{2 \times (2g_e) \times \left(\frac{R_e}{2}\right)} = \sqrt{2g_eR_e}$ $\therefore v = v_e$

১০২। যদি গ্রহটিকে একটি সুষম গোলক ধরা হয় তবে এর– [দি. বো. ২৩]

(i) পৃষ্ঠ সমবিভব তল হবে
(ii) অভিকর্ষীয় ত্বরণ হবে 19.6 ms^{-2}
(iii) পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য পৃথিবীর মানের চেয়ে বেশি হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: (i) সুষম গোলকের পৃষ্ঠ একটি সমবিভব তল।
(ii) কাল্পনিক গ্রহের অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g_p = 2g_e = 19.6\ ms^{-2}$
(iii) পৃষ্ঠে প্রাবল্য, $E = g \quad \therefore E_p = 2E_e$

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ১০৩ ও ১০৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

M ভর এবং R ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে m ভরের একটি বস্তুকে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলো। [এখানে, g = অভিকর্ষজ ত্বরণ; G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক।]

১০৩। মুক্তিবেগ হলো– [সি. বো. ২৩]

ⓚ $v_e = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ ⓛ $v_e = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)^2}}$
ⓖ $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ ⓘ $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}}$

উত্তর: ⓖ $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

১০৪। একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত বেগে ছুঁড়লে এটি কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে? [দি. বো. ২৫; অনুরূপ সি. বো. ২৩]

ⓚ 11.2 kms^{-1} ⓛ 7.9 kms^{-1}
ⓖ 11.2 ms^{-1} ⓘ 7.9 ms^{-1}

উত্তর: ⓛ 7.9 kms^{-1}

ব্যাখ্যা: কৃত্রিম উপগ্রহে পরিণত হবে, $v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR}$
$= \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 7.9\ kms^{-1}$

অভিকর্ষ কেন্দ্র

১০৫। সুষম আয়তাকার বস্তুর ভরকেন্দ্র থাকে– [রা. বো. ২৪]

ⓚ জ্যামিতিক কেন্দ্রে ⓛ মধ্যবিন্দুতে
ⓖ কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুতে ⓘ মধ্যমাত্রয়ের ছেদ বিন্দুতে

উত্তর: ⓖ কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুতে

ব্যাখ্যা: i. সুষম দণ্ড → মধ্যবিন্দুতে।
ii. বৃত্ত ও আংটি → জ্যামিতিক কেন্দ্রে।
iii. সামান্তরিক/ আয়ত/বর্গ → কর্ণদ্বয়ের ছেদ বিন্দুতে।
iv. বেলনাকৃতি বস্তু → অক্ষের মধ্যবিন্দুতে।

১০৬। বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্যে দিয়ে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করে তাকে কী বলে? [য. বো. ২২]

ⓚ অভিকর্ষ কেন্দ্র ⓛ অভিকর্ষ ত্বরণ
ⓖ মহাকর্ষ বল ⓘ মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য

উত্তর: ⓚ অভিকর্ষ কেন্দ্র

ব্যাখ্যা: অভিকর্ষ কেন্দ্র/ ভরকেন্দ্রে বস্তুর সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত থাকবে।

কৃত্রিম উপগ্রহ ও কক্ষপথ সংক্রান্ত

১০৭। পার্কিং কক্ষপথে আবর্তনরত কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল কত? [চ. বো. ২৪; য. বো., ম. বো. ২৩]

ⓚ 2h ⓛ 24h ⓖ 30d ⓘ 365d

উত্তর: ⓛ 24h

ব্যাখ্যা: ভূস্থির উপগ্রহ যে কক্ষপথে পৃথিবীকে আবর্তন করে তাকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

১০৮। কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [চ. বো. ২৫]

ⓚ $2\pi\sqrt{\frac{(R+h)}{R}}$ ⓛ $\sqrt{\frac{g}{(R+h)}}$
ⓖ $R\sqrt{\left(\frac{g}{R+h}\right)}$ ⓘ $\frac{2\pi(R+h)}{R}$

উত্তর: ⓖ $R\sqrt{\left(\frac{g}{R+h}\right)}$

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$
$= \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$

১০৯। ভূকেন্দ্র হতে 8×10^3 km দূরে অবস্থান করে এরূপ একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবীর চারদিকে কত বেগে ঘুরতে হবে? [য. বো. ২৪]

ⓚ 2518 ms^{-1} ⓛ 5810 ms^{-1}
ⓖ 7089 ms^{-1} ⓘ 8905 ms^{-1}

উত্তর: ⓖ 7089 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$
$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{8 \times 10^6}}$
$\Rightarrow v = 7074\ ms^{-1} \approx 7089\ ms^{-1}$ $[r = R + h = 8 \times 10^3\ km]$

১১০। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 10600 km উপরে অবস্থান করে ঘুরছে। এক্ষেত্রে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m/s^2 হলে এর বেগ কত? [ম. বো. ২৪]

ⓚ 3.13 km/s ⓛ 4.85 km/s
ⓖ 9.8 km/s ⓘ 16.18 km/s

উত্তর: ⓛ 4.85 km/s

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} \Rightarrow \sqrt{\frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{(6400 + 10600) \times 10^3}}$
$\therefore v = 4.85$ km/s

১১১। সূর্য ও গ্রহের গড় দূরত্ব দ্বিগুণ করা হলে গ্রহের গতি কতগুণ হবে? [কু. বো. ২৪]

ⓚ 2 গুণ ⓛ $2\sqrt{2}$ গুণ ⓖ 4 গুণ ⓘ 8 গুণ

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ $\left[v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}\right]$
$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\,v_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}\,v_1$;
$\therefore v_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,v_1$

১১২। সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ 1.5×10^{11} m এবং আবর্তনকাল 3.14×10^7 সে। পৃথিবীর দ্রুতি কত? [ব. বো. ২৪; অনুরূপ ম. বো. ২৪; ব. বো. ১৫]

ক) 3.13 km/s খ) 4.85 km/s গ) 9.8 km/s ঘ) 16.18 km/s

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 1.5 \times 10^{11}}{3.14 \times 10^7}$

$= 30.015$ km/s

১১৩। একটি কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষপথের উচ্চতার সমীকরণ– [দি. বো. ২২]

ক) $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$ খ) $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^3 - R$

গ) $h = \left(\frac{4\pi^2}{GMT^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$ ঘ) $h = \left(\frac{4\pi^2}{GMT^2}\right)^3 - R$

উত্তর: ক) $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

$\Rightarrow \frac{T^2 GM}{4\pi^2} = (R+h)^3$

$\Rightarrow R + h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$

$\therefore h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$

১১৪। ভূ-স্থির উপগ্রহের ক্ষেত্রে– [দি. বো. ১৯]

(i) এর কক্ষপথ পৃথিবীর নিরক্ষীয় তলে অবস্থিত
(ii) পশ্চিম দিক থেকে পূর্বদিকে আবর্তন করে
(iii) পৃথিবীর মুক্তি বেগের সমান বেগে আবর্তন করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: i. বৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীকে আবর্তন করে।
ii. কক্ষপথ পৃথিবীর নিরক্ষীয় তলে অবস্থান করে।
iii. পশ্চিম থেকে পূর্ব দিকে আবর্তন করে।
iv. ভূমি হতে উচ্চতা প্রায় 36000 km
v. বেগ প্রায় 3.08 km/s

১১৫। একটি সরলদোলককে ঘূর্ণায়মান কৃত্রিম উপগ্রহের ভেতরে নিলে– [সি. বো. ১৫]

(i) অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' শূন্য হবে
(ii) দোলনকাল অসীম হবে
(iii) দোলকটি স্থির থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

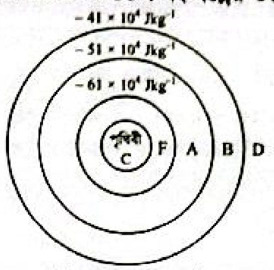
উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: কৃত্রিম গ্রহের অভ্যন্তরে, $g = 0$;

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \infty$

অতএব, দোলকটি স্থির থাকবে।

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ১১৬ ও ১১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{24}$ kg

১১৬। B ও D কক্ষপথের দূরত্ব কত?

ক) 1.914×10^5 m খ) 1.02×10^6 m
গ) 1.02×10^5 m ঘ) 1.914×10^8 m

উত্তর: ঘ) 1.914×10^8 m

ব্যাখ্যা: $V = \frac{-GM}{r} \Rightarrow r = -\frac{GM}{V}$

$\therefore r_B = -\frac{GM}{V_B} = -\frac{-6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{-51 \times 10^4} = 784.7 \times 10^6$ m

$\therefore r_D = \frac{-6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{-41 \times 10^4} = 976.1 \times 10^6$ m

$\therefore r_D - r_B = 191.4 \times 10^6$ m

১১৭। সকল কক্ষপথে বস্তুর কৌণিক বেগ সুষম হলে উদ্দীপকের কোন কক্ষপথে কোনো বস্তুর কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হবে?

ক) F খ) A গ) B ঘ) D

উত্তর: ঘ) D

ব্যাখ্যা: $F_c = m\omega^2 r$ $\Rightarrow \omega$ ধ্রুবক হলে, $F \propto r \therefore r$ সর্বোচ্চ হলো (D বিন্দুতে)। অতএব, D বিন্দুতে বস্তুর কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হবে।

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ১১৮ ও ১১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

মহাশূন্যযান ভস্টক-১ এ করে প্রথম মহাশূন্যচারী ইউরি গ্যাগরিন 89 মিনিট 6 সেকেন্ডে একবার পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেন। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.371 \times 10^6$ m, পৃথিবীর ভর, $M = 5.975 \times 10^{24}$ kg ও $G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}।]

১১৮। তিনি কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করেছেন?

ক) 237.66 km খ) 247.66 km গ) 257.66 km ঘ) 267.66 km

উত্তর: ক) 237.66 km

ব্যাখ্যা: $h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R$

$= \left\{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 5.975 \times 10^{24} \times (89 \times 60 + 6)^2}{4\pi^2}\right\}^{\frac{1}{3}} - (6.371 \times 10^6)$

$\therefore h = 237.66$ km

১১৯। তার মহাশূন্যযানের–

(i) কৌণিক বেগ ছিল 0.00118 rad s^{-1}
(ii) রৈখিক দ্রুতি ছিল 7.79 km s^{-1}
(iii) কক্ষপথের ব্যাসার্ধ ছিল 6608.66 km

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{(89 \times 60 + 6)} = 0.00118$ rads^{-1}

রৈখিক দ্রুতি, $v = \omega(R + h)$

$= 0.00118\ (6.371 \times 10^6 + 237.66 \times 10^3) = 7.79$ kms^{-1}

এবং কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $= 6.371 \times 10^6 + 237.66 \times 10^3 = 6608.66$ km

নিজেকে যাচাই করো

১। কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র কোন ভৌত রাশির নিত্যতা সূত্র থেকে প্রমাণ করা যায়?
ⓚ কৌণিক ভরবেগ ⓚ রৈখিক ভরবেগ ⓖ শক্তি ⓖ যান্ত্রিক শক্তি

২। কোনো গ্রহের মুক্তিবেগ 5 km/s। ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে উলম্বের সাথে 25° কোণে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে মুক্তিবেগ হবে–
ক) $5 \sin25°$ km/s খ) $5 \cos25°$ km/s
গ) $\frac{5}{\sin25°}$ km/s ঘ) 5 km/s

৩। গ্যালিলিওর তৃতীয় সূত্র কোনটি?
ক) $T^2 \propto r^2$ খ) $v \propto t$ গ) $h \propto t^2$ ঘ) None

৪। একটি কাল্পনিক গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.315 গুণ এবং ভর 0.095 গুণ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? (পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g)
ক) 9.38 g খ) 0.301 g গ) 1.04 g ঘ) 0.957 g

৫। মহাকর্ষ সূত্রের ভেক্টর রূপ নিচের কোনটি?
ক) $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$ খ) $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{21}$
গ) $\vec{F}_{21} = G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$ ঘ) $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^2}\vec{r}_{12}$

৬। সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল 365 দিন। পৃথিবী এবং সূর্যের মধ্যকার গড় দূরত্ব 1.5×10^{11}m হলে সূর্যের ভর কত? (মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2})
ক) 1.56×10^{17} kg খ) 2×10^{20} kg
গ) 6×10^{24} kg ঘ) 2×10^{30} kg

৭। কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের প্রকৃত মান 9.81 ms^{-2}। সরল দোলকের পরীক্ষার মাধ্যমে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.76 ms^{-2} পাওয়া গেলে শতকরা ত্রুটি কত?
ক) 0.51% খ) 2% গ) 9.76% ঘ) 0.99%

৮। পৃথিবীর আকার হঠাৎ ছোট হয়ে এর ব্যাসার্ধ পূর্বের অর্ধেক হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন হবে। পরিবর্তিত মান পূর্বমানের কতগুণ হবে?
ক) 2 গুণ খ) 4 গুণ গ) 6 ঘ) 8 গুণ

৯। পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব $r(r > R)$ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মধ্যে সম্পর্ক–
ক) $g \propto r$ খ) $g \propto \frac{1}{r}$ গ) $g \propto r^2$ ঘ) $g \propto \frac{1}{r^2}$

১০। পৃথিবীর চারদিকে আবর্তনরত একটি কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি 2 MJ হলে মোট যান্ত্রিক শক্তি কত?
ক) 2 MJ খ) –2 MJ গ) 4 MJ ঘ) –4 MJ

১১। ভূপৃষ্ঠ হতে যে গভীরতায় ও উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান হবে সেই গভীরতা ও উচ্চতার অনুপাত হবে প্রায়–
ক) 1 : 1 খ) 1 : 2 গ) 2 : 1 ঘ) 3 : 1

১২। কক্ষপথে আবর্তনরত কৃত্রিম উপগ্রহ–
(i) সমদ্রুতিতে গতিশীল (ii) মুক্তভাবে পতনশীল (iii) ওজনহীন
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১৩। পৃথিবীর ঘূর্ণন বন্ধ হলে বিষুব রেখায় g এর মান–
ক) বৃদ্ধি পাবে খ) হ্রাস পাবে
গ) একই থাকবে ঘ) শূন্য হবে

১৪। ভর ধ্রুব রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ করা হলে কোনো বস্তুর ওজন হবে–
ক) এক-চতুর্থাংশ খ) অর্ধেক গ) দ্বিগুণ ঘ) চারগুণ

১৫। R ব্যাসার্ধের পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষ বিভব V হলে পৃষ্ঠ হতে R উচ্চতায় বিভবের মান কত?
ক) V/4 খ) V/2 গ) V ঘ) 2V

১৬। R ব্যাসার্ধের কোনো গ্রহের পৃষ্ঠে মহাকর্ষীয় বিভব V হলে, পৃষ্ঠ হতে 2R উচ্চতায় বিভবের মান কত?
ক) –3 V খ) $-\frac{1}{3}$ V গ) 3 V ঘ) $\frac{1}{3}$ V

১৭। যদি কোনো গ্রহের ভর 2×10^{27} kg ও ব্যাসার্ধ 7×10^7m হয় তবে ঐ গ্রহের মুক্তিবেগ কত? [$G = 6.673 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}]
ক) 30.8 kms^{-1} খ) 43.66 kms^{-1}
গ) 61.7 kms^{-1} ঘ) 5.17×10^6 kms^{-1}

১৮। একটি উপগ্রহ পৃথিবীর তলের কাছ দিয়ে ঘুরছে। এটিকে অসীমে পাঠাতে হলে এর গতি বাড়াতে হবে–
ক) 20% খ) 30% গ) 40% ঘ) 60%

১৯। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 10600 km উপরে অবস্থান করে ঘুরছে। এক্ষেত্রে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km ও ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান 9.8 m/s^2 হলে এর বেগ কত?
ক) 3.13 km/s খ) 4.85 km/s গ) 9.8 km/s ঘ) 16.18 km/s

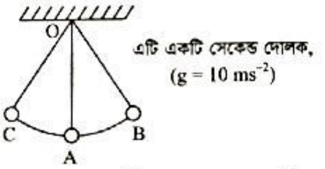
২০। কোনো গ্রহের ভর 2.4×10^{25} kg ও ব্যাস 4×10^8 m হলে মুক্তিবেগ কত?
ক) 4000 kms^{-1} খ) 2829.13 ms^{-1} গ) 4 kms^{-1} ঘ) 28.2913 kms^{-1}

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
সরলদোলন গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $Y = 20 \sin(\omega t + \delta)$ cm, পর্যায়কাল 20 sec এবং আদি সরণ 5 cm.

২১। কণাটির সর্বোচ্চ বেগ কত?
ক) 2π cms^{-1} খ) π cms^{-1} গ) $\frac{\pi}{2}$ cms^{-1} ঘ) 3π cms^{-1}

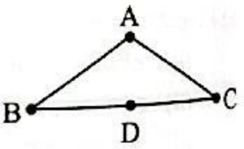
২২। মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট সরল দোলকের কম্পাঙ্ক?
ক) 2 Hz খ) 0 Hz গ) ∞ Hz ঘ) কোনোটিই নয়

❖ নিচের উদ্দীপকের সাহায্যে ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



২৩। AB দূরত্ব অতিক্রম করতে ববটির কত সময় লাগবে?
ক) 2s খ) 1s গ) 0.75s ঘ) 0.5s

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
A ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $m_1 = 3$kg ও $m_2 = 5$kg ভরের দুটি বস্তু আছে।
AB = AC = 2m এবং BC = 6 m এবং BD = CD



২৪। D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মান–
ক) $\frac{9}{2}$G খ) $\frac{8}{9}$G গ) $\frac{2}{9}$G ঘ) $\frac{9}{8}$G

২৫। A ও D বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভবের অনুপাত–
ক) 3 : 2 খ) 1 : 1 গ) 8 : 3 ঘ) 2 : 1

উত্তরপত্র		১	ক	২	ঘ	৩	গ	৪	ঘ	৫	ক	৬	ঘ	৭	ক	৮	খ	৯	ঘ	১০	খ	১১	গ	১২	খ
১৩	ক	১৪	ক	১৫	খ	১৬	ঘ	১৭	গ	১৮	গ	১৯	খ	২০	গ	২১	ক	২২	খ	২৩	ঘ	২৪	গ	২৫	ক

সপ্তম অধ্যায়

পদার্থের গাঠনিক ধর্ম
Structural Properties of Matter

Board Questions Analysis

সৃজনশীল প্রশ্ন

টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
স্থিতিস্থাপকতা	★★★	৫	৪	রা. বো. ২৪, ২২; ব. বো. ২৪, ২৩; চ. বো. ২২; ম. বো. ২২; ঢা., য., দি., সি., বো. ১৮	গ → ১১, ১৬, ১৯, ৩১ ঘ → ১৯, ৩১	গ → ৩, ৬, ৭ ঘ → ৮, ২৩
স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক	★★★★★	১০	৩৪	ম. বো., ব. বো., রা. বো., চ. বো., য. বো., সি. বো., কু. বো., ২৫; ঢা. বো. ২৪, ২২, ১৯, ১৭, ১৬, ১৫; চ. বো. ২৪, ২৩, ২২, ১৯, ১৭; ম. বো. ২৪, ২৩; দি. বো. ২৪, ২৩, ২২, ১৯, ১৫; রা. বো. ২৪, ২৩, ২২, ১৭; কু. বো. ২৪, ২৩, ২২; সি. বো. ২৪, ২৩, ২২, ১৯; য. বো. ২৩, ২২, ১৭; ব. বো. ২৩, ২২, ১৭, ১৫	গ → ৫, ৩, ৬, ১২, ১৪, ১৫, ২৪ ঘ → ১, ৪, ২, ৬, ৯, ১১, ১৩, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮	গ → ১, ৪, ১২, ১৫, ১৭ ঘ → ২, ৩, ৬, ১৫, ১৭
পয়সনের অনুপাত	★★★★	১৮	৬	রা. বো., চ. বো., কু. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪, ২৩, ২২, ১৫; চ. বো. ২৪, ১৯, ১৭; দি. বো. ২৪, ২৩, ১৫; য. বো. ২৪, ২২; কু. বো. ২৪, ২২; সি. বো. ২৪, ২৩, ১৭; ব. বো. ২৪, ২২, ১৫; রা. বো. ২৩, ১৭; ম. বো. ২৩	গ → ২, ১০, ১৩ ঘ → ৫, ৩, ৭, ৮, ১০	গ → ৮ ঘ → ৪
স্থিতিস্থাপক সঞ্চিত শক্তি	★★★★	১৫	২	ম. বো., ব. বো. য. বো., দি. বো., ২৫; ম. বো. ২৪; য. বো. ২৪, ২৩, ১৮, ১৭; ঢা. বো. ২৩, ১৯, ১৮, ১৬; চ. বো. ২৩; সি. বো. ২২, ১৯, ১৮; দি. বো. ২২, ১৯, ১৮	গ → ১, ৪, ৮, ৯, ১৭, ১৮ ঘ → ১২, ১৪	গ → ২৩, ২৪ ঘ → ১
প্রবাহী ও প্রবাহীর সান্দ্রতা	★★★	৫	৬	কু. বো. ১৯, ১৮, ১৭; রা. বো. ১৯; চ. বো. ১৮; ব. বো. ১৮, ১৭, ১৬; সি. বো. ১৬	গ → ২০, ২২, ২৫, ২৬, ২৯ ঘ → ২০, ২১, ২৪, ২৫, ২৬, ২৯	গ → ৯, ১৩, ১৪, ২১ ঘ → ১৩, ১৪, ২১
পৃষ্টটান ও পৃষ্ঠশক্তি	★★★	২	১	কু. বো. ১৯, ১৭; দি. বো. ১৭	গ → ২১, ২৩ ঘ → ২৩	গ → ১০, ১১, ১৬, ১৮, ১৯, ৫ ঘ → ৯, ১০, ১১, ১২, ১৬, ১৮, ২০, ২২
স্পর্শকোণ ও কৈশিকতা	★★★	২	৩	কু. বো. ১৮; চ. বো. ১৮, ১৬; ব. বো. ১৮; রা. বো. ১৬	গ → ২৭, ২৮, ২৯, ৩০ ঘ → ২২, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০	গ → ২০, ২২ ঘ → ১৯, ৫

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

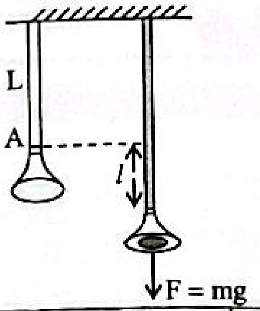
বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৩	২	৩	৩	৩	৩	৩	৩	৩
২০২৪	২	২	২	৩	৩	৩	৩	৩	৩
২০২৩	৩	৩	৩	৩	২	৩	৩	৪	৩
২০২২	৩	১	৩	২	২	৩	২	২	২
২০২১	×	×	×	×	×	×	×	×	×
২০১৯	২	২	৩	৩	৪	৪	৫	৩	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-৩								৩
২০১৭	২	৩	৩	৩	২	১	৩	৪	–
২০১৬	৫	২	৩	৩	৩	৩	৪	৪	–
২০১৫	৪	৩	২	৪	৪	৪	৪	৫	–

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ

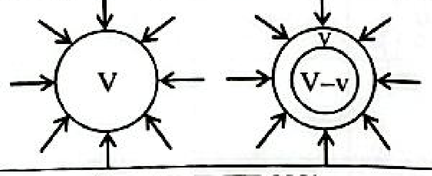
■ **দৈর্ঘ্য বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য পীড়ন**

- দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{l}{L}$
- দৈর্ঘ্য পীড়ন $= \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2}$



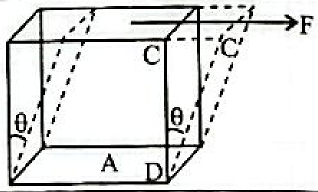
■ **আয়তন বিকৃতি ও আয়তন পীড়ন**

- আয়তন বিকৃতি $= \frac{v}{V}$
- আয়তন পীড়ন $= \frac{F}{A}$



■ **আকার বা ব্যবর্তন বা মোচড় বিকৃতি এবং পীড়ন**

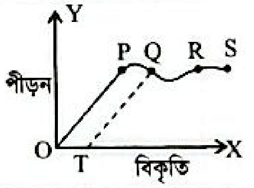
- ব্যবর্তন বিকৃতি $= \theta$ (রেডিয়ান) $= \tan\theta = \frac{CC'}{CD}$
- ব্যবর্তন পীড়ন $= \frac{F}{A}$ [যেখানে, তলের ক্ষেত্রফল A]



■ **ইয়ং বা দৈর্ঘ্য গুণাঙ্ক (Young's Modulus)**

- $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

  $= \frac{FL}{Al} = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$



OP পর্যন্ত পীড়ন ∝ বিকৃতি [হুকের সূত্র]
Q বিন্দুতে স্থায়ী বিকৃতি হয়
R বিন্দু নতিবিন্দু
S সহন সীমা যেখানে তার ছিঁড়ে যায়

■ অসহ পীড়ন $= \frac{\text{অসহবল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদে ক্ষেত্রফল}}$

অসহ বল = যে বল প্রয়োগে বস্তু ছিড়ে যায়।
অসহ বলকে অসহ ভারও বলা হয়।

■ **আয়তন গুণাঙ্ক (Bulk modulus):**

- $K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{FV}{Av}$

  $= \frac{PV}{v}$ [∵ চাপ, $P = \frac{F}{A}$]

সংনম্যতা $= \frac{1}{\text{আয়তন গুনাঙ্ক}} = \frac{1}{K}$

আয়তন গুনাঙ্ককে অসংনম্যতা (Incompressibility) ও বলে।

■ **দৃঢ়তার গুনাঙ্ক (Modulus of rigidity):**

- $\eta = \frac{\text{ব্যবর্তন পীড়ন}}{\text{ব্যবর্তন বিকৃতি}} = \frac{\frac{F}{A}}{\theta} = \frac{F}{A\theta}$

যেখানে, θ আকার বিকৃতি

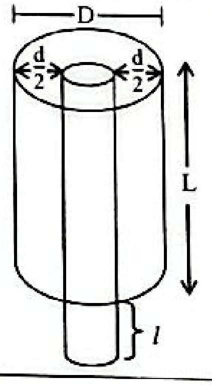
θ (রেডিয়ান) $= \frac{\text{আপেক্ষিক সরণ}}{\text{তলের মধ্যবর্তী দূরত্ব}}$

■ **পয়সনের অনুপাতঃ**

- $\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

  $= \frac{d/D}{l/L} = \frac{dL}{Dl}$

- দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{l}{L}$
- পার্শ্ব বিকৃতি $= \frac{d}{D}$



D = তারের প্রাথমিক ব্যাস
L = তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য
তাত্ত্বিকভাবে পয়সনের অনুপাতের সীমা, $-1 \le \sigma \le \frac{1}{2}$
ব্যবহারিক ক্ষেত্রে σ কখনও ঋণাত্মক হতে পারেনা, $0 \le \sigma \le \frac{1}{2}$ (ধাতব পদার্থের ক্ষেত্রে)

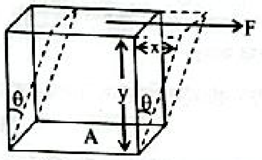
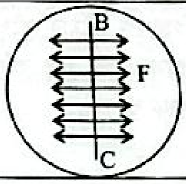
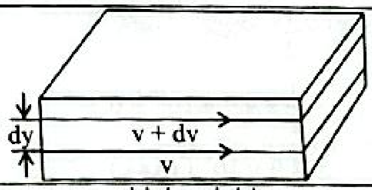
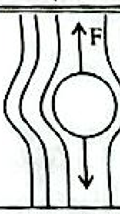
■ **স্থিতিস্থাপকতার স্থিতি শক্তির রাশিমালাঃ**

- দৈর্ঘ্য বিকৃতির জন্য স্থিতিশক্তি বা সঞ্চিত বিভবশক্তি

  $W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$

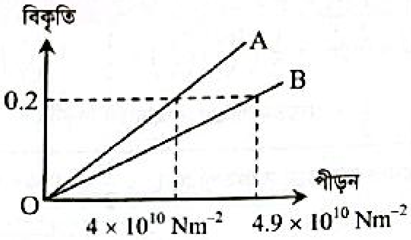
➤ একক আয়তনে বিভবশক্তি বা কৃতকাজ

$U = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\frac{Yl^2}{L^2} = \frac{1}{2} \times$ দৈর্ঘ্য পীড়ন × দৈর্ঘ্য বিকৃতি

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
• আয়তন বিকৃতির ক্ষেত্রে শক্তি, $W=\frac{1}{2}\frac{Bv^2}{V}$	➤ একক আয়তনে সঞ্চিতশক্তি, $U=\frac{\frac{1}{2}\frac{Bv^2}{V}}{V}=\frac{1}{2}\left(\frac{Bv}{V}\right)\left(\frac{v}{V}\right)=\frac{1}{2}\times P\left(\frac{v}{V}\right)$ $=\frac{1}{2}\times$ আয়তন পীড়ন × আয়তন বিকৃতি
• ব্যবর্তন বিকৃতির ক্ষেত্রে স্থিতিশক্তি, $W=\frac{1}{2}\frac{\eta Ax^2}{y}$ যেখানে, θ (রেডিয়ান) = $\tan\theta=\frac{x}{y}$	➤ একক আয়তনে সঞ্চিতশক্তি, $U=\frac{1}{2}\times$ ব্যবর্তন পীড়ন × ব্যবর্তন বিকৃতি 
■ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক: • $Y=3K(1-2\sigma)$ • $Y=2\eta(1+\sigma)$ • $\sigma=\frac{3K-2\eta}{6K+2\eta}$ • $\frac{9}{Y}=\frac{1}{K}+\frac{3}{\eta}$	যেখানে, Y = ইয়ং গুনাঙ্ক η = দৃঢ়তা গুনাঙ্ক K = আয়তন গুনাঙ্ক σ = পয়সনের অনুপাত
■ পৃষ্ঠটান (Surface tension): • $T=\frac{F}{L}$	L = 2BC = কার্যকর দৈর্ঘ্য F = স্পর্শনী বল (tangential force) 
■ পৃষ্ঠশক্তি (Surface Energy): • $E=\frac{W}{\Delta A}$ • $E=T$	যেখানে, তরল তলের ক্ষেত্রফল বাড়াতে W = কৃতকাজ ΔA = ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি
■ ক্ষেত্রফল পরিবর্তনে নির্গত শক্তি (কৃতকাজ): • $W=\Delta A\times T$ • N সংখ্যক ছোট ফোঁটা বড় ফোঁটায় পরিণত হলে কৃতকাজ/প্রয়োজনীয় শক্তি, $W=4\pi(Nr^2-R^2)T$ • একটি বড় ফোঁটা N সংখ্যক ছোট ফোঁটায় পরিণত হলে কৃতকাজ/প্রয়োজনীয় শক্তি, $W=4\pi(R^2-Nr^2)T$	R = বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ r = ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ ➤ ফাঁপা বুদবুদ প্রসারণে কৃতকাজ, $W=2\times4\pi(r_2^2-r_1^2)T$
■ সান্দ্রতা বলের নিউটনের সূত্র: • $F=\eta A\frac{dv}{dy}$	যেখানে, η = সান্দ্রতা গুণাঙ্ক A = ক্ষেত্রফল $\frac{dv}{dy}$ = বেগ অবক্রম 
■ তরলে পতনশীল বস্তুর স্টোকস এর সূত্র: • সান্দ্র বল, $F=6\pi\eta rv$	যেখানে, η = সান্দ্রতা গুণাঙ্ক r = বস্তুর ব্যাসার্ধ v = প্রান্তিক বেগ 
■ স্টোক্সের প্রান্তিক বেগের সমীকরণ: • $v=\frac{2r^2(\rho-\sigma)g}{9\eta}$	যেখানে, r = বস্তুর ব্যাসার্ধ (গোলক) ρ = বস্তুর ঘনত্ব σ = মাধ্যমের ঘনত্ব
■ কৈশিক নলে পৃষ্ঠটান, • $T=\frac{r\rho g\left(h+\frac{r}{3}\right)}{2\cos\theta}$ • $r<<h$ হলে, $T=\frac{hr\rho g}{2\cos\theta}$	যেখানে, r = কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, h = নলের মধ্যে পানি স্তরের উচ্চতা θ = স্পর্শ কোণ ➤ θ = 0° হলে, $T=\frac{hr\rho g}{2}$ (কাঁচ ও পানি)

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▸ ১ চিত্রে A ও B দুটি ভিন্ন উপাদানের তৈরি তারের জন্য পীড়ন বনাম বিকৃতির লেখচিত্র দেখানো হল:



(ক) পয়সনের অনুপাত কাকে বলে? [ম. বো. ২৫; চ. বো. ২২]

(খ) একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে উত্তপ্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৫; চ. বো. ২৩]

(গ) B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে বিল্ডিং তৈরির জন্য কোন তারটি বেশি উপযোগী হবে? গাণিতিকভাবে মতামত দাও। [ম. বো. ২৫; অনুরূপক কু. বো., ব. বো. ২৫]

সমাধান:

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।

খ একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে এর ভিতরের অণুগুলোর কম্পন বেড়ে যাবে ফলে অণুসমূহের মধ্যকার গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে। আমরা জানি, অণুসমূহের গতিশক্তি তাপমাত্রার সমানুপাতিক হারে বৃদ্ধি পায়। অতএব, গতিশক্তি বৃদ্ধির দরুণ ইস্পাতের তারে তাপের সৃষ্টি হবে এবং এর ফলে তারটির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ তারটি উত্তপ্ত হবে।

গ আমরা জানি,

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$U = \frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

$= \frac{1}{2} \times 4.9 \times 10^{10} \times 0.2$

$= 4.9 \times 10^9$ J **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
পীড়ন $= 4.9 \times 10^{10}$ Nm^{-2}
বিকৃতি $= 0.2$

ঘ আমরা জানি,

ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

A তারের ক্ষেত্রে,

$Y_A = \frac{4 \times 10^{10}}{0.2} = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}

B তারের ক্ষেত্রে,

$Y_B = \frac{4.9 \times 10^{10}}{0.2} = 2.45 \times 10^{11}$ Nm^{-2}

দেওয়া আছে,
A তারের পীড়ন
$= 4 \times 10^{10}$ Nm^{-2}
B তারের পীড়ন
$= 4.9 \times 10^{10}$ Nm^{-2}
বিকৃতি $= 0.2$

সুতরাং, $Y_B > Y_A$ অর্থাৎ B তারের স্থিতিস্থাপকতা বেশি হওয়ায়, B তারটি বিল্ডিং বানাতে বেশি উপযোগী হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২ একটি পরীক্ষণে 1 cm এবং 3 cm ব্যাসার্ধের ভিন্ন উপাদানের দুটি তার একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলানো হলো। তার দুটির দৈর্ঘ্য অভিন্ন। তার দুটিতে একই ভর ঝুলানোতে দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অর্ধেক হলো। প্রথম তারটির পয়সনের অনুপাত 0.3।

(ক) পীড়ন কী? [ঢা. বো. ২৪]

(খ) তাপমাত্রা বাড়ালে স্থিতিস্থাপক গুণাংকের মান কমে কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৪; কু. বো. ২২]

(গ) প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য 10% বাড়ালে এর ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে? [ঢা. বো. ২৪; অনুরূপ দি. বো. ২৪, ২৩; রা. বো. ২৩; ম. বো. ২৩; চ. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকের কোন তারটির ভার বহনের সক্ষমতা বেশি হবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [ঢা. বো. ২৪, ২২; অনুরূপ ম. বো. ২৪, ২৩; দি. বো. ২৪, ২৩, ২২, ১৯; কু. বো. ২৪; চ. বো. ২৪, ১৭; সি. বো. ২৪, ২৩, ১৯; রা. বো. ২৩; য. বো. ২৩, ২২; ব. বো. ২৩]

সমাধান:

ক বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে এ বলকে বাধাদানকারী একটি বলের উদ্ভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উদ্ভূত এ বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

খ আমরা জানি, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $= \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ এবং বিকৃতি $= \frac{\text{দৈর্ঘ্য পরিবর্তন}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}$

অর্থাৎ, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $\propto \frac{1}{\text{বিকৃতি}}$

তাপমাত্রা বাড়লে তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয়। অর্থাৎ বিকৃতি ঘটে। আবার বিকৃতি স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের ব্যস্তানুপাতিক। তাই বলা যায় যে, তাপমাত্রা বাড়লে যেহেতু দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয় তথা বিকৃতি ঘটে এজন্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কমে যায়।

গ পয়সনের অনুপাত $\sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}}$

বা, $\Delta r = -\sigma r \frac{\Delta L}{L}$

বা, $\Delta r = -0.3 \times 1 \times 0.1$

$\therefore \Delta r = -0.03$ cm

১ম তারের ব্যাসার্ধ, r = 1 cm
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\frac{\Delta L}{L} = 10\% = \frac{10}{100} = 0.1$
ব্যাসার্ধ হ্রাস, $\Delta r = ?$

এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে তারের ব্যাসার্ধ হ্রাস পেয়েছে। অতএত, ব্যাসার্ধ হ্রাস 0.03 cm। **(Ans.)**

ঘ ১ম তারের ক্ষেত্রে, $Y_1 = \frac{F_1L_1}{A_1l_1}$ এবং ২য় তারের ক্ষেত্রে, $Y_2 = \frac{F_2L_2}{A_2l_2}$

যেহেতু উভয় তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য অভিন্ন এজন্য $L_1 = L_2$ এবং একই ভর ঝুলালে, $F_1 = F_2$

$$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{\frac{F_1L_1}{A_1l_1}}{\frac{F_2L_2}{A_2l_2}} = \frac{A_2l_2}{A_1l_2} = \frac{\pi r_2^2 \frac{l_1}{2}}{\pi r_1^2 l_1} = \frac{r_2^2}{2r_1^2} = \frac{3^2}{2 \times 1^2} = \frac{9}{2}$$

[যেহেতু, ২য় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথমটির অর্ধেক এজন্য, $l_2 = \frac{l_1}{2}$]

বা, $Y_1 = \frac{9}{2} Y_2$ $\quad \therefore Y_1 > Y_2$

অতএব, ১ম তারটির ইয়ং এর গুণাংক ২য় তার অপেক্ষা বেশি। সুতরাং ১ম তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক। এজন্য ১ম তারের ভর বহনের সক্ষমতা বেশি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলন্ত একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 0.48 m এবং ব্যাস 5×10^{-4} m। তারটির দৈর্ঘ্য 2.4×10^{-5} m বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় ভর সংযুক্ত করল একজন শিক্ষার্থী। শিক্ষক বললেন, "তারটির পার্শ্ব (ব্যাস) হ্রাসের মান 2 nm এর বেশি হবে না।" তারের পয়সনের অনুপাত 0.33 এবং ইয়ং এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2}। [চ. বো. ২৫; ম. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

(ক) অসহ পীড়ন কী?

(খ) অ্যালুমিনিয়াম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 7.0×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? [চ. বো. ২৫]

(গ) শিক্ষার্থী কর্তৃক তারে সংযুক্ত ভর নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ২৪; রা. বো. ১৭]

(ঘ) শিক্ষকের বক্তব্যের যথার্থতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [চ. বো. ২৫]

সমাধানঃ

ক প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে প্রযুক্ত সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় তাকে অসহ পীড়ন বলে।

খ ইয়ং এর গুণাঙ্ক কোনো বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের পরিমাপ। হুকের সূত্রানুসারে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এবং বিকৃতি একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বলে।

অ্যালুমিনিয়াম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 7.0×10^{10} N/m² মানে হলো অ্যালুমিনিয়াম তারে যদি–

একক ক্ষেত্রফলের (1 m²) ওপর 7.0×10^{10} N বল প্রয়োগ করা হয় তবে তার দৈর্ঘ্য মূল দৈর্ঘ্যের সমান বাড়ার প্রবণতা দেখাবে। সহজভাবে বলা যায়, অ্যালুমিনিয়াম তার কতটা শক্ত বা অনমনীয়। অর্থাৎ অ্যালুমিনিয়াম তুলনামূলকভাবে অনেক চাপেও সামান্য প্রসারিত হয়।

গ তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$

$= \pi \times \left(\frac{5 \times 10^{-4}}{2}\right)^2$

$= 1.96 \times 10^{-7}$ m²

$Y = \frac{FL}{Al} = \frac{mgL}{Al}$

$\therefore m = \frac{YAl}{gL}$

$= \frac{2 \times 10^{11} \times 1.96 \times 10^{-7} \times 2.4 \times 10^{-5}}{9.8 \times 0.48}$

= 0.2 kg **(Ans.)**

এখানে, তারের,
ইয়ং এর গুণাঙ্ক,
$Y = 2 \times 10^{11}$ N/m²
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 2.4 \times 10^{-5}$ m
দৈর্ঘ্য, L = 0.48 m
ব্যাস, $d = 5 \times 10^{-4}$ m
$g = 9.81$ ms^{-2}

ঘ তারের পয়সনের অনুপাত,

$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

$\Rightarrow 0.33 = \frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{2.4 \times 10^{-5}}{0.48}}$

এখানে, তারের,
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 2.4 \times 10^{-5}$ m
দৈর্ঘ্য, L = 0.48 m
পয়সনের অনুপাত, σ = 0.33

$\therefore \frac{\Delta r}{r} = 0.33 \times \frac{2.4 \times 10^{-5}}{0.48} = 1.65 \times 10^{-5}$

$\therefore r = 1.65 \times 10^{-5} \times \frac{5 \times 10^{-4}}{2} = 4.125 \times 10^{-9}$ m

$= 4.125$ nm > 2 nm

∴ শিক্ষকের বক্তব্য যথার্থ নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ একই দৈর্ঘ্যের তিনটি তারের ব্যাস যথাক্রমে 3 mm, 4 mm এবং 5 mm। তার তিনটির প্রত্যেকটিতে 6×10^3 N বল প্রয়োগ করায় এদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4%, 2% এবং 1% বৃদ্ধি পেল।

(ক) হুকের সূত্রটি লেখ। [য. বো. ২৫, চ. বো. ২৩]

(খ) তরল ও গ্যাসের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক থাকে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫]

(গ) প্রথম তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর। [য. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপকের ২য় ও ৩য় তারের মধ্যে কোনটির স্থিতিস্থাপকতা বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৫]

সমাধানঃ

ক হুকের সূত্রটি হলো– স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

খ দৃঢ়তার গুণাঙ্ক হল কোনো পদার্থে স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করলে তার বিকৃতি প্রতিরোধ করার ক্ষমতার পরিমাপ। কঠিন পদার্থের অণুগুলো স্থির অবস্থানে থাকে এবং তাদের মধ্যে দৃঢ় পারস্পরিক বন্ধন থাকে। তাই স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করলে তারা সামান্য সরে গিয়ে আবার ভারসাম্যে ফিরে আসে। অন্যদিকে তরল ও গ্যাসে অণুগলো স্থায়ী অবস্থানে থাকে না, তারা সবসময় স্বাধীনভাবে চলাফেরা করে এবং তাদের মধ্যে কোনো স্থির আকৃতি নেই এবং নির্দিষ্ট স্পর্শকীয় বল প্রতিরোধ করার ক্ষমতা নেই। স্পর্শকীয় বল বা শিয়ার বল প্রয়োগ করলে তরল বা গ্যাস স্থায়ীভাবে প্রবাহিত হতে শুরু করে, পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে না। তাই তরল ও গ্যাসের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক শূন্য ধরা হয়।

গ একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$U = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$

এখানে,
তারের ব্যাস, $d = 3 \times 10^{-3}$ m
প্রযুক্ত বল, $F = 6 \times 10^3$ N
বিকৃতি, $\frac{l}{L} = 0.04$

$= \frac{1}{2} \times \frac{6 \times 10^3}{\pi \times (1.5 \times 10^{-3})^2} \times 0.04 = 1.7 \times 10^7$ J

সুতরাং, প্রথম তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি 1.7×10^7 J। **(Ans.)**

ঘ ২য় তারের,

$Y_2 = \frac{FL}{Al} = \frac{F}{\pi \times \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \times \left(\frac{l}{L}\right)_2}$

$= \frac{6 \times 10^3}{\pi \times \left(\frac{4 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 \times 0.02}$

$= 2.38 \times 10^{10}$ N/m²

এখানে,
প্রযুক্ত বল, $F = 6 \times 10^3$ N
২য় তারের ব্যাস, $d_2 = 4$ mm
৩য় তারের ব্যাস, $d_3 = 5$ mm
$\left(\frac{l}{L}\right)_2 = 2\%$
$\left(\frac{l}{L}\right)_3 = 1\%$

৩য় তারের, $Y_3 = \frac{FL}{A_2 l} = \frac{F}{\pi \times \left(\frac{d_3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{l}{L}\right)_3}$

$= \frac{6 \times 10^3}{\pi \times \left(\frac{5 \times 10^{-3}}{2}\right)^2 \times 0.01}$

$= 3.055 \times 10^{10}$ N/m²

$\because Y_2 < Y_3$, তাই ৩য় তার বেশি স্থিতিস্থাপক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৫ 1 m দীর্ঘ ও 2 mm ব্যাসার্ধের একটি তারে 5 kg ভরের বস্তু ঝোলালে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় 0.1 mm। তারটির পয়সনের অনুপাত 0.4।

(ক) অসংনম্যতা কাকে বলে? [রা. বো. ২৫]

(খ) পীড়ন স্কেলার না ভেক্টর রাশি? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫; ব. বো. ২৩]

(গ) তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৫; অনুরূপ চ. বো., সি বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপকের উল্লিখিত ভরের পরিমাণ কমিয়ে 2 kg করা হলে তারটির ব্যাসার্ধের কীরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২৫]

সমাধান:

ক অসংনম্যতা হলো কোনো পদার্থের এমন ধর্ম, যাতে বহিঃচাপ প্রয়োগ করলেও এর আয়তন প্রায় অপরিবর্তিত থাকে। যেমন: তরল পদার্থ (পানি) প্রায় অসংনম্য।

খ পীড়ন একটি স্কেলার রাশি, কারণ একে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য শুধুমাত্র মানের প্রয়োজন হয় কিন্তু দিকের প্রয়োজন পড়ে না। পীড়ন হলো কোনো বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বল। যদিও বল একটি ভেক্টর রাশি, কিন্তু পীড়নে বলকে ক্ষেত্রফল দিয়ে ভাগ করা হয় এবং এটি বস্তুর সামগ্রিক প্রভাবকে বোঝায় তাই এর শুধুমাত্র মানই যথেষ্ট।

উদাহরণস্বরূপ: যদি একটি ধাতব দণ্ডের উপর টান বা চাপ প্রয়োগ করা হয়, তবে বস্তুর ভেতরের প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর যে বল কাজ করে তাকে পীড়ন বলে। এই বলের দিক নির্দিষ্ট হলেও পীড়ন নিজেই একটি পরিমাপযোগ্য রাশি যা একক ক্ষেত্রফলের ওপর বলের পরিমাণ বোঝায়, যার জন্য কোনো বিশেষ দিকের প্রয়োজন হয় না।

গ তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

$A = \pi r^2 = \pi \times (2 \times 10^{-3})^2 = 1.25 \times 10^{-5}\ m^2$

∴ ইয়ং এর গুণাংক,

$Y = \frac{FL}{Al} = \frac{mgL}{Al}$

$= \frac{5 \times 9.8 \times 1}{1.25 \times 10^{5} \times 0.1 \times 10^{-3}}$

$= 3.92 \times 10^{10}\ N/m^2$ **(Ans.)**

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, $L = 1$ m
তারের ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-3}$ m
বস্তুর ভর, $m = 5$ kg
তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 0.1 \times 10^{-3}$ m

ঘ ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{F'L}{Al}$

$\Rightarrow 3.92 \times 10^{10} = \frac{2 \times 9.8}{1.25 \times 10^{-5} \times \frac{l}{L}}$

দেওয়া আছে,
পরিবর্তিত ভর, $m' = 2$ kg
তারটির পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.4$
'গ' হতে পাই,
$A = 1.25 \times 10^{-5}\ m^2$

$\Rightarrow \frac{l}{L} = 4 \times 10^{-5}$

∴ পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= 4 \times 10^{-5}$

আবার, $\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

$\Rightarrow 0.4 = \frac{\frac{\Delta r}{r}}{4 \times 10^{-5}}$

$\therefore \frac{\Delta r}{r} = 1.6 \times 10^{-5}$

∴ ব্যাসার্ধের পরিবর্তন, $\Delta r = (1.6 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-3})$ m

$= 3.2 \times 10^{-8}$ m **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৬ 10 cm বাহুবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তৈরি ঘনকের উপরিতলে 2.48×10^7 N আকার পীড়ন সৃষ্টিকারী স্পর্শক বল প্রয়োগ করলে বিপরীত স্থির তলের সাপেক্ষে তলটির 2.95 mm সরণ ঘটে। অপরদিকে 3 cm বাহুবিশিষ্ট একটি অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের বিপরীত তলে সমান ও বিপরীত স্পর্শকীয় বল প্রয়োগে তলের কৌণিক সরণ হয় 0.01°। অ্যালুমিনিয়ামের আকার গুণাঙ্ক $2.6 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$।

(ক) স্থিতিস্থাপক সীমা কাকে বলে? [রা. বো. ২৪, ২৩; দি. বো. ২৩, ২২; ম. বো. ২৩; ঢা. বো. ২২; সি. বো. ১৭]

(খ) পয়সনের অনুপাত ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব কি-না? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২২]

(গ) অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের উপর প্রযুক্ত বলের পরিমাণ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৪]

(ঘ) উদ্দীপকের কোন উপাদানের তৈরি ঘনকের দৃঢ়তা বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [রা. বো. ২৪]

সমাধান:

ক সর্বাধিক যে মানের বল পর্যন্ত কোন বস্তু পূর্ণস্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বস্তুটি পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে। পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = -\frac{L\Delta r}{r\Delta L}$

যেকোনো বল প্রয়োগে কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করলে ব্যাস হ্রাস পায় অর্থাৎ ΔL ধনাত্মক হলে Δr ঋণাত্মক হয়। আবার, ব্যাস বৃদ্ধি করলে দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়। অর্থাৎ ব্যাস ধনাত্মক হলে ΔL ঋণাত্মক হয়। অতএব, বাস্তব ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য বা ব্যাস বৃদ্ধি পেলে পয়সনের অনুপাত সবসময় ধনাত্মক হয় এবং এর মান ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব না। তাই σ এর বাস্তব মানের সীমা $0 < \sigma < \frac{1}{2}$।

গ দেওয়া আছে, অ্যালুমিনিয়ামের আকার গুণাঙ্ক, $\eta = 2.6 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 3$ cm $= 0.03$ m

∴ তলের ক্ষেত্রফল, $A = a^2 = (0.03)^2\ m^2 = 9 \times 10^{-4}\ m^2$

কৌণিক সরণ, $\theta = 0.01° = 0.01 \times \frac{\pi}{180}$ rad $= 5.56 \times 10^{-5}\ \pi$ rad

অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের উপর প্রযুক্ত বল F হলে,

আকার গুণাঙ্ক, $\eta = \frac{\frac{F}{A}}{\theta} = \frac{F}{A\theta}$

বা, $F = \eta A\theta = 2.6 \times 10^{10} \times 9 \times 10^{-4} \times 5.56 \times 10^{-5}\pi$

∴ $F = 4087.34$ N

সুতরাং, অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের উপর প্রযুক্ত বল, $F = 4087.34$ N **(Ans.)**

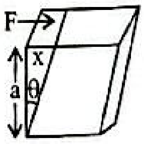
ঘ এখানে, ইস্পাতের ঘনকের ক্ষেত্রে, বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 10$ cm $= 0.1$ m

তলের ক্ষেত্রফল, $A = a^2 = (0.1\ m)^2 = 0.01\ m^2$

স্পর্শকীয় বল, $F = 2.48 \times 10^7$ N

আপেক্ষিক সরণ, $x = 2.95$ mm

$= 0.295$ cm



কৃন্তন বিকৃতি, $\theta = \frac{\text{সরণ}}{\text{বাহুর দৈর্ঘ্য}} = \frac{x}{a} = \frac{0.295\ cm}{10\ cm} = 0.0295$

এখন, ইস্পাতের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক η′ হলে,

$\eta' = \frac{\frac{F}{A}}{\theta} = \frac{F}{A\theta} = \frac{2.48 \times 10^7}{0.01 \times 0.0295} = 8.41 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

দেওয়া আছে, অ্যালুমিনিয়ামের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক, $\eta = 2.6 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

অর্থাৎ, $\eta' > \eta$; অতএব, ইস্পাতের তৈরি ঘনকের দৃঢ়তা বেশি। **(Ans.)**

THE EDUCATIONAL TEAM

প্রশ্ন ▶ ৭ **দৃশ্যকল্প-১:** একটি তারের আদি দৈর্ঘ্য 826 cm এবং তারের ব্যাস 4 mm, তারের ইয়ং এর গুণাংক $Y = 2 \times 10^{11}$ N/m^2, তারটির দৈর্ঘ্য 2 mm বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় ভর যুক্ত করা হলো।

দৃশ্যকল্প-২: 2 m দৈর্ঘ্য ও 1 mm ব্যাসার্ধের ইস্পাতের খণ্ডে 15 N বল প্রয়োগ করায় স্বাভাবিক অবস্থায় 2 mm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় এবং এটিকে স্প্রিং-এ রূপান্তর করলে 3 mm প্রসারণ হয়। অপর একটি ধাতব স্প্রিং-এ 4 cm প্রসারণে 6 Joule শক্তি সঞ্চিত হয়। (ব্যাসার্ধের পরিবর্তন উপেক্ষা করা হয়েছে)

(ক) ইয়ং এর গুণাংক কাকে বলে? [ব. বো. ২৪]

(খ) একটি স্টিল তারের ওপর প্রযুক্ত বল এবং ব্যাসার্ধ যদি দ্বিগুণ করা হয় তবে ইয়ং এর গুণাঙ্কের কি পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো., দি. বো., ম. বো. ২৩]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর স্প্রিং দুটির মধ্যে কোনটির অনমনীয়তা (Stiffness) বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [সি. বো. ২৫]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করাতে ব্যাস 0.02 mm হ্রাস পাওয়া সম্ভব কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ব. বো. ২৪]

সমাধান:

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বলে।

খ ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \dfrac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$। অর্থাৎ যে হারে পীড়ন ঘটে সে হারেই বিকৃতি ঘটবে।

বস্তুর ইয়ং এর গুণাঙ্ক প্রযুক্ত বল বৃদ্ধি বা হ্রাস কিংবা তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল তথা ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে না। বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ স্টিলের তৈরি তার এবং তামার তৈরি তার দুইটির ইয়ং এর গুনাঙ্ক ভিন্ন হবে। কিন্তু একই উপাদানেরই স্টিলের দুইটি ভিন্ন ব্যাসার্ধের তার কিংবা প্রযুক্ত বলের ভিন্নতার জন্য ইয়ং এর গুনাংকের কোন পরিবর্তন হয় না।

গ ১ম তারের জন্য, $F = k_1x_1$

$\Rightarrow 15 = k_1 \times 3 \times 10^{-3}$

$\Rightarrow k_1 = 5000$ N/m

২য় তারের জন্য, $W = \frac{1}{2}k_2x_2^2$

$\Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times k_2 \times (4 \times 10^{-2})^2$

$\Rightarrow k_2 = 7500 \text{ N/m} > k_1$

∴ দ্বিতীয় স্প্রিংয়ের অনমনীয়তা বেশি। **(Ans.)**

এখানে, ১ম তারে,
প্রযুক্ত বল, F = 15 N
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $x_1 = 3 \times 10^{-3}$ m
আবার, ২য় তারে,
সঞ্চিত শক্তি, W = 6 J
দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $x_2 = 4 \times 10^{-2}$ m

ঘ বিকৃতির আগে তারের আয়তন = বিকৃতির পর তারের আয়তন [∵ আয়তন ধ্রুবক থাকে]

বা, $\frac{1}{4}\pi D_1^2L_1 = \frac{1}{4}\pi D_2^2L_2$

বা, $D_1^2L_1 = D_2^2L_2$

বা, $D_2 = D_1\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = 4 \times \sqrt{\frac{8260}{8262}}$

$= 3.9995$ mm

∴ ব্যাস হ্রাস, $d = D_1 - D_2$

$= (4 - 3.995)$ mm

$= 0.0005$ mm

দেওয়া আছে, তারটির
আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = 826$ cm = 8260 mm
আদি ব্যাস, $D_1 = 4$ mm
পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, $L_2 = (8260 + 2) = 8262$ mm
পরিবর্তিত ব্যাস, D_2 = ?

এখানে, d < 0.02 mm

সুতরাং, উদ্দীপক মতে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে ব্যাস 0.02 mm পাওয়া সম্ভব নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ 3 m লম্বা ও 4×10^{-6} m^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো ধাতব তারের একপ্রান্তে 10 kg ভার ঝুলালে এটির দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি পায়। বিভিন্ন ধাতুর পয়সনের অনুপাত দেখানো হলো।

ধাতু	পয়সনের অনুপাত
লোহা	0.22
অ্যালুমিনিয়াম	0.33
সীসা	0.44

(ক) স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কী? [য. বো. ২৪, ২৩]

(খ) "কোনো তারের স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি 50 J" বলতে কী বুঝায়? [য. বো. ২৪]

(গ) তারটির দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধিতে কৃতকাজ কত? [য. বো. ২৪; অনুরূপ ঢা. বো. ২৩; ব. বো. ১৯; সি. বো. ১৯]

(ঘ) তারটি কোন পদার্থের তৈরি? মতামত দাও। [য. বো. ২৪]

সমাধান:

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে ঐ বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

খ কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটাতে চাইলে বাইরে থেকে অবশ্যই বল প্রয়োগ করতে হয়। এর ফলে কাজ সংঘটিত হয়। উক্ত কাজ বস্তুতে বিভবশক্তিরূপে সঞ্চিত হয়। একেই স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে।

কোনো বস্তুর উপর স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি 50 J বলতে বোঝায়, বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে তারটি বিকৃতি করতে কৃতকাজ 50 J এবং ঐ 50 J তারের মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে সঞ্চিত আছে। বাহ্যিক বল অপসারিত হলে তারটি যদি তার আগের আকার ফিরে পায় তাহলে ঐ 50 J শক্তি তাপশক্তি কিংবা গতিশক্তি হিসেবে রূপান্তর হবে।

গ কৃতকাজ,

$W = \frac{1}{2} \times \frac{YAl^2}{L}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\frac{FL}{Al} \times Al^2}{L}$

$= \frac{1}{2}Fl = \frac{1}{2}mgl$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 9.8 \times 0.03$

$= 1.47$ J

দেওয়া আছে,
তারের দৈর্ঘ্য, L = 3 m
প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,
$A = 4 \times 10^{-6}$ m^2
তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,
l = L এর 1% $= 3 \times \frac{1}{100} = 0.03$ m
তারের এক প্রান্তে ঝুলানো বস্তুর ভর, m = 10 kg
কৃতকাজ, W = ?

অতএব, তারটির দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধিতে কৃতকাজ 1.47 J **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, তারটির আদি দৈর্ঘ্য, $L_1 = 3$m

তারটির প্রাথমিক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_1 = 4 \times 10^{-6}$ m^2

∴ তারটির প্রাথমিক আয়তন, $V_1 = 3 \times 4 \times 10^{-6}$ m^3 $= 12 \times 10^{-6}$ m^3

তারটির পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, L_2 = 3 + 3 এর 1% $= 3 + 3 \times \frac{1}{100} = 3.03$ m

ধরি, তারটির পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল = A_2

∴ পরিবর্তিত আয়তন হবে, $V_2 = A_2L_2 = 3.03A_2$ m^3

কিন্তু প্রাথমিক আয়তন = পরিবর্তিত আয়তন [∵ যেহেতু আয়তন ধ্রুবক থাকে]

বা, $3.03A_2 = 12 \times 10^{-6}$

বা, $A_2 = \frac{12 \times 10^{-6}}{3.03}$

বা, $\pi R_2^2 = 3.96 \times 10^{-6}$ [∵ R_2 = পরিবর্তিত তারের ব্যাসার্ধ]

বা, $R_2 = \sqrt{\frac{3.96 \times 10^{-6}}{\pi}} = 1.122778 \times 10^{-3}$ m

আবার,

প্রাথমিক ক্ষেত্রফল, $A_1 = 4 \times 10^{-6}$

বা, $\pi R_1^2 = 4 \times 10^{-6}$

বা, $R_1 = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-6}}{\pi}} = 1.1284 \times 10^{-3}$ m

$\therefore r = R_1 - R_2 = (1.1284 \times 10^{-3} - 1.122778 \times 10^{-3})$ m

$= 5.622 \times 10^{-6}$ m

আমরা জানি,

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = \frac{L_1 r}{R_1 l}$

$= \frac{3 \times 5.622 \times 10^{-6}}{1.1284 \times 10^{-3} \times 0.03}$

$= 0.498$

উদ্দীপকের তথ্যানুযায়ী, তারটির পয়সনের অনুপাত 0.498। যা উদ্দীপকের তিনটি ধাতুর পয়সনের অনুপাতের কোনটির সমান নয়। ফলে উদ্দীপকের ধাতব তারটি উল্লেখিত কোন ধাতুর তৈরি নয়। তবে সীসার পয়সনের অনুপাত সবচেয়ে কাছাকাছি হওয়ায় মতামত দেওয়া যায় তারটি সীসার তৈরি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ দৃশ্যকল্প-১: A ও B দুটি তারের দৈর্ঘ্য সমান। A তারের ব্যাস 3 mm এবং এর ইয়ং এর গুণাঙ্ক $Y_A = 2 \times 10^9$ Nm^{-2}। B তারের ব্যাস 2 mm। তার দুটিতে পৃথক পৃথক সময়ে প্রতিটিতে 400 kg ভর ঝুলালে প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির তিনগুণ হয়।

দৃশ্যকল্প-২: একটি স্টিল তারের উপর 10 N বল প্রয়োগে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় 0.1 mm। বলের পরিবর্তন করার ফলে একই দৈর্ঘ্যের এবং দ্বিগুণ ব্যাসার্ধের অন্য একটি তারে সমপরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে।

(ক) স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি কাকে বলে? [দি. বো. ২৫]

(খ) ইস্পাতের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2} ব্যাখ্যা কর।

[ম. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২৪; ব. বো. ২৪, ২২; য. বো. ২৩; চ. বো. ২২]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ এ প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 30% বৃদ্ধি করলে একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি নির্ণয় কর।

[ম. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২৩; দি. বো. ২২; ঢা. বো. ১৯; সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এ উদ্দীপকে উল্লিখিত বলের পরিবর্তনের পরিমাণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ব. বো. ১৯]

সমাধানঃ

ক যখন কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তু (যেমন: স্প্রিং, রাবার ব্যান্ড ইত্যাদি) কে টেনে বা চেপে বিকৃত করা হয় তখন বস্তুটির ভেতরে একটি বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়। এই সঞ্চিত শক্তিকেই স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে।

খ আমরা জানি, ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

অর্থাৎ, $Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{L}}$ [যেখানে, Δl = দৈর্ঘ্য পরিবর্তন]

এখন, ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2} বলতে বোঝায়, 1m দৈর্ঘ্য এবং 1m^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তারের দৈর্ঘ্য বরাবর 2×10^{11} N বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে।

গ একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$U = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\frac{YAl}{L}}{A} \times \frac{l}{L}$

$= \frac{1}{2} \times Y \times \left(\frac{l}{L}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^9 \times \left(\frac{0.3\ L}{L}\right)^2$

$\therefore U = 10^9 \times (0.3)^2 = 9 \times 10^7$ Jm^{-3} **(Ans.)**

দেওয়া আছে,

ইয়ং এর গুণাংক, $Y = 2 \times 10^9$ Nm^{-2}

তারের ব্যাস, d = 3 mm

ধরি, আদি দৈর্ঘ্য = L

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l = L এর 30% = 0.3 L

ঘ এখন, $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{YA_1 l_1}{L_1}}{\frac{YA_2 l_2}{L_2}}$

$\Rightarrow \frac{10}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$

$\Rightarrow \frac{10}{F_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$

$\Rightarrow \frac{10}{F_2} = \frac{r_1^2}{(2r_1)^2}$

$\Rightarrow \frac{10}{F_2} = \frac{1}{4}$

$\therefore F_2 = 40$N

১ম তারের ক্ষেত্রে,

প্রযুক্ত বল, $F_1 = 10$N

আদি দৈর্ঘ্য = L_1

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল = $A_1 = \pi r_1^2$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = l_1

২য় তারের ক্ষেত্রে,

প্রযুক্ত বল, F_2

আদি দৈর্ঘ্য = L_2

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল = $A_2 = \pi r_2^2$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = l_2

প্রশ্নমতে,

$L_1 = L_2$; $l_1 = l_2$; $r_2 = 2r_1$

অতএব, বলের পরিবর্তনের পরিমাণ $= F_2 - F_1$

$= (40 - 10)$ N

$= 30$ N **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ দৃশ্যকল্প-১: X এবং Y তারের বিভিন্ন রাশির মান নিম্নের ছকে দেয়া হলঃ

তার	দৈর্ঘ্য L(m)	ব্যাসার্ধ r(mm)	বল F(N)	দৈর্ঘ্য প্রসারণ l(mm)	ব্যাসহ্রাস d(mm)
X	0.80	0.5	5	7	0.005
Y	0.75	0.5	6	8	0.01

দৃশ্যকল্প-২: A ও B দুটি তার। A তারের দৈর্ঘ্য l_1 ও ব্যাসার্ধ r_1; অন্যদিকে B তারের দৈর্ঘ্য l_2 ও ব্যাসার্ধ r_2। উভয় তারে 7 kg ভর উল্লম্বভাবে নিচে চাপালো হলে A তারের দৈর্ঘ্য 1 mm বৃদ্ধি পায়। B তারেরও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।

(ক) ধাতব বন্ধন কী? [ব. বো. ২৫]

(খ) একটি তারের বিকৃতির মান বাড়াতে পীড়নের মান বৃদ্ধি করতে হবে কি? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]

(গ) X তারের পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর। [দৃশ্যকল্প-১ হতে]

[কু. বো. ২৪, অনুরূপ কু. বো. ২৫, ২২, ১৯; সি. বো. ২৪, ২৩, ১৭; য. বো. ২২; ব. বো. ২২]

(ঘ) B তারের আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে ইহার পয়সনের অনুপাতের মান বের করা সম্ভব কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দৃশ্যকল্প-২ হতে] [ঢা. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক যখন ধাতুর পরমাণুগুলো তাদের বহিঃস্থ স্তরের ইলেকট্রনসমূহকে (valence electrons) ছেড়ে দেয় এবং এই মুক্ত ইলেকট্রনগুলো ধাতুর ভেতরে স্বাধীনভাবে চলাচল করে তখন ধনাত্মক ধাতব আয়নসমূহ এবং মুক্ত ইলেকট্রনের মধ্যে যে আকর্ষণ বল সৃষ্টি হয় তাকে ধাতব বন্ধন বলে।

খ একটি তারের বিকৃতি বাড়াতে হলে অবশ্যই তারে প্রয়োগ করা পীড়ন বাড়াতে হবে।

আমরা জানি, পীড়ন = $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$ এবং হুকের সূত্র অনুযায়ী, পীড়ন ∝ বিকৃতি

$\therefore$ stress = Y × strain

যেখানে Y হলো ইয়ং এর গুণাঙ্ক। যেহেতু Y একটি ধ্রুবক (নির্দিষ্ট পদার্থের জন্য) তাই stress বাড়ালে strain বাড়বে। অর্থাৎ তারের উপর প্রয়োগকৃত পীড়ন যত বেশি হবে, তার বিকৃতিও তত বেশি হবে।

গ পয়সনের অনুপাত,

$\sigma = -\frac{dL}{Dl}$

$= -\frac{(-0.005)\times 0.8}{1\times 7\times 10^{-3}}$

$= 0.571$ **(Ans)**

দেওয়া আছে, X তারের,
আদি দৈর্ঘ্য, L = 0.8m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 7\text{mm} = 7\times 10^{-3}\text{m}$
আদি ব্যাস, D = (0.5 × 2)mm = 1mm
ব্যাসের হ্রাস, d = – 0.005mm

ঘ পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = -\frac{\frac{\Delta D}{D}}{\frac{\Delta L}{L}} = -\frac{\frac{dD}{D}}{\frac{dL}{L}}$

$$V = \pi r^2 L = \pi L\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2 L}{4}$$

যেহেতু আয়তন ধ্রুবক থাকে, $\frac{dV}{dL} = 0$

$$\Rightarrow \frac{d}{dL}\left(\frac{\pi D^2 L}{4}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4}\left[D^2 + L\times 2D\times\frac{dD}{dL}\right] = 0$$

$$\Rightarrow 2L\frac{dD}{dL} = -D$$

$$\Rightarrow -\frac{2dD}{D} = \frac{dL}{L}$$

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{\frac{dD}{D}}{\frac{dL}{L}} = -\frac{\frac{dD}{D}}{-\frac{2dD}{D}} = \frac{1}{2}$

অতএব, পয়সনের অনুপাত বের করা সম্ভব এবং এর মান 0.5। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ দৃশ্যকল্প-১: সমান দৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B এবং C এর উপর একই মানের পীড়ন 5×10^{12} Nm^{-2} প্রয়োগের ফলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে 5%, 2% এবং 1% হলো।

দৃশ্যকল্প-২: একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে 200 cm দৈর্ঘ্য ও 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন উপাদানের তার P ও Q ঝুলিয়ে তারদ্বয়ের নিচে 10 kg করে ভর ঝুলানো হলো। ফলে P তারটির দৈর্ঘ্য 7% ও Q তারটির দৈর্ঘ্য 8% বৃদ্ধি পেল। [$g = 9.8\ \text{m/s}^2$]

(ক) আন্তঃআণবিক বল কাকে বলে? [ব. বো. ২৩]

(খ) তামার পয়সনের অনুপাত 0.31 ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৫; কু. বো. ২৪]

(গ) 'B' তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি কত? নির্ণয় কর। [দৃশ্যকল্প-১ হতে] [ব. বো. ২৩]

(ঘ) সমান বল প্রয়োগে বস্তুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সাথে ইয়ং এর গুণাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দৃশ্যকল্প-২ হতে] [ঢা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক পদার্থের অণুগুলো নির্দিষ্ট দূরত্বে থেকে একে অপরকে যে বলে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ করে তাকে আন্তঃআণবিক বল বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ববিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে। অর্থাৎ পয়সনের অনুপাত = $\frac{\text{পার্শ বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

তামার পয়সনের অনুপাত 0.31 বলতে বোঝায়, যদি তামার তারকে টেনে এক একক দৈর্ঘ্য বাড়ানো হয় তবে তার ব্যাস বা প্রস্থ 0.31 একক হারে কমে যাবে। সহজ ভাষায়, তামা যখন টানা হয় তখন যে পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, তার প্রস্থ বা ব্যাস সেই বৃদ্ধির 31% হারে কমে যায়।

গ দেওয়া আছে, B তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = 2%

অর্থাৎ, $\frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}\times 100\% = 2\% = 0.02$

আমরা জানি বিকৃতি = $\frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}$

$\therefore$ B তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি = 0.02 **(Ans.)**

ঘ P তারের ক্ষেত্রে, $Y_P = \frac{FL}{Al_P} = \frac{10\times 9.8\times L}{1\times 10^{-6}\times 0.07\ L} = 1.4\times 10^9\ \text{Nm}^{-2}$

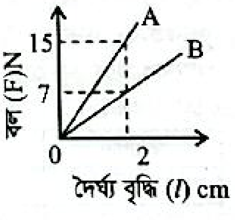
Q তারের ক্ষেত্র, $Y_Q = \frac{FL}{Al_Q} = \frac{10\times 9.8\times L}{1\times 10^{-6}\times 0.08\ L} = 1.23\times 10^9\ \text{Nm}^{-2}$

$\therefore \frac{Y_P}{Y_Q} = \frac{FL}{Al_P}\times\frac{Al_Q}{FL} = \frac{l_Q}{l_P}$

$\Rightarrow \frac{l_P}{l_Q} = \frac{1.23\times 10^9}{1.4\times 10^9}$ $\therefore l_P : l_Q = 0.88 : 1$

অতএব, গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যাচ্ছে, ভিন্ন উপাদানে তৈরি দুটি সদৃশ তারের দৈর্ঘ্য বরাবর সমান বল প্রয়োগ করা হলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ইয়ং এর গুণাংকের ব্যস্তানুপাতিক এবং এক্ষেত্রে উদ্দীপকের তারদ্বয়ের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অনুপাত 0.88 : 1। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ চিত্রে 1.5 m আদি দৈর্ঘ্যের A ও B দুইটি একই উপাদানের তার। প্রযুক্ত বলের সাথে তার দুইটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির লেখচিত্র উপরে প্রদর্শিত হয়েছে। $Y_A = 2\times 10^{11}\ \text{N/m}^2$



(ক) সান্দ্র বল কাকে বলে?

(খ) একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে উত্তপ্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৫; চ. বো. ২৩]

(গ) A তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। [চ. বো. ২৩]

(ঘ) 10 cm দৈর্ঘ্য প্রসারণে উভয় তারে কৃতকাজ সমান হবে কিনা তা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [চ. বো. ২৩]

সমাধান:

ক যে ধর্মের জন্য প্রবাহী তার অভ্যন্তরীণ বিভিন্ন স্তরের মধ্যকার আপেক্ষিক গতির বিপরীতে (স্পর্শীয়ভাবে) বাধার সৃষ্টি করে তাকে প্রবাহীর সান্দ্র বল বলে।

খ একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে এর ভিতরের অণুগুলোর কম্পন বেড়ে যাবে ফলে অণুসমূহের মধ্যকার গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে। আমরা জানি, অণুসমূহের গতিশক্তি তাপমাত্রার সমানুপাতিক হারে বৃদ্ধি পায়। অতএব, গতিশক্তি বৃদ্ধির দরুণ ইস্পাতের তারে তাপের সৃষ্টি হবে এবং এর ফলে তারটির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ তারটি উত্তপ্ত হবে।

গ ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y_A = \frac{FL}{Al} = \frac{FL}{\pi r^2 l}$

$\Rightarrow 2 \times 10^{11} = \frac{15 \times 1.5}{\pi \times r^2 \times (2 \times 10^{-2})}$

$\therefore r = 4.23 \times 10^{-5}$ m

$\therefore$ A তারের ব্যাসার্ধ 4.23×10^{-5} m **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
A তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক,
$Y_A = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}
বল, F = 15 N
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 2$ cm $= 2 \times 10^{-2}$ m
ব্যাসার্ধ, r = ?

ঘ ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{Al}$

$\Rightarrow F = \frac{YA}{L} \times l \therefore F \propto l$

অর্থাৎ A বস্তুর ক্ষেত্রে, $\frac{F'_A}{F_A} = \frac{l'_A}{l_A} \Rightarrow \frac{F'_A}{15} = \frac{10}{2}$

$\therefore F'_A = 75$ N

B বস্তুর ক্ষেত্রে, $\frac{F'_B}{F_B} = \frac{l'_B}{l_B} \Rightarrow \frac{F'_B}{7} = \frac{10}{2}$

$\therefore F'_B = 35$ N

$\therefore \frac{W_A}{W_B} = \frac{\frac{1}{2} F'_A l'_A}{\frac{1}{2} F'_B l'_B} \Rightarrow \frac{W_A}{W_B} = \frac{75 \times 0.1}{35 \times 0.1}$

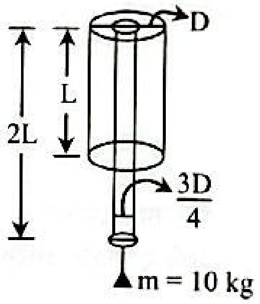
$\therefore W_A = 2.143\ W_B$ অর্থাৎ $W_A \neq W_B$

অর্থাৎ, দৈর্ঘ্য প্রসারণে উভয় তারে কৃতকাজ সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ দৃশ্যকল্প-১: A ও B দুইটি ধাতব তার। তাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 2 m ও 2.05 m এবং তাদের ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 5 mm। তার দুইটিতে সমান ভরের বস্তু ঝুলালে A তারের প্রসারণ B তারের প্রসারণ অপেক্ষা দ্বিগুণ হয়। A তারের পয়সণের অনুপাত 0.4।

দৃশ্যকল্প-২: অন্য একটি তারে 10 kg ভর ঝুলানোর ফলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ ও ব্যাস তিন-চতুর্থাংশ হয়।

উপাদান	Y-এর মান
অ্যালুমিনিয়াম	7×10^{10} Nm^{-2}
লোহা	11.5×10^{10} Nm^{-2}
তামা	13×10^{10} Nm^{-2}
ইস্পাত	20×10^{10} Nm^{-2}



(ক) নমনীয় বস্তু কাকে বলে?
(খ) অসহ পীড়ন 4.5×10^7Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? [ঢা. বো. ২২]
(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, A তারের দৈর্ঘ্য 25% বৃদ্ধি করলে ক্ষেত্রফল কতটুকু হ্রাস পাবে? [ঢা. বো. ২২]
(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, তারের ব্যাস D = 4.22×10^{-2} mm হলে উদ্দীপকের তথ্য মতে এটি কোন পদার্থের তৈরি, গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [কু. বো. ২২]

সমাধানঃ

ক বিকৃতিকারী বল অপসারণের পর যেসকল বস্তুর অবস্থার পুনঃপ্রাপ্তি ঘটে না তাদেরকে নমনীয় বস্তু বলে।

খ পদার্থের একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ার ফলে বস্তু ভেঙে বা ছিঁড়ে যায় তাকে ঐ পদার্থের অসহ পীড়ন বলে।

অর্থাৎ, অসহ পীড়ন = $\frac{\text{অসহ বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

অসহ পীড়ন 4.5×10^7 Nm^{-2} বলতে বোঝায় বস্তুটির প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর সর্বনিম্ন 4.5×10^7 N বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি ভেঙে বা ছিঁড়ে যাবে।

গ এখানে, A তারের ক্ষেত্রে, আদি দৈর্ঘ্য, L = 2 m

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l = L এর 25% $= L \times \frac{25}{100} = 0.25L$

আদি ব্যাস, D = 2 mm $= 2 \times 10^{-3}$m

আমরা জানি, $\sigma = \frac{dL}{Dl}$ [ব্যাস হ্রাস = d]

$\therefore d = \frac{\sigma D l}{L} = \frac{0.4 \times 2 \times 10^{-3} \times 0.25\ L}{L} = 2 \times 10^{-4}$ m

আদি ক্ষেত্রফল,

$A_1 = \frac{1}{4}\pi D^2 = \frac{1}{4} \times 3.1416 \times (2 \times 10^{-3})^2 = 3.1416 \times 10^{-6}$ m^2

আবার, পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল,

$A_2 = \frac{1}{4}\pi(D - d)^2 = \frac{1}{4} \times 3.1416 \times \{(2 \times 10^{-3}) - (2 \times 10^{-4})\}^2$

$= 2.545 \times 10^{-6}$ m^2

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস $= A_1 - A_2 = 5.97 \times 10^{-7}$m^2

$\therefore$ ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে 5.97×10^{-7}m^2 **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, তারে ঝুলানো ভর, m = 10kg

আদি দৈর্ঘ্য, L = x

পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য, L′ = 2x

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, l = L′ − L = 2x − x = x

তারের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{D}{2} = \frac{4.22 \times 10^{-2}}{2}$ mm $= 2.11 \times 10^{-5}$m

আমরা জানি,

$Y = \frac{FL}{Al} = \frac{mg \times x}{\pi r^2 \times x} = \frac{10 \times 9.8}{\pi \times (2.11 \times 10^{-5})^2} = 7 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

উদ্দীপক হতে প্রাপ্ত অ্যালুমিনিয়ামের ইয়ং গুনাঙ্কের সাথে তারের ইয়ং গুনাঙ্ক মিলে যায়। সুতরাং তারটি অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 2 m এবং ব্যাস 1 mm। তারটির উপর 10 N বল প্রয়োগ করার ফলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। ইস্পাত তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}।

(ক) কৃন্তন বিকৃতি কী? [সি. বো. ২১]
(খ) পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২২]
(গ) উদ্দীপক অনুসারে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর। [সি. বো. ২২]
(ঘ) তারটির প্রসারণে মোট কৃতকাজ, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি অপেক্ষা কতগুণ হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [সি. বো. ২২]

সমাধান:

ক বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবল আকৃতির পরিবর্তন হলে সৃষ্ট বিকৃতি তথা একক দূরত্বে অবস্থিত দুই তলের মধ্যবর্তী আপেক্ষিক সরণকে কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি বলে।

খ ভূপৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{4}{3}\pi G\rho(R - h)$

পৃথিবীর কেন্দ্রে, $h = R \therefore g = \frac{4}{3}\pi G\rho \times 0 = 0$

$\therefore$ পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ এর মান শূণ্য।

গ দেওয়া আছে, ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য, $L = 2$ m

ব্যাস, $D = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3}$ m

বল, $F = 10$ N

ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11}$ N

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = ?$

আমরা জানি, ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{Al}$

$$\Rightarrow l = \frac{FL}{AY} = \frac{10 \times 2}{\pi \times \left(\frac{1}{2} \times 10^{-3}\right)^2 \times 2 \times 10^{11}} = 1.27 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে 1.27×10^{-4} m **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে 1.27×10^{-4} m

$\therefore$ তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিতে মোট কৃতকাজ,

$$W = \frac{1}{2} \times F \times l = \frac{1}{2} \times 10 \times 1.27 \times 10^{-4} = 6.35 \times 10^{-4} \text{ J}$$

তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$$U = \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$$

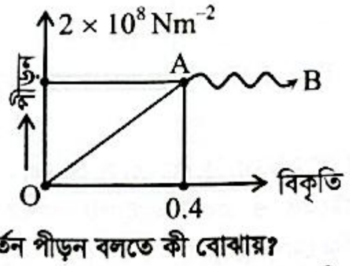
$$= \frac{1}{2} \times \frac{10}{\pi \times (0.5 \times 10^{-3})^2} \times \frac{1.27 \times 10^{-4}}{2}$$

$$= 404.253 \text{ Jm}^{-3}$$

এখানে, $\frac{W}{U} = 1.57 \times 10^{-6}$

$\therefore$ তারটির প্রসারণে মোট কৃতকাজ একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তির 1.57×10^{-6} গুণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ একটি স্থিতিস্থাপক বস্তুর পীড়ন বনাম বিকৃতি এর লেখচিত্র নিচে দেখানো হল।



(ক) আকার বা ব্যবর্তন পীড়ন বলতে কী বোঝায়?

(খ) পদার্থের মধ্যে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম সৃষ্টির কারণ কী? ব্যাখ্যা করো। [কু. বো. ২৩]

(গ) বস্তুটির স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় করো। [কু. বো. ২৩; অনুরূপ চ. বো. ২২; ঢা. বো. ১৭]

(ঘ) লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুর ঢাল থেকে ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব নয়– যৌক্তিক ব্যাখ্যা উপস্থাপন করো। [কু. বো. ২৩]

সমাধান:

ক বস্তুর কোনো তলে স্পর্শী বল প্রয়োগের ফলে যদি আকার বিকার ঘটে তবে ঐ তলের একক ক্ষেত্রফলে যে প্রত্যয়নী বল উৎপন্ন হয় তাকে আকার পীড়ন বা ব্যবর্তন পীড়ন বলে।

খ বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর আকার বা আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে তথা বস্তু বিকৃত হয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারণে বস্তুর যে ধর্মের জন্য বিকৃত বস্তু পূর্বের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে। সকল অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল ক্রিয়া করে। আণবিক দূরত্ব যত বেশি হয়, আন্তঃআনবিক বল তত বেশি আকর্ষণধর্মী হয়। কোনো বস্তুতে টান প্রয়োগ করলে অনুগুলোর মধ্যবর্তী আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। ফলে আকর্ষণ বল অনুভব করে। বহিঃস্থ বল সরিয়ে নিলে আকর্ষণ বলের প্রভাবে সাম্যবস্থায় ফিরে আসে। এ কারণে পদার্থের মধ্যে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম সৃষ্টি হয়।

গ বস্তুটির স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \frac{2 \times 10^8}{0.4} = 5 \times 10^8 \text{ Nm}^{-2}$$

অর্থাৎ, বস্তুটির স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক 5×10^8 Nm^{-2} **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপকের লেখচিত্র থেকে দেখা যায়, প্রথমে বিকৃতি বৃদ্ধির সাথে সাথে পীড়ন সুষমভাবে বাড়তে থাকে অর্থাৎ পীড়ন বিকৃতির সমানুপাতিক হয়। লেখচিত্রে OA সরলরেখাটি তাই নির্দেশ করে। লেখচিত্রের এ অঞ্চলকে আনুপাতিক অঞ্চল বলে। এই অঞ্চলের মধ্যে যেকোনো বিন্দুর ঢাল থেকে ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব।

কিন্তু, AB অংশে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত ধ্রুবক হয় না, ক্রমাগত কমতে এবং বাড়তে থাকে। এক্ষত্রে প্রযুক্ত বল অপসারণ করলে কিছুটা স্থায়ী বিকৃতি থেকে যায়। এই অংশে পীড়ন বিকৃতির অনুপাত কখনও ঋণাত্মক কখনও ধনাত্মক লক্ষ্য করা যায়। তারের কোনো কোনো অংশ সরু হওয়ার জন্য এরূপ হয়। তাই AB অংশে যেকোনো বিন্দুর ঢাল থেকে ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব নয়। তাই বলা যায়, লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুর ঢাল থেকে ইয়ং এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ▶ ১৬ সুমন 2 বর্গমিলিমিটার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং 9 m দীর্ঘ একটি তার নিয়ে নিচের প্রান্তে 12kg ভর ঝুলিয়ে দিল। এতে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটল আদি দৈর্ঘ্যের 0.001%। ইস্পাতের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 20×10^{10} Nm^{-2}।

(ক) পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু কাকে বলে?

(খ) একটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি সৃষ্টি হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২২]

(গ) উদ্দীপকের তারের উপর প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর। [রা. বো. ২২]

(ঘ) উদ্দীপকে সুমনের ব্যবহৃত তারটি ইস্পাত ছিল কিনা যাচাই কর। [রা. বো. ২২; অনুরূপ চ. বো. ২২]

সমাধান:

ক বস্তুর উপর বিকৃতি সৃষ্টিকারী বাহ্যিক বল অপসারণ করার পর বস্তু যদি সম্পূর্ণরূপে পূর্বের স্বাভাবিক অবস্থা ফিরে পায়, তবে সে ধরণের বস্তুকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো তারের উপর পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি বা অনেকক্ষণ ধরে প্রয়োগ করলে এর স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় ফলে বল অপসারণের সাথে সাথে তা পূর্বের অবস্থা ফিরে পায়না। কিছুটা দেরি হয় বা আদৌ ফিরে পায়না। বিজ্ঞানী কেলভিন এই ঘটনাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি নামে অভিহিত করেছেন। পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি বা দীর্ঘসময় যাবত প্রয়োগের ফলে অসহভার অপেক্ষা অনেক কম ভারে এমনকি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারটি ছিঁড়ে যেতে পারে। কোন বস্তুকে এভাবে বারংবার বল প্রয়োগের মাধ্যমে বিকৃতি সৃষ্টি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে যা স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি সৃষ্টির জন্য দায়ী।

গ এখানে তারের,

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 2mm^2 = 2 \times 10^{-6}m^2$

ভর ঝুলানো হয়েছিল, $m = 12$ kg

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{12 \times 9.8}{2 \times 10^{-6}} = 5.88 \times 10^7\ Nm^{-2}$$

অতএব, তারের উপর প্রযুক্ত পীড়ন $5.88 \times 10^7\ Nm^{-2}$। **(Ans.)**

ঘ তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}} = \frac{FL}{Al} = \frac{mgL}{Al}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{12 \times 9.8}{2 \times 10^{-6} \times \frac{0.001}{100}}$$

$$\therefore Y = 5.88 \times 10^{12}\ Nm^{-2}$$

তারের দৈর্ঘ্য, $L = 9$ m

$$\text{বিকৃতি}, \frac{l}{L} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}} = \frac{L \times 0.001\%}{L}$$

$$\therefore \frac{l}{L} = \frac{0.001}{100}$$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল,

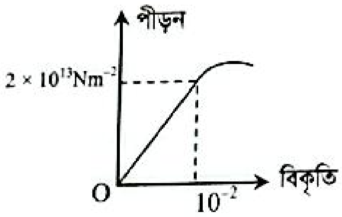
$A = 2 \times 10^{-6}\ m^2$

কিন্তু ইস্পাতের ইয়ং এর গুনাঙ্ক $20 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

অতএব, তারটি ইস্পাতের তৈরি ছিল না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ দৃশ্যকল্প-১: একটি পিতলের তার A যার অসহ ভার 9.23×10^4N। এই তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পায় এবং ব্যাস 5% হ্রাস পায়। পিতলের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$। অপর একটি পিতলের তার B যার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $10^{-6}\ m^2$ এবং দৈর্ঘ্য 0.3 m। B তারের এক প্রান্তে 10kg ভরের বস্তু বেঁধে সর্বোচ্চ 4 $rads^{-1}$ কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরানো সম্ভব হয়।

দৃশ্যকল্প-২: 2 m দৈর্ঘ্যের ও 0.8 mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি তার নেওয়া হলো। তারটির ক্ষেত্রে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন বনাম বিকৃতির লেখচিত্র নিচে প্রকাশ করা হয়েছে।



(ক) সংনম্যতা কী? [ব. বো. ২২; অনুরূপ ঢা. বো. ১৯; কু. বো. ১৯]

(খ) "রাবার এর চেয়ে স্টিল বেশি স্থিতিস্থাপক"– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৪]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারে চিত্র অনুসারে সর্বোচ্চ সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত? নির্ণয় কর। [দি. বো. ১৯]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ এর A ও B তারের মধ্যে কোনটি অধিকতর মোটা? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে মন্তব্য কর। [ব. বো. ২২]

সমাধান:

ক কোনো বস্তুর উপর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করা হলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মই সংনম্যতা।

খ যে বস্তুর ইয়ং এর গুনাঙ্ক যত বেশি সে বস্তু তত বেশি স্থিতিস্থাপক।

ইয়ং গুনাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{Al}$

একই প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন বস্তুর মধ্যে যে বস্তুতে যত বেশি প্রতিরোধ বলের সৃষ্টি হয়, সে বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা তত বেশি। এ হিসেবে দেখা যায়, একই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট রাবার অপেক্ষা স্টিলের তারে বল প্রয়োগ করতে হয় অনেক বেশি। এ কারণে রাবার এর চেয়ে স্টিল বেশি স্থিতিস্থাপক।

গ দেওয়া আছে,

স্থিতিস্থাপক সীমায়, পীড়ন $= 2 \times 10^{13}\ Nm^{-2}$ ও বিকৃতি $= 10^{-2}$

তারের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{0.8}{2}$ mm এবং তারের দৈর্ঘ্য, $L = 2$m

সর্বোচ্চ সঞ্চিত শক্তি,

$$W = \frac{1}{2} \times \frac{YAl^2}{L}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{Yl}{L} \times \frac{l}{L} \times AL$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি} \times AL$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{13} \times 10^{-2} \times \pi\,(4 \times 10^{-4})^2 \times 2$$

$$= 1.005 \times 10^5\ J\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, পিতলের তারের ইয়ং এর গুনাঙ্ক, $Y_1 = 1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

অসহ ভার, $F_1 = 9.23 \times 10^4$N এবং বিকৃতি, $\frac{l}{L} = 0.1$

$$\text{ইয়ং গুনাঙ্ক}, Y = \frac{\text{অসহ পীড়ন}}{\text{অসহ বিকৃতি}} = \frac{\frac{F_1}{A_1}}{\frac{l}{L}} \qquad \left[\text{অসহ পীড়ন} = \frac{\text{অসহ ভার}}{\text{ক্ষেত্রফল}}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = 1 \times 10^{11} \times 0.1$$

$$\Rightarrow A_1 = \frac{9.23 \times 10^4}{1 \times 10^{11} \times 0.1}$$

$$= 9.23 \times 10^{-6}\ m^2$$

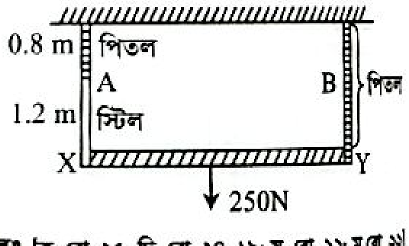
B তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_2 = 10^{-6}m^2$

এখানে, $A_1 > A_2$। অতএব, A তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল B এর চেয়ে বেশি। সুতরাং, A তারটি অধিকতর মোটা। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ একটি 250 N ওজনের ভারী সুষম ধাতব বার XY সমান দৈর্ঘ্যের দুটি তার A ও B দ্বারা অনুভূমিক তলে ঝুলানো আছে। যা চিত্রে দেখানো হয়েছে (অসম্প্রসারিত অবস্থা)। প্রতিটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2.5 \times 10^{-7}\ m^2$। B তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি 2.5×10^{-4}। A তারের 0.8 m পিতলের বাকি 1.2 m স্টিলের।

স্টিলের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11}$ Pa

পিতলের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $= 1 \times 10^{11}$ Pa



(ক) স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি কাকে বলে? [কু. বো. ২৫; দি. বো. ২৪, ১৯; য. বো. ২২; ম বো. ২৪]

(খ) একটি মটর সাইকেল ও একটি প্রাইভেট কারের ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪]

(গ) B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর। [ব. বো. ১৭]

(ঘ) বারের কোন প্রান্ত বেশি নিচু হবে, যাচাই কর। [ব. বো. ১৭]

সমাধান:

ক কোন বস্তুকে বারবার বিকৃতি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে। বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।

খ সাধারণত মটর সাইকেল অপেক্ষা প্রাইভেট কারের ভর বেশি হয়ে থাকে।

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

ধরি, মটর সাইকেলের গতিশক্তি, $E_{k_1} = \frac{p^2}{2m_1}$

এবং প্রাইভেটকারের গতিশক্তি, $E_{k_2} = \frac{p^2}{2m_2}$ [উভয়ের ভরবেগ p সমান]

$$\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{m_2}{m_1}$$

$\therefore \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} > 1$ বা, $E_{k_1} > E_{k_2}$ [∵ মটরসাইকেলের ভর, $m_1 <$ প্রাইভেট কারের ভর, m_2]

∴ মটর সাইকেলের গতিশক্তি বেশি হবে।

গ এখানে, B তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A_B = 2.5 \times 10^{-7}\ m^2$

এবং ইয়ং এর গুনাঙ্ক, $Y_B = 1 \times 10^{11}\ Pa = 1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

যেহেতু 250N ওজনের ভারী সুষম ধাতব বার XY সমান দৈর্ঘ্যের দুইটি তার দ্বারা অনুভূমিক তলে ঝুলানো হয়েছে এবং উভয় তারেরই প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল সমান। তাই প্রত্যেকটি তারের উপর টান সুষমভাবে বন্টিত হবে।

অর্থাৎ উভয় তারের উপর লব্ধ বল, $F = \frac{W}{2} = \frac{250}{2} = 125N$

B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$$U = \frac{1}{2} \times \text{দৈর্ঘ্য পীড়ন} \times \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{F}{A_B} \times 2.5 \times 10^{-4}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{125}{2.5 \times 10^{-7}} \times 2.5 \times 10^{-4}$$
$$= 62.5 \times 10^3\ J\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ A তারের ক্ষেত্রে, পিতল অংশের দৈর্ঘ্য, $L_{A_1} = 0.8\ m$

এবং স্টিল অংশের দৈর্ঘ্য, $L_{A_2} = 1.2\ m$

পিতলের অংশের জন্য, ইয়ং এর গুনাঙ্ক,

$Y_1 = \frac{F L_{A_1}}{A l_{A_1}}$ [যেখানে, l_{A_1} = A তারের পিতলের অংশের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি]

$$\Rightarrow 1 \times 10^{11} = \frac{125 \times 0.8}{2.5 \times 10^{-7} \times l_{A_1}}$$

$$\Rightarrow l_{A_1} = \frac{125 \times 0.8}{2.5 \times 10^{-7} \times 1 \times 10^{11}} = 4 \times 10^{-3}\ m$$

আবার, A তারের জন্য স্টিল অংশের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,

$$l_{A_2} = \frac{F \times L_{A_2}}{Y_2 \times A} = \frac{125 \times 1.2}{2.5 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{11}} = 3 \times 10^{-3}\ m$$

A তারের মোট দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,

$$l_A = l_{A_1} + l_{A_2} = 4 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-3} = 7 \times 10^{-3}\ m$$

অন্যদিকে B তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি,

$$l_B = \frac{FL_B}{AY_2} = \frac{125 \times 2}{2.5 \times 10^{-7} \times 1 \times 10^{11}} = 10^{-2}\ m$$

এখানে, $l_B > l_A$

∴ বারের Y প্রান্ত বেশি নিচু হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৯ আজাহার 0.3 m লম্বা এবং $10^{-6}\ m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারের এক প্রান্তে 10 kg ভরের একটি বস্তুকে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। তারটির উপাদানের অসহ পীড়ন $4.8 \times 10^7\ Nm^{-2}$।

(ক) পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলতে কী বোঝায়?

(খ) কচু পাতার গায়ে পানি লেগে থাকে না, তবে কাচের গায়ে লেগে থাকে কেন? [কু. বো. ১৬]

(গ) তারটির অসহ বল নির্ণয় করো। [ম. বো. ২২]

(ঘ) উদ্দীপকের তারটি সর্বনিম্ন কত বেগে ঘুরালে ছিঁড়ে যাবে? ব্যাখ্যা করো। [ম. বো. ২২; অনুরূপ চ. বো. ২২]

সমাধান:

ক বাইরে থেকে যেকোনো পরিমাণ বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর যদি আকারের কোনো পরিবর্তন না ঘটে তাহলে বস্তুটিকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে।

খ কচুপাতার সাথে পানির আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুগুলোর মধ্যকার সংসক্তি বল বেশি হওয়ায় পানি কচুপাতাকে ভেজায় না তথা পানি লেগে থাকে না।

অন্যদিকে কাচের সাথে পানির আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুগুলোর মধ্যকার সংসক্তি বল কম হওয়ায় পানি কাচকে ভেজায় এবং পানি কাঁচের গায়ে লেগে থাকে।

গ দেওয়া আছে,

তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= 10^{-6}\ m^2$

অসহ পীড়ন $= 4.8 \times 10^7\ Nm^{-2}$

∴ তারটির অসহ বল = অসহ পীড়ন × ক্ষেত্রফল

$$= 4.8 \times 10^7 \times 10^{-6}$$
$$= 48\ N\ \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

বস্তুর ভর, m = 10 kg এবং ঘূর্ণন ব্যাসার্ধ, r = L = 0.3 m

'গ' নং হতে, অসহ বল, F = 48 N

কৌণিক বেগ, ω = ?

আমরা জানি, $F = m\omega^2 r$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{F}{mr}} = \sqrt{\frac{48}{10 \times 0.3}} = 4\ rads^{-1}$$

সর্বনিম্ন $4\ rads^{-1}$ বেগে ঘুরলে তারটি ছিঁড়ে যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২০ একই আয়তন, উপাদান ও 0.5×10^{-2} m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি নিরেট সিলিন্ডার ও গোলক একত্রে পানিতে ছেড়ে দেওয়া হল। বস্তুদ্বয়ের উপাদানের ও পানির ঘনত্ব যথাক্রমে 7800 kgm^{-3} এবং 1000 kgm^{-3}। পানির সান্দ্রতা সহগ 0.001 $kgm^{-1}s^{-1}$।

(ক) কৈশিকতা কাকে বলে? [রা. বো. ১৯]

(খ) তরলের ঘনত্বের সাথে স্পর্শ কোণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৯]

(গ) গোলকটি পানির ভেতর খাড়াভাবে পতনশীল হলে এর প্রান্ত বেগ নির্ণয় করো। (সংশোধিত) [রা. বো. ১৯]

(ঘ) সিলিন্ডার ও গোলকের মধ্যে কোনটি অধিক সান্দ্র বল অনুভব করবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। [রা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো সরু নলের মধ্য দিয়ে তরলের উত্থান বা অবনমনের ধর্মকে কৈশিকতা বলে।

THE EDUCATIONAL TEAM

ঘ যে সকল তরলের ঘনত্ব কোনো কঠিন পদার্থের ঘনত্বের তুলনায় কম সে সকল তরল সাধারণ কঠিন পদার্থটিকে ভিজায়। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয়। যেমন- কাচের সাথে বিশুদ্ধ পানির স্পর্শকোণ 8°। অন্যদিকে, যেসকল তরলের ঘনত্ব কোনো কঠিন পদার্থের ঘনত্বের তুলনায় বেশি সে সকল তরল পদার্থ সাধারণত কঠিন পদার্থকে ভিজায় না। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হয়। যেমন- কাচের সাথে পারদের স্পর্শকোণ 140°।

গ দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 0.5 \times 10^{-2}$ m

গোলকের উপাদানের ঘনত্ব, $\rho = 7800$ kgm^{-3}

পানির ঘনত্ব, $\sigma = 1000$ kgm^{-3}

সান্দ্রতাংক, $\eta = 0.001$ kgm^{-1}s^{-1}

$\therefore$ গোলকের প্রান্তবেগ, $v = \dfrac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$

$$= \frac{2 \times (0.5 \times 10^{-2})^2 \times 9.8 \times (7800 - 1000)}{9 \times 0.001}$$

$$= 370.2 \text{ ms}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ নিউটনের অভিমত অনুসারে, $F \propto A$ (একই তরলের মধ্যে)

যেখানে, F = সান্দ্রবল

ধরি, সিলিন্ডার ও গোলকের সান্দ্র বল যথাক্রমে F_c ও F_s এবং এদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে A_c ও A_s।

সিলিন্ডারের আয়তন = গোলকের আয়তন

$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\Rightarrow r^2 h = \frac{4}{3} r^3$

$\therefore h = \frac{4}{3} r$

$$\therefore \frac{F_c}{F_s} = \frac{A_c}{A_s}$$

$$\Rightarrow \frac{F_c}{F_s} = \frac{2\pi r(h + r)}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{2\pi r\left(\frac{4}{3}r + r\right)}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{2\pi r^2\left(\frac{4}{3} + 1\right)}{4\pi r^2} = \frac{\frac{7}{3}}{2}$$

$$= \frac{7}{6} \qquad \therefore F_c = \frac{7}{6} F_s$$

$\therefore F_c > F_s$ অর্থাৎ সিলিন্ডারে বেশি সান্দ্র বল অনুভব করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২১ মানহা উপরিতলে ভাসমান 5 cm দৈর্ঘ্যের একটি তারকে আনুভূমিক অবস্থায় খাড়া উপরে তুললো। এরপর পানিতে একটি লোহার গোলককে ছেড়ে দিয়ে প্রান্তবেগ পরিমাপ করলো। পরবর্তীতে ঐ পানির তাপমাত্রা বাড়িয়ে আবারও একই গোলককে ছেড়ে দিয়ে প্রান্তবেগ পরিমাপ করলো।

(ক) আসঞ্জন বল কাকে বলে?

(খ) সাম্যাবস্থার তুলনায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব বেশি হলে অণুগুলো আকর্ষণ না বিকর্ষণ বল লাভ করে– ব্যাখ্যা দাও। [কু. বো. ১৯]

(গ) মানহা তারটিকে উপরে তুলতে কী পরিমাণ বল প্রয়োগ করবে নির্ণয় করো। [কু. বো. ১৯]

(ঘ) উদ্দীপকের কোন ক্ষেত্রে প্রান্তবেগ বেশি পাওয়া যাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে মতামত দাও। [কু. বো. ১৯]

সমাধান:

ক ভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে।

খ কঠিন পদার্থের অণুগুলো কেলাস অবস্থায় নিম্নতম বিভবশক্তি স্থানে অবস্থান করে। এ অবস্থানকে সাম্যাবস্থা বলে। সাম্যাবস্থায় অণুগুলোর উপর ক্রিয়াশীল নিট আন্তঃআণবিক বল শূন্য। ফলে, কঠিন পদার্থ সাম্যাবস্থা বজায় রাখতে চায়।

আবার, বল প্রয়োগ করে পদার্থকে প্রসারিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। ফলে প্রয়োগকৃত বল অপসারণ করলে আকর্ষণ বলের দরুণ তারা সাম্যাবস্থায় আসতে চায়। সাম্যাবস্থার তুলনায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব বেশি হলে অণুগুলো আকর্ষণ বল লাভ করে।

গ এখানে, পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}$ Nm^{-1}

তারের দৈর্ঘ্য, $l = 5$ cm $= 5 \times 10^{-2}$ m

তারটি উপরে তুলতে মানহার প্রয়োগকৃত বল,

$F = T \times 2l = 72 \times 10^{-3} \times 2 \times 5 \times 10^{-2} = 7.2 \times 10^{-3}$ N **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, গোলকের প্রান্তবেগ, $v = \dfrac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$

আবার, তরলের তাপমাত্রা বাড়ালে এর সান্দ্রতা ও ঘনত্ব হ্রাস পায়।

সুতরাং, গোলকের ব্যাসার্ধ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ অপরিবর্তিত থাকলে,

$$v \propto \frac{\rho - \sigma}{\eta} \qquad \therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{\rho - \sigma_1}{\rho - \sigma_2} \times \frac{\eta_2}{\eta_1} \text{ ...... (i)}$$

এখন, সান্দ্রতা হ্রাস পেলে $\frac{\eta_2}{\eta_1} < 1$ এবং তরলের ঘনত্ব হ্রাস পেলে, $\frac{\rho - \sigma_1}{\rho - \sigma_2} < 1$

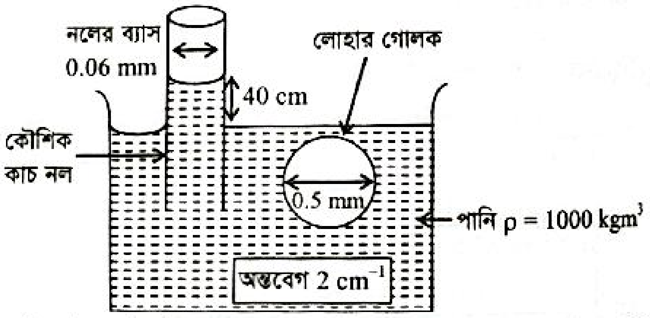
$$\therefore \frac{\eta_2}{\eta_1} \times \frac{\rho - \sigma_1}{\rho - \sigma_2} < 1$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} < 1 \qquad \text{[(i) নং হতে]}$$

$$\because v_1 < v_2$$

$\therefore$ পানির তাপমাত্রা বাড়ালে গোলকের প্রান্তবেগ বেশি পাওয়া যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২২ তাজিন পরীক্ষাগারে পানির সান্দ্র বল ও পানির বিশুদ্ধতা নির্ণয়ের জন্য নিচের চিত্রানুযায়ী পরীক্ষা সম্পন্ন করে।



(ক) সান্দ্রতা সহগ কাকে বলে? [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

(খ) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না কেন? [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

(গ) লোহার গোলকের উপর পানির সান্দ্র বল নির্ণয় করো। [পানির সান্দ্রতা গুণাংক 3×10^{-3} N s m^{-2}] [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

(ঘ) পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানি বিশুদ্ধ কিনা– পরীক্ষালব্ধ ফলাফল বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্ত দাও। [বিশুদ্ধ পানি পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} N m^{-1}] [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

সমাধান:

ক কোনো প্রবাহীর গতিবেগের একক নতিমাত্রা বজায় রাখতে প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর যে পরিমাণ সান্দ্রতা বল প্রয়োজন হয় তাকে ওই প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ বলে।

পার্শ্ববিকৃতি এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত বলে।

খ $\therefore$ পয়সনের অনুপাত $= \dfrac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে প্রযুক্ত পীড়ন যাই হোক না কেন একমাত্রিক বিকৃতি সর্বদা সমানুপাতিক। আর পয়সনের অনুপাত যেহেতু দুইটি একমাত্রিক বিকৃতির অনুপাত তাই স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না। পয়সনের অনুপাত একটি ধ্রুবক যা শুধুমাত্র বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভরশীল।

গ গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = \dfrac{0.5}{2} = \text{mm} = 0.25 \times 10^{-3}\ \text{m}$

অন্তবেগ, $v = 2\ \text{cms}^{-1} = 2 \times 10^{-2}\ \text{ms}^{-1}$

পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta = 3 \times 10^{-3}\ \text{Nsm}^{-2}$

সান্দ্র বল, $F = 6\pi r\eta v = 6\pi \times 0.25 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-2}$

$= 2.83 \times 10^{-7}\ \text{N}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, পরীক্ষাগারে প্রাপ্ত নলের পানির উত্থান, $H = 40\ \text{cm}$

নলের ব্যাসার্ধ, $r = \dfrac{0.06}{2}\ \text{mm} = 0.03 \times 10^{-3}\ \text{m}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ \text{kg m}^{-3}$

পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}\ \text{N m}^{-1}$

আমরা জানি, $T = \dfrac{hr\rho g}{2}$

$$\Rightarrow h = \frac{2T}{r\rho g}$$

$$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{0.03 \times 10^{-3} \times 1000 \times 9.8}$$

$$= 0.4898\ \text{m} = 48.98\ \text{cm}$$

$\therefore h = 48.98\ \text{cm} > 40\ \text{cm}$

$\because h \neq H$ সেহেতু বলা যায়, পরীক্ষাগারে ব্যবহৃত পানি বিশুদ্ধ নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৩ একই আকারের দশটি পানির ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হল। প্রতিটি ফোঁটার ব্যাস 5×10^{-7} m। পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1}$।

(ক) সান্দ্রতা কাকে বলে? [চ. বো. ১৯; ঢা. বো., দি. বো., সি. বো., য. বো. ১৮; দি. বো. ১৭]

(খ) পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় না কেন? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ১৭]

(গ) উদ্দীপকের বড় ফোঁটার ব্যাস নির্ণয় করো। [দি. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ১৭]

সমাধান:

ক যে ধর্মের দরুন প্রবাহী তার অভ্যন্তরস্থ বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক বেগ বাধাগ্রস্থ হয় তাকে ওই প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

খ বৃষ্টির ফোঁটা বায়ুমন্ডলের ভিতর দিয়ে পতনের সময় শুরুতে অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর উপর বায়ুমন্ডলের বাধাদানকারী বলের মান বৃদ্ধি পায়। বেগ বৃদ্ধির সাথে সাথে বৃষ্টির ফোঁটার উপর বাধাদানকারী সান্দ্রবল বৃদ্ধি পেলেও অভিকর্ষ বল স্থির থাকে। এক পর্যায়ে দুইটি বলের মান সমান হয়ে যায়। অর্থাৎ নিট বল শূন্য হয়। ফলে বৃষ্টির ফোঁটা ধ্রুববেগে পড়তে থাকে।

গ দেওয়া আছে, ছোট ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10$

ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $= \dfrac{5 \times 10^{-7}}{2}\ \text{m}$

বড় ফোঁটার ব্যাস = ?

এখানে, বড় ফোঁটার আয়তন = ছোট ফোঁটাগুলোর মোট আয়তন

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = N \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow R^3 = Nr^3$$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{N}r$$

$$\therefore 2R = 2 \times \sqrt[3]{N}r = 2 \times \sqrt[3]{10} \times \frac{5 \times 10^{-7}}{2} = 1.077 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

$\therefore$ বড় ফোঁটার ব্যাস, $2R = 1.077 \times 10^{-6}$ m। **(Ans.)**

ঘ পানির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হ্রাস পেলে এর পৃষ্ঠটানের জন্য সঞ্চিত শক্তি হ্রাস পায়। ছোট ফোঁটাগুলো একত্রিত হয়ে বড় ফোঁটায় পরিণত হলে ক্ষেত্রফল হ্রাস পায়। ফলে সঞ্চিত শক্তিও হ্রাস পেয়ে তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

দেওয়া আছে, ছোট ফোঁটার সংখ্যা, $N = 10$

ছোট ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $r = \dfrac{5 \times 10^{-7}}{2}$

পানির পৃষ্ঠটান, $T = 72 \times 10^{-3}\ \text{Nm}^{-1}$

'গ' হতে, বড় ফোঁটার ব্যাসার্ধ, $R = \dfrac{1.077 \times 10^{-6}}{2} = 5.386 \times 10^{-7}\ \text{m}$

$\therefore$ ছোট ফোঁটাগুলো বড় ফোঁটায় পরিণত হলে নির্গত শক্তি,

$$W = 4\pi(Nr^2 - R^2)T$$

$$= 4\pi\{10 \times (2.5 \times 10^{-7})^2 - (5.386 \times 10^{-7})^2\} \times 72 \times 10^{-3}$$

$$= 3.03 \times 10^{-13}\ \text{J}$$

আবার, উৎপন্ন তাপ = নির্গত শক্তি

$\therefore H = W$

$$\Rightarrow mS\Delta\theta = 3.03 \times 10^{-13}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{3.03 \times 10^{-13}}{mS} = \frac{3.03 \times 10^{-13}}{\rho VS}$$

$$= \frac{3.03 \times 10^{-13}}{1000 \times \frac{4}{3}\pi \times (5.386 \times 10^{-7})^3 \times 4200}$$

$= 0.11°\text{C}$ বা 0.11 K

$\therefore$ উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রা $0.11°\text{C}$ বা 0.11 K বৃদ্ধি পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৪ $1\ \text{m}^2$ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট এবং 8 mm পুরুত্বের স্টীল প্লেটের নিচের পৃষ্ঠ দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে উপরের পৃষ্ঠে বল প্রয়োগ করে ব্যবর্তন তৈরি করা হলো। স্টীলের ব্যবর্তন গুণাংক $8 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$।

(ক) প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা লিখ। [মা. বো. ১৯; ব. বো. ১৭; চ. বো. ১৫]

(খ) পৃষ্ঠটান সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠশক্তির সমান হলেও তারা এক নয়– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ১৭]

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত প্লেটের ব্যবর্তন বিকৃতি 0.3 হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [ব. বো. ১৭]

(ঘ) প্লেটকে $8.5\ \text{Nsm}^{-2}$ সান্দ্রতা সহগের তরলের 2 mm পুরু স্তরের উপর স্থাপন করে $500\ \text{ms}^{-1}$ বেগে গতিশীল করতে সমান বল প্রয়োগ করতে হবে কি মতামত দাও? [ব. বো. ১৭]

সমাধান:

ক কোনো প্রবাহীর মধ্যে কোনো বস্তু পতিত হওয়ার সময় বস্তুর উপর নিট ত্বরণ শূন্য হওয়ার পর যে ধ্রুব বেগে পতিত হতে থাকে তাকে প্রান্তিক বেগ বলে।

খ পৃষ্ঠটান হলো কোনো তরলের পৃষ্ঠে কল্পিত রেখার উভয় পার্শ্বে লম্বভাবে এবং তরলের পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ক্রিয়ারত বল। অন্যদিকে, পৃষ্ঠ শক্তি হলো তারের পৃষ্ঠের একক ক্ষেত্রফল পরিবর্তনে সম্পাদিত কাজ। অতএব, এরা ভিন্ন রাশি। তবে,

পৃষ্ঠশক্তি, $E = \frac{W}{\Delta A} = \frac{2lTx}{2lx} = T$

$\therefore$ এদের সংখ্যাগত মান সমান।

গ দেওয়া আছে, প্লেটের ক্ষেত্রফল, $A = 1\ m^2$

ব্যবর্তন বিকৃতি, $\theta = 0.3$, ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, $\eta = 8 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

প্রয়োগকৃত বল, $F = ?$

আমরা জানি, $\eta = \frac{F}{A\theta}$

$\therefore F = \eta A\theta = (8 \times 10^{10} \times 1 \times 0.3)\ N = 2.4 \times 10^{10}\ N$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, তরলের সান্দ্রতা, $\eta = 8.5\ Nsm^{-2}$

প্লেটের ক্ষেত্রফল, $A = 1\ m^2$

বেগের অবক্রম, $\frac{dv}{dy} = \frac{500}{2 \times 10^{-3}} = 2.5 \times 10^5\ s^{-1}$

এখন, প্রয়োজনীয় বল = তরলের সান্দ্র বল

$$F = \eta A \frac{dv}{dy}$$
$$= (8.5 \times 1 \times 2.5 \times 10^5)\ N$$
$$= 2.125 \times 10^6\ N < 2.4 \times 10^{10}\ N$$

অতএব, প্লেটকে $500\ ms^{-1}$ বেগে গতিশীল করতে আরো কম বল প্রয়োগ করতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৫ তমালিকা ভিন্ন ব্যাসের একই পদার্থের দু'টি ধাতব গোলক তার্পিন তেলের মধ্যে ছেড়ে দিল। গোলক দু'টি প্রান্তিক বেগে তার্পিন তেলের তলায় গিয়ে পড়ল। ধাতব পদার্থের ঘনত্ব $8 \times 10^3\ kgm^{-3}$। তেলের ঘনত্ব $8.9 \times 10^2\ kgm^{-3}$ এবং বড় গোলকের ব্যাস 6 cm।
[তার্পিন তেলের সান্দ্রতাংক 1.5×10^{-2} Pas]। (সংশোধিত)

(ক) পয়সনের অনুপাত কাকে বলে? [দি. বো. ১৯; মা. বো. ১৫]

(খ) পানির ফোঁটা গোলাকৃতির হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৬]

(গ) প্রান্তিক বেগের সময় বড় গোলকটির উপর প্রযুক্ত সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [ব. বো. ১৬]

(ঘ) ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ 2 cm হলে, কোন গোলকটি আগে নিচে পতিত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সিদ্ধান্ত দাও। [ব. বো. ১৬]

সমাধানঃ

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।

খ তরল পদার্থের অন্যতম বৈশিষ্ট্য হলো পৃষ্ঠটান। এই পৃষ্ঠটানের জন্য তরলের পৃষ্ঠ সংকুচিত হয়ে ন্যূনতম ক্ষেত্রফল ধারণ করতে চায়। আবার, একটি নির্দিষ্ট আয়তনের কোনো বস্তুর জন্য পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ন্যূনতম হয় যখন এটি গোলাকৃতির হয়।

সুতরাং, পৃষ্ঠটানের প্রভাবে পানি সংকুচিত হয়ে ন্যূনতম ক্ষেত্রফল ধারণ করতেই গোলাকৃতির হয়।

গ দেওয়া আছে, গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 8 \times 10^3\ kg/m^3$

তরলের ঘনত্ব, $\sigma = 8.9 \times 10^2\ kg/m^3$

প্রান্তবেগের ক্ষেত্রে, ওজন = প্লবতা + সান্দ্র বল

$\therefore$ সান্দ্র বল = ওজন − প্লবতা $= \frac{4}{3}\pi r^3\rho g - \frac{4}{3}\pi r^3\sigma g = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \sigma)g$

$= \frac{4}{3}\pi \times (3 \times 10^{-2})^3 \times (8 \times 10^3 - 8.9 \times 10^2) \times 9.8 = 7.88\ N$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, ধাতব গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 8 \times 10^3\ kgm^{-3}$

তার্পিন তেলের ঘনত্ব, $\sigma = 8.9 \times 10^2\ kgm^{-3}$

বড় গোলকের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 3\ cm = 3 \times 10^{-2}\ m$

ছোট গোলকের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 2\ cm = 2 \times 10^{-2}\ m$

তেলের সান্দ্রতাংক, $\eta = 1.5 \times 10^{-2}$ Pas

ধরি, বড় ও ছোট গোলকের প্রান্তিকবেগ যথাক্রমে v_L ও v_S

আমরা জানি, প্রান্তিক বেগ, $v = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$; $\therefore v \propto r^2$

$\therefore \frac{v_L}{v_S} = \frac{r_L^2}{r_S^2} = \frac{(3 \times 10^{-2})^2}{(2 \times 10^{-2})^2} = \frac{9}{4}$; $\therefore v_L = \frac{9}{4}v_S$

সুতরাং, $v_L > v_S$।

অতএব, বড় গোলকের প্রান্তিক বেগ তুলনামূলক বেশি হওয়ায় বড় গোলক আগে নিচে পড়বে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৬ রিমি পরীক্ষা করে দেখলো যে, 4 mm ব্যাসের একটি লোহার গোলক কেরোসিন তেলে $4 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ে। রিমির ধারণা হলো কেরোসিন অপেক্ষা গ্লিসারিনে গোলকটির প্রান্তবেগ বেশি হবে। লোহার ঘনত্ব $7800\ kgm^3$, কেরোসিনের ঘনত্ব $800\ kgm^{-3}$, গ্লিসারিনের ঘনত্ব $1250\ kgm^{-3}$, গ্লিসারিনের সান্দ্রতাংক $1.6\ Nms^{-2}$।

(ক) সংসক্তি বল কি? [কু. বো. ১৯; রা. বো. ১৬]

(খ) ছাতার কাপড়ে ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি ভেতরে প্রবেশ করে না কেন? [দি. বো. ১৬]

(গ) সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [সি. বো. ১৬]

(ঘ) উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে রিমির ধারণা সঠিক কিনা তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [সি. বো. ১৬]

সমাধানঃ

ক একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল বলে।

খ পানির পৃষ্ঠটানের কারণে ছোট ছোট ফোঁটাগুলো একত্রিত হয়ে গোলাকার ফোঁটায় পরিণত হয় এবং ছাতার উপর গড়িয়ে পড়ে। এতে পানি অতিক্ষুদ্র ছিদ্রগুলোতে প্রবেশ করতে পারে না।

গ দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাস, $d = 4\ mm = 4 \times 10^{-3}\ m$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-3}\ m$

কেরোসিন তেলে গোলকের প্রান্তবেগ, $v = 4 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$

গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 7800\ kgm^{-3}$

কেরোসিন তেলের ঘনত্ব, $\sigma = 800\ kgm^{-3}$

প্রান্তবেগের ক্ষেত্রে, ওজন = প্লবতা + সান্দ্র বল

$\therefore$ সান্দ্র বল = ওজন − প্লবতা $= \frac{4}{3}\pi r^3\rho g - \frac{4}{3}\pi r^3\sigma g = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \sigma)g$

$$= \frac{4}{3}\pi \times (2 \times 10^{-3})^3 \times (7800 - 800) \times 9.8$$
$$= 2.2988 \times 10^{-3}\ N\ \textbf{(Ans.)}$$

দেওয়া আছে, লোহার গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 7800\ kgm^{-3}$

ঘ গ্লিসারিনের ঘনত্ব, $\sigma' = 1250\ kgm^{-3}$

গ্লিসারিনের সান্দ্রতাংক, $\eta = 1.6\ Nsm^{-2}$ ও ব্যাসার্ধ, $r = 2 \times 10^{-3}$ m

কেরোসিন তেলে প্রান্তবেগ, $v = 4 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$

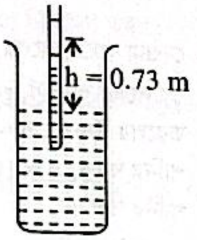
$\therefore$ গ্লিসারিনে প্রান্তবেগ, $v' = \frac{2r^2(\rho - \sigma')g}{9\eta}$

$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-3})^2 \times (7800 - 1250) \times 9.8}{9 \times 1.6}$$

$$= 3.56 \times 10^{-2}\ ms^{-1} < 4 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$$

$\therefore$ রিমির ধারণাটি সঠিক নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৭ চিত্রে পানিপূর্ণ বীকারে ডুবানো কৈশিক নলের ব্যাস 0.04 mm। উপরের উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও–



[চ. বো. ১৬]

(ক) পৃষ্ঠটান কী?

(খ) কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে স্পর্শ কোণ বৃদ্ধি পায়– ব্যাখ্যা করো। [চ. বো. ১৬]

(গ) উদ্দীপকের আলোকে পানির তলটান নির্ণয় করো। [চ. বো. ১৬]

(ঘ) কৈশিক নলের ব্যাসার্ধের কী পরিবর্তনে পানির উচ্চতা 0.80 m হবে নির্ণয়পূর্বক কারণ বিশ্লেষণ করো। [চ. বো. ১৬]

সমাধান:

ক কোনো তরল পৃষ্ঠে একটি কল্পিত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ওই রেখার উভয় পার্শ্বে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ পানি ও কাচের আসঞ্জন বলের মান, পানির অণুগুলোর মধ্যকার সংসক্তি বল অপেক্ষা বেশি হয় ফলে স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয়।

কিন্তু কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে পানির সাথে তৈলাক্ত কাচের আসঞ্জন বল কমতে থাকে। ফলে স্পর্শকোণ বাড়তে থাকে।

গ দেওয়া আছে, কৈশিক নলের মধ্যে পানির উচ্চতা, h = 0.73 m

কৈশিক নলের ব্যাস, d = 0.04 mm $\therefore$ ব্যাসার্ধ, r = 0.02 mm

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$

$\therefore$ পানির তলটান, $T = \frac{hr\rho g}{2}$

$$= \frac{0.73 \times 0.02 \times 10^{-3} \times 1000 \times 9.8}{2}$$

$$= 0.07154\ Nm^{-1}$$ **(Ans.)**

ঘ ধরি, কৈশিক নলের পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ = r′

$\therefore T = \frac{hr'\rho g}{2}$

$$\Rightarrow r' = \frac{2T}{h\rho g} = \frac{2 \times 0.07154}{0.8 \times 1000 \times 9.8} = 1.825 \times 10^{-5}\ m$$

$\therefore$ ব্যাসার্ধের পরিবর্তন, $\Delta r = r - r'$

$$= (0.02 \times 10^{-3} - 1.825 \times 10^{-5})\ m$$

$$= 1.75 \times 10^{-6}\ m$$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ 1.75×10^{-6} m কমালে পানির উচ্চতা 0.80 m হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৮ 0.2 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে প্রথম ও দ্বিতীয় তরলে ডুবালে যথাক্রমে 4° এবং 140° স্পর্শকোণ তৈরি হয়। প্রথম ও দ্বিতীয় তলের পৃষ্ঠটান যথাক্রমে $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ এবং $465 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$।

(ক) স্পর্শ কোণ কাকে বলে? [ঢা. বো. ১৬; সি. বো., কু. বো., রা. বো. ১৫]

(খ) তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়– ব্যাখ্যা কর। [মা. বো. ১৮]

(গ) কৈশিক নলে যে পরিমাণ প্রথম তরল উপরে উঠে তা বের কর। [রা. বো. ১৬]

(ঘ) উদ্দীপকের কৈশিক নলে তরলের উত্থান না পতন বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [রা. বো. ১৬]

সমাধান:

ক কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

খ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের অণুগুলোর আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। ফলে আন্তঃআণবিক বল হ্রাস পায় তথা সংসক্তি বল হ্রাস পায়। আবার, আমরা জানি, সংসক্তি বল হ্রাস পেলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়। সুতরাং, তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

পৃষ্ঠটানের সাথে তাপমাত্রার সম্পর্ক সূচক সমীকরণ,

$$T_\theta = T_0 (1 - \alpha\theta)$$

যেখানে, $T_\theta = \theta°C$ তাপমাত্রায় পৃষ্ঠটান

$T_0 = 0°C$ তাপমাত্রায় পৃষ্ঠটান

α = তরলের পৃষ্ঠটানের তাপমাত্রার গুণাঙ্ক।

গ দেওয়া আছে, প্রথম তরলের স্পর্শকোণ, $\theta_1 = 4°$

এবং পৃষ্ঠটান, $T_1 = 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

$\therefore$ তরলটি পানি, যার ঘনত্ব $\rho_1 = 1000\ kgm^{-3}$

ধরি, তরলের উচ্চতা = h_1

আমরা জানি, $T_1 = \frac{h_1 r \rho_1 g}{2\cos\theta_1}$

$$\therefore h_1 = \frac{2T_1 \cos\theta_1}{r\rho_1 g}$$

$$= \frac{2 \times 72 \times 10^{-3} \times \cos 4°}{0.2 \times 10^{-3} \times 1000 \times 9.8}$$

$$= 0.073\ m$$ **(Ans.)**

ঘ দ্বিতীয় তরলের, পৃষ্ঠটান, $T_2 = 465 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

এবং স্পর্শকোণ, $\theta_2 = 140°$

$\therefore$ তরলটি পারদ, যার ঘনত্ব, $\rho_2 = 13.6 \times 10^3\ kgm^{-3}$

ধরি, দ্বিতীয় তলের উচ্চতা = h_2

আমরা জানি, $T_2 = \frac{h_2 r \rho_2 g}{2\cos\theta_2}$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{2T_2 \cos\theta_2}{r\rho_2 g}$$

$$= \frac{2 \times 465 \times 10^{-3} \times \cos 140°}{0.2 \times 10^{-3} \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8}$$

$$= -0.026\ m = 0.026\ m$$ (পতন)

$\because |h_2| < |h_1|$; অতএব, দ্বিতীয় তরলের পতন অপেক্ষা প্রথম তরলের উত্থান বেশি হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৯ 5×10^{-4} m ব্যাসার্ধের বাতাসের বুদবুদ 10^3 kgm^{-3} ঘনত্বের তরলের মধ্যে দিয়ে উঠছে। বুদবুদটির উর্ধ্বমুখী বেগ 5.45×10^{-5} ms^{-1} এবং লোহার ঘনত্ব 7.8×10^3 kgm^{-3}।

(ক) পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে? [ঢা. বো., দি. বো., সি. বো., য. বো. ১৮; ব. বো. ১৫]

(খ) টিস্যু পেপার দ্বারা পানির শোষণ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৭]

(গ) তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বের করো।

(ঘ) যদি সমান ব্যাসার্ধের একখণ্ড লোহার গোলক তরলের ভিতর ফেলা হয় তাহলে বাতাসের বুদবুদ তরলের ভিতর থেকে উপরে উঠলেও লোহা নিচে পড়ে– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো।

সমাধান:

ক কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠ শক্তি বলে।

খ টিস্যু পেপারে অসংখ্য কৈশিক নল সদৃশ ছিদ্র থাকে। পানির অণুসমূহে পৃষ্টটান ও সংযোজন বল বিদ্যমান। টিস্যুর ক্ষুদ্র ছিদ্র বরাবর সংযোজন বল পানিকে টেনে নেয় এবং পৃষ্টটান পানিকে ওপরের দিকে উঠতে সাহায্য করে। এই প্রক্রিয়াকে কৌশিক ক্রিয়া বলে, যার ফলে টিস্যু পেপার পানি শোষণ করতে সক্ষম হয়।

গ দেওয়া আছে, বুদবুদের ব্যাসার্ধ, $r = 5 \times 10^{-4}$ m

বুদবুদের প্রান্তবেগ (উর্ধ্বমুখী), $v = -5.45 \times 10^{-5}$ ms^{-1}

তরলের ঘনত্ব, $\sigma = 10^3$ kgm^{-3}

আবার, বায়ুর ঘনত্ব, $\rho = 1.29$ kgm^{-3}

আমরা জানি, সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v}$

$$= \frac{2 \times (5 \times 10^{-4})^2 \times (1.29 - 10^3) \times 9.8}{9 \times (-5.45 \times 10^{-5})} = 9.98 \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, লোহার গোলকের ঘনত্ব, $\rho = 7.8 \times 10^3$ kgm^{-3}

তরলের ঘনত্ব, $\sigma = 10^3$ kgm^{-3}

প্রশ্নানুযায়ী, লোহার গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 5 \times 10^{-4}$ m

'গ' হতে পাই, তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta = 9.98$ kgm^{-1}s^{-1}

$\therefore$ লোহার গোলকের প্রান্তবেগ, $v_1 = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9\eta}$

$$= \frac{2 \times (5 \times 10^{-4})^2 \times (7.8 \times 10^3 - 10^3) \times 9.8}{9 \times 9.98} = 3.71 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$$

এখানে, লোহার গোলকের প্রান্তবেগ ধনাত্মক। অতএব, লোহার গোলকটি নিচে পড়বে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩০ তানিয়া 4 mm ব্যাসের একটি কৈশিক নলের এক প্রান্ত বিশুদ্ধ পানিতে ডুবায়। নলে উত্থিত পানির উচ্চতা পরিমাপ করে 0.082 m। এরপর সে এক তৃতীয়াংশ ব্যাসার্ধের আরেকটি কৈশিক নল সাধারণ পানিতে ডুবায়। তানিয়া ১ম নলে উত্থিত পানির ভর এবং ২য় নলে উত্থিত পানির ভরের ব্যবধান পর্যবেক্ষণ করে।

(ক) প্রভাব গোলক কাকে বলে?

(খ) তাপমাত্রা বৃদ্ধি সাথে সাথে তরলের সান্দ্রতা কমে, কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কেন– ব্যাখ্যা করো। [রা. বো. ১৫]

(গ) উদ্দীপকের প্রথম ক্ষেত্রে পানির তলটান কত?

(ঘ) তানিয়ার পর্যবেক্ষণের ফলাফল কী হতে পারে? গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো।

সমাধান:

ক কোনো অণুকে কেন্দ্র করে এর আণবিক আকর্ষণের পাল্লার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে কোনো গোলক কল্পনা করলে ঐ গোলককে ঐ অণুর প্রভাব গোলক বলে।

খ গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে, "গ্যাসের অণুসমূহ সবদিকে এলোমেলোভাবে ছুটোছুটি করে এবং পরস্পর সংঘর্ষে লিপ্ত হয়।" তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুসমূহের গড় বেগ বৃদ্ধি পায় ফলে সংঘর্ষও বাড়ে। আর সংঘর্ষ বৃদ্ধির কারণে বিভিন্ন স্তরের প্রবাহের বাধার পরিমাণ বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ, সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। গ্যাসের সান্দ্রতা ও তাপমাত্রার সম্পর্ক হলো, $\eta = k\sqrt{T}$।
অন্যদিকে, তরলের সান্দ্রতা আন্তঃআণবিক বলের উপর নির্ভরশীল। তাপমাত্রা বাড়লে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বাড়ে, ফলে আন্তঃআণবিক বলের মান কমে। আবার, আন্তঃআণবিক বলের মান কমলে, সান্দ্রতাও কমে যায়। তরলের তাপমাত্রা ও সান্দ্রতার সম্পর্ক হলো, $\log \eta = A + \frac{B}{T}$

অতএব বলা যায়, তাপমাত্রার বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে।

গ দেওয়া আছে, নলের ব্যাস, $D = 4$ mm $= 4 \times 10^{-3}$ m

$\therefore$ নলের ব্যাসার্ধ, $r = 2$ mm $= 2 \times 10^{-3}$ m

তরলের উচ্চতা, $h = 0.082$ m

পানির ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ kgm^{-3}

পানির তলটান,

$T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}$ [বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের মধ্যকার স্পর্শকোণ প্রায় 0° হওয়ায় $\cos\theta \approx 1$ ধরা হয়]

$$= \frac{2 \times 10^{-3} \times 0.082 \times 10^3 \times 9.8}{2 \times 1}$$

$$= 0.8036 \text{ Nm}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, ১ম নলের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 2 \times 10^{-3}$ m

২য় নলের ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{r_1}{3} = 6.67 \times 10^{-4}$ m

১ম নলে তরলের উচ্চতা, $h_1 = 0.082$ m; ২য় নলে তরলের উচ্চতা, $h_2 = ?$

এখানে, $T = \frac{rh\rho g}{2} \Rightarrow h = \frac{2T}{r\rho g} \quad \therefore h \propto \frac{1}{r}$

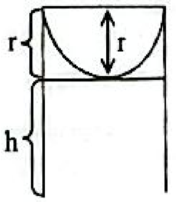
অন্যান্য রাশিগুলো অপরিবর্তনশীল হলে, $\frac{h_2}{h_1} = \frac{r_1}{r_2}$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{r_1}{r_2} \times h_1 = \frac{2 \times 10^{-3}}{6.67 \times 10^{-4}} \times 0.082 = 0.246 \text{ m}$$

আবার, নলের ভেতর পানির আয়তন,

$$V = \pi r^2 (h + r) - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \pi r^2 h + \pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^3$$



$\therefore$ ১ম নলের পানির ভর, $m_1 = \rho V_1 = \rho(\pi r_1^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r_1^3)$

$$= 1000 \left\{\pi \times (2 \times 10^{-3})^2 \times 0.082 + \frac{\pi(2 \times 10^{-3})^3}{3}\right\}$$

$$= 1.039 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$\therefore$ ২য় নলের পানির ভর, $m_2 = \rho V_2 = \rho(\pi r_2^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r_2^3)$

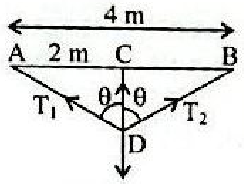
$$= 1000 \times \left(\pi \times (6.67 \times 10^{-4})^2 \times 0.246 + \frac{\pi \times (6.67 \times 10^{-4})^3}{3}\right)$$

$$= 3.438 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

১ম নলে উত্থিত পানির ভর, ২য় নল অপেক্ষা–

$(1.039 \times 10^{-3} - 3.438 \times 10^{-4})$ বা, 6.95×10^{-4} kg বা, 0.695 mg বেশি। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৩১ 6 mm ব্যাস এবং 4 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দুই প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকানো। তারের মধ্যবিন্দুতে কিছু ভর যুক্ত করলে চিত্রের মতো তারটির আদি অবস্থা থেকে 2 cm অবনমিত হয়। [$Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$, $g = 10\ ms^{-2}$, $T_1 = 50\ N$]



(ক) আসঞ্জন বল কাকে বলে?

(খ) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের ওপর নির্ভর করে না কেন?

(গ) তারটির প্রকৃত প্রসারণ কত নির্ণয় কর?

(ঘ) তারটিতে কত ভর চাপানো হয়েছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

ক ভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে।

খ কোনো একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগে দৈর্ঘ্য বিকৃতি ও পার্শ্ব বিকৃতি ঘটলে পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = -\frac{\Delta r/r}{\Delta L/L}$$

পয়সনের অনুপাত একটি ধ্রুবক, পয়সনের অনুপাতের সীমা $-1 \le \sigma \le \frac{1}{2}$ হয়ে থাকে। অধিকাংশ ধাতব পদার্থের জন্য এর মান 0.3 এর কাছাকাছি হয়। পয়সনের অনুপাত কেবল বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভর করে। এটি প্রযুক্ত বল, প্রযুক্ত পীড়ন ইত্যাদি উপর নির্ভর করে না।

গ উদ্দীপকের চিত্র হতে,

$AC = 2\ m$ ও $CD = 2\ cm = 0.02\ m$

এখন, ΔACD ত্রিভুজে পীথাগোরাসের সূত্র ব্যবহার করে পাই,

$$AD^2 = AC^2 + CD^2$$
$$\Rightarrow AD = \sqrt{AC^2 + CD^2}$$
$$= \sqrt{2^2 + (0.02)^2}$$
$$= 2.0001\ m$$

∴ তারটির প্রকৃত প্রসারণ $= 2 \times (AD - AC)$
$= 2 \times (2.0001 - 2) = 0.0002\ m$

অতএব, তারটির প্রকৃত প্রসারণ 0.0002 m। **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপকের তারটি D অবস্থানে স্থির থাকলে $T_1 = T_2 = T = 50\ N$

তারটির টান বল AD এবং BD বরাবর ক্রিয়া করে।

ধরি, তারটিতে চাপানো ভারের ওজন W যা CD বরাবর ক্রিয়া করে।

∴ CD বরাবর টান বলের মোট উপাংশ = বস্তুর ওজন

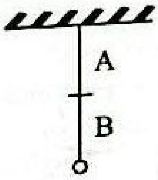
$$\Rightarrow T_1\cos\theta + T_2\cos\theta = W$$
$$\Rightarrow T\cos\theta + T\cos\theta = mg$$
$$\Rightarrow mg = 2T\cos\theta$$
$$\Rightarrow m = \frac{2T\cos\theta}{g}$$
$$\Rightarrow m = \frac{2 \times 50 \times \frac{0.02}{2.0001}}{10} = 0.1\ kg$$

সুতরাং তারটিতে 0.1 kg ভর চাপানো হয়েছিলো। **(Ans.)**

সৃজনশীল অংশ (Practice)

প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

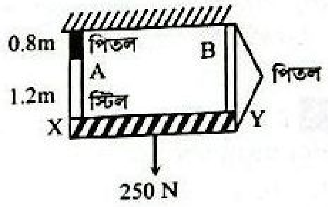
১ A ও B উভয় তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল ও প্রাথমিক দৈর্ঘ্য সমান। নিচের প্রান্তে 5 kg ভর ঝুলানো হলে পর্যবেক্ষণে দেখা গেল A তারের প্রতি একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ বেশি হয়।



(গ) তার দুইটির সম্মিলিত ইয়ং এর গুনাঙ্ক বের করো। [উত্তর: $1.92 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$]

(ঘ) উদ্দীপকের পর্যবেক্ষণের সত্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: পর্যবেক্ষণ সঠিক নয়।]

২ একটি তামার তারের একপ্রান্তে 10 kg ভরের একটি বস্তুকে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। তারটি 0.3 m লম্বা এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $10^{-6}\ m^2$। তারটির অসহ পীড়ন $4.8 \times 10^7\ Nm^{-2}$। পরবর্তীতে 250 N ওজনের একটি ভারী সুষম ধাতব দণ্ড XY, সমান দৈর্ঘ্যের দুটি তার A ও B দ্বারা অনুভূমিক তলে ঝুলানো আছে। প্রতিটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2.5 \times 10^{-7}\ m^2$। A তারের 0.8 m পিতলের এবং বাকি 1.2 m স্টিলের যা চিত্র-১ এ দেখানো হয়েছে। স্টিলের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$ এবং পিতলের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $1 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$।

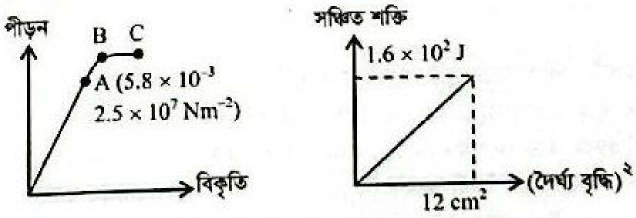


চিত্র-১

(গ) উদ্দীপকের ১ম ক্ষেত্রে বস্তুটিকে সর্বোচ্চ কত কৌণিক বেগে ঘুরানো যাবে? [উত্তর: $4\ rads^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকের XY বারের কোন প্রান্ত বেশি নিচু হবে– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: Y প্রান্ত]

৩ 50 cm দীর্ঘ এবং $20\ mm^2$ প্রস্থচ্ছেদের দুটি ভিন্ন তার নেয়া হলো। প্রথম তারের পীড়ন বনাম বিকৃতি লেখচিত্রে দেখানো হল। A বিন্দুটি প্রথম তারের স্থিতিস্থাপক সীমা নির্দেশ করে। C বিন্দুতে তারটির উপাদানের অসহ পীড়ন $5.5 \times 10^7\ Nm^{-2}$। দ্বিতীয় তারের সঞ্চিত শক্তি বনাম (দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি)² লেখচিত্র দেখানো হলো।



(গ) সর্বোচ্চ কত ভরের বস্তু ১ম তারের সাথে বেঁধে ঝুলানো যাবে? [উত্তর: 112.245 kg]

(ঘ) কোন তারের ভার নেয়ার সামর্থ্য বেশি– গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: ২য় তারের ইয়ং গুনাঙ্ক বেশি তাই ভার নেওয়ার সামর্থ্য বেশি।]

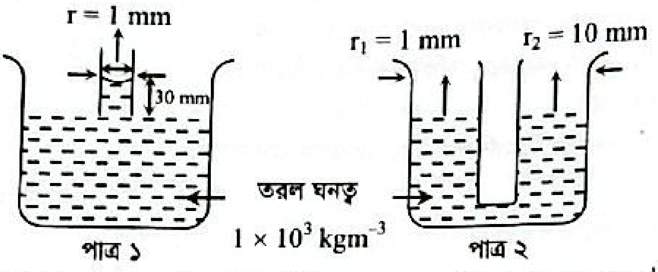
৪ ইস্পাতের তৈরি একটি তারের ইয়ং গুণাঙ্ক 2.1×10^{11} Nm^{-2}। এটির এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে অপর প্রান্তে 30 kg ভরের একটি বস্তু ঝুলানো হলো। তারটির দৈর্ঘ্য 1.5 m এবং ব্যাস 1 mm।

(গ) তারটির দৈর্ঘ্য পরিবর্তন কত হবে? [উত্তর: 2.67 mm]

(ঘ) উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যের আলোকে পয়সনের অনুপাত পাওয়া যাবে কি-না গাণিতিকভাবে মতামত দাও।

[উত্তর: পাওয়া যাবে, পয়সনের অনুপাত হবে, 0.4999]

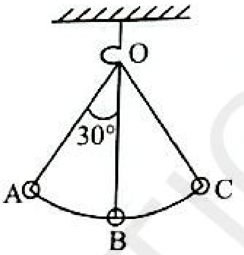
৫



(গ) চিত্র-১ থেকে তরলটির পৃষ্ঠটান নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.0735 Nm^{-1}]

(ঘ) চিত্র-২ এ U নলের দুই বাহুর তরলের উচ্চতার পার্থক্য কত হবে- গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। [উত্তর: 13.5 mm]

৬ P ও Q দুটি তারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 m ও 6 m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 1.5 mm^2 ও 1.1 mm^2। এদের ইয়ং এর গুণাঙ্ক যথাক্রমে 2.1×10^{11} Nm^{-2} এবং 1.3×10^{11} Nm^{-2}। তার দুটির মুক্তপ্রান্তে 10 cm ব্যাসার্ধের এবং 5 kg ভরের গোলক যুক্ত করে চিত্রানুযায়ী আলাদাভাবে A অবস্থান হতে দুলতে দেওয়া হয়। তার দুটির অসহপীড়ন 56468 kPa।



(গ) তারদ্বয়ের বিকৃতির তুলনা কর। [উত্তর: $\frac{l_Q}{L_Q} = 2.2\frac{l_P}{L_P}$]

(ঘ) দুইটি তারই C অবস্থানে পৌঁছাতে পারবে কিনা- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: শুধুমাত্র P তারটি পারবে, Q পারবে না।]

৭ একই দৈর্ঘ্যের দুটি তার X ও Y একই উপাদান দ্বারা তৈরি কিন্তু তারদ্বয়ের ব্যাস যথাক্রমে 4 mm এবং 6 mm। X তারের অসহ পীড়ন 5.85×10^7 Nm^{-2}। তার দুটিকে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে অপর প্রান্তে একই পরিমাণ ভার যুক্ত করা হলো।

(গ) 'X' তারটির অসহভার নির্ণয় কর। [উত্তর: 735.111 N]

(ঘ) তারদ্বয়ে যদি সরল দোলকের ন্যায় দোলন দেওয়া হয় তবে উভয় ক্ষেত্রে দোলনকাল একই থাকবে কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [উত্তর: একই থাকবে না।]

৮ একটি পরীক্ষাগারে দুটি কক্ষ। কক্ষ দুটিতে দুটি তার ঝুলানো আছে। প্রথম কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 2°C এবং দ্বিতীয় কক্ষের কক্ষ তাপমাত্রা 50°C। দ্বিতীয়, তারটি প্রথম তার অপেক্ষা মোটা। প্রথম তারের দৈর্ঘ্য 1 m, ব্যাস 5 mm; 3 kg ভর ঝুলানোর ফলে দৈর্ঘ্য হলো 1 cm এবং ব্যাস 0.01 mm। আবার দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য 3 m ব্যাস 15 mm সম ভর দেওয়ায় দৈর্ঘ্য হলো 3 cm এবং ব্যাস 0.03 mm।

(গ) প্রথম ও দ্বিতীয় তারের পয়সনের অনুপাতের তুলনা কর। [উত্তর: $\sigma_1 = \sigma_2$]

(ঘ) তার দুটির মধ্যে কোনটির অসহভার বেশি বলে তুমি মনে কর? মতামত ব্যক্ত কর। [উত্তর: ১ম তারটির]

৯ অহনা ঘরে বসে বাইরের বৃষ্টি দেখছিলো। সে লক্ষ্য করলো বৃষ্টির ফোঁটার ব্যাসার্ধ 10^{-5} m এবং সাধারণ তাপমাত্রায় পানির পৃষ্ঠটান ও ঘনত্ব যথাক্রমে 7.2×10^{-2} N/m এবং 1000 kg/m^3। বৃষ্টির ফোঁটা ভূমিতে পড়ে চারটি অংশে বিভক্ত হলো।

(গ) উদ্দীপকের আলোকে বায়ুর সান্দ্রবল নির্ণয় কর। [উত্তর: 4.1×10^{-16} N]

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে কি-না? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: হ্রাস পাবে।]

১০ একই আকারের দশটি পানির ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হলো। প্রতিটি ছোট ফোঁটার ব্যাস 5×10^{-7}m। পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1}।

(গ) উদ্দীপকের বড় ফোঁটার ব্যাস নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.077×10^{-6} m]

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনায় পানির তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে কি না- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: তাপমাত্রা বৃদ্ধি 0.11°C]

১১ 10^3 kg/m^3 ঘনত্বের 72×10^{-3} Nm পৃষ্ঠটান বিশিষ্ট পানিতে 0.23 mm ব্যাসের কাচের কৈশিকনল ডুবানো হলো। উক্ত পানির 10^{-4} m ব্যাসের 1000টি পানি বিন্দুকে একত্রিত করে বড় ফোঁটা তৈরি করা হলো। বড় ফোঁটাকে 125টি ছোট ফোঁটায় স্প্রে করা হলো।

(গ) পানি বিন্দু সংযোজনের জন্য প্রয়োজনীয় শক্তির মান নির্ণয় কর।

[উত্তর: 2.04×10^{-6} J]

(ঘ) পানি বিন্দু সংযোজনের বা বিভাজনের কোন ক্ষেত্রে শক্তি বেশি নির্ণয় কর। [উত্তর: ১ম ক্ষেত্রে শক্তির পরিমাণ বেশি হবে।]

১২ চিত্রে পারদপূর্ণ একটিঅ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের উপর 1×10^3 N ব্যবর্তন বল প্রয়োগ করার ফলে এর উপরের পৃষ্ঠ নিচের পৃষ্ঠ অপেক্ষা 0.02 cm সরে যায়। ঘনকে রাখা 10^{-6} m ব্যাসবিশিষ্ট 125টি ক্ষুদ্র পারদের ফোঁটা নিয়ে একটি বড়ফোঁটা তৈরি করা হলো। (পারদের পৃষ্ঠটান 465×10^{-3} Nm^{-1})

(গ) ঘনকটির ব্যবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উত্তর: 2.5×10^7]

(ঘ) পারদের ক্ষুদ্র ফোঁটাসমূহ মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরিতে শক্তির শোষণ নাকি নিঃসরণ ঘটবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: 1.46×10^{-10} J শক্তি নিঃসরণ ঘটবে।]

১৩ জলাশয়ের গভীরতা পরিমাপের জন্য 0.005 m ব্যাসার্ধের এবং 2.5×10^3 kg m^{-3} ঘনত্বের একটি গোলক জলাশয়ের পৃষ্ঠ হতে ছেড়ে দেয়া হলো। 10 sec পর বলটি জলাশয়ের তলায় গিয়ে পড়লো। উল্লেখ্য যে, বলটি 9 sec পর প্রান্তিক বেগ অর্জন করেছে। [পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $\eta = 1.6 \times 10^{-3}$ Nsm^{-2} এবং ঘনত্ব d = 1000 kg m^{-3}]

(গ) উদ্দীপকের বলটির প্রান্তিক বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 51.04 ms^{-1}]

(ঘ) উদ্দীপকের উপাত্ত ব্যবহার করে জলাশয়ের মোট গভীরতা নির্ণয় করা সম্ভব হবে কি? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: সম্ভব, গভীরতা 210 m]

১৪ তানিস্কা 5 cm এবং 2 cm ব্যাসের একই পদার্থের দুটি ধাতব গোলক গ্লিসারিনের মধ্যে একই সময়ে ছেড়ে দিল। গোলক দুটি প্রান্তিক বেগে গ্লিসারিনের মধ্যে পড়ছিল। বড় গোলক প্রান্তিক বেগে গ্লিসারিনের মধ্যে 3 sec সময়ে 27 cm পথ অতিক্রম করল। ধাতব পদার্থের ঘনত্ব 6×10^3 kgm^{-3} ও গ্লিসারিনের ঘনত্ব 1.25×10^3 kgm^{-3} এবং গ্লিসারিনের সান্দ্রতা গুণাংক $1.6Nms^{-2}$।

(গ) বড় গোলকটি প্রান্তিক বেগে পড়ার সময় উহার উপর প্রযুক্ত সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.06782 N]

(ঘ) গোলক দুটি একই সময়ে ছেড়ে দিলে কোন গোলক আগে পড়বে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: ছোট গোলক আগে পড়বে।]

১৫ একটি তারের দৈর্ঘ্য 2 m ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1 \ mm^2$। তারটি উল্লম্ব বরাবর দৃঢ়ভাবে আটকিয়ে নিচে 20 kg-W ভার চাপানো হলে তারটির দৈর্ঘ্য 1×10^{-3} m বৃদ্ধি পায়। তারটির ইয়ং গুণাংকের মান 2×10^{11} Nm^{-2}।

(গ) তারটির প্রসারণে কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.05 J]

(ঘ) উদ্দীপকের তারটি হঠাৎ ছিড়ে গেলে কী তাপ উৎপন্ন হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: তাপ উৎপন্ন হবে।]

১৬ একটি তরলের পৃষ্ঠ হতে উপেক্ষণীয় ভরবিশিষ্ট 10cm ব্যাসের একটি তারের রিং তুলতে 13.5×10^{-3} N বল প্রয়োগ করতে হয়। এই তরলের 2 cm ব্যাসের একটি ফোঁটা ভেঙে একটি ছেলে সমান আকারের 20টি ফোঁটা তৈরি করল। অন্য একটি তরলের পৃষ্ঠতলের প্রতি একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে 72.8×10^{-3} J শক্তি প্রয়োজন হয়। এই তরলের 3 cm ব্যাসের একটি ফোঁটা ভেঙে একটি মেয়ে সমান আকারের 15টি ফোঁটা তৈরি করল।

(গ) ছেলেটির ব্যবহৃত তরলটির পৃষ্ঠটান কত? [উত্তর: 0.215 N]

(ঘ) ছেলে ও মেয়েটির মধ্যে কার বেশি শক্তি লেগেছে- গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর। [উত্তর: ছেলেটির বেশি শক্তি লেগেছে।]

১৭ সানি ও সামির ভর যথাক্রমে 70 kg ও 50 kg। তারা যথাক্রমে 4 mm ও 2 mm ব্যাসার্ধের A ও B তারে ঝোলার ফলে উভয় তারের দৈর্ঘ্য 3 mm বৃদ্ধি পায়। [উভয় তারের আদি দৈর্ঘ্য 2 m]

(গ) B তারের ইয়ং গুণাঙ্ক কত? [উত্তর: 2.6×10^{10} Nm^{-2}]

(ঘ) সানি ও সামির মধ্যে কে বেশি ক্লান্ত হবে- গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: সানি বেশি ক্লান্ত হবে।]

১৮ 2×10^{-4} m ব্যাসার্ধের 27টি ক্ষুদ্র পানির ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটা তৈরি হলো। পানির পৃষ্ঠটান 72×10^{-3} Nm^{-1}

(গ) বড় পানির ফোঁটাটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [উত্তর: 6×10^{-4} m]

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনাটিতে তাপমাত্রার কীরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: পানির তাপমাত্রা 1.713×10^{-4} °C বৃদ্ধি পাবে।]

১৯ একটি তরলের বুদবুদের ব্যাসার্ধ 0.01 m থেকে বাড়িয়ে 0.04 m করতে 9.8×10^{-4} joule কাজ করতে হয়। ঐ তরলে 0.4 mm ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক নলকে খাড়া ডুবালে 4° স্পর্শ কোণে তরলটি নলের ভেতর 30 mm আরোহণ করে। 2 mm ব্যাসার্ধের এবং 0.5 gm ভরের একটি গোলককে ঐ তরল ছেড়ে দেয়া হয়।

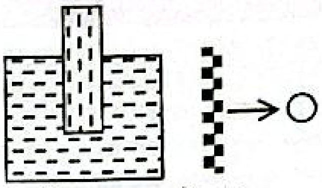
(গ) তরলের পৃষ্ঠটান নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.0519 Nm^{-1}]

(ঘ) গোলকটি ঐ তরলে ভাসবে না ডুবে যাবে- গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে নির্ণয় কর। [উত্তর: ডুবে যাবে।]

২০ চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

চিত্র-০১ : নলের ব্যাস 0.4 mm এবং কাচনল ও পানির স্পর্শ কোণ 2°। আয়তাকার বাক্সটি পানি দ্বারা পূর্ণ।

চিত্র-০২ : 5×10^{-7} m ব্যাসার্ধের 10টি ছোট ফোঁটা মিলে একটি বড় ফোঁটায় পরিণত হয়।



চিত্র-০১ চিত্র-০২

(গ) ১ম চিত্রে তরলের আরোহন কত? [উত্তর: 73.4 mm]

(ঘ) ২য় চিত্রের ঘটনায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে কি না- গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: তাপমাত্রা 0.055°C বৃদ্ধি পাবে।]

২১ পানির বিশেষ কিছু বৈশিষ্ট্য পরীক্ষাকালে দেখা যায় যে, 0.01 m^2 ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি পাতকে 2 mm পুরু পানির একটি স্তরের উপর দিয়ে 0.04 ms^{-1} বেগে নিয়ে যেতে 0.4 N অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হয়। আবার 2×10^{-4} m ব্যাসার্ধের একটি লোহার গোলক পানিতে ছেড়ে দিলে গোলকটি প্রথমে দ্রুত পানির মধ্যে দিয়ে পতিত হতে থাকলেও অতি অল্প সময়ের মধ্যেই গোলকটির বেগ সুষম হয়। (লোহার ঘনত্ব 7.8×10^3 kg m^{-3})

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত তরলের সান্দ্রতা সহগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 2 Nsm^{-2}]

(ঘ) উদ্দীপকরে উল্লিখিত গোলকটির সুষম বেগ প্রাপ্ত হওয়ার পর 2 সেকেন্ডে 0.5m দূরত্ব অতিক্রম করতে পারবে কি? গাণিতিকভাবে দেখাও।

২২ 0.8×10^{-3} m ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক কাচ নল পারদে ডুবালে নলের মধ্যে পারদের 6.753×10^{-3} m অবনমন হয়। পারদের প্রতিটি ফোঁটার ব্যাসার্ধ 2×10^{-7} m এবং ৪টি ফোঁটা একত্রিত হয়ে একটি বড় ফোঁটা তৈরি করে। পারদের পৃষ্ঠটান 4.7×10^{-1} Nm^{-1}, ঘনত্ব 13.6×10^3 kg m^{-3} এবং আপেক্ষিক তাপ 140 J kg^{-1} K^{-1}।

(গ) কাচ ও পারদের মধ্যকার স্পর্শকোণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 140°]

(ঘ) উদ্দীপকে পারদের ফোঁটা একত্রিত হওয়ার ঘটনায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে কী-গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: 1.85°C বৃদ্ধি পাবে।]

২৩ হলি ল্যান্ড কলেজের নতুন ভবন নির্মাণের জন্য কলেজ কমিটি দুটি ফ্যাক্টরি A এবং B এর তৈরি 2 m দৈর্ঘ্যের দুটি রডের নমুনা পরীক্ষা করলেন। রড দুটির ব্যাস যথাক্রমে 5 mm ও 4.5 mm। রড দুটিতে 2.5×10^5 N বল প্রয়োগ করায় এদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6% ও 6.5% বৃদ্ধি পায়।

(গ) উদ্দীপকে প্রদত্ত বলটি কোন স্প্রিং এ প্রযুক্ত হওয়ায় তা 25 cm প্রসারিত হলে তাতে কত শক্তি সঞ্চিত হবে? [উত্তর: 31250 J]

(ঘ) বিভিন্ন প্রস্থের রড ক্রয়ের জন্য কলেজ কমিটি কোন ফ্যাক্টরিটি উপযুক্ত মনে করবেন- তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও। [উত্তর: B ফ্যাক্টরি উপযুক্ত]

২৪ দৃঢ় অবলম্বন হতে 1 m দৈর্ঘ্যের একই উপাদানের দুটি তারের প্রত্যেকটির মুক্তপ্রান্তে 0.05 kg ভর ঝুলানো হলো। তারগুলোর ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 4 mm (ইয়ং এর গুণাঙ্ক = 2×10^{11} Nm^{-2})।

(গ) প্রথম তারটির একক আয়তনে স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.06 J]

(ঘ) ভরসহ প্রত্যেকটি ঝুলানো তার সরল দোলকের ন্যায় আচরণ করলে কোনটি ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: প্রথমটি ধীরে চলবে।]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

স্থিতিস্থাপকতা

১। নমনীয় বস্তু কাকে বলে?

উত্তর: বিকৃতিকারী বল অপসারণের পর যে সকল বস্তুর অবস্থার পুনঃপ্রাপ্তি ঘটে না তাদেরকে নমনীয় বস্তু বলে।

২। ধাতব বন্ধন কী? [ব. বো. ২৫]

উত্তর: যখন ধাতুর পরমাণুগলো তাদের বহিঃস্থ স্তরের ইলেকট্রনসমূহকে (valence electrons) ছেড়ে দেয় এবং এই মুক্ত ইলেকট্রনগুলো ধাতুর ভেতরে স্বাধীনভাবে চলাচল করে তখন ধনাত্মক ধাতব আয়নসমূহ এবং মুক্ত ইলেকট্রনের মধ্যে যে আকর্ষণ বল সৃষ্টি হয় তাকে ধাতব বন্ধন বলে।

৩। আন্তঃআণবিক বল কাকে বলে? [ব. বো. ২৩]

উত্তর: পদার্থের অণুগুলো নির্দিষ্ট দূরত্বে থেকে একে অপরকে যে বলে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ করে তাকে আন্তঃআণবিক বল বলে।

৪। পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু কী?

উত্তর: বাহ্যিক বল অপসারিত হলে যদি বিকৃত বস্তু ঠিক আগের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাহলে ঐ বস্তুকে পূর্ণস্থিতিস্থাপক বস্তু বলে।

৫। পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলতে কী বোঝায় ?

উত্তর: বাইরে থেকে যেকোনো পরিমাণ বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর যদি আকারের কোনো পরিবর্তন না ঘটে তাহলে বস্তুটিকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে।

৬। পূর্ণ নমনীয় বস্তু কী?

উত্তর: কোনো বস্তুর ওপর বাহ্যিক বল প্রয়োগ করে তাকে বিকৃত করলে যদি বল অপসারণের পর বস্তুটি ঐ বিকৃত অবস্থা পুরোপুরি বজায় রাখে তাহলে বস্তুটিকে নমনীয় বা পূর্ণ প্লাস্টিক বস্তু বলে।

৭। সমদিকধর্মী বস্তু কাকে বলে?

উত্তর: যে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্ম সব দিকে একই রকম সে ধরনের বস্তুকে সমদিকধর্মী বস্তু বলে। এই ধরণের বস্তুকে দিক নিরপেক্ষ স্থিতিস্থাপক বস্তুও বলে।

৮। স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি কাকে বলে? [দি. বো. ২৪, ১৯; য. বো. ২২; ম বো. ২২]

উত্তর: কোন বস্তুকে বারবার বিকৃতি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে। বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি বলে।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

৯। পীড়ন কী? [ঢা. বো. ২৪]

উত্তর: বাইরে থেকে বল প্রয়োগের ফলে কোনো বস্তুর আকার বা দৈর্ঘ্য বা আয়তনের পরিবর্তন ঘটলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে এ বলকে প্রতিরোধ করার জন্য বাধাদানকারী একটি বলের উদ্ভব হয়। বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে উদ্ভূত এ বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানকে পীড়ন বলে।

১০। স্থিতিস্থাপক সীমা কাকে বলে?
[রা. বো. ২৪, ২৩; দি. বো. ২৩, ২২; ম. বো. ২৩; ঢা. বো. ২২; সি. বো. ১৭]

উত্তর: সর্বাধিক যে মানের বল পর্যন্ত কোন বস্তু পূর্ণস্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ সর্বাপেক্ষা বেশি যে বল প্রয়োগ করে বল অপসারণ করলে বস্তুটি পূর্বাবস্থায় ফিরে যায় তাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

১১। স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কী? [য. বো. ২৪, ২৩]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে ঐ বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

১২। ইয়ং এর গুণাংক কাকে বলে? [ব. বো. ২৪]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বলে।

১৩। অসহ পীড়ন কী? [চ. বো. ২৫; ম. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

উত্তর: প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে প্রযুক্ত সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ছিঁড়ে বা ভেঙে যায় তাকে অসহ পীড়ন বলে।

১৪। হুকের সূত্রটি লেখ। [ব. বো. ২৫; চ. বো. ২৩]

উত্তর: হুকের সূত্রটি হলো– স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

১৫। আকার বা ব্যবর্তন পীড়ন বলতে কী বোঝায়?

উত্তর: বস্তুর কোনো তলে স্পর্শী বল প্রয়োগের ফলে যদি আকারের বিকার ঘটে তবে ঐ তলের একক ক্ষেত্রফলে যে প্রত্যয়নী বল উৎপন্ন হয় তাকে আকার পীড়ন বা ব্যবর্তন পীড়ন বলে।

১৬। কৃন্তন বিকৃতি কী? [সি. বো. ১৯]

উত্তর: বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবল আকৃতির পরিবর্তন হলে সৃষ্ট বিকৃতি তথা একক দূরত্বে অবস্থিত দুই তলের মধ্যবর্তী আপেক্ষিক সরণকে কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি বলে।

১৭। সংনম্যতা কী? [ব. বো. ২২; অনুরূপ ঢা. বো. ১৯; কু. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করায় বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মই সংনম্যতা।

১৮। পীড়নের মাত্রা লেখ?

উত্তর: পীড়নের মাত্রা $ML^{-1}T^{-2}$।

১৯। অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি কী?

উত্তর: কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগের ফলে যদি এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন বা বিকার হয় তবে একক দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন বা বিকারকে অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।

২০। অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন কী?

উত্তর: দৈর্ঘ্য বিকারের ফলে স্থিতিস্থাপকতার কারণে বস্তুটির প্রস্থচ্ছেদের একক ক্ষেত্রফলে দৈর্ঘ্য বরাবর যে প্রত্যয়নী বল তৈরি হয় তাকে অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন বলে।

২১। পীড়ন বনাম বিকৃতির লেখচিত্রে ঢাল কী নির্দেশ করে?

উত্তর: পীড়ন বনাম বিকৃতির লেখচিত্রে ঢাল ইয়ং-এর গুণাঙ্ক (Y) নির্দেশ করে।

২২। সংনম্যতার একক ও মাত্রা লেখ?

উত্তর: সংনম্যতার একক $N^{-1}m^2$ এবং মাত্রা $M^{-1}LT^2$।

২৩। দৃঢ়তার গুণাঙ্ক কাকে বলে?

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর ব্যবর্তন পীড়ন ও ব্যবর্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের দৃঢ়তার গুনাঙ্ক বলে।

২৪। ইয়ং এর গুনাঙ্ক Y, দৃঢ়তা গুনাঙ্ক η, পয়সনের অনুপাত σ এর মধ্যে সম্পর্ক লেখ।

উত্তর: $Y = 2\eta(1 + \sigma)$

পয়সনের অনুপাত

২৫। অসংনম্যতা কাকে বলে? [রা. বো. ২৫]

উত্তর: অসংনম্যতা হলো কোনো পদার্থের এমন ধর্ম, যাতে বহিঃচাপ প্রয়োগ করলেও এর আয়তন প্রায় অপরিবর্তিত থাকে। যেমন: তরল পদার্থ (পানি) প্রায় অসংনম্য।

২৬। পয়সনের অনুপাত কী? [ম. বো. ২৫; চ. বো. ২২]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।

২৭। পয়সনের অনুপাত σ, আয়তন গুনাঙ্ক K, এবং ইয়ং এর গুনাঙ্ক Y এর মধ্যে সম্পর্ক লেখ।

উত্তর: $Y = 3K(1 - 2\sigma)$

২৮। পয়সনের অনুপাতের মানের সীমা কত?

উত্তর: পয়সনের অনুপাতের সীমা, $-1 \le \sigma \le \frac{1}{2}$

স্থিতিস্থাপক সঞ্চিত শক্তি

২৯। স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি কাকে বলে? [দি. বো. ২৫; ম. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

উত্তর: যখন কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তু (যেমন: স্প্রিং, রাবার ব্যান্ড ইত্যাদি) কে টেনে বা চেপে বিকৃত করা হয় তখন বস্তুটির ভেতরে একটি বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়। এই সঞ্চিত শক্তিকেই স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে।

৩০। কর্মদক্ষতা কাকে বলে? [কু. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং যন্ত্রের প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

৩১। আয়তন বিকৃতির জন্য সঞ্চিত বিভব শক্তির রাশিমালা লেখ।

উত্তর: আয়তন বিকৃতির জন্য সঞ্চিত বিভব শক্তি,

$$W = \frac{1}{2}\frac{\text{আয়তন গুণাঙ্ক} \times (\text{আয়তন পরিবর্তন})^2}{\text{আদি আয়তন}} = \frac{1}{2}\frac{Bv^2}{V}$$

৩২। ব্যবর্তন বিকৃতির জন্য সঞ্চিত বিভব শক্তির রাশিমালা লেখ।

উত্তর: ব্যবর্তন বিকৃতির জন্য সঞ্চিত বিভব শক্তি,

$$W = \frac{1}{2}\frac{\text{ব্যবর্তন গুণাঙ্ক} \times \text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল} \times (\text{আণুভূমিক সরণ})^2}{\text{উল্লম্ব উচ্চতা}}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\eta A x^2}{y}$$

প্রবাহী ও প্রবাহীর সান্দ্রতা

৩৩। সান্দ্র বল কাকে বলে? [চ. বো. ২৩]

উত্তর: যে ধর্মের জন্য প্রবাহী তার অভ্যন্তরীণ বিভিন্ন স্তরের মধ্যকার আপেক্ষিক গতির বিপরীতে (স্পর্শীয়ভাবে) বাধার সৃষ্টি করে তাকে প্রবাহীর সান্দ্র বল বলে।

৩৪। সান্দ্রতা সহগ কাকে বলে? [রা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ১৮]

অথবা, সান্দ্রতাঙ্ক কী?

উত্তর: কোনো প্রবাহীর গতিবেগের একক নতিমাত্রা বজায় রাখতে প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর যে পরিমাণ সান্দ্রতা বল প্রয়োজন হয় তাকে ওই প্রবাহীর সান্দ্রতা সহগ বলে।

৩৫। সান্দ্রতা কাকে বলে? [চ. বো. ১৯; ঢা. বো., দি. বো., সি. বো., য. বো. ১৮ দি. বো. ১৭]

উত্তর: যে ধর্মের দরুন প্রবাহী তার অভ্যন্তরস্থ বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক বেগ বাধাগ্রস্থ হয় তাকে ওই প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।

৩৬। প্রান্তিক বেগের সংজ্ঞা লিখ। [মা. বো. ১৯; ব. বো. ১৭; চ. বো. ১৫]

উত্তর: কোনো প্রবাহীর মধ্যে কোনো বস্তু পতিত হওয়ার সময় বস্তুর উপর নিট ত্বরণ শূন্য হওয়ার পর যে ধ্রুব বেগে পতিত হতে থাকে তাকে প্রান্তিক বেগ বলে।

৩৭। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা সমীকরণ লিখ।

উত্তর: সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা $ML^{-1}T^{-1}$।

পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি

৩৮। পৃষ্ঠটান কী? [চ. বো. ১৬]

উত্তর: কোনো তরল পৃষ্ঠে একটি কল্পিত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ওই রেখার উভয় পার্শ্বে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

৩৯। পৃষ্ঠশক্তি কাকে বলে? [ঢা. বো., দি. বো., সি. বো., য. বো. ১৮; ব. বো. ১৫]

উত্তর: কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠ শক্তি বলে।

স্পর্শকোণ ও কৈশিকতা

৪০। কৈশিকতা কাকে বলে? [রা. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো সরু নলের মধ্য দিয়ে তরলের উত্থান বা অবনমনের ধর্মকে কৈশিকতা বলে।

৪১। স্পর্শ কোণ কাকে বলে? [ঢা. বো. ১৬; সি. বো., কু. বো., রা. বো. ১৫]

উত্তর: কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।

৪২। সংসক্তি বল কি? [কু. বো. ১৯; রা. বো. ১৬]

উত্তর: একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল বলে।

৪৩। আসঞ্জন বল কাকে বলে?

উত্তর: ভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

স্থিতিস্থাপকতা

১। একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে উত্তপ্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৫; চ. বো. ২৩]

উত্তর: একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে এর ভিতরের অণুগুলোর কম্পন বেড়ে যাবে ফলে অণুসমূহের মধ্যকার গতিশক্তি বৃদ্ধি পাবে। আমরা জানি, অণুসমূহের গতিশক্তি তাপমাত্রার সমানুপাতিক হারে বৃদ্ধি পায়। অতএব, গতিশক্তি বৃদ্ধির দরুণ ইস্পাতের তারে তাপের সৃষ্টি হবে এবং এর ফলে তারটির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ তারটি উত্তপ্ত হবে।

২। পদার্থের মধ্যে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম সৃষ্টির কারণ কী? ব্যাখ্যা করো। [কু. বো. ২৩]

উত্তর: বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর আকার বা আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে তথা বস্তু বিকৃত হয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারণে বস্তুর যে ধর্মের জন্য বিকৃত বস্তু পূর্বের আকার ও আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে। সকল অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল ক্রিয়া করে। আণবিক দূরত্ব যত বেশি হয়, আন্তঃআনবিক বল তত বেশি আকর্ষণধর্মী হয়। কোনো বস্তুতে টান প্রয়োগ করলে অনুগুলোর মধ্যবর্তী আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। ফলে আকর্ষণ বল অনুভব করে। বহিঃস্থ বল সরিয়ে নিলে আকর্ষণ বলের প্রভাবে সাম্যবস্থায় ফিরে আসে। এ কারণে পদার্থের মধ্যে স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম সৃষ্টি হয়।

৩। একটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি সৃষ্টি হওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২২]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো তারের উপর পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি বা অনেকক্ষণ ধরে প্রয়োগ করলে এর স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় ফলে বল অপসারণের সাথে সাথে তা পূর্বের অবস্থা ফিরে পায়না। কিছুটা দেরি হয় বা আদৌ ফিরে পায়না। বিজ্ঞানী কেলভিন এই ঘটনাকে স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি নামে অভিহিত করেছেন। পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি বা দীর্ঘসময় যাবত প্রয়োগের ফলে অসহভার অপেক্ষা অনেক কম ভারে এমনকি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারটি ছিঁড়ে যেতে পারে। কোন বস্তুকে এভাবে বারংবার বল প্রয়োগের মাধ্যমে বিকৃতি সৃষ্টি করলে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে যা স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি সৃষ্টির জন্য দায়ী।

৪। আন্তঃআণবিক বলের সাহায্যে পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২২]
অথবা, কঠিন বস্তুর আন্তঃআণবিক বলই স্থিতিস্থাপকতার কারণ– ব্যাখ্যা কর। [সম্মিলিত বো. ১৮]

উত্তর: কঠিন পদার্থের অণুগুলো আন্তঃআণবিক বলের জন্য কেলাসের মধ্যে নিম্নতম বিভবশক্তি স্থানে অবস্থান করে। এই অবস্থানে অণুগুলোর উপর ক্রিয়াশীল নিট আন্তঃআণবিক বল শূন্য। আন্তঃআণবিক বলের ধর্ম হলো আন্তঃআণবিক দূরত্ব যত বেশি হয় আন্তঃআণবিক বল তত বেশি আকর্ষণধর্মী হয় এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব যত কম হয় আন্তঃআণবিক বল তত বিকর্ষণধর্মী হয়।

বল প্রয়োগ করে পদার্থকে প্রসারিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায় যে কারণে অণুগুলোর মধ্যে আকর্ষণ বল অনুভূত হয়। প্রয়োগকৃত বল অপসারণ করলে আকর্ষণ বলের দরুণ তারা আগের অবস্থানে ফিরে যায়। আবার একইভাবে বল প্রয়োগে পদার্থকে সংকুচিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব কমে আসে বিধায় অণুগুলো বিকর্ষণধর্মী বল অনুভব করে। প্রয়োগকৃত বল সরিয়ে নিলে এই বিকর্ষণ বলের জন্য অণুগুলো পূর্বের অবস্থানে ফিরে যায়।

সুতরাং, বলা যায় আন্তঃআণবিক বলই কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের কারণ।

৫। স্থিতিস্থাপক সীমা ও স্থিতিস্থাপক ক্লান্তির মধ্যে প্রধান পার্থক্য কী? [ঢা. বো. ১৭]

উত্তর: বিকৃতি সৃষ্টিকারী বাহ্যিক বল প্রয়োগ করে বিকৃত করার সময় প্রায় প্রত্যেক বস্তুই বাহ্যিক বলের একটি সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করে। বাহ্যিক বলের এই সর্বোচ্চ মান বা সীমাকেই স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

অপরদিকে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো তারের উপর পীড়ন ক্রমাগত হ্রাস বৃদ্ধি করলে স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায় যার ফলে অসহ ভার অপেক্ষা অনেক কম ভারে এমনকি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারটি ছিড়ে যায়। স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি না হলে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারটি ছিড়তো না। এটি হলো এদের মধ্যে প্রধান পার্থক্য।

৬। সাম্যাবস্থার তুলনায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব বেশি হলে অণুগুলো আকর্ষণ নাকি বিকর্ষণ বল লাভ করে– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৯]
অথবা, আন্তঃআণবিক বলের সাথে আন্তঃআণবিক দূরত্বের সম্পর্ক কীরূপ? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৯]

উত্তর: কঠিন পদার্থের অণুগুলো কেলাস অবস্থায় নিম্নতম বিভবশক্তি স্থানে অবস্থান করে। এ অবস্থানকে সাম্যাবস্থা বলে। সাম্যাবস্থায় অণুগুলোর উপর ক্রিয়াশীল নিট আন্তঃআণবিক বল শূন্য। ফলে, কঠিন পদার্থ সাম্যাবস্থা বজায় রাখতে চায়।

আবার, বল প্রয়োগ করে পদার্থকে প্রসারিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। ফলে প্রয়োগকৃত বল অপসারণ করলে আকর্ষণ বলের দরুণ তারা সাম্যাবস্থার তুলনায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব বেশি হলে অণুগুলো আকর্ষণ বল লাভ করে।

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

৭। তরল ও গ্যাসের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক থাকে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫]

উত্তর: দৃঢ়তার গুণাঙ্ক হল কোনো পদার্থে স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করলে তার বিকৃতি প্রতিরোধ করার ক্ষমতার পরিমাপ। কঠিন পদার্থের অণুগুলো স্থির অবস্থানে থাকে এবং তাদের মধ্যে দৃঢ় পারস্পরিক বন্ধন থাকে। তাই স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করলে তারা সামান্য সরে গিয়ে আবার ভারসাম্যে ফিরে আসে। অন্যদিকে তরল ও গ্যাসে অণুগুলো স্থায়ী অবস্থানে থাকে না, তারা সবসময় স্বাধীনভাবে চলাফেরা করে এবং তাদের মধ্যে কোনো স্থির আকৃতি নেই এবং নির্দিষ্ট স্পর্শকীয় বল প্রতিরোধ করার ক্ষমতা নেই। স্পর্শকীয় বল বা শিয়ার বল প্রয়োগ করলে তরল বা গ্যাস স্থায়ীভাবে প্রবাহিত হতে শুরু করে, পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে না। তাই তরল ও গ্যাসের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক শূন্য ধরা হয়।

৮। পীড়ন স্কেলার না ভেক্টর রাশি? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫; ব. বো. ২৩]

উত্তর: পীড়ন একটি স্কেলার রাশি, কারণ একে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য শুধুমাত্র মানের প্রয়োজন হয় কিন্তু দিকের প্রয়োজন পড়ে না। পীড়ন হলো কোনো বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বল। যদিও বল একটি ভেক্টর রাশি, কিন্তু পীড়নে বলকে ক্ষেত্রফল দিয়ে ভাগ করা হয় এবং এটি বস্তুর সামগ্রিক প্রভাবকে বোঝায় তাই এর শুধুমাত্র মানই যথেষ্ট।

উদাহরণস্বরূপ: যদি একটি ধাতব দণ্ডের উপর টান বা চাপ প্রয়োগ করা হয়, তবে বস্তুর ভেতরের প্রতি একক ক্ষেত্রফলের ওপর যে বল কাজ করে তাকে পীড়ন বলে। এই বলের দিক নির্দিষ্ট হলেও পীড়ন নিজেই একটি পরিমাপযোগ্য রাশি যা একক ক্ষেত্রফলের ওপর বলের পরিমাণ বোঝায়, যার জন্য কোনো বিশেষ দিকের প্রয়োজন হয় না।

৯। অ্যালুমিনিয়াম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 7.0×10^{10} Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? [চ. বো. ২৫]

উত্তর: ইয়ং এর গুণাঙ্ক কোনো বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের পরিমাপ। হুকের সূত্রানুসারে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এবং বিকৃতি একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বলে।

অ্যালুমিনিয়াম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 7.0×10^{10} N/m^2 মানে হলো অ্যালুমিনিয়াম তারে যদি–

একক ক্ষেত্রফলের (1 m^2) ওপর 7.0×10^{10} N বল প্রয়োগ করা হয় তবে তার দৈর্ঘ্য মূল দৈর্ঘ্যের সমান বাড়ার প্রবণতা দেখাবে। সহজভাবে বলা যায়, অ্যালুমিনিয়াম তার কতটা শক্ত বা অনমনীয়। অর্থাৎ অ্যালুমিনিয়াম তুলনামূলকভাবে অনেক চাপেও সামান্য প্রসারিত হয়।

১০। একটি তারের বিকৃতির মান বাড়াতে পীড়নের মান বৃদ্ধি করতে হবে কি? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫; কু. বো. ২৪]

উত্তর: একটি তারের বিকৃতি বাড়াতে হলে অবশ্যই তারে প্রয়োগ করা পীড়ন বাড়াতে হবে।

আমরা জানি, পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$ এবং হুকের সূত্র অনুযায়ী, পীড়ন $\propto$ বিকৃতি

$\therefore$ stress = Y × strain

যেখানে Y হলো ইয়ং এর গুণাঙ্ক। যেহেতু Y একটি ধ্রুবক (নির্দিষ্ট পদার্থের জন্য) তাই stress বাড়ালে strain বাড়বে। অর্থাৎ তারের উপর প্রয়োগকৃত পীড়ন যত বেশি হবে, তার বিকৃতিও তত বেশি হবে।

১১। তাপমাত্রা বাড়ালে স্থিতিস্থাপক গুণাংকের মান কমে কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৪; কু. বো. ২২]

উত্তর: আমরা জানি, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $= \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ এবং বিকৃতি $= \frac{\text{দৈর্ঘ্য পরিবর্তন}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}}$

অর্থাৎ, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $\propto \frac{1}{\text{বিকৃতি}}$

তাপমাত্রা বাড়লে তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয়। অর্থাৎ বিকৃতি ঘটে। আবার বিকৃতি স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের ব্যস্তানুপাতিক। তাই বলা যায় যে, তাপমাত্রা বাড়লে যেহেতু দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয় তথা বিকৃতি ঘটে এজন্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কমে যায়।

১২। অসহ পীড়ন 4.5×10^7 Nm^{-2} বলতে কী বুঝ? [ঢা. বো. ২২]

উত্তর: পদার্থের একক ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে প্রযুক্ত সর্বাপেক্ষা কম যে বলের ক্রিয়ার ফলে বস্তু ভেঙে বা ছিঁড়ে যায় তাকে ঐ পদার্থের অসহ পীড়ন বলে।

অর্থাৎ, অসহ পীড়ন $= \frac{\text{অসহ বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

অসহ পীড়ন 4.5×10^7 Nm^{-2} বলতে বোঝায় বস্তুটির প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর সর্বনিম্ন 4.5×10^7 N বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি ভেঙে বা ছিঁড়ে যাবে।

১৩। একটি স্টিল তারের ওপর প্রযুক্ত বল এবং ব্যাসার্ধ যদি দ্বিগুণ করা হয় তবে ইয়ং এর গুণাঙ্কের কি পরিবর্তন হবে? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো., দি. বো., ম. বো. ২৩]

উত্তর: ইয়ং এর গুনাঙ্ক, $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ । অর্থাৎ যে হারে পীড়ন ঘটে সে হারেই বিকৃতি ঘটবে।

বস্তুর ইয়ং এর গুণাঙ্ক প্রযুক্ত বল বৃদ্ধি বা হ্রাস কিংবা তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল তথা ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে না। বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ স্টিলের তৈরি তার এবং তামার তৈরি তার দুইটির ইয়ং এর গুনাঙ্ক ভিন্ন হবে। কিন্তু একই উপাদানেরই স্টিলের দুইটি ভিন্ন ব্যাসার্ধের তার কিংবা প্রযুক্ত বলের ভিন্নতার জন্য ইয়ং এর গুনাংকের কোন পরিবর্তন হয় না।

১৪। "রাবার এর চেয়ে স্টিল বেশি স্থিতিস্থাপক"– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৪]

উত্তর: যে বস্তুর ইয়ং এর গুনাঙ্ক যত বেশি সে বস্তু তত বেশি স্থিতিস্থাপক।

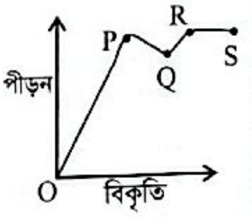
ইয়ং গুনাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{Al}$

একই প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি ভিন্ন বস্তুর মধ্যে যে বস্তুতে যত বেশি প্রতিরোধ বলের সৃষ্টি হয়, সে বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা তত বেশি। এ হিসেবে দেখা যায়, একই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট রাবার অপেক্ষা স্টিলের তারে বল প্রয়োগ করতে হয় অনেক বেশি। এ কারণে রাবার এর চেয়ে স্টিল বেশি স্থিতিস্থাপক।

১৫। স্প্রিং তৈরিতে উপাদান হিসেবে তামা ও ইস্পাতের মধ্যে কোনটি বেশি কার্যকর-ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: স্প্রিং তৈরিতে উপাদান হিসাবে তামা ও ইস্পাতের মধ্যে ইস্পাত বেশি কার্যকর। ইস্পাতের ইয়ং এর গুনাঙ্ক তামার ইয়ং এর গুনাঙ্ক হতে বেশি। ফলে ইস্পাতের তৈরি স্প্রিং বেশি স্থিতিস্থাপক হবে। স্থিতিস্থাপকতা বেশি হলে স্প্রিংটির অসহ পীড়নের মান ও বেশি হবে। অর্থাৎ স্প্রিংটির ভেঙে যাওয়ার জন্য তামার তৈরি স্প্রিং এর তুলনায় অনেক বেশি বল প্রয়োগ করতে হবে।

১৬। পীড়ন-বিকৃতি লেখচিত্র অঙ্কন করে বিভিন্ন বিন্দুতে পীড়নের সাথে বিকৃতির অবস্থান ব্যাখ্যা করো।



উত্তর: পীড়ন-বিকৃতির লেখচিত্রে OP অংশটি সরলরৈখিক। অর্থাৎ O হতে P বিন্দু পর্যন্ত বস্তুটি হুকের সূত্র মেনে চলে। এক্ষেত্রে P বিন্দু বস্তুটির স্থিতিস্থাপক সীমা নির্দেশ করে। এরপর লেখটি নিচের দিকে বাঁক নেয়। এসময় প্রযুক্ত পীড়নে বস্তু সম্পূর্ণরূপে পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসতে পারে না। পীড়ন আরো বৃদ্ধি করলে লেখটি অনিয়মিতভাবে উঠানামা করে। এসময় বস্তুর বিভিন্ন স্থান প্রযুক্ত পীড়নের কারণে সরু হয়ে যায়। এটি R বিন্দু পর্যন্ত চলে। R কে বস্তুটির নতিবিন্দু বলে। এরপর পীড়ন আরো বৃদ্ধি করলে বস্তুটির বিভিন্ন স্থানে ছিঁড়ে যায় বা ভেঙে যায় যা লেখচিত্রে S বিন্দু দ্বারা প্রকাশিত।

১৭। একটি মোটা ও একটি চিকন ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক সমান হবে কি-না ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৯]

উত্তর: ইয়ং এর গুণাঙ্ক পদার্থের উপাদানের ওপর নির্ভর করে। এটি বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত। অর্থাৎ যে পরিমাণ দৈর্ঘ্য পীড়ন প্রয়োগ করা হলে বিকৃতি এক একক হয়, তাই ইয়ং গুণাঙ্ক। ফলে ইহা বস্তুর আকৃতির ওপর নির্ভর করে না। অতএব একটি মোটা ও একটি চিকন ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক সমান হবে।

১৮। পারদের আয়তন গুণাঙ্ক $2 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে কী বুঝ? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত যে ধ্রুব সংখ্যা তাকে ঐ বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে।

আবার, কোনো বস্তুর আয়তন পরিবর্তন আদি আয়তনের সমান হতে এর প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলই ঐ বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক। অর্থাৎ পারদের আয়তন গুণাঙ্ক $2 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে বোঝায়, পারদের আদি আয়তনের সমান আয়তন হ্রাসের জন্য এর প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে চারদিক থেকে 2×10^{10} N বল প্রয়োগ করতে হবে।

১৯। লোহার কাঠিন্যের গুণাঙ্ক $7.7 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে কী বুঝায়? [চ. বো. ১৯]

উত্তর: কাঠিন্যের গুণাঙ্ক কোনো বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের পরিমাপ নির্দেশ করে। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এবং বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুবরাশি। এ ধ্রুব রাশি কোনো বস্তুর কাঠিন্যের গুণাঙ্ক নির্দেশ করে। লোহার কাঠিন্য গুণাঙ্ক $7.7 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায়– একক ক্ষেত্রফলের লোহার তারের ওপর $7.7 \times 10^{-2}\ Nm^{-2}$ বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য মূল দৈর্ঘ্যের সমান বৃদ্ধি পাবে।

পয়সনের অনুপাত

২০। তামার পয়সনের অনুপাত 0.31 ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৫; কু. বো. ২৪]

উত্তর: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ববিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে। অর্থাৎ পয়সনের অনুপাত $= \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

তামার পয়সনের অনুপাত 0.31 বলতে বোঝায়, যদি তামার তারকে টেনে এক একক দৈর্ঘ্য বাড়ানো হয় তবে তার ব্যাস বা প্রস্থ 0.31 একক হারে কমে যাবে। সহজ ভাষায়, তামা যখন টানা হয় তখন যে পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, তার প্রস্থ বা ব্যাস সেই বৃদ্ধির 31% হারে কমে যায়।

২১। পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{L}{\Delta L}\frac{\Delta r}{r}$; এ সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: বিজ্ঞানী পয়সন দেখান যে, "স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা।"

একে σ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। $\therefore \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

বাহ্যিক বল প্রয়োগে L দৈর্ঘ্যের ও r ব্যাসার্ধের তারের দৈর্ঘ্য ΔL পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে ও ব্যাসার্ধ Δr পরিমাণ হ্রাস পেলে,

$\therefore$ পার্শ্ব বিকৃতি $= -\frac{\Delta r}{r}$ $\therefore$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{\Delta L}{L}$

সুতরাং, $\sigma = -\frac{\Delta r/r}{\Delta L/L} = -\frac{L}{\Delta L}\frac{\Delta r}{r}$

২২। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের ওপর নির্ভর করে না কেন?

উত্তর: কোনো একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগে দৈর্ঘ্য বিকৃতি ও পার্শ্ব বিকৃতি ঘটলে পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = -\frac{\Delta r/r}{\Delta L/L}$$

পয়সনের অনুপাত একটি ধ্রুবক, পয়সনের অনুপাতের সীমা $-1 \le \sigma \le \frac{1}{2}$ হয়ে থাকে। অধিকাংশ ধাতব পদার্থের জন্য এর মান 0.3 এর কাছাকাছি হয়। পয়সনের অনুপাত কেবল বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভর করে। এটি প্রযুক্ত বল, প্রযুক্ত পীড়ন ইত্যাদি উপর নির্ভর করে না।

২৩। তাত্ত্বিকভাবে পয়সনের অনুপাতের মান ঋণাত্মক পাওয়া গেলেও বাস্তবে তা অসম্ভব - ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{\Delta r/r}{\Delta L/L}$

পয়সনের অনুপাতের তাত্ত্বিক সীমা $-1 \le \sigma \le \frac{1}{2}$। তাত্ত্বিকভাবে পয়সনের অনুপাতের মান ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব। বাস্তব জীবনে সকল বস্তুর দৈর্ঘ্য প্রসারণ করলে ব্যাস বা ব্যাসার্ধ হ্রাস পায়। অর্থাৎ, $\frac{\Delta r}{r}$ অনুপাতটি ঋণাত্মক হয়। যার ফলে বস্তুর পয়সনের অনুপাত ধনাত্মক হয়ে থাকে। পয়সনের অনুপাত ঋণাত্মক হতে হলে $\frac{\Delta r}{r}$ এর মান ধনাত্মক হতে হবে। অর্থাৎ দৈর্ঘ্য প্রসারণে ব্যাস বৃদ্ধি পাবে। যা বাস্তব জীবনে কখনো সম্ভব নয়।

২৪। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না কেন? [রা. কু.: চ. ব. (সম্মিলিত) বো. ১৮]

উত্তর: পার্শ্ববিকৃতি এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত বলে।

$\therefore$ পয়সনের অনুপাত $= \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য বিকৃতি, পার্শ্ব বিকৃতির সমানুপাতিক। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে প্রযুক্ত পীড়ন যাই হোক না কেন একমাত্রিক বিকৃতি সর্বদা সমানুপাতিক। আর পয়সনের অনুপাত যেহেতু দুইটি একমাত্রিক বিকৃতির অনুপাত তাই স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত প্রযুক্ত পীড়নের উপর নির্ভর করে না।

স্থিতিস্থাপক সঞ্চিত শক্তি

২৫। "কোনো তারের স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি 50 J" বলতে কী বুঝায়? [য. বো. ২৪]

উত্তর: কোনো বস্তুর বিকৃতি ঘটাতে চাইলে বাইরে থেকে অবশ্যই বল প্রয়োগ করতে হয়। এর ফলে কাজ সংঘটিত হয়। উক্ত কাজ বস্তুতে বিভবশক্তিরূপে সঞ্চিত হয়। একেই স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি বলে।

কোনো বস্তুর উপর স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তি 50 J বলতে বোঝায়, বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে তারটি বিকৃতি করতে কৃতকাজ 50 J এবং ঐ 50 J তারের মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে সঞ্চিত আছে। বাহ্যিক বল অপসারিত হলে তারটি যদি তার আগের আকার ফিরে পায় তাহলে ঐ 50 J শক্তি তাপশক্তি কিংবা গতিশক্তি হিসেবে রূপান্তর হবে।

২৬। তারের প্রসারণে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয়– ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: তারের প্রসারণের ফলে তারে বিকৃতি ঘটে। এই বিকৃতি ঘটাতে বাহ্যিক কিছু কাজ করতে হয় এবং ঐ কাজই বস্তুটিতে বিভবশক্তি রূপে সঞ্চিত থাকে। আবার তারের প্রসারণের জন্য দায়ী বাহ্যিক বলকে অপসারণ করা হলে, তারটি তার মধ্যে সঞ্চিত বিভব শক্তিকে ব্যবহার করে স্থিতিস্থাপকতার কারণে পূর্বের অবস্থানে ফিরে আসতে সক্ষম হয়।

L দৈর্ঘ্যের কোনো তারের F বল প্রয়োগে dl পরিমান প্রসারণ ঘটালে সঞ্চিত বিভবশক্তি, $U = \int_0^l F dl$

২৭। তারের সম্প্রসারণে কৃতকাজ বা স্থিতিস্থাপক বিভবশক্তির রাশিমালা বের কর।

উত্তর: L দৈর্ঘ্য ও A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারে F বল প্রয়োগে dl বিকৃতি ঘটানো হলে, কৃতকাজ, $W = \int_0^l F dl$

আবার, ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{Al} \Rightarrow F = \frac{YAl}{L}$

$$\therefore W = \int_0^l \frac{YAl}{L} dl = \frac{YA}{L}\int_0^l l\,dl = \frac{YA}{L}\left[\frac{l^2}{2}\right]_0^l = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

$\therefore$ কৃতকাজ বা তারে সঞ্চিত বিভবশক্তি, $W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$

প্রবাহী ও প্রবাহীর সান্দ্রতা

২৮। পতনশীল বৃষ্টি ফোঁটা ধ্রুববেগে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৭]

অথবা, পড়ন্ত বৃষ্টির ফোঁটার বেগ ক্রমশ বৃদ্ধি পায় কেন? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৭]

উত্তর: বৃষ্টির ফোঁটা বায়ুমন্ডলের ভিতর দিয়ে পতনের সময় শুরুতে অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর উপর বায়ুমন্ডলের বাধাদানকারী বলের মান বৃদ্ধি পায়। বেগ বৃদ্ধির সাথে সাথে বৃষ্টির ফোঁটার উপর বাধাদানকারী সান্দ্রবল বৃদ্ধি পেলেও অভিকর্ষ বল স্থির থাকে। এক পর্যায়ে দুইটি বলের মান সমান হয়ে যায়। অর্থাৎ নিট বল শূন্য হয়। ফলে বৃষ্টির ফোঁটা ধ্রুববেগে পড়তে থাকে।

২৯। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৫]

অথবা, শীতল পানি থেকে গরম পানির গতি দ্রুততর কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১১]

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে, "গ্যাসের অণুসমূহ সবদিকে এলোমেলোভাবে ছুটোছুটি করে এবং পরস্পর সংঘর্ষে লিপ্ত হয়।" তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুসমূহের গড় বেগ বৃদ্ধি পায় ফলে সংঘর্ষও বাড়ে। আর সংঘর্ষ বৃদ্ধির কারণে বিভিন্ন স্তরের প্রবাহের বাধার পরিমাণ বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ, সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। গ্যাসের সান্দ্রতা ও তাপমাত্রার সম্পর্ক হলো, $\eta = k\sqrt{T}$।

অন্যদিকে, তরলের সান্দ্রতা আন্তঃআণবিক বলের উপর নির্ভরশীল। তাপমাত্রা বাড়লে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বাড়ে, ফলে আন্তঃআণবিক বলের মান কমে। আবার, আন্তঃআণবিক বলের মান কমলে, সান্দ্রতাও কমে যায়। তরলের তাপমাত্রা ও সান্দ্রতার সম্পর্ক হলো, $\log \eta = A + \frac{B}{T}$

অতএব বলা যায়, তাপমাত্রার বৃদ্ধির সাথে গ্যাসের সান্দ্রতা বাড়ে কিন্তু তরলের সান্দ্রতা কমে।

৩০। সান্দ্রতা কেন প্রবাহী পদার্থে সৃষ্টি হয়? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৬]

উত্তর: প্রবাহী পদার্থ বলতে আমরা তরল বা গ্যাসীয় পদার্থকে বুঝি। তরল পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল বিদ্যমান থাকে। এই আকর্ষণ বল তরলের পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে বেশি বেগ সম্পন্ন স্তরের বেগ কমিয়ে এবং কম বেগ সম্পন্ন স্তরের বেগ বাড়িয়ে স্তর দুটির মধ্যে আপেক্ষিক বেগ কমাতে চেষ্টা করে স্তর দুটির পৃষ্ঠদেশের সমান্তরালে এ বলকে সান্দ্র বল বলে এবং প্রবাহীর এ ধর্মকে সান্দ্রতা বলে।

আবার, গ্যাসীয় পদার্থের জন্য অণুগুলোর আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল কম থাকলেও এদের মধ্যে প্রতিনিয়ত সংঘর্ষ বজায় থাকে। ফলে বেশি বেগে গতিশীল কণার দ্বারা বাধার সম্মুখীন হয়। গ্যাসের এই বাধাই সান্দ্রতা। সুতরাং বলা যায়, সান্দ্রতা কেবল প্রবাহী পদার্থে সৃষ্টি হয়।

৩১। ঘর্ষণ বল ও সান্দ্র বল এক নয়– ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: ঘর্ষণ বল ও সান্দ্রবল উভয়ই অসংরক্ষণশীল বল হলেও এদের মধ্যে পার্থক্য বিদ্যমান। বলদ্বয়ের বৈসাদৃশ্য নিচে আলোচনা করা হলো–

i. ঘর্ষণ বল কেবলমাত্র সংস্পর্শ তলগুলোর প্রকৃতির উপর নির্ভরশীল, কিন্তু সান্দ্র বল সংস্পর্শ তলগুলোর প্রকৃতি ছাড়া তলগুলোর ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভরশীল।

ii. গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক সংস্পর্শ তলগুলোর আপেক্ষিক বেগের নিরপেক্ষ। কিন্তু সান্দ্রতাঙ্ক আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভরশীল। এজন্য কঠিন বস্তুতে ঘর্ষণ বিরাজমান থাকলেও স্থির প্রবাহীতে সান্দ্র বল থাকে না।

৩২। দুটি সিলিন্ডারে রক্ষিত O_2 গ্যাসের তাপমাত্রা যথাক্রমে 25°C ও 25°C। কোন গ্যাসের সান্দ্রতা বেশি হবে? কারণসহ ব্যাখ্যা কর।

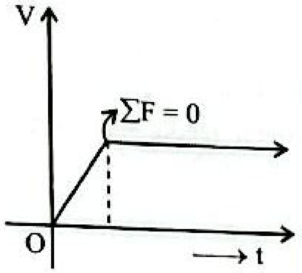
উত্তর: গ্যাসীয় পদার্থের ক্ষেত্রে সান্দ্রতা $\eta = \sqrt{T}$

$$\therefore \frac{\eta_1}{\eta_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{273+20}{273+25}} = \sqrt{\frac{293}{298}} < 1; \therefore \eta_1 < \eta_2$$

অতএব বলা যায়, 25°C তাপমাত্রায় O_2 গ্যাসের সান্দ্রতা বেশি হবে।

৩৩। সান্দ্র তরলের মধ্য দিয়ে ধাতব গোলক পতিত হলে বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের প্রকৃতি কিরূপ হবে?

উত্তর: সান্দ্র তরলের মধ্য দিয়ে ধাতব গোলক পতিত হলে গোলকটির উপর সান্দ্র বল বস্তুর গতি বৃদ্ধির সাথে সাথে বৃদ্ধি পেতে থাকে। এক পর্যায়ে সান্দ্র বল ও অভিকর্ষ বল সমান হয়ে যায় তথা লব্ধি বল শূন্য হয়ে যায়। ফলে বেগ অপরিবর্তিত থাকে। নিচে লেখচিত্রটি দেয়া হলো–



পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি

৩৪। পানির ফোঁটা গোলাকৃতির হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৬]

অথবা, বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার ধারণ করে কেন? [চ. বো., সি. বো. ১৬]

উত্তর: তরল পদার্থের অন্যতম বৈশিষ্ট্য হলো পৃষ্ঠটান। এই পৃষ্ঠটানের জন্য তরলের পৃষ্ঠ সংকুচিত হয়ে ন্যূনতম ক্ষেত্রফল ধারণ করতে চায়। আবার, একটি নির্দিষ্ট আয়তনের কোনো বস্তুর জন্য পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ন্যূনতম হয় যখন এটি গোলাকৃতির হয়।

সুতরাং, পৃষ্ঠটানের প্রভাবে পানি সংকুচিত হয়ে ন্যূনতম ক্ষেত্রফল ধারণ করতেই গোলাকৃতির হয়।

৩৫। ছাতা কাপড়ে ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি ভেতরে প্রবেশ করে না কেন? [দি. বো. ১৬]

উত্তর: পানির পৃষ্ঠটানের কারণে ছোট ছোট ফোঁটাগুলো একত্রিত হয়ে গোলাকার ফোঁটায় পরিণত হয় এবং ছাতার উপর গড়িয়ে পড়ে। এতে পানি অতিক্ষুদ্র ছিদ্রগুলোতে প্রবেশ করতে পারে না।

৩৬। কৈশিক নলে তরলের উত্থান বা পতনের কারণ ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৭]

অথবা, কাচের তৈরি কৈশিক নলের মধ্য দিয়ে পানির উপরে উঠার কারণ ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৭]

অথবা, কৈশিক নলে পারদের অবনমন হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ১৯]

উত্তর: তরল কাচকে ভেজালে স্পর্শ কোণ সূক্ষ্মকোণ হয় এবং তরলের উপরিতলে অবতল পৃষ্ঠ সৃষ্টি হয়। ফলে তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বেড়ে যায়। পৃষ্ঠটান তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কমিয়ে সমতল করতে চায়। এতে নলের অভ্যন্তরে একটি ঊর্ধ্বমুখী বলের সৃষ্টি হয় এবং তরলের উত্থান হয়।

অন্যদিকে, তরল কাচকে না ভেজালে স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হয় এবং তরলের উপরিতলে উত্তল পৃষ্ঠ সৃষ্টি হয়। ফলে তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বেড়ে যায়। পৃষ্ঠটান তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কমিয়ে সমতল করতে চায়। এতে নলের অভ্যন্তরে একটি নিম্নমুখী বলের সৃষ্টি হয় এবং তরলের পতন হয়।

৩৭। পৃষ্ঠটান সংখ্যাগতভাবে পৃষ্ঠশক্তির সমান হলেও তারা এক নয়– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ১৭]

উত্তর: পৃষ্ঠটান হলো কোনো তরলের পৃষ্ঠে কল্পিত রেখার উভয় পার্শ্বে লম্বভাবে এবং তরলের পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ক্রিয়ারত বল। অন্যদিকে, পৃষ্ঠ শক্তি হলো তারের পৃষ্ঠের একক ক্ষেত্রফল পরিবর্তনে সম্পাদিত কাজ। অতএব, এরা ভিন্ন রাশি। তবে,

পৃষ্ঠশক্তি, $E = \frac{W}{\Delta A} = \frac{2lTx}{2lx} = T$

∴ এদের সংখ্যাগত মান সমান।

তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়– ব্যাখ্যা কর। [মা. বো. ১৮]

উত্তর: তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের অণুগুলোর আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। ফলে আন্তঃআণবিক বল হ্রাস পায় তথা সংসক্তি বল হ্রাস পায়। আবার, আমরা জানি, সংসক্তি বল হ্রাস পেলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়। সুতরাং, তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

পৃষ্ঠটানের সাথে তাপমাত্রার সম্পর্ক সূচক সমীকরণ,

$T_\theta = T_0 (1 - \alpha\theta)$

যেখানে, $T_\theta = \theta°C$ তাপমাত্রায় পৃষ্ঠটান

$T_0 = 0°C$ তাপমাত্রায় পৃষ্ঠটান

α = তরলের পৃষ্ঠটানের তাপমাত্রার গুণাঙ্ক।

৩৮। কাচ পৃষ্ঠে সমপরিমাণ তেল ও গ্লিসারিন রাখলে কোনটি বেশি জায়গা জুড়ে থাকবে? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৯]

উত্তর: তেলের অণুসমূহের সংসক্তি বল তেল ও কাচের মধ্যকার আসঞ্জন বল অপেক্ষা কম। তাই তেল পানিকে ভেজায়। অন্যদিকে গ্লিসারিনের সংসক্তি বল, গ্লিসারিন ও কাচের মধ্যকার অসঞ্জন বল অপেক্ষা বেশি। তাই এটি কাচকে ভেজায় না। ফলে, তেল বেশি জায়গা জুড়ে কাচে অবস্থান করলেও গ্লিসারিন পৃষ্ঠটানের কারণে কম জায়গা নিয়ে অবস্থান করে।

স্পর্শকোণ ও কৈশিকতা

৩৯। তরলের ঘনত্বের স্পর্শ কোণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৯]

উত্তর: যে সকল তরলের ঘনত্ব কোনো কঠিন পদার্থের ঘনত্বের তুলনায় কম সে সকল তরল সাধারণ কঠিন পদার্থটিকে ভিজায়। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয়। যেমন– কাচের সাথে বিশুদ্ধ পানির স্পর্শকোণ 8°। অন্যদিকে, যেসকল তরলের ঘনত্ব কোনো কঠিন পদার্থের ঘনত্বের তুলনায় বেশি সে সকল তরল পদার্থ সাধারণত কঠিন পদার্থকে ভিজায় না। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হয়। যেমন– কাচের সাথে পারদের স্পর্শকোণ 140°।

৪০। কচু পাতার গায়ে পানি লেগে থাকে না, তবে কাচের গায়ে লেগে থাকে কেন? [কু. বো. ১৬]

উত্তর: কচুপাতার সাথে পানির আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুগুলোর মধ্যকার সংসক্তি বল বেশি হওয়ায় পানি কচুপাতাকে ভেজায় না তথা পানি লেগে থাকে না।

অন্যদিকে কাচের সাথে পানির আসঞ্জন বল অপেক্ষা পানির অণুগুলোর মধ্যকার সংসক্তি বল কম হওয়ায় পানি কাচকে ভেজায় এবং পানি কাঁচের গায়ে লেগে থাকে।

৪১। কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে স্পর্শকোণ বৃদ্ধি পায়– ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৬]

উত্তর: পানি ও কাচের আসঞ্জন বলের মান, পানির অণুগুলোর মধ্যকার সংসক্তি বল অপেক্ষা বেশি হয় ফলে স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয়।

কিন্তু কাচে তৈলাক্ত পদার্থ লাগালে পানির সাথে তৈলাক্ত কাচের আসঞ্জন বল কমতে থাকে। ফলে স্পর্শকোণ বাড়তে থাকে।

৪২। টিস্যু পেপার দ্বারা পানির শোষণ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৭]

উত্তর: টিস্যু পেপারে অসংখ্য কৈশিক নল সদৃশ ছিদ্র থাকে। পানির অণুসমূহে পৃষ্ঠটান ও সংযোজন বল বিদ্যমান। টিস্যুর ক্ষুদ্র ছিদ্র বরাবর সংযোজন বল পানিকে টেনে নেয় এবং পৃষ্ঠটান পানিকে ওপরের দিকে উঠতে সাহায্য করে। এই প্রক্রিয়াকে কৌশিক ক্রিয়া বলে, যার ফলে টিস্যু পেপার পানি শোষণ করতে সক্ষম হয়।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

পদার্থের আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বিকর্ষণ বল

১। নিচের কোনটি সবচেয়ে শক্তিশালী বন্ধন? [চ. বো. ২৫]

ⓚ আয়নিক ⓛ ভ্যান্ডার ওয়ালস ⓖ সমযোজী ⓘ ধাতব

উত্তর: ⓚ আয়নিক

ব্যাখ্যা: আয়নিক বন্ধন স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণ বল দ্বারা যুক্ত।

২। নিচের কোন পদার্থের অণুগুলোর অবস্থানের কম্পনের গতিশক্তিই অভ্যন্তরীণ শক্তি?

ⓚ কঠিন ⓛ তরল ⓖ গ্যাসীয় ⓘ তরল ও গ্যাসীয়

উত্তর: ⓚ কঠিন

ব্যাখ্যা: কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে কণাগুলো কাছাকাছি থেকে কম্পিত হতে থাকে। কঠিন পদার্থের অনুগুলোর অবস্থানের কম্পনের গতিশক্তিই অভ্যন্তরীণ শক্তি।

৩। কোন অবস্থায় অণুসমূহের মধ্যে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল সর্বাধিক হয়? [কু. বো. ২৫; দি. বো. ২৪]

ⓚ কঠিন ⓛ তরল ⓖ বায়বীয় ⓘ প্লাজমা

উত্তর: ⓚ কঠিন

ব্যাখ্যা: কঠিন পদার্থে অনু, পরমাণু সবচেয়ে কাছাকাছি অবস্থান করে অর্থাৎ আন্তঃআণবিক দূরত্ব সবচেয়ে কম থাকে এবং এ অবস্থায় আন্তঃআনবিক আকর্ষন বল সর্বাধিক হয়।

৪। আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বলকে কী বলে?

ⓚ মহাকর্ষ বল ⓛ কুলম্ব বল ⓖ স্থিতিস্থাপক বল ⓘ সান্দ্র বল

উত্তর: ⓖ স্থিতিস্থাপক বল

ব্যাখ্যা: আন্ত:আণবিক বলই পদার্থের স্থিতিস্থাপকতার কারন। অনুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব অত্যধিক বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক বল হ্রাস পায়। বিভিন্ন পদার্থের আন্তঃআণবিক বলের মান বিভিন্ন তাই বিভিন্ন পদার্থের স্থিতিস্থাপকতাও বিভিন্ন।

৫। কোনো পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে নিট বল শূন্য হয় যখন– [ঢা. বো. ২৩]

ⓚ $r = r_0$ ⓛ $r < r_0$ ⓖ $r > r_0$ ⓘ $r >> r_0$

উত্তর: ⓚ $r = r_0$

ব্যাখ্যা: কোনো গ্যাসের ২টি অণুর মধ্যবর্তী দূরত্ব (r_o) পরিবর্তিত অবস্থায় দুটি অনুর মধ্যবর্তী দূরত্ব (r) এর সমান হলে পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে নিট বল শূন্য তথা আকর্ষণ-বিকর্ষণ বল সমান হয়।

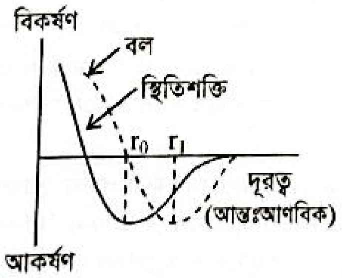
৬। পদার্থের অণুগুলোর স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয় যখন আন্তঃআণবিক–

ⓚ আকর্ষণ বল বেশি হয় ⓛ বিকর্ষণ বল বেশি হয়

ⓖ আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল শূন্য হয় ⓘ দূরত্ব 10^{-10} m এর অধিক হয়

উত্তর: ⓚ আকর্ষণ বল বেশি হয়

ব্যাখ্যা: স্থিতিশক্তির লেখচিত্র লক্ষ্য করলে দেখা যাবে, আন্তঃআনবিক দূরত্ব কমার সঙ্গে সঙ্গে স্থিতিশক্তিও কমতে থাকে। যখন দূরত্ব কমতে কমতে $r = r_o$ হয় অর্থাৎ যখন আকর্ষন সর্বোচ্চ তখন স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়।



এখানে $r = r_0$ অবস্থানকে সাম্যাবস্থান বলে। আর কোনো ব্যবস্থা বা সিস্টেম তখনই সাম্য বা সুস্থির হবে যখন এ স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হবে।

স্থিতিস্থাপকতা

৭। কোনটি পদার্থের সাধারণ ধর্ম? [য. বো. ১৭]

ⓚ পৃষ্ঠশক্তি ⓛ সান্দ্রতা ⓖ স্থিতিস্থাপকতা ⓘ পৃষ্ঠটান

উত্তর: ⓖ স্থিতিস্থাপকতা

ব্যাখ্যা: পদার্থের সকল অবস্থাতেই (কঠিন, তরল ও বায়বীয়) স্থিতিস্থাপকতা ধর্মটি পরিলক্ষিত হয়। পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা কেবল প্রবাহীর (তরল ও গ্যাসের) ক্ষেত্রে পরিলক্ষিত হয়।

৮। নিচের কোনটি অধিক স্থিতিস্থাপক? [রা. বো. ২৪]

ⓚ কাঁচ ⓛ রাবার ⓖ তামা ⓘ কাঠ

উত্তর: ⓖ তামা

ব্যাখ্যা: যে বস্তুর দৃঢ়তা বেশি তার স্থিতিস্থাপকতাও বেশি হবে। এক্ষেত্রে তামার দৃঢ়তা বেশি। স্থিতিস্থাপকতার ক্রম: ইস্পাত, টাইটানিয়াম, অ্যালুমিনিয়াম, তামা, পিতল, ইত্যাদি।

৯। সর্বাধিক স্থিতিস্থাপক বস্তু কোনটি? [ব. বো. ২৩]

ⓚ রাবার ⓛ তামা ⓖ ইস্পাত ⓘ স্পঞ্জ

উত্তর: ⓖ ইস্পাত

১০। যেসব বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্ম বিভিন্ন তাদের বলা হয়– [সি. বো. ২৩; রা. বো. ২৩]

ⓚ পূর্ণ দৃঢ় বস্তু ⓛ সমদিক ধর্মী বস্তু

ⓖ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু ⓘ অসমদিক ধর্মী বস্তু

উত্তর: ⓘ অসমদিক ধর্মী বস্তু

ব্যাখ্যা: যে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্ম বিভিন্ন দিকে বিভিন্ন সে ধরনের বস্তুকে অসমদিকধর্মী বস্তু বলে। কোয়ার্জ, বিশেষ ধরনের লবণ ইত্যাদি এ ধরনের বস্তু। যে বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্ম সব দিকে একই রকম সে ধরনের বস্তুকে সমদিকধর্মী বস্তু বলে। যেমন: ধাতুর তৈরী দন্ড, রড, তার ইত্যাদি এ ধরনের বস্তু। বল প্রয়োগে যে সকল বস্তুর বিকৃতি ঘটানো যায় না, সে ধরনের বস্তুকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে। যেমন: গ্রানাইট পাথর, ইস্পাত, কাঁচ ইত্যাদি। বিকৃতি সৃষ্টিকারী বাহ্যিক বল অপসারণে, পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু সম্পূর্ণ পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। বাস্তবে কোনো বস্তুই পূর্ণ স্থিতিস্থাপক নয়।

১১। প্রযুক্ত বল অপসারণের পরও যদি বিকৃত বস্তু বিকৃতি অবস্থা সম্পূর্ণ ধরে রাখে তবে বস্তুটিকে বলা হয়– [দি. বো. ২৩]

ⓚ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু ⓛ পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক বস্তু

ⓖ নমনীয় বস্তু ⓘ দৃঢ় বস্তু

উত্তর: ⓖ নমনীয় বস্তু

ব্যাখ্যা: নমনীয় বস্তুর ক্ষেত্রে বিকৃতি সৃষ্টিকারী বাহ্যিক বল অপসারণ করলে বস্তু তার বিকৃত অবস্থা বজায় রাখে। বাস্তবে কোনো বস্তুই পূর্ণ নমনীয় নয়। তবে ক্ষেত্র বিশেষে কাদা, চুইংগাম ইত্যাদিকে পূর্ণ নমনীয় বস্তু হিসেবে বিবেচনা করা হয়।

১২। স্থিতিস্থাপক সীমা নিচের কোন রাশি দ্বারা পরিমাপ করা হয়? [কু. বো. ২৩]

ⓚ স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি ⓛ সম্প্রসারণে কৃত কাজ

ⓖ প্রযুক্ত বল ⓘ আকার বিকৃতি

উত্তর: ⓖ প্রযুক্ত বল

ব্যাখ্যা: বাহ্যিক বলের একটি সর্বোচ্চ মান পর্যন্ত যদি বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করে, তবে বলের সেই সর্বোচ্চ মান বা সীমাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

১৩। স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কে বলা হয়, ইহা– [ব. বো. ১৯]

i. তাপমাত্রার সাথে পরিবর্তন হয়
ii. ভেজালের উপস্থিতিতে পরিবর্তন হয়
iii. পদার্থের আকৃতির উপর নির্ভর করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ক) i ও ii

ব্যাখ্যা: তাপ প্রয়োগে বস্তু প্রসারিত হয় যা স্থিতিস্থাপকতা ধর্মকে প্রভাবিত করে। ভেজাল মিশ্রিত করলে উপাদানের পরিবর্তন ঘটে, ফলে স্থিতিস্থাপকতার মানও পরিবর্তিত হয়। স্থিতিস্থাপকতা পদার্থের আকৃতির উপর নির্ভর করে না।

বিকৃতি ও পীড়ন

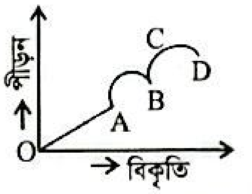
১৪। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল তিনগুণ করলে বিকৃতি কীরূপ হবে? [চ. বো. ২৫]

ক) দুই তৃতীয়াংশ খ) অর্ধেক গ) দ্বিগুণ ঘ) তিনগুণ

উত্তর: ঘ) তিনগুণ

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}}$; $\frac{F}{A} \propto \frac{l}{L}$

১৫। চিত্রে 'D' বিন্দু হচ্ছে– [রা. বো. ২৫]



ক) অসহ বল খ) অসহ পীড়ন
গ) স্থিতিস্থাপক সীমা ঘ) স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি

উত্তর: খ) অসহ পীড়ন

১৬। কোনো বস্তুর একক মাত্রার পরির্তনকে বলে– [ঢা. বো. ২৪]

ক) পীড়ন খ) বিকৃতি গ) অসহ ভার ঘ) স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি

উত্তর: খ) বিকৃতি

ব্যাখ্যা: বল প্রয়োগে বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন হয় তাই বিকৃতি। বিকৃতি স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের উপর নির্ভরশীল।

১৭। নিচের কোন রাশিটি মাত্রাবিহীন রাশি? [রা. বো. ২৩; চ. বো. ১৯]

ক) বিকৃতি খ) পীড়ন গ) ইয়ং গুণাঙ্ক ঘ) স্প্রিং ধ্রুবক

উত্তর: ক) বিকৃতি

ব্যাখ্যা: একই জাতীয় রাশির অনুপাতের কোন একক নেই। বিকৃতি যেহেতু একই জাতীয় রাশির অনুপাত, তাই বিকৃতির কোন একক নেই।

১৮। বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর আকারের পরিবর্তন হয় তাকে কী বলে? [য. বো. ২২]

ক) আকার পীড়ন খ) আকার বিকৃতি
গ) আয়তন পীড়ন ঘ) আয়তন বিকৃতি

উত্তর: খ) আকার বিকৃতি

ব্যাখ্যা: বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকারের পরিবর্তন হলে, একক দূরত্বের দুটি তলের আপেক্ষিক সরণকে আকার বিকৃতি বলে।

১৯। 1500 kg ভরের একটি বস্তু কোনো তারের এক প্রান্তে ঝুলানো আছে। তারটির অসহ পীড়ন 3×10^8 Nm^{-2} হলে তারের ব্যাসার্ধ কত? [ব. বো. ২৫]

ক) 1.38×10^{-3} m খ) 3.24×10^{-3} m
গ) 3.94×10^{-3} m ঘ) 4.19×10^{-3} m

উত্তর: গ) 3.94×10^{-3} m

ব্যাখ্যা: পীড়ন $= \frac{F}{A} \Rightarrow A = \frac{1500 \times 9.8}{3 \times 10^8}$ $\therefore r = \sqrt{\frac{1500 \times 9.8}{\pi \times 3 \times 10^8}} = 3.94 \times 10^{-3}$ m

২০। 2 m দীর্ঘ একটি তারের দৈর্ঘ্য 0.02 m বৃদ্ধি পেলে তারটির দৈর্ঘ্য বিকৃতি হবে– [কু. বো. ২৪]

ক) 100 খ) 0.04 গ) 0.01 ঘ) 0.009

উত্তর: গ) 0.01

ব্যাখ্যা: বিকৃতি $= \frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}} = \frac{0.02}{2} = 0.01$

২১। কোনো তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করে তারটির দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হল। তারটির বৃিকতি– [কু. বো. ২৩]

ক) 0.25 খ) 0.5 গ) 1 ঘ) 2

উত্তর: গ) 1

ব্যাখ্যা: আদি দৈর্ঘ্য = L; পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য = 2L

দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন, $l = 2L - L = L$; $\therefore$ বিকৃতি $= \frac{l}{L} = \frac{L}{L} = 1$

২২। কোনো বস্তুর আদিমাত্রা x এবং বল প্রযুক্ত হওয়ার পর মাত্রা y হলে বিকৃতি হবে– [ব. বো. ২২]

ক) $x(x - y)$ খ) $x + (x - y)$ গ) $\frac{x}{x - y}$ ঘ) $\frac{x - y}{x}$

উত্তর: ঘ) $\frac{x - y}{x}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, বিকৃতি $= \frac{\text{মাত্রার পরিবর্তন}}{\text{আদিমাত্রা}} = \frac{x - y}{x}$

২৩। SI এককে পীড়নের একক কোনটি? [ম. বো. ২২]

ক) N.m খ) Nm^{-2} গ) Nm^{-1} ঘ) Nm^{-3}

উত্তর: খ) Nm^{-2}

ব্যাখ্যা: পীড়ন $= \frac{F}{A}$; $\therefore$ পীড়নের একক $= \frac{N}{m^2} = Nm^{-2}$

২৪। কোনো তারের অসহপীড়ন নির্ভর করে তারের [কু. বো. ১৯]

ক) ব্যাসার্ধের উপর খ) দৈর্ঘ্যের উপর
গ) উপাদানের উপর ঘ) প্রস্থচ্ছেদের আকৃতির উপর

উত্তর: ক) ব্যাসার্ধের উপর

ব্যাখ্যা: প্রতি একক ক্ষেত্রফলে ন্যূনতম যে বল প্রয়োগে কোনো বস্তু ছিড়ে যায়, তাই ঐ বস্তুর অসহপীড়ন। বস্তুর ক্ষেত্রফল তথা ব্যাসার্ধ যত বাড়বে তারের অসহপীড়ন তত বাড়বে।

২৫। কোনো বস্তুর আকার বিকৃতির জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করা হয় তাকে কী বলে? [ঢা. বো. ২২]

ক) দৈর্ঘ্য পীড়ন খ) কৃন্তন পীড়ন গ) আয়তন পীড়ন ঘ) অসহ পীড়ন

উত্তর: খ) কৃন্তন পীড়ন

ব্যাখ্যা: কোনো বস্তুর আকার বিকৃতি ঘটাতে একক ক্ষেত্রফলের উপর যে স্পর্শকীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে কৃন্তন পীড়ন বলে। কৃন্তন পীড়নকে আকার বা ব্যবর্তন বা মোচড় পীড়নও বলা হয়।

THE EDUCATIONAL TEAM

২৬। পীড়নের মাত্রা— [কু. বো. ২৩; য. বো. ২২]

ⓚ MLT^{-1} ⓚ MLT^{-2} ⓖ $ML^{-1}T^{-2}$ ⓖ $ML^{-2}T^{-2}$

উত্তর: ⓖ $ML^{-1}T^{-2}$

ব্যাখ্যা: $[\text{পীড়ন}] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$

২৭। 2 m দৈর্ঘ্য ও $1\ mm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তারে 20 kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয়। তারটির পীড়ন কত?

ⓚ $1.96 \times 10^8\ Nm^{-2}$ ⓚ $1.96 \times 10^4\ Nm^{-2}$

ⓖ $2 \times 20^7\ Nm^{-2}$ ⓖ $1.96 \times 10^2\ Nm^{-2}$

উত্তর: ⓚ $1.96 \times 10^8\ Nm^{-2}$

ব্যাখ্যা: $\text{পীড়ন} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{(20 \times 9.8)}{(1 \times 10^{-6})} = 1.96 \times 10^6 Nm^{-2}$

২৮। কোনো তারকে কেটে সমান তিন টুকরা করা হলো, এতে তারের অসহভারের মান কত হবে? [দি. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ১৯]

ⓚ পূর্বের অর্ধেক ⓚ পূর্বেক এক-তৃতীয়াংশ

ⓖ পূর্বের সমান ⓖ পূর্বের এক-চতুর্থাংশ

উত্তর: ⓖ পূর্বের সমান

ব্যাখ্যা: অসহ ভার, অসহ পীড়ন পদার্থের উপাদানের উপর নির্ভর করে, দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে না। এছাড়া তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে। তাই দৈর্ঘ্য ছোট বা বড় হলেও মান একই থাকে।

২৯। একটি তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$। তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে হলে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর। [ব. বো. ২২]

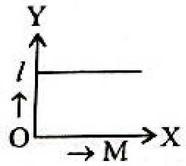
ⓚ $3 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$ ⓚ $6 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

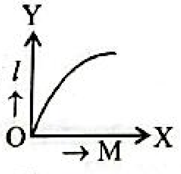
ⓖ $6 \times 10^{-11}\ Nm^{-2}$ ⓖ $3 \times 10^{-11}\ Nm^{-2}$

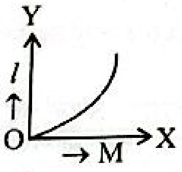
উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

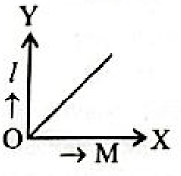
ব্যাখ্যা: $Y = \frac{FL}{Al}; \Rightarrow 2 \times 10^{11} = \frac{F \times L}{A \times 0.15\ L}; \Rightarrow \frac{F}{A} = 3 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

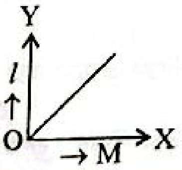
৩০। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য প্রসারণ (l) বনাম ভর (M) এর সঠিক লেখচিত্র কোনটি? [দি. বো. ২৪; ঢা. বো. ১৯]

ⓚ 

ⓚ 

ⓖ 

ⓖ 

উত্তর: ⓖ 

ব্যাখ্যা: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য প্রসারণ, ভর এর সমানুপাতিক।

আমরা জানি, $F = kx; \Rightarrow Mg = k \times l; \Rightarrow l = \frac{g}{k} \times M$

$\therefore l \propto M$; যা $y = mx$ তথা মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ।

৩১। একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2\ mm^2$ এবং অসহ ভার 100 kg। তারের অসহ পীড়ন— [ঢা. বো. ২৩; অনুরূপ দি. বো. ২৩; সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

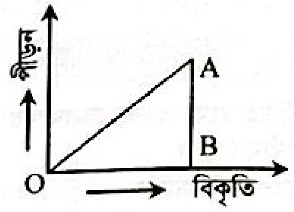
ⓚ $4.9 \times 10^4\ Nm^{-2}$ ⓚ $4.9 \times 10^8\ Nm^{-2}$

ⓖ $5 \times 10^6\ Nm^{-2}$ ⓖ $5 \times 10^7\ Nm^{-2}$

উত্তর: ⓚ $4.9 \times 10^8\ Nm^{-2}$

ব্যাখ্যা: $\text{অসহ পীড়ন} = \frac{\text{অসহ বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{mg}{A} = \frac{100 \times 9.8}{2 \times 10^{-6}} = 4.9 \times 10^8\ Nm^{-2}$

৩২। বিকৃতি বনাম পীড়ন লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল ΔOAB নির্দেশ করে— [কু. বো. ২৫; ব. বো. ২২; দি. বো. ১৬]



ⓚ ইয়ং এর গুণাঙ্ক ⓚ সর্বমোট কৃতকাজ

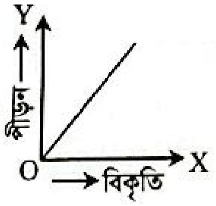
ⓖ পয়সনের অনুপাত ⓖ একক আয়তনে সঞ্চিত বিভবশক্তি

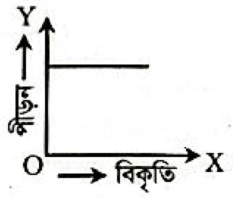
উত্তর: ⓖ একক আয়তনে সঞ্চিত বিভবশক্তি

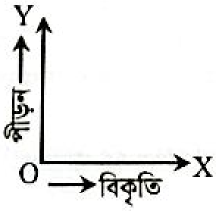
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, একক আয়তনে সঞ্চিত বিভবশক্তি

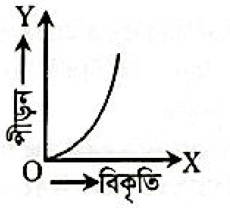
$= \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি} = \frac{1}{2} \times AB \times OB$

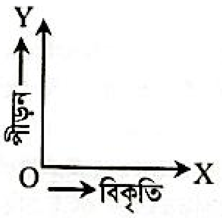
৩৩। পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর ক্ষেত্রে নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক? [ঢা. বো. ২২]

ⓚ 

ⓚ 

ⓖ 

ⓖ 

উত্তর: ⓖ 

ব্যাখ্যা: বল প্রয়োগে পূর্ণদৃঢ় বস্তুর বিকৃতি ঘটানো যায় না। এজন্য এক্ষেত্রে বিকৃতির পরিমাণ শূন্য।

৩৪। পীড়ন-এর মাত্রা সমীকরণ হলো— [কু. বো. ১৫]

ⓚ $ML^{-1}T^{-2}$ ⓚ $ML^{-1}T^{-1}$ ⓖ $ML^{-2}T$ ⓖ $ML^{-2}T^{-2}$

উত্তর: ⓚ $ML^{-1}T^{-2}$

ব্যাখ্যা: $\text{পীড়ন}, = \frac{F}{A} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}]$

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, শক্তি এবং পয়সনের অনুপাত

৩৫। নিচের কোন পদার্থের ইয়ং এর গুণাংক সবচেয়ে বেশি? [ম. বো., য. বো. ২৫]

ⓚ তামা ⓚ প্লাস্টিক ⓖ ইস্পাত ⓖ সোনা

উত্তর: ⓖ ইস্পাত

ব্যাখ্যা: যে বস্তুর দৃঢ়তা বেশি তার স্থিতিস্থাপকতা বা ইয়ং গুণাঙ্ক বেশি।

৩৬। স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি হলো– [ব. বো. ২৫]

অথবা, স্থিতিস্থাপক বস্তুকে যখন সংকুচিত করা হয় তখন তার মোট সঞ্চিত শক্তির রাশিমালা কোনটি? [ম. বো. ২৫]

ⓚ $\frac{1}{2}\frac{YAl}{L^2}$ ⓚ $\frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$ ⓖ $\frac{1}{2}\frac{YAl}{l^2}$ ⓖ $\frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L^2}$

উত্তর: ⓚ $\frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$

৩৭। পয়সনের অনুপাত– [ব. বো. ২৫; অনুরূপ চ. বো. ২৫]

i. কেবল কঠিন পদার্থেরই বৈশিষ্ট্য

ii. পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত

iii. এর তাত্ত্বিক সর্বোচ্চ মান $+\frac{1}{2}$ এবং সর্বনিম্ন মান -1

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও iii

ব্যাখ্যা: পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাতকে ইয়ং এর গুণাঙ্ক বলে।

৩৮। পয়সনের অনুপাতের সমীকরণ নিচের কোনটি? [সি. বো. ২৫]

ⓚ $\sigma = \frac{dD}{Ll}$ ⓚ $\sigma = \frac{dL}{lD}$ ⓖ $\sigma = \frac{dl}{LD}$ ⓖ $\sigma = \frac{LD}{dl}$

উত্তর: ⓚ $\sigma = \frac{dL}{lD}$

❖ উদ্দীপকের আলোকে ৩৯ ও ৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

1 m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়।

৩৯। পয়সনের অনুপাত হলো– [ঢা. বো. ২৫]

ⓚ 0.10 ⓚ 0.20 ⓖ 0.25 ⓖ 0.10

উত্তর: ⓚ 0.10

ব্যাখ্যা: $\sigma = \frac{-\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{L}} = \frac{-\frac{0.01}{5}}{\frac{2\times10^{-2}}{1}} = 0.10$

৪০। তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাংক 2×10^{11} Nm^{-2} হলে তারে সঞ্চিত বিভব শক্তি কত? [ঢা. বো. ২৫]

ⓚ 7.85×10^2 J ⓚ 15.70×10^2 J

ⓖ 3.92×10^4 J ⓖ 7.84×10^4 J

উত্তর: ⓚ 7.85×10^2 J

ব্যাখ্যা: $W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L} = 7.85 \times 10^2$ J

৪১। একটি তারের ইয়াং এর গুণাঙ্ক 2.1×10^{11} Nm^{-2} এবং ব্যাস 2 mm। তারের দৈর্ঘ্য 0.5% বৃদ্ধি করতে হলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [রা. বো. ২৫]

ⓚ 2.15×10^3 N ⓚ 2.61×10^3 N

ⓖ 2.98×10^3 N ⓖ 3.29×10^3 N

উত্তর: ⓖ 3.29×10^3 N

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{FL}{Al}$

$$F = \frac{YAl}{L} = \frac{2.1\times10^{11}\times\pi(1\times10^{-3})^2\times0.5}{100} = 3.29\times10^3 \text{ N}$$

৪২। 1m দৈর্ঘ্য ও $1mm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত বল নিচের কোনটি? $[Y = 2\times10^{11}\ Nm^{-2}]$ [দি. বো. ২৫]

ⓚ 2×10^4 N ⓚ 2×10^5 N

ⓖ 2×10^6 N ⓖ 2×10^7 N

উত্তর: ⓚ 2×10^4 N

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{FL}{Al}$

$$\Rightarrow F = \frac{YAl}{L} = \frac{2\times10^{11}\times1\times10^{-6}\times10}{100} = 2\times10^4 \text{ N}$$

৪৩। 'পীড়ন বিকৃতির সমানুপাতিক'– কার সূত্র? [য. বো. ২৩]

ⓚ হুকের ⓚ ইয়ং এর ⓖ পয়সনের ⓖ জুরিনের

উত্তর: ⓚ হুকের

ব্যাখ্যা: হুকের সূত্রানুসারে, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

৪৪। বিকৃতি বনাম পীড়ন লেখচিত্রের ঢাল কী নির্দেশ করে? [দি. বো. ২২]

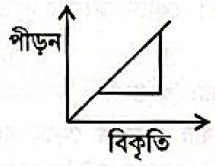
ⓚ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ⓚ পয়সনের অনুপাত

ⓖ মোট কৃত কাজ ⓖ একক আয়তন বিভবশক্তি

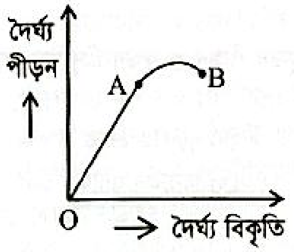
উত্তর: ⓚ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

ব্যাখ্যা: হুকের সূত্রানুসারে, পীড়ন ∝ বিকৃতি

$\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক



৪৫।



চিত্রে OA রেখার ঢালকে কী বলে? [কু. বো. ২৪; অনুরূপ ব. বো. ২৩; দি. বো. ১৭]

ⓚ ইয়ং গুণাঙ্ক ⓚ পয়সনের অনুপাত

ⓖ দৃঢ়তার গুণাঙ্ক ⓖ স্থায়ী বিকৃতি

উত্তর: ⓚ ইয়ং গুণাঙ্ক

ব্যাখ্যা: এখানে, OA পথ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কার্যরত। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতই ইয়ং এর গুণাঙ্ক।

৪৬। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনটি সবসময় ধ্রুবক থাকে? [সম্মিলিত বো. ১৮]

i. $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

ii. $\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

iii. $\frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক; $\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ = পয়সনের অনুপাত যা স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কার্যরত।

৪৭। ইয়ং এর গুণাঙ্ক নিচের কোনটি? [সি. বো. ১৭]

ক $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ খ $Y = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$

গ $Y = \frac{\text{কৃন্তন পীড়ন}}{\text{কৃন্তন বিকৃতি}}$ ঘ $Y = \frac{\text{কৃন্তন পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

উত্তর: ক $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

৪৮। একটি সম্পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর উপর ইয়ং এর গুণাংক কত? [য. বো. ২৪]

ক 0 খ ∞ গ 1 ঘ – 1

উত্তর: খ ∞

ব্যাখ্যা: বল প্রয়োগে সম্পূর্ণ দৃঢ় বস্তুর বিকৃতি ঘটানো যায় না। অর্থাৎ,

দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন, $\Delta L = 0$; $\therefore Y = \frac{FL}{A \times \Delta L} = \frac{F \times L}{A \times 0} = \infty$

৪৯। কোনো তরলের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক–

ক 0 খ 1 গ 2 ঘ ∞

উত্তর: ক 0

ব্যাখ্যা: তরলের ক্ষেত্রে বল প্রয়োগে তার গঠনের পরিবর্তনে বাধা দেওয়ার ক্ষমতা নেই বিধায় তরলের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক শূন্য।

৫০। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কৃন্তন পীড়ন ও কৃন্তন বিকৃতির অনুপাতকে কী বলে? [চ. বো. ২২]

ক ইয়ং এর গুণাঙ্ক খ দৃঢ়তার গুণাঙ্ক

গ সংনম্যতা ঘ আয়তন গুণাঙ্ক

উত্তর: খ দৃঢ়তার গুণাঙ্ক

ব্যাখ্যা: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে, $\frac{\text{কৃন্তন পীড়ন}}{\text{কৃন্তন বিকৃতি}}$ = কৃন্তন গুণাঙ্ক,

যা দৃঢ়তার গুণাঙ্ক নামেও পরিচিত।

৫১। ইয়ং এর গুণাংকের মাত্রা সমীকরণ– [কু. বো. ২৫]

ক MLT^{-2} খ $ML^{-1}T^{-2}$ গ $ML^{-1}T^{-1}$ ঘ MLT^{3}

উত্তর: খ $ML^{-1}T^{-2}$

৫২। আয়তন গুণাঙ্কের মাত্রা কোনটি? [চ. বো. ২৩]

ক $ML^{-2}T^{-1}$ খ $ML^{-1}T^{-1}$ গ $M^{-1}L^{-1}T^{-1}$ ঘ $ML^{-1}T^{-2}$

উত্তর: ঘ $ML^{-1}T^{-2}$

ব্যাখ্যা: আয়তন গুণাঙ্ক = $\frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$

যেহেতু বিকৃতির কোন একক বা মাত্রা নেই।

সুতরাং, [আয়তন পীড়ন] = $\frac{[F]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$

[যা আয়তন গুনাঙ্কের মাত্রার সমান হবে]

৫৩। সংনম্যতার একক কী? [কু. বো. ২৪]

ক $N^{-1}m^2$ খ N^{-1} গ Pa ঘ Nm^{-2}

উত্তর: ক $N^{-1}m^2$

ব্যাখ্যা: যেহেতু সংনম্যতা আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি। তাই সংনম্যতার একক আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত হবে।

$$C = \frac{\frac{\Delta V}{V}}{P} = \frac{1}{Nm^{-2}} = N^{-1}m^2$$

৫৪। কোনো বস্তুর আয়তন গুণাঙ্ক (K) এবং সংনম্যতার (C) মধ্যে সম্পর্ক কোনটি? [অনুরূপ চ. বো. ২৪; ঢা. বো. ২২]

ক $C = \frac{1}{K}$ খ $C = \frac{3}{2}KT$ গ $C = \sqrt{\frac{2KT}{m}}$ ঘ $\frac{C}{K} = 1$

উত্তর: ক $C = \frac{1}{K}$

ব্যাখ্যা: আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশিকে সংনম্যতা বলা হয়।

অর্থাৎ, C (সংনম্যতা) = $\frac{1}{\text{আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক}} = \frac{1}{K} = \frac{(\Delta V/V)}{P}$

৫৫। ইয়ং গুণাঙ্ক Y, আয়তন গুণাঙ্ক K এর দৃঢ়তার গুণাঙ্ক η হলে, কোন সম্পর্কটি সঠিক?

ক $\frac{3}{Y} = \frac{9}{\eta} + \frac{1}{K}$ খ $\frac{9}{Y} = \frac{1}{\eta} + \frac{3}{K}$

গ $\frac{9}{Y} = \frac{3}{\eta} + \frac{1}{K}$ ঘ $\frac{1}{Y} = \frac{9}{\eta} + \frac{3}{K}$

উত্তর: গ $\frac{9}{Y} = \frac{3}{\eta} + \frac{1}{K}$

ব্যাখ্যা: ইয়ং এর গুণাঙ্ক Y, দৃঢ়তার গুণাঙ্ক η, আয়তন গুণাঙ্ক K এবং পয়সনের অনুপাত σ এর মধ্যে নিম্নোক্ত সম্পর্ক বিদ্যমান–

(i) $Y = 3K(1 - 2\sigma)$ (ii) $Y = 2\eta\,(1 + \sigma)$

(iii) $\sigma = \frac{3K - 2\eta}{6K + 2\eta}$ (iv) $\frac{9}{Y} = \frac{1}{K} + \frac{3}{\eta}$

৫৬। SI পদ্ধতিতে আয়তন গুণাংকের একক– [য. বো. ২৩]

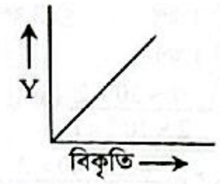
ক Nm^{-2} খ Nm গ Nm^{-1} ঘ $N^{-1}m$

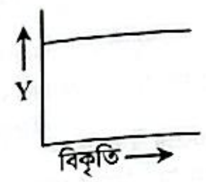
উত্তর: ক Nm^{-2}

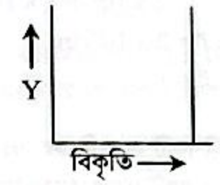
ব্যাখ্যা: আয়তন গুণাঙ্ক = $\frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{\frac{N}{m^2}}{\frac{m^3}{m^3}} = Nm^{-2}$

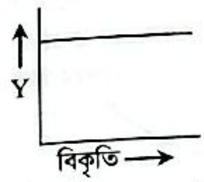
৫৭। একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y) ও বিকৃতির লেখচিত্র নিচের কোনটি? [চ. বো. ২২]

ⓚ

ⓚ 

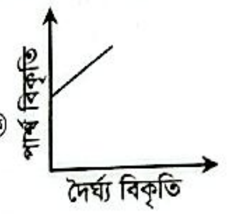
ⓖ 

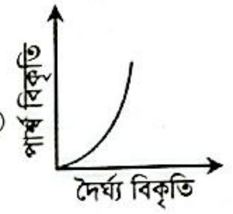
ⓖ 

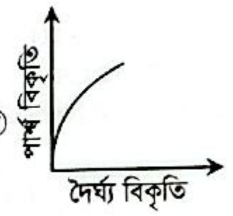
উত্তর: ⓖ 

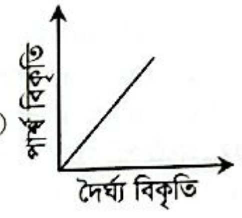
ব্যাখ্যা: একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক তারের উপাদানের উপর নির্ভর করে, বিকৃতির উপর নয়। এজন্য বিকৃতির যেকোনো মানের জন্য ইয়ং এর গুণাঙ্ক স্থির থাকবে।

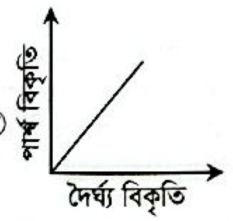
৫৮। দৈর্ঘ্য বিকৃতি বনাম পার্শ্ব বিকৃতির লেখচিত্রের প্রকৃতি কোনটি? [কু. বো. ১৭]

ⓚ 

ⓚ 

ⓖ 

ⓖ 

উত্তর: ⓖ 

ব্যাখ্যা: পয়সনের অনুপাত, $\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{y}{x}$ (ধরে)

$\therefore y = \sigma x$ যা মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ।

৫৯। 1 m দীর্ঘ একটি তারে 10^5 Nm^{-2} বল প্রয়োগে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেল 0.001 m। তারটির ইয়ং গুণাঙ্ক কত? [চ. বো. ১৯]

ⓚ 10^{-7} Nm^{-2} ⓚ 10^{-3} Nm^{-2}
ⓖ 10^7 Nm^{-2} ⓖ 10^8 Nm^{-2}

উত্তর: ⓖ 10^8 Nm^{-2}

ব্যাখ্যা: পীড়ন, $\frac{F}{A} = 10^5\ Nm^{-2}$; ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{Al} = \frac{10^5 \times 1}{0.001} = 10^8\ Nm^{-2}$

৬০। বাস্তবে প্রায় সকল পদার্থের σ এর মানের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [ম. বো. ২৪, ২২; রা. বো., দি. বো. ২৩]

ⓚ – 1 হতে 0.5 ⓚ 0.18 থেকে 0.25
ⓖ 0.3 থেকে 0.5 ⓖ 0 হতে 0.5

উত্তর: ⓖ 0 হতে 0.5

ব্যাখ্যা: তাত্ত্বিকভাবে পয়সনের অনুপাতের মান –1 এর চেয়ে কম এবং $+\frac{1}{2}$ এর বেশি হতে পারে না। পয়সনের অনুপাত ঋণাত্মক হতে হলে দৈর্ঘ্য প্রসারনের সাথে সাথে পার্শ্বীয় প্রসারন ঘটতে হবে। যা অসম্ভব। তাই বাস্তবে প্রায় সকল পদার্থের σ এর মান 0 থেকে 0.5।

৬১। 2.2 m দীর্ঘ ঝুলন্ত একটি তারের নিচের প্রান্তে 8.4 kg ভর হলে এর দৈর্ঘ্য 0.52 mm বাড়ে। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক 2×10^{11} N/m^2 হলে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

ⓚ $1.568 \times 10^{-6} m^2$ ⓚ 1.48 mm^2
ⓖ 1.6×10^{-2} cm^2 ⓖ $1.74 \times 10^{-6} m^2$

উত্তর: ⓖ $1.74 \times 10^{-6} m^2$

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{FL}{Al} \Rightarrow A = \frac{FL}{Yl} = \frac{8.4 \times 9.8 \times 2.2}{2 \times 10^{11} \times 0.52 \times 10^{-3}} = 1.741 \times 10^{-6}\ m^2$

৬২। কিছু পরিমাণ পানিকে তার মোট আয়তনের 10% সংকুচিত করতে কত পরিমাণ চাপ প্রয়োগ করতে হবে, যেখানে পানির আয়তন গুণাঙ্ক 2×10^9 Nm^{-2}? [য. বো. ২২]

ⓚ 2×10^{10} Nm^{-2} ⓚ 2×10^9 Nm^{-2}
ⓖ 0.02×10^{10} Nm^{-2} ⓖ 0.5×10^{10} Nm^{-2}

উত্তর: ⓖ 0.02×10^{10} Nm^{-2}

ব্যাখ্যা: $K = \frac{P}{\frac{v}{V}}; \Rightarrow P = K \times \frac{v}{V} = 2 \times 10^9 \times 0.1 = 0.02 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

৬৩। 2 m লম্বা 2 mm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.25 mm হলে তারটির ব্যাসার্ধ কত হ্রাস পাবে? (σ = 0.2) [কু. বো. ১৯]

ⓚ 5×10^{-3} m ⓚ 2.5×10^{-3} m
ⓖ 5×10^{-4} m ⓖ 2.5×10^{-8} m

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: $\sigma = \frac{\Delta r \times L}{r\Delta L}; \Rightarrow \Delta r = \frac{\sigma r \Delta L}{L} = \frac{0.2 \times 0.002 \times 0.25 \times 10^{-3}}{2}$

$\therefore \Delta r = 5 \times 10^{-8}$ m

৬৪। $10^{-6} m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তারের ওপর 2×10^4 N বল প্রয়োগ করা হলে– [দি. বো. ২৩]

i. পীড়ন এর মান 2×10^{10} Nm^{-2}
ii. একক বিকৃতির জন্য পীড়নই এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক
iii. পীড়ন দ্বিগুণ করলে এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক দ্বিগুণ হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

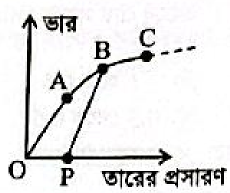
উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: পীড়ন $= \frac{F}{A} = \frac{2 \times 10^4}{10^{-6}} = 2 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$

যেহেতু, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $= \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

সুতরাং, একক বিকৃতির জন্য পীড়নই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্দেশ করবে।

৬৫। একটি তারে ক্রমাগত ভর চাপালে ভার-সম্প্রসারণ লেখচিত্র OABC এর ন্যায় হয়। আবার চাপানো ভর ক্রমাগত সরিয়ে নেওয়ায় CBP পথের ন্যায় হয়। এক্ষেত্রে–



[ব. বো. ২৩]

i. OP তারের স্থায়ী প্রসারণ বোঝায়
ii. AB অংশ পূর্ণস্থিতিস্থাপক
iii. OA অংশ হুকের সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: এক্ষেত্রে তারটি O বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করলেও পুনরায় O বিন্দুতে ফিরে আসতে পারে নি। ফলে তারটির স্থায়ী প্রসারন ঘটেছে। P বিন্দুতে ফিরে আসায়, OP হলো তারটির স্থায়ী প্রসারন। OA অংশ মূল বিন্দুগামী সরলরেখা, ফলে এই অংশ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কাজ করায় হুকের সূত্র মেনে চলবে।

৬৬। সংনম্যতা হলো– [ম. বো. ২৪, ২৩]

i. স্কেলার রাশি ii. আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত
iii. আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: কোনো বস্তুর চারদিকে থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মকে সংনম্যতা বলে।

অর্থাৎ, $\text{সংনম্যতা} = \dfrac{1}{\text{আয়তন গুণাঙ্ক}}$

৬৭। পয়সনের অনুপাতের– [দি. বো. ১৭]

i. একক নেই
ii. মান – 1 হতে 0.5 এর মধ্যে
iii. মান নির্দিষ্ট উপাদানের জন্য নির্দিষ্ট

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোন বস্তুর পার্শ্ববিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতই পয়সনের অনুপাত। যেহেতু বিকৃতির কোনো একক নেই। তাই পয়সনের অনুপাতের কোনো একক নেই। তাত্ত্বিকভাবে, $-1 \leq \sigma \leq 0.5$ এবং এই অনুপাতের মান বস্তুর উপাদানের উপর নির্ভরশীল।

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৬৮ ও ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

2m দৈর্ঘ্য ও $1mm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারের প্রান্তে 20N বল প্রয়োগ করা হলো। $[Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}]$

৬৮। তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি কত? [কু. বো. ২২; সি. বো. ২২]

ⓚ $2 \times 10^{-4}m$ ⓛ 1.99 m ⓜ 5×10^3 m ⓝ 2×10^4 m

উত্তর: ⓚ $2 \times 10^{-4}m$

ব্যাখ্যা: $Y = \dfrac{FL}{Al} \Rightarrow l = \dfrac{FL}{AY} = \dfrac{20 \times 2}{10^{-6} \times 2 \times 10^{11}} = 2 \times 10^{-4}$ m

৬৯। প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2mm^2$ ও বল দ্বিগুণ হলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পূর্বের কতগুণ হবে? [কু. বো. ২২; সি. বো. ২২]

ⓚ 1 গুণ ⓛ 2 গুণ ⓜ 3 গুণ ⓝ 4 গুণ

উত্তর: ⓚ 1 গুণ

ব্যাখ্যা: $Y = \dfrac{2 \times 20 \times 2}{2 \times 10^{-6} \times l'}$

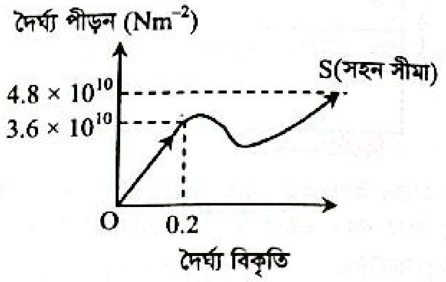
$\Rightarrow l' = \dfrac{2 \times 20 \times 2}{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{11}}$

$\Rightarrow l' = 2 \times 10^{-4}$ m

$\therefore l' = l$

❖ উদ্দীপকটি হতে নিচের ৭০ ও ৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

চিত্রে একটি ধাতব তারের জন্য দৈর্ঘ্য পীড়ন-দৈর্ঘ্য বিকৃতি লেখ দেখানো হলো-



৭০। তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক কত? [দি. বো. ১৯]

ⓚ $7.2 \times 10^9\ Nm^{-2}$ ⓛ $3.6 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$
ⓜ $4.8 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ ⓝ $1.8 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

উত্তর: ⓝ $1.8 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

ব্যাখ্যা: $Y = \dfrac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \dfrac{3.6 \times 10^{10}}{0.2} = 1.8 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

৭১। তারটির উপর পীড়ন– [দি. বো. ১৯]

i. $4.8 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ এর চেয়ে বেশি হলে তারটি ছিড়ে যাবে
ii. $4.2 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ হলে তারটির স্থায়ী বিকৃতি হবে
iii. $3.6 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ এর চেয়ে কম হলে কোনো বিকৃতি ঘটবে না

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: স্থিতিস্থাপক সীমার বাইরে বল প্রয়োগে তারটি হুকের সূত্র মেনে চলবে না। সেক্ষেত্রে $4.2 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ পীড়নে তারটি আর পূর্বের অবস্থানে ফিরতে পারবে না। সহন সীমার অধিক বল প্রয়োগে তার সরু হতে হতে ছিড়ে যায় অর্থাৎ, $4.8 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ এর বেশি পীড়নে তারটি ছিঁড়ে যাবে।

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৭২ ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

100 cm দীর্ঘ $1 \times 10^{-2}\ cm^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $1.24 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$। একে টেনে 0.2 cm বৃদ্ধি করা হলো।

৭২। কতটুকু কাজ সম্পন্ন হবে? [চ. বো. ১৭]

ⓚ 0.114J ⓛ 0.124J ⓜ 0.248J ⓝ 0.288J

উত্তর: ⓜ 0.248J

ব্যাখ্যা: $W = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{YAl^2}{L}$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1.24 \times 10^{11} \times 10^{-2} \times 10^{-4} \times (0.2 \times 10^{-2})^2}{100 \times 10^{-2}}$

$\therefore W = 0.248$ J

৭৩। এক্ষেত্রে— [চ. বো. ১৭]

i. বিকৃতি = 0.002 ii. পীড়ন = 2.48×10^8 Nm^{-2}

iii. পীড়ন ∝ বিকৃতি

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: বিকৃতি = $\frac{0.2}{100} = 0.002$; ইয়ং এর গুণাঙ্ক, Y = $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$

$\Rightarrow$ পীড়ন = Y × বিকৃতি = $1.24 \times 10^{11} \times 0.002 = 2.48 \times 10^8$ Nm^{-2}

হুকের সূত্রানুযায়ী স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ৭৪ ও ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

1 m লম্বা এবং 1 mm ব্যাসের তারকে 2 kg ভর ঝুলিয়ে 0.025 cm দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করা হলো।

৭৪। পয়সনের অনুপাত 0.1 হলে তারটির ব্যাস হ্রাস কত হবে? [চ. বো. ২৩; অনুরূপ য. বো. ১৯; কু. বো. ১৭]

ক 1.5×10^{-8} mm খ 2.5×10^{-5} mm

গ 3.5×10^{-3} mm ঘ 2.5×10^{-2} mm

উত্তর: খ 2.5×10^{-5} mm

ব্যাখ্যা: $\sigma = \frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta d \times L}{\Delta L \times d}; \Rightarrow 0.1 = \frac{\Delta d \times 1}{0.025 \times 10^{-2} \times 10^{-3}}$

$\therefore \Delta d = 2.5 \times 10^{-8}$ m $= 2.5 \times 10^{-5}$ mm

৭৫। যদি তারটির ইয়ং গুণাঙ্ক Y, তামার তারের ইয়ং গুণাংক 5×10^9 Nm^{-2}, ইস্পাতের তারের ইয়ং গুণাঙ্ক 10×10^{12} Nm^{-2} হয়, তাহলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?

[Y_{CU} = তামার তারের ইয়ং গুণাংক Y_S = ইস্পাতের তারের ইয়ং গুণাংক] [চ. বো. ২৩]

ক $Y_{Cu} < Y < Y_S$ খ $Y_S < Y_{Cu} < Y$

গ $Y < Y_S < Y_{Cu}$ ঘ $Y_S < Y < Y_{Cu}$

উত্তর: ক $Y_{Cu} < Y < Y_S$

ব্যাখ্যা: $Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} = \frac{2 \times 9.8 \times 1}{\pi\left(\frac{10^{-3}}{2}\right)^2 \times 0.025 \times 10^{-2}} = 9.982 \times 10^{10}$ Nm^{-2}

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ৭৬ ও ৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি তারে 0.01 দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে পার্শ্ব বিকৃতি 0.0024 হলো।

৭৬। পয়সনের অনুপাতের মান— [কু. বো. ১৭; সি. বো. ১৫]

ক 0.2 খ 0.24 গ 2 ঘ 2.4

উত্তর: খ 0.24

ব্যাখ্যা: $\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{0.0024}{0.01} = 0.24$

৭৭। কোনটি পদার্থের সাধারণ ধর্ম? [য. বো. ১৭]

ক পৃষ্ঠশক্তি খ সান্দ্রতা গ স্থিতিস্থাপকতা ঘ পৃষ্ঠটান

উত্তর: গ স্থিতিস্থাপকতা

ব্যাখ্যা: (a) সান্দ্রতা প্রবাহীর ধর্ম

(b) পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি তরলের ধর্ম

(c) স্থিতিস্থাপকতা সকল পদার্থের সাধারণ ধর্ম।

সান্দ্রতা ও অন্তঃবেগ

৭৮। মধুর অন্যতম ধর্ম হচ্ছে— [য. বো. ১৫]

i. দৃঢ়তা ii. সান্দ্রতা iii. পৃষ্ঠটান

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: মধু একটি তরল পদার্থ। তরলের অন্যতম ধর্ম হচ্ছে পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা।

৭৯। η সান্দ্রতা গুণাঙ্কবিশিষ্ট মাধ্যমে R ব্যাসার্ধের একটি গোলাকার বল v প্রান্তিক বেগে পড়লে ক্রিয়াশীল সান্দ্র বল F হবে— [য. বো. ১৯]

ক $F \propto R$ এবং $F \propto \frac{1}{v}$ খ $F \propto R$ এবং $F \propto v$

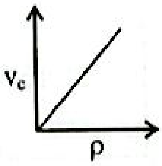
গ $F \propto \frac{1}{R}$ এবং $F \propto \frac{1}{v}$ ঘ $F \propto \frac{1}{R}$ এবং $F \propto v$

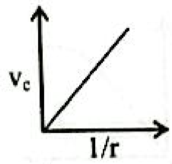
উত্তর: খ $F \propto R$ এবং $F \propto v$

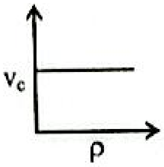
ব্যাখ্যা: তরলে গতিশীল গোলকের সান্দ্রবল, $F = 6\pi r\eta v$

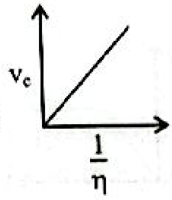
$\therefore F \propto r, F \propto \eta$ এবং $F \propto v$

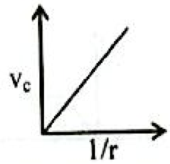
৮০। v_c = সংকট বেগ, η = তরলের সান্দ্রতাঙ্ক, ρ = তরলের ঘনত্ব, r = নলের ব্যাসার্ধ হলে কোন লেখচিত্রটি সঠিক? [কু. বো. ১৯]

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: খ 

ব্যাখ্যা: সংকট বেগ: তরল প্রবাহের বেগ একটি নির্দিষ্ট সীমা অতিক্রম করলে শান্ত প্রবাহ অশান্ত প্রবাহে পরিণত হয়। বেগের এই নির্দিষ্ট সীমাস্থ মানকে সংকট বেগ বলে।

রেনল্ডের সূত্র: পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে বিজ্ঞানী রেনল্ড প্রমাণ করেন—

(i) সংকট বেগ তরলের সান্দ্রতাঙ্কের সমানুপাতিক অর্থাৎ, $v_c \propto \eta$।

(ii) সংকট বেগ তরলের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক, $v_c \propto \frac{1}{\rho}$।

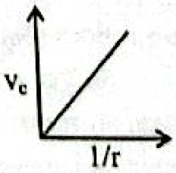
(iii) সংকট বেগ নলের ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক, $v_c \propto \frac{1}{r}$।

$\therefore v_c \propto \frac{\eta}{\rho r} \Rightarrow v_c = \frac{R_e \eta}{\rho r}$; R_e = রেনল্ডের সংখ্যা

যদি, $R_e < 2000$ হয় তাহলে শান্ত প্রবাহ।

যদি, $R_e > 2000$ হয় তাহলে অশান্ত প্রবাহ।

যেহেতু, $v_c \propto \frac{1}{r}$ তাই সঠিক উত্তরটি হলো 'খ'।



৮১। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা কোনটি? [সি. বো. ১৯; ব. বো. ১৭; রা. বো. ১৫, ১৭; চ. বো. ১৭; খু.বি. ১১-১২; চ. বি. ১১-১২; রা.বি. ০৯-১০]

ⓚ $ML^{-1}T^{-1}$ ⓚ MLT^{-1} ⓖ $ML^{-1}T$ ⓖ $ML^{-1}T^{-2}$

(ক) $ML^{-1}T^{-1}$ (খ) MLT^{-1} (গ) $ML^{-1}T$ (ঘ) $ML^{-1}T^{-2}$

উত্তর: (ক) $ML^{-1}T^{-1}$

ব্যাখ্যা: $F = 6\pi r\eta v$

$$\Rightarrow \eta = \frac{F}{6\pi rv} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L][LT^{-1}]} = [ML^{-1}T^{-1}]$$

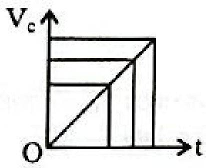
৮২। কোন পদার্থের সান্দ্রতা সবচেয়ে বেশি? [মা. বো. ১৯; সি. বো. ১৫]

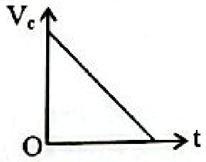
(ক) মধু (খ) পানি (গ) দুধ (ঘ) তেল

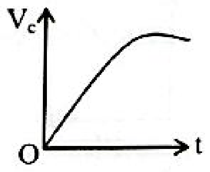
উত্তর: (ক) মধু

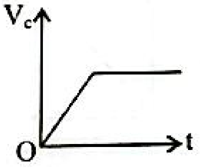
ব্যাখ্যা: সান্দ্রতার ক্রম: মধু > তেল > দুধ > পানি

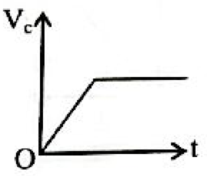
৮৩। তরলের মধ্যে পড়ন্ত কোনো বস্তুর অন্তঃবেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়েছে। কোন লেখচিত্রটি সঠিক? [য. বো., দি. বো. ১৭]

(ক)


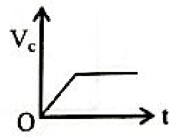
(খ)


(গ)


(ঘ)


উত্তর: (ঘ)


ব্যাখ্যা: পড়ন্ত বস্তুর বেগ শুরুতে বাড়তে থাকে, বাড়তে বাড়তে এটি অন্তবেগ অর্জন করলে বেগ স্থির হয়ে যায়।



৮৪। 100 gm ভরের একটি বস্তু তরলের মধ্যে পড়ায় তার উপর ক্রিয়ারত প্লবতা 0.981 N হলে সান্দ্র বল হবে– [ব. বো. ১৭]

(ক) 9.81 N (খ) 1.981 N (গ) 0 N (ঘ) 1.962 N

উত্তর: (গ) 0 N

ব্যাখ্যা: বস্তুর উপর ক্রিয়ারত সান্দ্রবল, $F = W - F_B = mg - 0.981$

$$= 0.1 \times 9.81 - 0.981$$

$$= 0\ N$$

অতএব, কোন সান্দ্রবল থাকবে না।

৮৫। পঁয়েস (poise) কিসের একক? [দি. বো. ১৭]

(ক) ইয়ং এর গুণাঙ্ক (খ) পৃষ্ঠটান (গ) সান্দ্রতা গুণাঙ্ক (ঘ) সংনম্যতা

উত্তর: (গ) সান্দ্রতা গুণাঙ্ক

ব্যাখ্যা: সান্দ্রতার গুণাঙ্কের একক – SI পদ্ধতিতে Nsm^{-2}; CGS পদ্ধতিতে poise

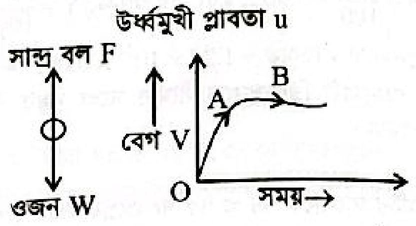
৮৬। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের একক– [ঢা. বো. ১৬; কু. বো. ১৫]

(ক) Nms^{-1} (খ) $Nm^{-1}s$ (গ) $N^{-1}ms^{-1}$ (ঘ) Nsm^{-2}

উত্তর: (ঘ) Nsm^{-2}

ব্যাখ্যা: $\eta = \frac{F}{6\pi rv} = \frac{N}{m \times ms^{-1}} = Nsm^{-2}$

❖ **নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ৮৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**



চিত্রে একটি প্রবাহীর মধ্য দিয়ে মুক্তভাবে পড়ন্ত একটি গোলকের ওপর ক্রিয়াশীল বল দেখানো হলো এবং গোলকটির পতনের মুহূর্ত হতে গোলকটির গতিবেগ-সময় গ্রাফের মাধ্যমে দেখানো হলো।

৮৭। গ্রাফটিতে O বিন্দুতে ত্বরণ কত? [কু. বো. ১৬]

(ক) $0\ ms^{-2}$ (খ) $4.9\ ms^{-2}$ (গ) $9.8\ ms^{-2}$ (ঘ) $14.7\ ms^{-2}$

উত্তর: (গ) $9.8\ ms^{-2}$

ব্যাখ্যা: তরলে কোনো বস্তু যাত্রা শুরুর করার মুহূর্তে ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$।

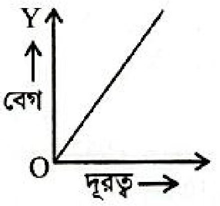
৮৮। গ্যাসের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক তাপমাত্রার– [চ. বো. ১৬]

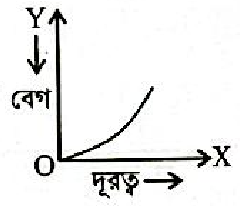
(ক) সমানুপাতিক (খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

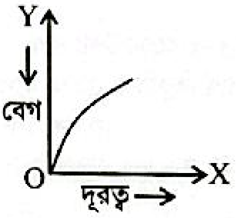
উত্তর: (গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক

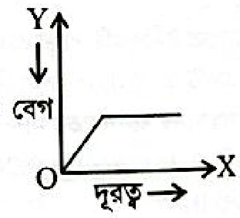
ব্যাখ্যা: $\eta \propto \sqrt{T}$

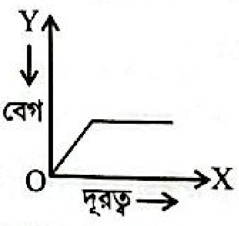
৮৯। বৃষ্টি ফোঁটা বাতাসে মধ্য দিয়ে পড়তে থাকলে দূরত্ব বনাম বেগ লেখচিত্রের প্রকৃতি কোনটি? [ব. বো. ১৬]

(ক)


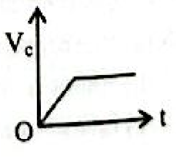
(খ)


(গ)


(ঘ)


উত্তর: (ঘ)


ব্যাখ্যা: পড়ন্ত বস্তুর বেগ শুরুতে বাড়তে থাকে, বাড়তে বাড়তে এটি অন্তবেগ অর্জন করলে বেগ স্থির হয়ে যায়।



❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ৯০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

2×10^{-4} ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল কোনো তরলের ভিতর কিছুক্ষণ পড়ার পর $4 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$ ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। লোহা ও তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3\ kgm^3$ এবং $10^3\ kgm^3$।

৯০। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক হবে– [ঢা. বো. ১৫]

ক) $1.5 \times 10^{-2}\ Nsm^{-2}$ খ) $1.5 \times 10^{-2}\ Ns^{-1}m^{-2}$

গ) $6.7 \times 10^{-2}\ Nsm^{-2}$ ঘ) $6.7 \times 10^{-2}\ Ns^{-1}m^{-2}$

উত্তর: ক) $1.5 \times 10^{-2}\ Nsm^{-2}$

ব্যাখ্যা: $\eta = \frac{2r^2(\rho - \sigma)g}{9v} = \frac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 \times (7.8 \times 10^3 - 10^3) \times 9.8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}\ Nsm^2$

$= 1.48 \times 10^{-2}\ Nsm^{-2}$

৯১। নিচের কোন সম্পর্কটি স্টোক'স এর সূত্র? [কু. বো. ১৫]

ক) $F \propto \eta\pi rv$ খ) $F \propto r\pi v$ গ) $F \propto \pi\eta v$ ঘ) $F \propto \eta rv$

উত্তর: ঘ) $F \propto \eta rv$

ব্যাখ্যা: $F = 6\pi\eta rv$

৯২। নিচের কোনটি ঘর্ষণ বলের উদাহরণ– [সি. বো. ১৫]

ক) সংসক্তি বল খ) সংরক্ষণশীল বল

গ) আসঞ্জন বল ঘ) অসংরক্ষণশীল বল

উত্তর: ঘ) অসংরক্ষণশীল বল

ব্যাখ্যা: ঘর্ষণ বল ও সান্দ্র বল হলো অসংরক্ষণশীল বল।

পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি

৯৩। কোন ধর্মের কারণে পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয়? [ঢা. বো. ১৯]

ক) তলটান খ) সান্দ্রতা গ) কৈশিকতা ঘ) স্থিতিস্থাপকতা

উত্তর: ক) তলটান

ব্যাখ্যা: পানি পৃষ্ঠটান বা তলটানের কারণে সর্বনিম্ন পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল অর্জন করতে চায়। তাই পানির ফোঁটা গোলাকৃতি হয়।

৯৪। পানির পৃষ্ঠটান 0.06 N/m হলে তার পৃষ্ঠশক্তি– [সি. বো. ১৯; দি. বো. ১৫]

ক) 60 N/m খ) 6 N/m গ) 0.6 N/m ঘ) 0.06 N/m

উত্তর: ঘ) 0.06 N/m

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির সংখ্যাগত মান সমান।

$\therefore$ পৃষ্ঠশক্তি = 0.06 N/m।

৯৫। তরলের পৃষ্ঠটান নির্ভর করে– [ব. বো. ১৭]

i. কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ ii. সংসক্তি বল iii. তরলের ঘনত্ব

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠটানের নির্ভরশীলতা:

(a) তাপমাত্রা, (b) তরলের ঘনত্ব,

(c) কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, (d) তরলের মুক্ত তলের মাধ্যমে,

(e) তাপদ্রব্য, (f) তড়িৎ

(g) সংসক্তি বল।

৯৬। পানির উপরিতলে আলতোভাবে রাখা 4 cm দীর্ঘ অত্যন্ত সরু ভাসমান একটি আলপিন টেনে তুলতে সর্বাধিক কত নিউটন বলের প্রয়োজন হবে? [পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$] [ম. বো. ১৭]

ক) 2.88×10^{-3} খ) 5.76×10^{-3}

গ) 2.88×10^{-1} ঘ) 5.76×10^{-1}

উত্তর: খ) 5.76×10^{-3}

ব্যাখ্যা: $F = T \times 2L = 72 \times 10^{-3} \times 2 \times 4 \times 10^{-2}\ N = 5.76 \times 10^{-3}\ N$

৯৭। বৃষ্টির একটি বড় ফোঁটা ভেঙ্গে অনেকগুলো ছোট ফোঁটায় পরিণত হলে ফোঁটাগুলোর সর্বমোট– [ঢা. বো. ১৬]

ক) ক্ষেত্রফল হ্রাস পায় খ) ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়

গ) আয়তন হ্রাস পায় ঘ) ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে

উত্তর: খ) ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায়

ব্যাখ্যা: ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় এবং ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির পরিমাণ, $\Delta A = 4\pi(Nr^2 - R^2)$।

৯৮। পৃষ্ঠশক্তির একক কোনটি? [ঢা. বো., ব. বো. ১৬]

ক) Nm খ) $N^{-1}m$ গ) Nm^{-2} ঘ) Nm^{-1}

উত্তর: ঘ) Nm^{-1}

ব্যাখ্যা: $E = \frac{W}{\Delta A} = \frac{Fx}{\Delta A} = \frac{Nm}{m^2} = Nm^{-1}$ $\therefore$ পৃষ্ঠশক্তির একক $= Nm^{-1}$

৯৯। পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি এর মধ্যে সম্পর্ক– [রা. বো. ১৬]

ক) $E = 2T$ খ) $E = T$ গ) $E = \frac{T}{2}$ ঘ) $E = \frac{T}{4}$

উত্তর: খ) $E = T$

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি সমান।

১০০। পানির উপরিতল হতে 0.5 m লম্বা আনুভূমিক তারকে টেনে তুলতে তারের ওজনসহ সর্বাধিক 72.8×10^{-3} N বলের প্রয়োজন হয়। পানির পৃষ্ঠটান কত? [য. বো. ১৬]

ক) $145.6 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ খ) $72.8 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

গ) $14.56 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ ঘ) $7.28 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

উত্তর: খ) $72.8 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

ব্যাখ্যা: $T = \frac{F}{2L} = \frac{72.8 \times 10^{-3}}{2 \times 0.5} = 72.8 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

১০১। কোনো তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে কৃত কাজকে বলা হয়– [সি. বো. ১৬]

ক) পৃষ্ঠটান খ) সান্দ্রতা গ) পৃষ্ঠশক্তি ঘ) আয়তন পীড়ন

উত্তর: গ) পৃষ্ঠশক্তি

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠশক্তি, $E = W/\Delta A$

১০২। পানির পৃষ্ঠটান কোনটি? [কু. বো. ১৫]

ক) $7.35 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ খ) $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

গ) $550 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ ঘ) $6.314 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$

উত্তর: খ) $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$

ব্যাখ্যা: পানির পৃষ্ঠটান $T = 72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$।

১০৩। প্রভাব গোলকের ব্যাসার্ধ কোনটি? [রা. বো. ১৫]

ক 10^{-15} m খ 10^{-10} m গ 10^{-9} m ঘ 10^{-8} m

উত্তর: খ 10^{-10} m

ব্যাখ্যা: প্রভাব গোলকের ব্যাসার্ধ প্রায় 10^{-10} m।

১০৪। পৃষ্ঠটানের একক– [ব. বো. ১৫]

ক নিউটন/মিটার খ নিউটন/ মিটার² গ নিউটন-মিটার ঘ নিউটন

উত্তর: ক নিউটন/মিটার

ব্যাখ্যা: $T = \frac{F}{l} = \frac{N}{m} = Nm^{-1}$

১০৫। পানির পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়– [দি. বো. ১৫]

i. তাপমাত্রা হ্রাস পেলে
ii. তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে
iii. সাবানের ফেনা মিশালে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠটানের নির্ভরশীলতা:

(a) তাপমাত্রা, (b) তরলের ঘনত্ব,
(c) কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ, (d) তরলের মুক্ত তলের মাধ্যমে,
(e) তাপদ্রব্য, (f) তড়িৎ
(g) সংসক্তি বল।

১০৬। যখন পানিতে কিছু ডিটার্জেন্ট মিশানো হয়, তখন এর পৃষ্ঠটান– [দি. বো. ১৫]

ক বৃদ্ধি পায় খ হ্রাস পায় গ অপরিবর্তিত থাকে ঘ শূন্য হয়

উত্তর: খ হ্রাস পায়

ব্যাখ্যা: অপদ্রব্য মিশালে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

১০৭। পৃষ্ঠটানের একক হল–

ক ডাইন সেমি$^{-1}$ খ ডাইন সেমি$^{-3}$
গ ডাইন সেমি$^{-2}$ ঘ ডাইন সেমি

উত্তর: ক ডাইন সেমি$^{-1}$

ব্যাখ্যা: $T = \frac{F}{l}$

$= \frac{Dyne}{cm}$

$= Dyne\ cm^{-1}$।

১০৮। একটি কৈশিক নল কোনো তরলে খাড়াভাবে ডোবালে নলের মধ্যে তরলের তল বাইরের তরলতল অপেক্ষা কিছুটা উপরে ওঠে। এর কারণ হলো–

ক তরলের সান্দ্রতা খ তরলের পৃষ্ঠটান
গ ব্যাপন ঘ অভিস্রবন

উত্তর: খ তরলের পৃষ্ঠটান

ব্যাখ্যা: তরলের পৃষ্ঠটানের জন্য তরলের উত্থান বা অবনমন হয়।

স্পর্শকোণ ও কৈশিকতা

১০৯। স্পর্শকোণ θ হলে– [কু. বো. ১৯]

i. কাচ ও পানির ক্ষেত্রে $0° < \theta < 90°$
ii. পারদ ও কাচের ক্ষেত্রে $0° < \theta < 180°$
iii. কাচ ও কেরোসিনের ক্ষেত্রে $0° < \theta < 90°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i খ ii গ i ও iii ঘ ii ও iii

উত্তর: গ i ও iii

ব্যাখ্যা: i. কাঁচ ও পানির স্পর্শ কোণ সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ, $0° < \theta < 90°$
ii. পারদ ও কাঁচের স্পর্শ কোণ স্থূলকোণ অর্থাৎ, $90° < \theta < 180°$
iii. কাঁচ ও কেরোসিনের স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ, $0° < \theta < 90°$

১১০। বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে বলা যায়– [রা. বো. ১৯]

ক পৃষ্ঠটান খ আসঞ্জন বল গ সংসক্তি বল ঘ সান্দ্র বল

উত্তর: খ আসঞ্জন বল

ব্যাখ্যা: ভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে। আবার, একই পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল বলে।

১১১। L বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ফ্রেম তরলে নিমজ্জিত করে তোলা হলো। এর এক বাহু x দূরত্বে সরাতে কৃতকাজ কত? [যেখানে T পৃষ্ঠটান নির্দেশ করে।] [য. বো. ১৯]

ক $W = 2LT$ খ $W = T$ গ $W = 2LTx$ ঘ $W = LTx$

উত্তর: গ $W = 2LTx$

ব্যাখ্যা: কৃতকাজ, $W = বল \times সরণ = Fx = 2LTx$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১১২ ও ১১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.4 mm। একে 72×10^{-3} N/m পৃষ্ঠটান এবং 10^3 kgm^{-3} ঘনত্বের পানিতে ডুবানো হলো।

১১২। নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে? [সি. বো. ১৯]

ক 7.3469 m খ 0.733469 m
গ 0.073469 m ঘ 0.00734 m

উত্তর: গ 0.073469 m

ব্যাখ্যা: $T = \frac{rh\rho g}{2}; \Rightarrow h = \frac{2T}{r\rho g} = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{\frac{0.4 \times 10^{-3}}{2} \times 10^3 \times 9.8} = 0.073469$ m

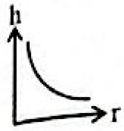
১১৩। ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হলে নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে? [সি. বো. ১৯]

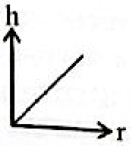
ক 0.00367 m খ 0.03673 m
গ 0.3673 m ঘ 3.6734 m

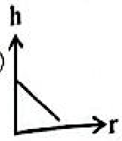
উত্তর: খ 0.03673 m

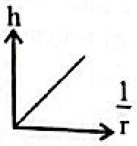
ব্যাখ্যা: $\frac{h_2}{h_1} = \frac{r_1}{r_2}; \Rightarrow h_2 = \frac{r_1}{r_2} \times h_1 = \frac{1}{2} \times 0.073469 = 0.03673$ m

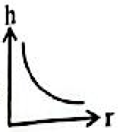
১১৪। কোনো নির্দিষ্ট স্থানে কৈশিক নলে উত্থিত পানির উচ্চতা (h) ও কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ (r) এর মধ্যে নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক? [সকল বো. ১৮]

ⓚ 

ⓛ 

ⓖ 

ⓘ 

উত্তর: ⓚ 

ব্যাখ্যা: $h \propto$ তাই লেখচিত্রটি (ক) এর ন্যায় আয়তাকার অধিবৃত্ত হয়।

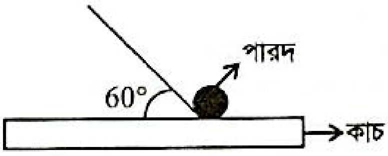
১১৫। যে সমস্ত তরল দ্বারা কাচ ভিজে না তাদের স্পর্শ কোণ হবে— [দি. বো. ১৭; রা. বো., দি. বো. ১৫]

ⓚ সূক্ষ্ম কোণ ⓛ স্থূল কোণ ⓖ শূন্য ⓘ সমকোণ

উত্তর: ⓛ স্থূল কোণ

ব্যাখ্যা: যেসকল তরলের স্পর্শ কোণ স্থূলকোণ অর্থাৎ $90° < \theta < 180°$ তারা কাঁচকে ভেজায় না।

১১৬। চিত্রানুসারে— [ঢা. বো. ১৬]



i. সংসক্তি বল > আসঞ্জন বল
ii. আসঞ্জন বল > সংসক্তি বল
iii. 60° হলো স্পর্শ কোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ i ও iii ⓖ i ও ii ⓘ ii ও iii

উত্তর: ⓚ i

ব্যাখ্যা: পারদের সাথে কাঁচের স্পর্শকোণ স্থূলকোণ। সুতরাং, স্পর্শকোণ হবে $(180° - 60°)$ বা 140° এবং সংসক্তি বল > আসঞ্জন বল।

১১৭। নিচের কোন ঘনত্বের তরলের মধ্যে কাচনল ডুবানো হলে স্থূল স্পর্শকোণ হবে— [য. বো. ১৬]

ⓚ $0.8 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ⓛ $0.87 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$
ⓖ $1 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ⓘ $13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

উত্তর: ⓘ $13.6 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$

ব্যাখ্যা: $13.6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ হলো পারদের ঘনত্ব। আর পারদের স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হয়।

১১৮। স্পর্শকোণ নির্ভর করে— [সি. বো. ১৬]

i. কঠিন ও তরলের প্রকৃতির ওপর
ii. তরলের উচ্চতার ওপর
iii. কঠিন ও তরলের বিশুদ্ধতার ওপর

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ ii ও iii

উত্তর: ⓖ i ও iii

ব্যাখ্যা: পৃষ্ঠটানের নির্ভরশীলতা—

(a) কঠিন ও তরলের প্রকৃতির উপর (b) তরলের মুক্ততলের উপরস্থ মাধ্যমের উপর (c) কঠিন ও তরলের বিশুদ্ধতার উপর।

১১৯। যদি স্পর্শকোণ 90° এর বেশি হয় তবে তরলের পৃষ্ঠ হবে— [দি. বো. ১৭]

ⓚ উত্তল ⓛ অবতল ⓖ সমতলাবতল ⓘ সমতলোত্তল

উত্তর: ⓚ উত্তল

ব্যাখ্যা: স্পর্শ কোণ স্থূলকোণ বা $90° < \theta < 180°$ হলে তরলের পৃষ্ঠ উত্তল হয়।

১২০। তরল ও কঠিন পদার্থের মধ্যকার স্পর্শকোণ নিচের কোনটি হলে তরল পদার্থ, কঠিন পদার্থকে ভেজাবে না? [রা. বো. ১৫]

ⓚ 0° ⓛ 40° ⓖ 60° ⓘ 120°

উত্তর: ⓘ 120°

ব্যাখ্যা: কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হলে অর্থাৎ $90° < \theta < 180°$ হলে তরল কঠিনকে ভেজাবে না।

১২১। রূপা ও বিশুদ্ধ পানির মধ্যকার স্পর্শকোণ কত? [য. বো. ১৫]

ⓚ 0° ⓛ 8° ⓖ 90° ⓘ 140°

উত্তর: ⓖ 90°

ব্যাখ্যা: রূপা ও পানির সংসক্তি বল ও আসঞ্জন বল সমান তাই স্পর্শকোণ 90°।

১২২। স্পর্শকোণ 120° হলে কৈশিক নলে তরল— [চ. বো. ১৫]

i. উপরে উঠবে ii. নিচে নামবে iii. অপরিবর্তিত থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓛ ii ⓖ i ও iii ⓘ ii ও iii

উত্তর: ⓛ ii

ব্যাখ্যা: স্পর্শ কোণ সূক্ষ্মকোণ হলে তরল কৈশিক নলের উপরে উঠে এবং স্থূলকোণ হলে তরল কৈশিক নলের নিচে নামে।

১২৩। একটি কৈশিক নলকে গ্লিসারিনে ডুবালে— [সি. বো. ১৫]

i. কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ হয়
ii. তরলপৃষ্ঠ অবতল আকার ধারণ করে
iii. কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শকোণ স্থূলকোণ হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শকোণ সূক্ষ্মকোণ। ফলে কৈশিক নলে তরলের উত্থান ও তরল পৃষ্ঠ অবতল হয়।

নিজেকে যাচাই করো

১। পঁয়েস (poise) কিসের একক?
(ক) ইয়ং এর গুণাঙ্ক (খ) পৃষ্ঠটান
(গ) সান্দ্রতা গুণাঙ্ক (ঘ) সংনম্যতা

২। গ্যাসের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক তাপমাত্রার–
(ক) সমানুপাতিক (খ) ব্যস্তানুপাতিক
(গ) বর্গমূলের সমানুপাতিক (ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

৩। একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগে দৈর্ঘ্য 6% বৃদ্ধি পায়। শতকরা ব্যাস হ্রাসের সম্ভাব্য মান–
(ক) 6% (খ) 9% (গ) 3% (ঘ) 5%

৪। কত চাপে 1000 ঘন সেন্টিমিটার পারদের 2 ঘন সেন্টিমিটার সংকোচন হবে? (পারদের আয়তন গুণাঙ্ক 2.5×10^{10} Nm^{-2})
(ক) 5×10^7 Nm^{-2} (খ) 2×10^7 Nm^{-2}
(গ) 3×10^7 Nm^{-2} (ঘ) 0.6×10^7 Nm^{-2}

৫। 5 m দৈর্ঘ্য এবং 1 mm ব্যাস বিশিষ্ট তারে 100 kg ভর চাপালে দৈর্ঘ্য 0.3 mm প্রসারিত হয়। তারটির সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত?
(ক) 0.0147 J (খ) 0.03 J (গ) 0.147 J (ঘ) 5 J

৬। 0.1 m বাহুবিশিষ্ট ঘনকের কোনো তলে স্পর্শিনী বল প্রয়োগে তলটির 7.1×10^{-3} m সরণ ঘটে। আকার বিকৃতি–
(ক) 8.4×10^{-3} (খ) 3.2×10^{-4} (গ) 7.1×10^{-2} (ঘ) 6.3×10^{-4}

৭। 1.5×10^6 gm ভরের একটি লিফট একটি ইস্পাতের তারের সাহায্যে ঝুলানো আছে। উপরে উঠার সময় লিফটের সর্বোচ্চ ত্বরণ 1.2 ms^{-2} এবং অসহপীড়ন 3.0×10^8 N/m^2 হলে তারের সর্বনিম্ন ব্যাসার্ধ কত?
(ক) 4.33×10^{-3} m (খ) 4.19×10^{-3} m
(গ) 3.7×10^{-3} m (ঘ) None of these

৮। 2 মিটার দৈর্ঘ্য এবং 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তারকে টেনে 0.1 mm প্রসারিত করতে কাজের পরিমাণ কত? [$Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2}]
(ক) 5×10^{-3} J (খ) 5×10^{-4} J (গ) 2×10^{-3} J (ঘ) 10^{-4} J

৯। তরলের পৃষ্ঠটান নির্ভর করে–
i. কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ
ii. সংসক্তি বল
iii. তরলের ঘনত্ব
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০। কোনো বস্তুর আয়তন গুণাঙ্ক (K) এবং সংনম্যতার (C) মধ্যে সম্পর্ক কোনটি?
(ক) $C = \frac{1}{K}$ (খ) $C = \frac{3}{2}KT$ (গ) $C = \sqrt{\frac{2KT}{m}}$ (ঘ) $\frac{C}{K} = 1$

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
1 m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়।

১১। পয়সনের অনুপাত হলো–
(ক) 0.10 (খ) 0.20 (গ) 0.25 (ঘ) 0.10

১২। তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাংক 2×10^{11} Nm^{-2} হলে তারে সঞ্চিত বিভব শক্তি কত?
(ক) 7.85×10^2 J (খ) 15.70×10^2 J
(গ) 3.92×10^4 J (ঘ) 7.84×10^4 J

১৩। স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি হলো–
অথবা, স্থিতিস্থাপক বস্তুকে যখন সংকুচিত করা হয় তখন তার মোট সঞ্চিত শক্তির রাশিমালা কোনটি?
(ক) $\frac{1}{2}\frac{YAl}{L^2}$ (খ) $\frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$ (গ) $\frac{1}{2}\frac{YAl}{l^2}$ (ঘ) $\frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L^2}$

১৪। নিচের কোনটির একক অন্য তিনটির একক হতে ভিন্ন?
(ক) ঘনত্ব × আয়তন × বেগ
(খ) ভরবেগের পরিবর্তনের হার
(গ) ইয়ং এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক × ক্ষেত্রফল
(ঘ) ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ

১৫। 2 m লম্বা 2 mm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.25 mm হলে তারটির ব্যাসার্ধ কত হ্রাস পাবে? ($\sigma = 0.2$)
(ক) 5×10^{-3} m (খ) 2.5×10^{-3} m
(গ) 5×10^{-8} m (ঘ) 2.5×10^{-8} m

১৬। একটি তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} N/m^2। তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত পীড়ন কত?
(ক) 2×10^{11} N/m^2 (খ) 4×10^{11} N/m^2
(গ) 3×10^{10} N/m^2 (ঘ) 10×10^{10} N/m^2

১৭। প্রভাব গোলকের ব্যাসার্ধ কোনটি? [রা. বো. ১৫]
(ক) 10^{-15} m (খ) 10^{-10} m
(গ) 10^{-9} m (ঘ) 10^{-8} m

১৮। 2×10^{-4} m^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে? ($Y = 2 \times 10^{11}$ Nm^{-2})
(ক) 1×10^7 N (খ) 2×10^7 N
(গ) 3×10^7 N (ঘ) 4×10^7 N

১৯। মধুর অন্যতম ধর্ম হচ্ছে–
i. দৃঢ়তা
ii. সান্দ্রতা
iii. পৃষ্ঠটান
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) ii ও iii

২০। পীড়নের মাত্রা–
(ক) MLT^{-1} (খ) MLT^{-2} (গ) $ML^{-1}T^{-2}$ (ঘ) $ML^{-2}T^{-2}$

২১। যদি p এবং b যথাক্রমে পীড়ন ও বিকৃতির মান হয়, তবে এদের মধ্যে সঠিক সম্পর্ক হলো–
(ক) $p = b$ (খ) $p \propto b$ (গ) $p \propto \frac{1}{b}$ (ঘ) $p \propto \frac{1}{2\pi}$

২২। একই উপাদানে তৈরি ২য় তারের দৈর্ঘ্য ১ম তারের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ কিন্তু ব্যাসার্ধ ১ম তারের অর্ধেক হলে ও সমান ভার প্রয়োগ করলে ২য় তার ও ১ম তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণের অনুপাত কত?
(ক) সমান (খ) 2 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 8

২৩। কোনো তরলের দৃঢ়তার গুণাঙ্ক–
(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) ∞

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0.4 mm। একে 72×10^{-3} N/m পৃষ্ঠটান এবং 10^3 kgm^{-3} ঘনত্বের পানিতে ডুবানো হলো।

২৪। নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে?
(ক) 7.3469 m (খ) 0.733469 m
(গ) 0.073469 m (ঘ) 0.00734 m

২৫। ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হলে নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে?
(ক) 0.00367 m (খ) 0.03673 m
(গ) 0.3673 m (ঘ) 3.6734 m

উত্তরপত্র		১	গ	২	গ	৩	গ	৪	ক	৫	গ	৬	গ	৭	খ	৮	খ	৯	ঘ	১০	ক	১১	ক	১২	ক
১৩	খ	১৪	ক	১৫	গ	১৬	গ	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	গ	২০	গ	২১	খ	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	গ	২৫	খ

অষ্টম অধ্যায়

পর্যাবৃত্ত গতি
Periodic Motion

ACS

Board Questions Analysis

সৃজনশীল প্রশ্ন

টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
সরলদোলন গতির সমীকরণ	★★★★	১৭	৪	ব. বো., ঢা. বো. ২৫; ঢা. বো., য. বো., সি. বো., ম. বো. ২৪; রা. বো., য. বো., সি. বো., ম. বো. ২৩; ঢা. বো., কু. বো. ২২; কু. বো. ২১; য. বো. ১৯; রা. বো. ১৭	গ → ৫, ১০, ৩, ৪, ১, ৬ ঘ → ৫, ৩২	গ → ২, ১১, ১৭, ১৮, ২০, ২৪, ৩১, ৩২ ঘ → ২১
স্প্রিং এর সরল ছন্দিত গতি	★★★	৮	৫	চ. বো. ২৫; য. বো., চ. বো., ম. বো. ২৪; ঢা. বো., ব. বো. ২২; য. বো. ১৯	গ → ৭, ৮, ৯, ২৭, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১ ঘ → ৭, ৯, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১	গ → ১, ৮, ৯, ১০, ১৯, ২৫, ২৯, ৩৩ ঘ → ১, ২, ৯, ১০, ১৯, ২৫, ২৯, ৩২, ৩৩
মোট শক্তি, গতিশক্তি ও বিভবশক্তি	★★★	১	১৬	ম. বো., ব. বো., চ. বো. ২৫; ঢা. বো., য. বো., চ. বো. সি. বো., ব. বো. ২৪; য. বো., সি. বো. ২৩; ঢা. বো., সি. বো. ২২; য. বো., কু. বো. ২১; ব. বো. ১৭	গ → ২০ ঘ → ১০, ৩, ৪, ১, ৮, ১৮, ২০, ২৩, ২৪	গ → ৩, ৭, ১২, ২১, ২২ ঘ → ৩, ৭, ১১, ১২, ১৭, ১৮, ২২, ৩০, ৩১
সরলদোলকের গতি	★★	৫	৬	রা. বো., দি. বো., ম. বো. ২৩; ঢা. বো., য. বো. ২১; চ. বো. ১৯; ঢা. বো. ১৭	গ → ১৪, ১৫, ১৮, ২১, ২২, ২৩, ২৫ ঘ → ৬, ১২, ১৫, ১৬, ১৯, ২১, ২২, ২৫	গ → ৪, ৫, ৬, ১৩, ১৪, ২৩, ২৮ ঘ → ৫, ৬, ১৪, ২০, ২৩, ২৮
সেকেন্ড দোলক সংক্রান্ত	★★★★★	২১	২১	ম. বো., দি. বো., সি. বো., য. বো., রা. বো., কু. বো. ২৪; ঢা. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো. ২৩; য. বো., চ. বো., দি. বো. ম. বো. ২২; য. বো. কু. বো. সি. বো. দি. বো. ২১; ঢা. বো., রা. বো. ১৯	গ → ২, ১১, ১২, ১৩, ১৬, ১৭, ১৯, ২৪ ঘ → ২, ১১, ১৩, ১৪, ১৭	গ → ১৬, ২৬, ২৭ ঘ → ৪, ৬, ১৩, ১৫, ১৬, ২৪, ২৬, ২৭

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৪	৩	৫	৫	৩	৫	৫	৩	৪
২০২৪	৩	৩	৫	৪	৩	৩	৪	৩	৩
২০২৩	৪	৩	৩	৪	৩	৩	২	২	৩
২০২২	৪	২	৩	–	২	৩	৩	৩	৩
২০২১	৩	৫	৫	৫	৫	৫	৬	৫	৪
২০১৯	২	৫	২	৪	৩	২	১	২	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-২								২
২০১৭	২	৫	৩	৩	১	২	৩	৩	–
২০১৬	১	৬	৪	১	৪	২	২	২	–
২০১৫	৩	৫	৩	৪	৩	৪	৫	২	–

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ

■ সরল ছন্দিত গতি সংক্রান্ত কতিপয় রাশি:

অন্তরক সমীকরণ: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

- কণার ক্ষেত্রে, সরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta) = A\sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)\right\}$
- বেগ, $v = \omega A\cos(\omega t + \delta) = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$
- ত্বরণ, $a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$
- সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$ [যখন, $x = 0$]
- সর্বনিম্ন বেগ, $v_{min} = 0$ [যখন, $x = \pm A$]
- সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = -\omega^2 A$ [যখন, $x = \pm A$]
- সর্বনিম্ন ত্বরণ, $a_{min} = 0$ [যখন, $x = 0$]
- $t = 0$ s এ সরণ বা আদিসরণ $x_0 = A\sin(\delta)$
- কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{g}{e}}$
- পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$

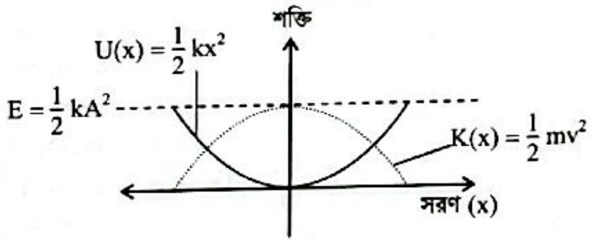
- বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$
- গতিশক্তি, $K = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2)$
- মোট শক্তি, $E = K + U = \frac{1}{2}kA^2$

তরঙ্গের ক্ষেত্রে,

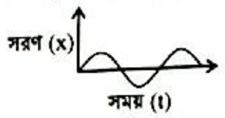
- তরঙ্গের বেগ, $v = f\lambda$

এখানে,	
A = বিস্তার,	k = স্প্রিং ধ্রুবক
δ = আদি দশা	m = কণার ভর
ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক	L = দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য
f = কম্পাঙ্ক	e = স্প্রিং এর সরণ
$\omega t + \delta$ = t সময়ে দশা	λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য

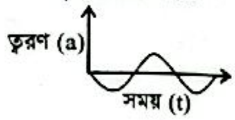
শক্তি বনাম সরণ



সরণ বনাম সময়

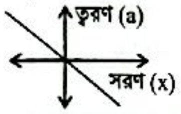


ত্বরণ বনাম সময়



বেগ বনাম সময়

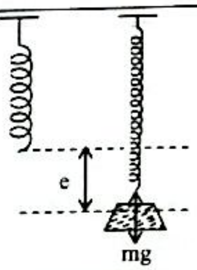
ত্বরণ বনাম সরণ



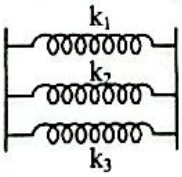
■ স্প্রিং সংক্রান্ত :

- $mg = ke$
- পর্যায়কাল,

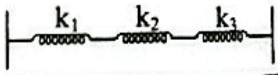
$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$



- সমান্তরাল সমাবেশ :
  তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক k_p হলে,
  $k_p = k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_n$



- সিরিজ সমাবেশ : তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক k_s হলে,
  $\frac{1}{k_s} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \ldots + \frac{1}{k_n}$



■ সরলদোলক সংক্রান্ত :

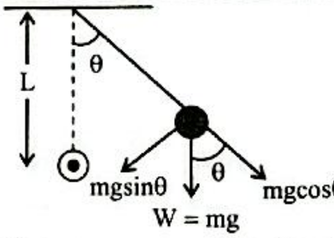
- দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
- ববের উপর ক্রিয়াশীল নীট বল = $mg\sin\theta$
- দোলকের সুতার টান = $mg\cos\theta$
- একটি সেকেন্ড দোলক দিনে n সেকেন্ড ধীরে চললে বা n সেকেন্ড হারালে পরিবর্তিত দোলনকাল, $T' = \frac{86400}{86400 - n} \times 2$
- একটি সেকেন্ড দোলক দিনে n সেকেন্ড দ্রুত চললে বা n সেকেন্ড লাভ করলে পরিবর্তিত দোলনকাল, $T' = \frac{86400}{86400 + n} \times 2$

Note: প্রতি দিনের পরিবর্তে প্রতি ঘণ্টায় হিসাব করলে 86400 এর পরিবর্তে 3600 হবে।

- দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা,

  (i) $h = \left[\left(\frac{g}{g'}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]R$; (ii) $h = \left[\frac{T'}{T} - 1\right]R$

- দোলকের সাহায্যে খনির গভীরতা, $d = \left\{1 - \left(\frac{T}{T_1}\right)^2\right\}R$



[সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে কৌণিক বিস্তার, $\theta \leq 4°$]

- পাহাড়ের চূড়ায় একটি সেকেন্ড দোলক ধীরে চলবে।
- খনির ভিতর দোলক ধীরে চলবে।
- তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে দোলক ঘড়ি ধীরে চলবে।
- শৈত্য প্রবাহে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলবে।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১ দৃশ্যকল্প-১: দুটি সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত বস্তুর একটির গতির সমীকরণ $x = 8\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ মিটার এবং অপরটির গতির সমীকরণ, $x = 10\sin(12\pi t)$

দৃশ্যকল্প-২: সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল 0.5 kg ভরের কণা সাম্যাবস্থান হতে 0.015 m টেনে ছেড়ে দিলে এটি 0.12 m বিস্তারে দুলে। এটির ব্যবকলনীয় সমীকরণ নিম্নরূপ: $\frac{d^2x}{dt^2} + 4\pi^2 x = 0$

(ক) পর্যায়কাল কাকে বলে? [ব. বো. ২৪; য. বো. ২২; কু. বো., চ. বো. ২১]

(খ) ফাঁপা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটি ধীরে চলবে না দ্রুত চলবে? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৪; চ. বো. ২২; রা. বো. ১৬]

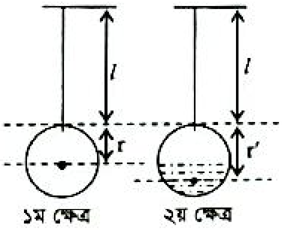
(গ) দৃশ্যকল্প-২ থেকে কণার দশা ধ্রুবক বের কর। [কু. বো. ২১]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ থেকে উভয় সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত বস্তুর মোট শক্তি গাণিতিকভাবে তুলনা কর। [ব. বো. ২৪; অনুরূপ ঢা. বো. ২৪; রা. বো. ২২]

সমাধান:

ক পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে ঐ সময়কে পর্যায়কাল বলে।

খ ফাঁপা দোলকপিণ্ডকে পানি দ্বারা অর্ধপূর্ণ করা হলে দোলকপিণ্ডের ভারকেন্দ্র পিণ্ডের কেন্দ্র হতে নিচে নেমে আসে। আমরা জানি, দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$, ভারকেন্দ্র নেমে গেলে সমীকরণের r এর মান বৃদ্ধি পায়, ফলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।



আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\quad \therefore T \propto \sqrt{L}$

অর্থাৎ দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলকের দোলনকালও বৃদ্ধি পাবে। ফলে দোলকটি পূর্বের চেয়ে ধীরে চলবে।

গ উদ্দীপকের $\frac{d^2x}{dt^2} + 4\pi^2 x = 0$ থেকে পাই,

$\omega^2 = 4\pi^2$

$\therefore \omega = 2\pi$

দেওয়া আছে,
বিস্তার, $A = 0.12$ m
সরণ, $x = 0.015$ m
আদি দশার জন্য, $t = 0$

সরল ছন্দিত স্পন্দন কণার জন্য গতির সমীকরণ,

$x = A\sin(\omega t + \delta)$

$\Rightarrow 0.015 = 0.12\sin(2\pi \times 0 + \delta)$

$\Rightarrow \sin\delta = \frac{0.015}{0.12} = 0.125$

$\therefore \delta = 7.18°$

সুতরাং, দশা ধ্রুবক 7.18° **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

প্রথম বস্তুর গতির সমীকরণ, $x = 8\cos\left(6\pi t \times 2 + \frac{\pi}{2}\right)$ ....(i)

(i) নং সমীকরণকে আদর্শ সমীকরণ, $x = A\cos(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $A = 8$ m এবং $\omega = 6\pi$ rads^{-1}

$\therefore$ মোট শক্তি, $E_1 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$

$= \frac{1}{2}m \times (6\pi)^2 \times 8^2 = 1152\pi^2 m$

দ্বিতীয় বস্তুর গতির সমীকরণ, $x = 10\sin(12\pi t)$ ....(ii)

(ii) নং সমীকরণকে আদর্শ সমীকরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $A = 10$ m এবং $\omega = 12\pi$ rads^{-1}

$\therefore$ মোট শক্তি, $E_2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$

$= \frac{1}{2}m \times (12\pi)^2 \times 10^2 = 7200\pi^2 m$

উভয় ক্ষেত্রে m এর একই মানের জন্য, $E_2 > E_1$

সুতরাং, উভয়ক্ষেত্রে একই ভর ব্যবহার করলে দ্বিতীয় সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত বস্তুর মোট শক্তি বেশি হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে $\frac{2R}{3}$ ও $\frac{4R}{3}$ দূরে দুটি অবস্থান A ও B। এখানে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400$ km। পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয় এবং এর দোলনের বিস্তার 5 cm। পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2}।

(ক) পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে? [রা. বো. ২৪; কু. বো. ২২; য. বো. ২১; কু. বো. ১৭; সি. বো. ১৭]

(খ) $x = A\sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণ ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২১]

(গ) পৃথিবী পৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকটির ববের সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ ম. বো. ২১]

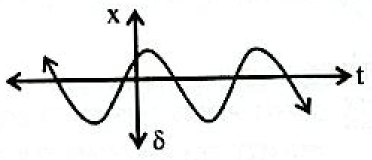
(ঘ) সেকেন্ড দোলকটি A ও B অবস্থানে নিয়ে গেলে দিনে একই পরিমাণ সময় হারাবে কী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২৪; অনুরূপ সি. বো., য. বো. ২৫; রা. বো. ২৩]

সমাধান:

ক কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সে গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ $x = A\sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণটি হচ্ছে সরল দোলন গতির সরণের সমীকরণ।

যেখানে, x = সরণ,
A = বিস্তার
ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক
t = সময়
δ = দশা পার্থক্য



এই সমীকরণের লেখচিত্র হবে,

এই লেখচিত্রের বিভিন্ন বিন্দু দ্বারা সরল দোলন গতির নির্দিষ্ট সময়ে বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি বিভিন্ন দশা নির্ণয় করা সম্ভব।

গ আমরা জানি,

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ rads^{-1}

$\therefore$ সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A = \pi \times 0.05 = 0.157$ ms^{-1}

সুতরাং, পৃথিবীপৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকটির সর্বোচ্চ বেগ 0.157 ms^{-1}। **(Ans.)**

ঘ A বিন্দুর ক্ষেত্রে, $r = \frac{2R}{3}$

$\therefore g_A = \frac{r}{R} \cdot g = \frac{2R}{3R} \times g = \frac{2}{3} g = 6.533 \text{ ms}^{-2}$

$\therefore \frac{T_A}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_A}} \quad \Rightarrow T_A = \sqrt{\frac{9.8}{6.533}} \times 2 = 2.45 \text{ s}$

এখন 2.45 s সময়ে দোল দেয় 2 টি

$\therefore$ 86400 s সময়ে দোল দেয় $= \frac{2}{2.45} \times 86400 = 70530.61$ টি

$\therefore$ A বিন্দুতে সময় হারাবে, $\Delta T_A = 86400 - 70530.61 = 15869.4$ s

আবার, B বিন্দুর ক্ষেত্রে, $r = \frac{4R}{3}$

$\therefore g_B = \frac{R^2}{r^2} g = \frac{R^2}{\left(\frac{4R}{3}\right)^2} \times g = \frac{9}{16} \times 9.8 = 5.5125 \text{ ms}^{-2}$

আবার, $\frac{T_B}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_B}}$

$\Rightarrow T_B = \sqrt{\frac{9.8}{5.5125}} \times 2 = 2.667 \text{ s}$

$\therefore$ 2.667 s সময়ে দোল দেয় 2 টি

$\therefore$ 86400 s সময়ে দোল হয় $= \frac{2}{2.667} \times 86400 = 64791.90$ টি

$\therefore$ B বিন্দুতে সময় হারাবে, $\Delta T_B = 86400 - 64791.90 = 21608.1$ s

$\because \Delta T_A \neq \Delta T_B$

সুতরাং, সেকেন্ড দোলকটিকে A ও B বিন্দুতে নিয়ে গেলে সমান সময় হারাবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ 2 kg ভরের একটি বস্তু 20 cm বিস্তার নিয়ে $5\frac{d^2x}{dt^2} + 625x = 0$ সমীকরণ অনুসারে কম্পিত হচ্ছে। কম্পন শুরুর 2 sec পরে গতিশক্তি K_1 এবং 2.5 sec পর গতিশক্তি K_2 হয়।

(ক) সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? [সি. বো. ২৪; রা. বো., ম. বো, ২২; ব. বো. ১৭]

(খ) উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিংয়ের দোলনকাল পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে একই হবে কি? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৪]

(গ) বস্তুটির কম্পাংক নির্ণয় কর। [সি. বো. ২৪]

(ঘ) উদ্দীপকের K_1 ও K_2 এর মান একই হবে কী? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিংয়ের দোলনকাল,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ যেখানে, m = স্প্রিংয়ের সাথে যুক্ত বস্তুর ভর
k = স্প্রিংয়ের স্প্রিং ধ্রুবক

কোনো নির্দিষ্ট বস্তুর ভর পৃথিবী ও চাঁদে একই থাকবে। আবার, কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ভর করে স্প্রিংটির উপাদান ও জ্যামিতিক গঠনের উপর। ফলে পৃথিবী ও চন্দ্রপৃষ্ঠে স্প্রিং ধ্রুবক একই থাকবে।

উপরিউক্ত সমীকরণ হতে বলা যায়, উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিংয়ের দোলনকাল গ্রহের ভর, ব্যাসার্ধ ইত্যাদির উপর নির্ভর করে না। সুতরাং, স্প্রিংয়ের দোলনকাল পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে একই হবে।

গ দেওয়া আছে,
বস্তুটির সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ,

$5\frac{d^2x}{dt^2} + 625x = 0 \quad \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 125x = 0$ ....(i)

$\therefore \omega^2 = 125 \quad \Rightarrow \omega = 5\sqrt{5} \text{ rads}^{-1}$

$\therefore f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5\sqrt{5}}{2\pi} = 1.78$ Hz **(Ans.)**

ঘ বস্তুটির বিস্তার, A = 0.2 m

'গ' হতে পাই, বস্তুটির কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = 5\sqrt{5} \text{ rads}^{-1}$

$\therefore$ বস্তুটির সরণ, $x = A\sin(\omega t) = 0.2 \sin(5\sqrt{5}t)$ m

$\therefore$ t = 2s সময়ে সরণ, $x_1 = 0.2 \sin(5\sqrt{5} \times 2) = -0.0722$ m

গতিশক্তি, $K_1 = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x_1^2)$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times (5\sqrt{5})^2 \times (0.2^2 - 0.0722^2) = 4.347$ J

$\therefore$ t = 2.5 s সময়ে সরণ, $x_2 = 0.2 \sin(5\sqrt{5} \times 2.5) = 0.0636$ m

গতিশক্তি, $K_2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x_2^2)$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times (5\sqrt{5})^2 \times (0.2^2 - 0.0636^2) = 4.493$ J

$\therefore K_1 \neq K_2$

সুতরাং, উদ্দীপকের K_1 ও K_2 এর মান একই হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল 0.1 kg ভরের কোনো কণার সরণের সমীকরণ $x = 0.1 \sin(0.5\pi t + \pi/5)$

(ক) বল ধ্রুবকের একক কী? [য. বো. ২৪]

(খ) সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল কণার ত্বরণ বনাম সরণের লেখচিত্র ব্যাখ্যা কর। [য. বো., রা. বো. ২৪]

(গ) সর্বোচ্চ বিস্তারে কণাটির উপর ক্রিয়ারত প্রত্যয়নী বল বের কর। [য. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২৩]

(ঘ) t = 0.5 সেকেন্ড ও t = 0.75 সেকেন্ড সময়ে কণার যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা যাচাই কর। [য. বো. ২৪, অনুরূপ কু. বো. ২১]

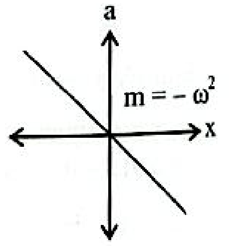
সমাধানঃ

ক বল ধ্রুবকের একক Nm^{-1}।

খ আমরা জানি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল কণার জন্য, $a = -\omega^2 x$

এখানে ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক
x = কণার সরণ

সমীকরণটিকে y = mx সমীকরণের সাথে তুলনা করে, ঢাল $m = -\omega^2$। এটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা যার ঢাল ঋণাত্মক।



গ দেওয়া আছে, কণার সরণ, $x = 0.1 \sin\left(0.5\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$

$\therefore$ বিস্তার, A = 0.1 m এবং কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{\pi}{2} \text{ rads}^{-1}$

সর্বোচ্চ বিস্তারে ত্বরণ, $a = -\omega^2 A = -\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 0.1 = -0.2467 \text{ ms}^{-2}$

$\therefore$ প্রত্যয়নী বল, $F = ma = 0.1 \times 0.2467 = 0.02467$ N

সুতরাং, সর্বোচ্চ বিস্তারে কণাটির উপর ক্রিয়ারত প্রত্যয়নী বল 0.02467 N। **(Ans.)**

ঘ কণার সরণ, $x = 0.1\sin\left(0.5\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$

$t = 0.5$ s সময়ে, সরণ, $x = 0.1\sin\left(0.5\pi \times 0.5 + \frac{\pi}{5}\right) = 0.0987$ m

$\therefore$ বিভবশক্তি, $E_{P_1} = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 0.0987^2 = 1.2018 \times 10^{-3}$ J

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_{k_1} = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x_1^2)$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times (0.1^2 - 0.0987^2)$

$= 3.018 \times 10^{-5}$ J

$\therefore$ মোট শক্তি, $E_{T_1} = E_{k_1} + E_{P_1} = 1.2018 \times 10^{-3} + 3.018 \times 10^{-5}$

$= 1.23 \times 10^{-3}$ J

$t = 0.75$ s সময়ে, সরণ, $x = 0.1\sin\left(0.5\pi \times 0.75 + \frac{\pi}{5}\right) = 0.09723$ m

$\therefore$ বিভবশক্তি, $E_{P_2} = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 0.09723^2$

$= 1.1663 \times 10^{-3}$ J

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_{k_2} = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x_2^2)$

$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times (0.1^2 - 0.09723^2)$

$= 6.723 \times 10^{-5}$ J

$\therefore$ মোট শক্তি, $E_{T_2} = E_{P_2} + E_{k_2} = 1.1663 \times 10^{-3} + 6.723 \times 10^{-5}$

$= 1.23 \times 10^{-3}$ J

$\therefore E_{T_1} = E_{T_2}$

সুতরাং, t = 0.5 s এবং t = 0.75 s সময়ে কণাটির যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত একটি বস্তুকণার সরণের সমীকরণ $x = A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$ যদি কণাটির ত্বরণকে $a = P\sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

(ক) সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৫]

(খ) অধিক গরমের কারণে দোলক ঘড়ির ধীরে চলার কারণ বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো., ম. বো. ২৫]

(গ) সরল ছন্দিত কণাটির বেগের রাশিমালা বের কর। [ঢা. বো. ২৫]

(ঘ) P এবং δ এর মান বের করা সম্ভব কিনা– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

সমাধান:

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ অধিক গরমের কারণে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$

অর্থাৎ, সমীকরণ অনুসারে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলকটির দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে ধীরে চলবে। আবার, কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে দোলনকাল হ্রাস পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে দ্রুত চলবে।

সুতরাং, অধিক গরমের কারণে সুতার প্রসারণ ঘটে, ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির মাধ্যমে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়। এজন্য দোলক ঘড়িটি ধীরে চলবে।

গ সরণের রাশিমালা,

$x = A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$

সময়ের সাপেক্ষে উভয়পক্ষে অন্তরীকরণ করে,

$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)\right\}$

$\Rightarrow v = \omega A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow v = \omega A\sqrt{\cos^2\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)}$

$\Rightarrow v = \omega\sqrt{A^2\left\{1 - \sin^2\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)\right\}^2}$

$\Rightarrow v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$\therefore$ কণাটির বেগের রাশিমালা, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$,

যেখানে v = বেগ, ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক, A = বিস্তার, x = সরণ। **(Ans.)**

ঘ সরণের রাশিমালা, $x = A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)\right\}$

$\Rightarrow v = A\omega\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{A\omega\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)\right\}$

$\Rightarrow a = -\omega^2A\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$

$a = P\sin(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$P = -A\omega^2$ এবং $\delta = -\frac{\pi}{4}$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ পৃথিবীপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের গতির সমীকরণ : $x = 8\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$। দোলকটি বিনা বাধায় দুলছে।

(ক) স্থানিক পর্যায়বৃত্তি কাকে বলে? [কু. বো. ২৫]

(খ) গ্রীষ্মকালে দোলকঘড়ির দৈর্ঘ্য কমাতে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৫]

(গ) 3 sec পরে দোলকটির ত্বরণ নির্ণয় কর। [কু. বো. ২৫]

(ঘ) দোলকটিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 75 m ভিতরে নিয়ে গেলে দোলনকালের পরিবর্তন হবে কিনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কোনো ঘটনার বা বিন্যাসের বা বস্তুর গতির যদি নির্দিষ্ট দূরত্ব পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে স্থানিক পর্যাবৃত্তি বলে।

খ গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বৃদ্ধির কারণে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$

অর্থাৎ, সমীকরণ অনুসারে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলকটির দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে ধীরে চলবে। আবার, কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে দোলনকাল হ্রাস পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে দ্রুত চলবে।

সুতরাং, গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বেশি থাকায় সুতার প্রসারণ ঘটে, ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির মাধ্যমে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়। এজন্য সুতার দৈর্ঘ্য কমিয়ে দোলনকাল ঠিক রাখা হয়।

গ এখানে,

$x = 8\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = 8\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = -8\pi^2\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

$\therefore$ 3 sec পর ত্বরণ, $a = -8\pi^2\sin\left(\pi \times 3 + \frac{\pi}{4}\right) = 55.83\ ms^{-2}$

(Ans.)

ঘ $x = 8\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

এখানে, $\omega = \pi$ $\therefore$ পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ sec

ধরি, ভূপৃষ্ঠ হতে 75 m ভিতরে নিয়ে গেলে পর্যায়কাল = T'

$\therefore \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

$\therefore T' = T \times \sqrt{\frac{g}{g'}} = 2 \times \sqrt{\frac{R}{R-d}} = 2 \times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 - 75}}$
$= 2.0000117$ sec

$\because T' > T$; সুতরাং দোলকটিকে ভূপৃষ্ঠ হতে 75 m ভিতরে নিয়ে গেলে দোলনকালের পরিবর্তন হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৭ দৃশ্যকল্প-১: একটি স্প্রিং এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে ঝুলানো হলো। এর খোলা প্রান্তের সাথে 400 g ভরের একটি বস্তু ঝুলানোর ফলে এটি 12 cm প্রসারিত হয়। একে সাম্যাবস্থান থেকে টেনে 8 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়ায় এটি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিতে দুলতে থাকল।
দৃশ্যকল্প-২: একটি স্প্রিং এর মুক্তপ্রান্তে 500 gm ভর ঝুলালে এটি 5 cm প্রসারিত হয়ে সাম্যাবস্থায় আসে। এটিকে আরো 4 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দিলে এটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়। [স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 98\ Nm^{-1}$]

(ক) কাজ শক্তি উপপাদ্য লেখ। [য. বো. ২৪, ২১]
(খ) ভরকে অনেক সময় জড়তা ভর বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪]
(গ) দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৫]
(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, স্প্রিং মুক্ত প্রান্তে আরো 100 gm ভরযুক্ত করলে স্প্রিং-এর সরল ছন্দিত স্পন্দনের কম্পাংকের পরিবর্তন বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ পদার্থ যে অবস্থায় আছে চিরকাল সে অবস্থায় থাকতে চাওয়ার যে প্রবণতা বা সে অবস্থা বজায় রাখতে চাওয়ার যে ধর্ম তাকে জড়তা বলে। আবার ভর হচ্ছে জড়তার পরিমাপক, অর্থাৎ অধিক ভরের বস্তুর অবস্থা পরিবর্তনে বেশি বল প্রয়োগ করতে হবে, যেহেতু এর জড়তা বেশি। উদাহরণস্বরূপ একটি সাইকেলকে থামানো অপেক্ষা একটি ট্রাককে থামানো অধিক কষ্টকর। এর কারণ, ট্রাকের ভর বেশি হওয়ায় এর জড়তা বেশি। বস্তুর ভর ও জড়াতার মধ্যে এরূপ সম্পর্কের কারণে ভরকে অনেক সময় জড়তাভর বলা হয়।

গ এখানে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.81\ ms^{-2}$
প্রসারণ, $e = 12\ cm = 0.12\ m$ এবং বিস্তার, $A = 8\ cm = 8 \times 10^{-2}\ m$

আমরা জানি, $\omega = \sqrt{\frac{g}{e}} = \sqrt{\frac{9.8}{0.12}} = 9.037\ rad.\ s^{-1}$

সর্বোচ্চ বেগ, $v = \omega A = 9.037 \times 8 \times 10^{-2} = 0.72\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

প্রথম ক্ষেত্রে, $f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{98}{0.5}} = 2.228$ Hz

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{98}{0.5 + 0.1}} = 2.034$ Hz

$\therefore$ কম্পাঙ্কের পরিবর্তন, $\Delta f = f_1 - f_2 = 2.228 - 2.034 = 0.194$ Hz

সুতরাং, স্প্রিং এর প্রান্তে আরো 100 gm ভরযুক্ত করলে স্প্রিং এর সরল ছন্দিত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক 0.194 Hz হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ৮ 30 cm দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিংকে কোনো দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলিয়ে দিয়ে মুক্ত প্রান্তে 200 g ভরের বস্তু যুক্ত করার ফলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে 35 cm হলো। এরপর ভরটিকে 4 cm টেনে ছেড়ে দেওয়ায় বিনা বাঁধায় উলম্ব তলে স্প্রিংটি (ভরসহ) দুলতে লাগলো।

(ক) একটি স্পন্দনরত কণার দশা কী? [চ. বো. ২৪]
(খ) কোনো বস্তুর আয়তন পীড়ন $5 \times 10^6\ Nm^{-2}$ বলতে কী বুঝ? [চ. বো. ২৪]
(গ) স্প্রিংয়ের স্পন্দনের কম্পাংক (f) নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৪]
(ঘ) সাম্যাবস্থান হতে 2 cm দূরে কোনো বিন্দুতে বস্তুটির স্পন্দনজনিত গতিশক্তি ও বিভব শক্তি সমান হবে কিনা– গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [চ. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক একটি স্পন্দনরত কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা অর্থাৎ কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়।

খ আয়তন বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে আয়তন পীড়ন বলে। অর্থাৎ, আয়তন পীড়ন $= \frac{F}{A}$।

কোনো বস্তুর আয়তন পীড়ন $5 \times 10^6\ Nm^{-2}$ হতে বোঝায়, বস্তুটির একক আয়তন বিকৃতি সৃষ্টি করতে এর প্রতি 1 m^2 ক্ষেত্রফলের উপর 5×10^6 N বল প্রয়োগ করতে হয়।

গ দেওয়া আছে, প্রসারণ, $e = (35 - 30) = 5\ cm = 0.05\ m$
আমরা জানি,

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{e}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9.8}{0.05}} = 2.228$ Hz **(Ans.)**

ঘ স্প্রিংটির সাম্যাবস্থায়, mg = ke

$\therefore k = \frac{mg}{e} = \frac{0.2 \times 9.8}{0.05} = 39.2\ Nm^{-1}$

$\therefore$ সাম্যাবস্থান হতে 2 cm দূরে

বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 39.2 \times 0.02^2 = 7.84 \times 10^{-3}$ J

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \times 39.2 \times (0.04^2 - 0.02^2)$
$= 23.52 \times 10^{-3}$ J

$\therefore E_p \neq E_k$

সুতরাং, সাম্যাবস্থান হতে 2 cm দূরে কোনো বিন্দুতে বস্তুটির স্পন্দনজনিত গতিশক্তি ও বিভবশক্তি সমান হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ নগণ্য ভরের একটি স্প্রিং এর এক প্রান্তে 100 gm ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটি 16 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে টেনে ছেড়ে দিলে এটি 10 cm বিস্তারে স্পন্দিত হয়। ভবিষ্যতে এই পর্যবেক্ষণটি চন্দ্রপৃষ্ঠে করা হবে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চন্দ্রের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ এবং 4 গুণ। পৃথিবী পৃষ্ঠে $g = 9.8\ ms^{-2}$

(ক) সরল ছন্দিত স্পন্দন কী? [ম. বো. ২৪]

(খ) সেকেন্ড দোলক এক ধরনের সরলদোলক– ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪]

(গ) সরলছন্দিত স্পন্দনে দোলরত ঝুলন্ত বস্তুটির সর্বোচ্চ ত্বরণ কত? [ম. বো. ২৪]

(ঘ) পর্যবেক্ষণটি চন্দ্রপৃষ্ঠে করলে পৃথিবীর পৃষ্ঠের তুলনায় দোলনকালের কী পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। [ম. বো. ২৪]

সমাধান:

ক যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিগামী হয় তাহলে একে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

খ একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উলম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে। একটি সেকেন্ড দোলক এক ধরনের সরল দোলক যার দোলনকাল 2 s । যেহেতু সেকেন্ড দোলক একটি ওজনহীন, নমনীয় অপ্রসারণশীল সুতা দ্বারা যুক্ত থাকে এবং স্বাধীনভাবে উলম্ব তলে প্রতি 2 সেকেন্ডে একটি পূর্ণ দোল দেয়, তাই বলা যায় সেকেন্ড দোলক এক ধরণের সরল দোলক।

গ আমরা জানি কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{g}{e}} = \sqrt{\frac{9.8}{0.16}} = 7.83\ rads^{-1}$

সর্বোচ্চ বিস্তার, $A = 0.1\ m$

$\therefore$ সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = -\omega^2 A = -7.83^2 \times 0.1 = -6.125\ ms^{-2}$

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী নির্দেশ করে।

সুতরাং, সরল ছন্দিত স্পন্দনে দোলরত ঝুলন্ত বস্তুটির সর্বোচ্চ ত্বরণ $6.125\ ms^{-2}$। **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি,

স্প্রিং এর পর্যায়কাল,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

এখানে,
m = স্প্রিংয়ে সংযুক্ত বস্তুর ভর
k = স্প্রিং ধ্রুবক

বস্তুর ভর বস্তুর মধ্যে বিদ্যমান মোট পদার্থের উপর নির্ভর করে। এটি সকল ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট বস্তুর জন্য অপরিবর্তনশীল। আবার, একটি নির্দিষ্ট স্প্রিং এর জন্য স্প্রিং ধ্রুবক (k) এর উপাদান ও জ্যামিতিক গঠনের উপর নির্ভরশীল। এক্ষেত্রে স্প্রিং এর k ও m এর মান পৃথিবী ও চন্দ্রে ধ্রুব থাকবে। তাই পৃথিবী ও চন্দ্রে স্প্রিংটির পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন হবে না।

এখানে, সাম্যাবস্থায়, $ke = mg$

$\therefore k = \frac{mg}{e} = \frac{0.1 \times 9.8}{0.16} = 6.125\ Nm^{-1}$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.1}{6.125}} = 0.803\ s$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ একটি গতিশীল 0.2 kg ভরের বস্তুকণার কোনো এক সময়ে সরণ $\vec{r} = (\hat{i}\cos3t + \hat{j}\sin3t)m$। বস্তুটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলছে যার বল ধ্রুবক $= 1.8\ Nm^{-1}$।

(ক) আদি দশা কাকে বলে? [ব. বো. ২৫]

(খ) সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৫]

(গ) স্পন্দনশীল বস্তুটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ব. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত সরণে বস্তুটির গতিশক্তি ও বিভবশক্তি সমান হবে কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [ব. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কোনো একটি কম্পমান বস্তু যে দশা নিয়ে কম্পন শুরু করে তাকে আদি দশা বা দশা ধ্রুবক বলে।

খ আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণটি কৌণিক বিস্তার 4° বা এর চেয়ে কম মানের জন্যই প্রযোজ্য। কারণ, মান কম হলে বা ক্ষুদ্র হলে $\tan\theta = \sin\theta$ রেডিয়ান বিবেচনা করা যায়। এই শর্ত থেকে সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত। কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে ববের গতিপথ সরল রৈখিক হবে না, এমনকি ত্বরণও সরণের সমানুপাতিক হবে না। ফলে সরল দোলকের গতি সরল দোলগতি সম্পন্ন হয় না। এ জন্যই সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয়।

গ এখানে, বল ধ্রুবক, $k = 1.8\ Nm^{-1}$ এবং ভর, $m = 0.2\ kg$,

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1.8}{0.2}} = 0.48\ Hz$

$\therefore$ স্পন্দনশীল বস্তুটির কম্পাঙ্ক 0.48 Hz **(Ans.)**

ঘ এখানে,

$\vec{r} = (\hat{i}\cos3t + \hat{j}\sin3t)\ m$

$\therefore |\vec{r}| = \sqrt{(\cos3t)^2 + (\sin3t)^2} = 1\ m$

$\therefore$ সরণ, $r = 1\ m$

আবার, বেগ, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

$= \frac{d}{dt}\{\cos3t\ \hat{i} + \sin3t\ \hat{j}\}$

$= -3\sin3t\ \hat{i} + 3\cos3t\ \hat{j}$

$\therefore$ বেগ, $|\vec{v}| = \sqrt{(-3\sin3t)^2 + (3\cos3t)^2}\ ms^{-1} = 3\sqrt{2}\ ms^{-1}$

$\therefore$ বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kr^2 = \frac{1}{2} \times 1.8 \times 1^2 = 0.9\ J$

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (3\sqrt{2})^2 = 1.8\ J$

$\therefore$ বিভবশক্তি, গতিশক্তি সমান না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ একজন পর্বতারোহী একটি সেকেন্ড দোলক নিয়ে একটি পর্বতের চূড়ায় আরোহণ করেন। তিনি দেখলেন ঘড়িটি পর্বতের চূড়ায় দৈনিক 15s ধীরে চলে। তাই তিনি পর্বতের চূড়ায় ঘড়িটি সঠিক সময় প্রদান করে তার জন্য একটি ব্যবস্থা গ্রহণ করেন। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m]

(ক) সরল ছন্দিত স্পন্দন কাকে বলে? [ম. বো. ২৫]

(খ) সুষম বৃত্তাকার গতি কী সরল ছন্দিত গতি– ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২১]

(গ) পর্বতটির উচ্চতা নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে পর্বতারোহী কী ব্যবস্থা করেছিলেন– গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও। [ম. বো. ২৫]

সমাধান:

ক যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে একে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

খ সুষম বৃত্তাকার গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।
আমরা জানি, যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এ গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে। অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতির $a \propto -x$। যা বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না। সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে পর্যায়কালের অর্ধেক সময় একদিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় তার উল্টা দিকে যায়। কিন্তু সুষম বৃত্তাকার গতি সর্বদা একই দিকে চলে। তাই সুষম বৃত্তাকার গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

গ পর্বতের চূড়ায় দোলনকাল T' হলে,

$$T' = \frac{2 \times 86400}{86400 - n} = \frac{2 \times 86400}{86400 - 15} = 2.000347 \text{ s}$$

এখানে,
T = 2s
n = 15
$R = 6.4 \times 10^6$ m

∴ পর্বতের উচ্চতা h হলে,

$$h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right)R = \left(\frac{2.000347}{2} - 1\right) \times 6.4 \times 10^6 = 1111.304 \text{ m}$$

∴ পর্বতের উচ্চতা 1111.304 m **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই,
পর্বতের উচ্চতা, h = 1111.304 m
পর্বতের অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$g' = g\frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\Rightarrow g' = \frac{g}{\left(\frac{R+h}{R}\right)^2}$$

$$\Rightarrow g' = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} = \frac{9.8}{\left(1 + \frac{1111.304}{6.4 \times 10^6}\right)^2}$$

এখানে,
ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ms}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6 \times 10^6$ m
সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, T = 2 s

$\therefore g' = 9.796 \text{ ms}^{-2}$
সেকেন্ড দোলকের কার্যকারী দৈর্ঘ্য L হলে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$$

$$\Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.99295 \text{ m}$$

ঘড়িটিকে পর্বতের চূড়ায় নিয়ে যাওয়ার পর দোলনকাল অপরিবর্তিত রাখতে হলে, T's হবে। এর জন্য কার্যকরী দৈর্ঘ্য L' হলে,

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}$$

$$\Rightarrow (T')^2 = 4\pi^2\frac{L'}{g}$$

এখানে,
চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,
$g' = 9.796 \text{ ms}^{-2}$

$$\Rightarrow L' = \frac{g'(T')^2}{4\pi^2} = \frac{9.796 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.99254 \text{ m}$$

∴ দোলকের দৈর্ঘ্য কমাতে হবে, $\Delta L = L - L'$
$= (0.99295 - 0.99254)$ m
$= 4.1 \times 10^{-4}$ m
$= 0.041$ cm

∴ সঠিক সময় প্রদানের জন্য কার্যকরী দৈর্ঘ্য 0.041 cm কমাতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ দৃশ্যকল্প-১: রূপমের মামা বাড়ি ধাতব পেন্ডুলামযুক্ত একটি দেয়াল ঘড়ির পেন্ডুলামের দোলনকাল 2 sec। ঘড়িটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে 100 sec সময় হারায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6400 km এবং ভূপৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$।
দৃশ্যকল্প-২: একটি সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1 m। সরল দোলকের ববটিকে সম্পূর্ণরূপে একটি তরলে নিমজ্জিত করা হলে দোলনকালের পরিবর্তন ঘটে। তরলের ঘনত্ব ববের উপাদানের ঘনত্বের $\frac{1}{25}$ গুণ।

(ক) মুক্তিবেগ কাকে বলে? [দি. বো. ২৪]

(খ) দোলকের গতি ও বৈদ্যুতিক পাখার গতির মধ্যে পার্থক্য কী? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর পর্যবেক্ষণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ এ, ঘড়িটিকে পাহাড়ের উচ্চতার সমান গভীরতার খনিতে নিয়ে গেলে দোলনকালের কী পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২৪]

সমাধান:

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সে বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ দোলকের গতি ও বৈদ্যুতিক পাখার গতি যথাক্রমে সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি ও পর্যায়বৃত্ত গতি।

পর্যায়বৃত্ত গতি	সরল দোলন গতি
১. কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সে গতিকে পর্যায়বৃত্ত গতি বলে।	১. যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে একে সরল দোলন গতি বলে।
২. গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক ইত্যাদি হতে পারে	২. গতিপথ সর্বদা সরলরৈখিক
৩. বল সর্বদা নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী নয়	৩. বল সর্বদা নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী
৪. বলের মান সর্বদা সাম্যাবস্থান থেকে সরণের সমানুপাতিক নয়	৪. বলের মান সর্বদা সাম্যাবস্থান থেকে সরণের সমানুপাতিক

গ পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.8}} = 2.007$ s

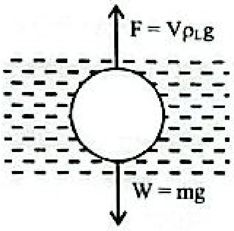
সরল দোলকের ববটিকে একটি তরলে নিমজ্জিত করলে তরলটির প্লবতার জন্য ববের ত্বরণ g পরিবর্তিত হয়, তাই দোলনকালও পরিবর্তিত হয়।

ববের ভর m, আয়তন V হলে, এর ঘনত্ব $\rho = \frac{m}{V}$ এবং ওজন $W = mg$।

তরলের ঘনত্ব ρ_L হলে এর প্লবতা বল, $F = V\rho_L g$

দেওয়া আছে, তরলের ঘনত্ব, $\rho_L = \frac{1}{25}\rho$ .... (i)

তরলে ডুবানো হলে ববের ত্বরণ a হলে,



$\Sigma F = ma$

$\Rightarrow W - F = ma$

$\Rightarrow mg - V\rho_L g = ma$

$\Rightarrow mg - \frac{V\rho g}{25} = ma$ [(i) থেকে]

$\Rightarrow mg - \frac{mg}{25} = ma$ [$\because m = V\rho$]

$\Rightarrow g - \frac{g}{25} = a$

$\therefore a = \frac{24g}{25} = \frac{24 \times 9.8}{25} = 9.408\ ms^{-2}$

$\therefore$ ববকে তরলে নিমজ্জিত করা হলে সরল দোলকের দোলনকাল,

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.408}}$

$= 2.0485$ s

$\therefore T < T_1$

এখানে,
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, L = 1 m

সুতরাং বলা যায়, দৃশ্যকল্প-২ এর পর্যবেক্ষণ সঠিক অর্থাৎ সরল দোলকের ববকে সম্পূর্ণরূপে তরলে নিমজ্জিত করলে দোলনকালের পরিবর্তন ঘটে। **(Ans.)**

ঘ পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, $T' = \frac{86400}{86400 - 100} \times 2 = 2.0023$ s

$h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right)R = \left(\frac{2.0023}{2} - 1\right) \times 6400 = 7.36$ km

পাহাড়ের উচ্চতা, h = 7.36 km

এখন, 7.36 km গভীরতার খনিতে, d = 7.36

$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{R}{R - d}}$

$= \sqrt{\frac{6400}{6400 - 7.36}}$

$= 1.00058$

$\therefore T_2 = 2 \times 1.00058 = 2.00116$ s

পর্যায়কাল বৃদ্ধি পাবে $= T_2 - T_1 = 2.00116 - 2 = 0.00116$ s

সুতরাং, ঘড়িটিকে পাহাড়ের উচ্চতার সমান গভীরতার খনিতে নিয়ে গেলে দোলনকাল 0.00116 s বৃদ্ধি পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ দৃশ্যকল্প-১: ভূ-পৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলক সঠিক সময় দেয়। এটিকে একটি খনিগর্ভে নিয়ে গেলে দৈনিক 20 sec ধীরে চলে। কিন্তু একটি পাহাড়ের শীর্ষে নিয়ে গেলে দৈনিক 1 মিনিট (এক মিনিট) ধীরে চলে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km।

দৃশ্যকল্প-২: 1 টি সেকেন্ড ভূপৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে 9 km উচ্চতায় এভারেস্টের চূড়ায় নিয়ে গেলে প্রতি ঘণ্টায় 5 সেকেন্ড সময় হারায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km।

(ক) স্পর্শীয় ত্বরণ কাকে বলে? [রা. বো. ১৭]

(খ) কম্পনশীল সুরশলাকার বাহুর স্পন্দন একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৩; অনুরূপ দি. বো. ২২; য. বো. ২১; রা. বো. ১৯; ঢা. বো., য. বো. ১৭]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে এভারেস্টের চূড়ায় দোলকের দোলনকাল নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২৩; অনুরূপ য. বো. ২২; কু. বো. ২১, ১৯; ব. বো. ১৯]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে খনির গভীরতা ও পাহাড়ের উচ্চতা গাণিতিকভাবে তুলনা কর। [ম. বো. ২৩; অনুরূপ রা. বো. ২৫, ১৯; য. বো. ২১; দি. বো. ২২; ঢা. বো. ১৭]

সমাধান:

ক অসম বৃত্তাকার গতির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী ত্বরণের সাথে যে ত্বরণ থাকে তাকে স্পর্শীয় ত্বরণ বলে।

খ স্পন্দনরত কোনো কণার ত্বরণ যদি সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সরণের সমানুপাতিক হয় এবং ত্বরণের দিক সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তবে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে। কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর ত্বরণ সর্বদা সাম্যাবস্থা হতে বাহুর সরণের সমানুপাতিক হয়। আবার কম্পনশীল বাহুর ত্বরণের দিক হয় সাম্যাবস্থান অভিমুখী। এছাড়াও কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর গতি সরলরৈখিক হয়। ফলে বলা যায় যে, কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর স্পন্দন একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন।

গ সেকেন্ড দোলকটি ঘন্টায় সময় হারায় 5 s $\therefore n = 5$ s

$\therefore T' = \frac{3600}{3600 - n} = \frac{3600}{3600 - 5} \times 2 = 2.0028$ s

সুতরাং, এভারেস্টের চূড়ায় দোলকের দোলনকাল 2.0028 s। **(Ans.)**

ঘ খনিতে 20 s ধীরে চলে $\therefore n = 20$

খনির গভীরতা d হলে খনিতে দোলকটির পর্যায়কাল,

$T_d = \frac{86400}{86400 - n} \times 2 = \frac{86400}{86400 - 20} \times 2 = 2.00046$ s

$\therefore d = \left\{1 - \left(\frac{T}{T_1}\right)^2\right\} R = \left\{1 - \left(\frac{2}{2.00046}\right)^2\right\} \times 6.4 \times 10^6$

$= 2942.98$ m

পাহাড়ের জন্য দোলকটি 1 min বা, 60 s ধীরে চলে $\therefore n = 60$

পাহাড়ের উচ্চতা h হলে, পাহাড়ে দোলকটির পর্যায়কাল

$T_h = \frac{86400}{86400 - n} \times 2 = \frac{86400}{86400 - 60} \times 2 = 2.00139$ s

$\therefore h = \left(\frac{T_2}{T} - 1\right) R = \left(\frac{2.00139}{2}\right) \times 6.4 \times 10^6 = 4448$ m

খনির গভীরতা ও পাহাড়ের উচ্চতার অনুপাত, $\frac{d}{h} = \frac{2942.98}{4448} = 0.662$

$\therefore h_1 = 0.662\ h_2$

অর্থাৎ, খনির গভীরতা পাহাড়ের উচ্চতার 0.662 গুণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ **দৃশ্যকল্প-১:** একটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m এবং বিস্তার 6 cm। দোলকটিকে প্রথমে P স্থানে নিয়ে যাওয়া হলে দোলনকাল 1.5 sec এবং এরপর Q স্থানে নিয়ে গেলে দোলনকাল 2 sec পাওয়া গেল।

দৃশ্যকল্প-২: একটি সেকেন্ড দোলকের সিলিন্ডার আকৃতির বব পানিপূর্ণ অবস্থায় আছে। ববের দৈর্ঘ্য 8 cm।

(ক) দশা কী? [ঢা. বো. ২৩, ১৯; ম. বো. ২৩; ব. বো., রা. বো. ২২]

(খ) 'স্প্রিং বল প্রত্যয়নী বল'– ব্যাখ্যা করো। [ম. বো. ২৩]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে দোলকের সাম্যাবস্থানে বেগ নির্ণয় করো। [ম. বো. ২৩]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে ববটি অর্ধেক খালি করলে তখন দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে? গাণিতিকভাবে যাচাই করে মতামত দাও। [ব. বো. ২৩]

সমাধান:

ক সরল দোলন গতিতে গতিশীল কণার গতির সার্বিক অবস্থা তথা কণাটির অবস্থান, সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি যে রাশি দ্বারা বোঝা যায় তাকে দশা বলে।

খ কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগের মাধ্যমে বিকৃতি ঘটানোর চেষ্টা করলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে যে বাধাদানকারী বলের উদ্ভব হয় তাকে প্রত্যয়নী বল বলে। কোনো স্প্রিং-এ বল প্রয়োগ করে একে সংকুচিত বা প্রসারিত করলে প্রয়োগকৃত বলের বিপরীতে স্প্রিং বল ক্রিয়া করে।

অর্থাৎ,

$F = -F_S$ এখানে, F = প্রয়োগকৃত বল। F_S = স্প্রিং বল।

সুতরাং স্প্রিং বল প্রযুক্ত বলের বিপরীতে ক্রিয়া করে অর্থাৎ বাধাদানকারী বল হিসেবে কাজ করে। তাই স্প্রিং বল একটি প্রত্যয়নী বল।

গ দোলকের পর্যায়কাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.8}} = 2.007 \text{ sec}$$

দেওয়া আছে,
কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = 1$ m
বিস্তার, $A = 0.06$ m
সাম্যাবস্থায়, $x = 0$ m

$\therefore$ সাম্যাবস্থানে বেগ, $v = \omega A = \frac{2\pi}{T} \times A = \frac{2\pi}{2.007} \times 0.06 = 0.188 \text{ ms}^{-1}$

অর্থাৎ সাম্যাবস্থানে বেগ 0.188 ms^{-1} **(Ans.)**

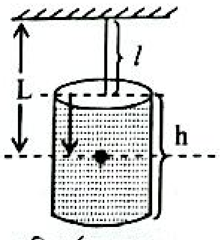
ঘ সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\therefore L = \frac{T^2}{4\pi^2} \times g = \frac{(2)^2}{4\pi^2} \times 9.8 = 0.993 \text{ m} = 99.3 \text{ cm}$$

ববের দৈর্ঘ্য, $h = 8$ cm

$\therefore$ ভরকেন্দ্রের দূরত্ব, $r = \frac{h}{2} = 4$ cm

$\therefore$ সুতার দৈর্ঘ্য, $l = L - r$
$= 99.3 - 4$
$= 95.3$ cm



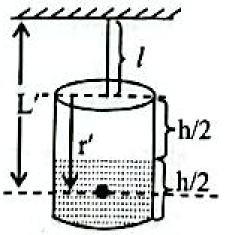
পানি পূর্ণ অবস্থায়

এখন, অর্ধপূর্ণ অবস্থায়
ববের ভরকেন্দ্রের দূরত্ব,

$r' = \frac{h}{2} + \frac{h/2}{2} = 4 + 2 = 6$ cm

$\therefore$ নতুন কার্যকরী দৈর্ঘ্য,

$L' = l + h'$
$= 95.3 + 6 = 101.3 \text{ cm} = 1.013$ m



পানি অর্ধপূর্ণ অবস্থায়

$\therefore$ পর্যায়কাল, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}$
$= 2\pi\sqrt{\frac{1.013}{9.8}}$
$= 2.02$ s

$\because T' > T$ সুতরাং দোলকটি ধীরে চলবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের সূতার দৈর্ঘ্য 99 cm এবং ববের ব্যাস 0.6 cm। দোলকটিকে মঙ্গল গ্রহে নিয়ে যাওয়া হল। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ।

(ক) সরল দোলকের দ্বিতীয় সূত্রটি লিখ।

(খ) ভরবেগ ও গতিশক্তির মধ্যে সম্পর্ক লেখচিত্র দিয়ে ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৩, ২১]

(গ) পৃথিবী পৃষ্ঠে দোলকটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২১]

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে দোলকটির কম্পাঙ্কের শতকরা পরিবর্তন গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২১; অনুরূপ ম. বো. ২২]

সমাধান:

ক কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল (T) এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) এর বর্গমূলের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

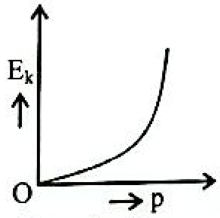
খ কোনো গতিশীল বস্তুর গতিশক্তি E_k এবং ভরবেগ p হলে,

গতিশক্তি, $E_k = \frac{p^2}{2m}$

$\therefore E_k \propto p^2$; যা পরাবৃত্তের সমীকরণকে নির্দেশ করে।

অর্থাৎ গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক।

লেখচিত্র অনুসারে, গতিশক্তি ভরবেগের বর্গের সমানুপাতিক হারে বৃদ্ধি পাচ্ছে।



চিত্র: গতিশক্তি বনাম ভরবেগের গ্রাফ

গ দোলকের দোলনকাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.993}{9.8}} = 2 \text{ sec}$$

$L = l + r$
$= 0.99 + \frac{0.006}{2}$
$\therefore L = 0.993$ m

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$ Hz **(Ans.)**

ঘ মঙ্গল গ্রহে,

$g' = \frac{GM'}{R'^2}$

$= G\frac{0.11 \times M_e}{(0.532 \times R_e)^2}$

$= 0.389 \times \frac{GM_e}{R_e^2}$

$= 0.389 \times g_e = 3.809 \text{ ms}^{-2}$

ধরি,
পৃথিবীর ভর $= M_e$
$\therefore$ মঙ্গলের ভর, $M' = 0.11 M_e$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R_e$
$\therefore$ মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R' = 0.532 R_e$

$\therefore f' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g'}{L}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3.809}{0.993}} = 0.312$ Hz

$\therefore$ শতকরা পরিবর্তন $= \frac{0.5 - 0.312}{0.5} \times 100\% = 37.6\%$

সুতরাং, কম্পাঙ্ক 37.6% হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৬ দৃশ্যকল্প-১: পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে ব্যবহৃত একটি সেকেন্ড দোলকের গ্রীষ্মকালে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ায় দোলনকাল 2.1 s হয়। সঠিক সময় পাওয়ার জন্য একজন ছাত্র এর দৈর্ঘ্য 2% কমিয়ে দেয়। $(g = 9.81\ ms^{-2})$

দৃশ্যকল্প-২: একটি সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1 m। সরল দোলকের ববটিকে সম্পূর্ণরূপে একটি তরলে নিমজ্জিত করা হলে দোলনকালের পরিবর্তন ঘটে। তরলের ঘনত্ব ববের উপাদানের ঘনত্বের $\frac{1}{25}$ গুণ।

(ক) কৌণিক কম্পাঙ্ক কাকে বলে? [দি. বো. ২৩; চ. বো. ২২]

(খ) সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কি না? ব্যাখ্যা দাও। [কু. বো. ১৯]

(গ) দৃশ্যকল্প-১ হতে ছাত্রটি সফল হবে কি না গাণিতিকভাবে যাচাই করো। [কু. বো. ২৩; অনুরূপ রা. বো. ২৫; চ. বো. ১৯]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রদত্ত সরল দোলকটির 30° অক্ষাংশের কোনো বিন্দুতে নিয়ে যাওয়া হলে দিনে কত সেকেন্ড ধীরে বা দ্রুত চলবে? [চ. বো. ২২]

সমাধান:

ক সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে।

খ সরল দোল গতির ক্ষেত্রে ববের বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

সাম্যাবস্থানে $x = 0$

সুতরাং উপরিউক্ত সম্পর্ক অনুসারে সাম্যাবস্থানে বেগ দাড়ায়,

$$v = \omega\sqrt{A^2} = \omega A$$

এখানে, x এর মান যত কম হবে ববের বেগ তত বেশি হবে। অতএব, সাম্যাবস্থানে x এর মান সর্বনিম্ন হওয়ায় এখানে ববের বেগ সর্বোচ্চ। সুতরাং সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন নয় বরং সর্বোচ্চ।

গ আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2.1^2}{4\pi^2} = 1.0947\ m$

নতুন দৈর্ঘ্য, $L' = 1.0947 - 1.0947 \times \frac{2}{100} = 1.0728\ m$

$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.0728}{9.81}} = 2.078\ s$

$\because T' \neq 2s$; সুতরাং ছাত্রটি সফল হবে না। **(Ans.)**

ঘ সরল দোলকটির দোলনকাল T_1 হলে,

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.8}} = 2.007\ s$

এখানে,
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 1\ m$
$g = 9.8\ ms^{-2}$

পৃথিবীর আহ্নিক গতির কৌণিক বেগ ω হলে,

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400} = 7.27 \times 10^{-5}\ rad\ s^{-1}$

এখানে,
$T = 24\ hr = 86400\ s$

এখানে, অক্ষাংশ, $\lambda = 30°$

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 6.4 \times 10^6\ m$

কৌণিক বেগ, $\omega = 7.27 \times 10^{-5}\ rads^{-1}$

30° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$g_\lambda = g - \omega^2 R\cos^2\lambda = 9.8 - (7.27 \times 10^{-5})^2 \times 6.4 \times 10^6 \times (\cos30°)^2$

$= 9.7746\ ms^{-2}$

∴ 30° অক্ষাংশে সরলদোলকের দোলনকাল T_2 হলে,

$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_\lambda}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9.7746}}$
$= 2.00969\ s$

এখানে,
$g_\lambda = 9.77463\ ms^{-2}$
কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 1\ m$

যেহেতু $T_2 > T_1$ সুতরাং 30° অক্ষাংশে দোলকটি ধীরে যাবে বা সময় হারাবে।

দোলকটি দিনে n সেকেন্ড সময় হারালে, $T_2 = \frac{2 \times 86400}{86400 - n}$

$\therefore n = 86400 - \frac{2 \times 86400}{T_2} = 86400 - \frac{2 \times 86400}{2.00969} = 416.6\ s$

অতএব, প্রদত্ত সরল দোলকটিকে 30° অক্ষাংশের কোনো বিন্দুতে নিয়ে যাওয়া হলে দিনে 416.6 s ধীরে চলবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m এবং B স্থানে 0.9 m। দোলকে ব্যবহৃত ববের ব্যাসার্ধ 0.75 cm।

(ক) সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রটি লিখ।

(খ) দোলকপিন্ডের প্রকৃতি কীভাবে দোলনকালকে প্রভাবিত করে?

(গ) A দোলকটির ববের কৌণিক বেগ নির্ণয় কর। [দি. বো. ১৭]

(ঘ) A অবস্থান হতে B তে কোনো বস্তু নিয়ে গেলে বস্তুটির ওজন বাড়বে না, কমবে? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [দি. বো. ১৭; অনুরূপ দি. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) অপরিবর্তিত থাকলে তার দোলনকাল (T) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

খ গোলাকার দোলকপিন্ড ফাঁপা হলে বা নিরেট হলে বা ফাঁপা অংশ সম্পূর্ণ তরল দ্বারা পূর্ণ হলে ভারকেন্দ্রের কোনো পরিবর্তন হয় না। ফলে কার্যকরী দৈর্ঘ্যের কোনো পরিবর্তন হয় না বলে দোলনকালের কোন পরিবর্তন হয় না। কিন্তু ফাঁপা পিন্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে ভারকেন্দ্র খানিকটা নিচে নেমে যায়। ফলে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বেড়ে যায় এবং সাথে সাথে দোলনকাল বেড়ে যায়। এতে দোলকটি ধীরে চলে।

গ A অবস্থানে সেকেন্ড দোলকটির কৌণিক বেগ,

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rads^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ A ও B অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g_A ও g_B হলে,

A অবস্থানে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L_A}{g_A}}$

$\therefore g_A = \frac{4\pi^2 L_A}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 1}{(2)^2} = 9.87\ ms^{-2}$

এখানে,
$T = 2\ s$
$L_A = 1\ m$
$L_B = 0.9\ m$

আবার B অবস্থানে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L_B}{g_B}}$

$\therefore g_B = \frac{4\pi^2 \times L_B}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 0.9}{(2)^2} = 8.88\ ms^{-2}$

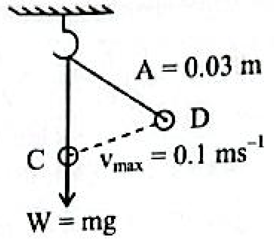
বস্তুর ভর m হলে, $W_A = mg_A$ এবং $W_B = mg_B$

$\therefore \frac{W_A}{W_B} = \frac{g_A}{g_B} = \frac{9.87}{8.88} = 1.11 \Rightarrow W_A = 1.11\ W_B$

অর্থাৎ, $W_A > W_B$

সুতরাং A হতে B তে কোনো বস্তু নিলে বস্তুটি ওজন হারাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৮ আদিবা পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবে একটি সরলদোলক (চিত্রানুযায়ী) নিয়ে কাজ করছিল। সে একটি নির্দিষ্ট সরণে সাম্যাবস্থা থেকে সরলদোলকটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সমান পেল।



(ক) সরল দোলকের ভরের সূত্রটি লিখ।

(খ) পর্যায়বৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধ্রুব থাকে? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৭]

(গ) উদ্দীপকের সরলদোলকটির পর্যায়কাল কত? [সি. বো. ১৭]

(ঘ) আদিবার পরীক্ষালব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য কি-না গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৭]

সমাধান:

ক কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভর, আয়তন, উপাদান ইত্যাদির ওপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভর, আয়তন বা উপাদানের ববের জন্য দোলকের দোলনকাল একই হয়।

খ পর্যাবৃত্ত গতির সংজ্ঞানুযায়ী এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। আবার, দশা বলতে কম্পমান কোনো কণার যেকোনো মুহূর্তে কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ ও গতির অভিমুখকে বুঝায়। তাই পর্যাবৃত্ত গতির ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট সময় পরপর কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ ও গতির অভিমুখের পুনরাবৃত্তি ঘটে। এখন আদি দশা কোণ যদি পরিবর্তনশীল হয়, তাহলে পর্যায়বৃত্ত গতির ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট সময় পর পর কণাটির দশার পুনরাবৃত্তি ঘটবে না। তাই বস্তু বা কণা পর্যায়বৃত্ত গতিতে গতিশীল থাকলে এর আদি দশা কোণ ধ্রুব থাকতে হবে।

গ আমরা জানি, $v_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} \times A$

$\therefore T = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2\pi \times 0.03}{0.1} = 1.885\ s$

দেওয়া আছে,
বিস্তার, $A = 0.03\ m$
সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = 0.1\ ms^{-1}$

সুতরাং সরল দোলকটির পর্যায়কাল 1.885 s। **(Ans.)**

ঘ ধরি, সাম্যাবস্থা থেকে x m সরণে গতিশক্তি ও বিভবশক্তি সমান।

অর্থাৎ, $E_k = E_p$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kx^2$$

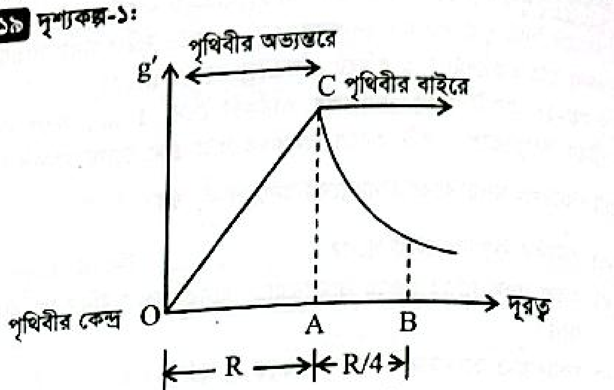
$$\Rightarrow A^2 - x^2 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = A^2$$

$$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

সুতরাং সাম্যাবস্থা থেকে $\frac{A}{\sqrt{2}}$ সরণে সরল দোলকটির বিভব শক্তি ও গতিশক্তি সমান হবে। অর্থাৎ আদিবার পরীক্ষালব্ধ ফলাফল সমর্থনযোগ্য। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৯ দৃশ্যকল্প-১:



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। পৃথিবীর ভর $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, R = 6400 km।

দৃশ্যকল্প-২: একটি সরলদোলকের ববের ভর 1.2×10^{-2} kg। এটি 51 mm বিস্তারে দুলছে। এটি 25 টি দোলন সম্পন্ন করতে 49.75 sec সময় নেয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m।

(ক) গ্রেডিয়েন্ট কাকে বলে?

(খ) শক্তির নিত্যতা বলতে কী বুঝায়?

(গ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। [ঢা. বো. ১৭]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-২ এর দোলকটিকে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 53760 m উচ্চতায় নিয়ে গেলে ববের সর্বোচ্চ সরণে ববের উপর প্রত্যয়নী বলের কিরূপ পরিবর্তন হবে যাচাই কর। [য. বো. ১৭]

সমাধান:

ক যদি φ (x, y, z) একটি ব্যবকলনীয় স্কেলার ক্ষেত্র হয়, তবে স্কেলার ক্ষেত্র থেকে ভেক্টর ক্ষেত্রে রূপান্তরের প্রক্রিয়াকে গ্রেডিয়েন্ট বলে। অর্থাৎ,

$$\vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi$$

$$\therefore \vec{\nabla}\varphi = \hat{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

খ শক্তিকে সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। মহাবিশ্বে মোট শক্তির পরিমাণ ধ্রুবক। সৃষ্টির আদিতে যে পরিমাণ শক্তি ছিল আজও সেই পরিমাণ শক্তি বর্তমান। শক্তিকে কেবল মাত্র একরূপ থেকে অন্যরূপে রূপান্তরিত করা যায়। কোনো বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফলকে তার মোট যান্ত্রিক শক্তি বলে। ঘর্ষণ বা অন্য কোনো অপচয়ী বলের ক্রিয়া যদি কোনো শক্তির অপচয় না ঘটে তবে কোনো বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল সর্বদা ধ্রুবক থাকে অর্থাৎ বস্তুটির মোট যান্ত্রিক শক্তি ধ্রুবক থাকে, একেই যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি বা শক্তির নিত্যতা বলে।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$m

ভূপৃষ্ঠে (A বিন্দু) সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল, T = 2s

B বিন্দুতে $\left(h = \frac{R}{4}\right)$ পর্যায়কাল T' হলে, $h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right)R$

$$\therefore T' = \left(\frac{h}{R} + 1\right) \times T = \left(\frac{\frac{R}{4}}{R} + 1\right) \times T = \frac{5}{4}T = 2.5s$$

$\because T' > T$; সুতরাং দোলককে A অবস্থান হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি ধীরে চলবে। **(Ans.)**

ঘ ভূপৃষ্ঠে দোলকটির ত্বরণের মান,

$a_1 = \omega^2 x = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x$

$= -\frac{4\pi^2}{1.99^2} \times 0.051$

$= -0.51\ ms^{-2}$

দেওয়া আছে,

পর্যায়কাল, $T = \frac{49.75}{25} = 1.99\ s$

বিস্তার, $x = 51\ mm = 0.051\ m$

ববের ভর, $m = 1.2 \times 10^{-2}\ kg$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6\ m$

ভূপৃষ্ঠে প্রত্যয়নী বল, $F_1 = ma_1 = 1.2 \times 10^{-2} \times 0.51 = 6.12 \times 10^{-3} N$

দোলকটিকে h = 53760 m উঁচুতে নিলে পর্যায়কাল T' হলে,

$T' = \left(\frac{h}{R} + 1\right) \times T = \left(\frac{53760}{6.4 \times 10^6} + 1\right) \times 1.99 = 2.0067\ s$

∴ h উচ্চতায় দোলকটির ত্বরণের মান,

$a_2 = \omega'^2 x = \left(\frac{2\pi}{T'}\right)^2 \times x = \left(\frac{2\pi}{2.0067}\right)^2 \times 0.051 = 0.5\ ms^{-2}$

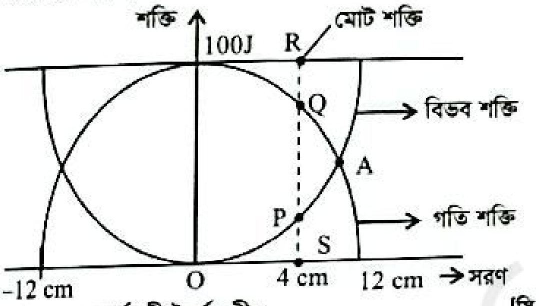
∴ প্রত্যয়নী বল, $F_2 = ma_2 = 1.2 \times 10^{-2} \times 0.5 = 6 \times 10^{-3} N$

∴ শতকরা হ্রাস পাবে $= \frac{F_1 - F_2}{F_1} \times 100$

$= \frac{6.12 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3}}{6.12 \times 10^{-3}} \times 100 = 1.96\%$

সুতরাং প্রত্যয়নী বল 1.96% হ্রাস পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২০ নিচের উদ্দীপকে একটি সরল দোলগতি সম্পন্ন কণার শক্তি বনাম সরণের লেখচিত্র দেওয়া হলো:



(ক) সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কী? [সি. বো. ২২]

(খ) একটি স্প্রিং পৃথিবী থেকে চাঁদে নিয়ে গেলে দোলকটির দোলনকালের কী পরিবর্তন হবে? [সি. বো. ২২]

(গ) A বিন্দুতে কণাটির সরণ নির্ণয় কর। [সি. বো. ২২; অনুরূপ ব. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকে বর্ণিত তথ্যমতে P, Q এবং R বিন্দুতে শক্তির নিত্যতা সূত্রটি প্রযোজ্য কিনা– তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [সি. বো. ২২; অনুরূপ ব. বো. ১৭]

সমাধান:

ক ঝুলনবিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বলে।

খ স্প্রিং ধ্রুবক k এবং স্প্রিং-এ ঝুলানো ভর m হলে, স্প্রিং দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

অর্থাৎ, $T \propto m$ এবং $T \propto \sqrt{\frac{1}{k}}$

বস্তুর ভর পৃথিবী ও চাঁদে উভয় স্থানে অপরিবর্তিত থাকবে। আবার, স্প্রিং ধ্রুবক k, স্প্রিং এর উপাদান ও জ্যামিতিক গঠনের উপর নির্ভর করে। তাই এটি একটি নির্দিষ্ট স্প্রিং এর জন্য ধ্রুব।

ফলে পৃথিবীতে স্প্রিংটির পর্যায়কাল যা হবে চাঁদেও তাই হবে।

∴ দোলনকালের পরিবর্তন = T − T = 0

সুতরাং স্প্রিংটির দোলনকালের কোনো পরিবর্তন হবে না।

গ উদ্দীপকের চিত্র অনুযায়ী বিস্তার, A = 12 cm = 0.12 m

প্রশ্নমতে,

A বিন্দুতে $E_k = E_P$

$\Rightarrow \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kx^2$

$\Rightarrow A^2 - x^2 = x^2$

$\therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{0.12}{\sqrt{2}} = 0.085\ m$

অর্থাৎ A বিন্দুতে কণাটির সরণ 0.085 m। **(Ans.)**

ঘ মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2$

$\Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times k \times (0.12)^2 \quad \therefore k = 13889\ Nm^{-1}$

P বিন্দুতে, $E_P = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 13889 \times (0.04)^2 = 11.111\ J$

Q বিন্দুতে, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

$= \frac{1}{2} \times 13889 \times \{(0.12)^2 - (0.04)^2\} = 88.889\ J$

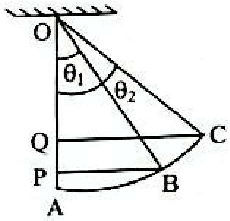
এক্ষেত্রে, মোট শক্তি, $E = E_P + E_k = 11.111 + 88.889 = 100\ J$

R বিন্দুতে, $E_R = 100\ J$

$\because E = E_R$

অর্থাৎ P, Q এবং R বিন্দুতে শক্তির নিত্যতা সূত্রটি প্রযোজ্য। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২১ চিত্রে একটি সরল দোলক যার সুতার দৈর্ঘ্য 1.1 m এবং ববের ব্যাসার্ধ 1.5 cm, ভর 60 gm এবং OA সাম্যবস্থান। চিত্রে QC = 3 cm এবং PB = 2 cm [$g = 9.8\ ms^{-2}$]



(ক) মধ্যাবস্থান বা mean position কী? [কু. বো. ১৭]

(খ) বল-সরণ গ্রাফ হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃত কাজের পরিমাণ পাওয়া যায়– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৭]

(গ) দোলকটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত?

(ঘ) সরল দোলকটির A, B ও C বিন্দুতে কার্যকর বলের মানের তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ১৭]

সমাধান:

ক স্পন্দনরত বস্তুর গতিপথের যে নির্দিষ্ট বিন্দুতে কোনো লব্ধি বল ক্রিয়া করে না, তাকে সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থান বা mean Position বলা হয়।

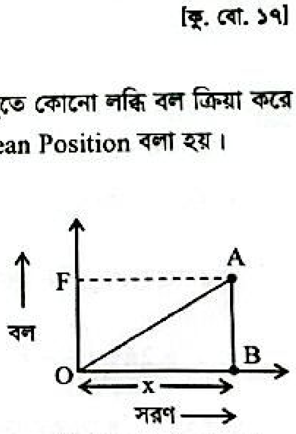
খ স্প্রিং এর উপর বল প্রয়োগ করলে এর সরণ ঘটে এবং এর ফলে সৃষ্ট কৃতকাজ,

W = ΔOAB

$= \frac{1}{2} \times$ ভূমি × উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times OB \times AB = \frac{1}{2} \times x \times F$

$= \frac{1}{2}kx^2$ [স্প্রিং এর জন্য F = kx]



চিত্র: বল বনাম সরণ

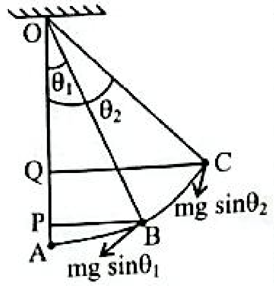
TDE EDUCATIONAL TEAM

গ আমরা জানি কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9.8}{1.115}}$
$= 2.965 \text{ rads}^{-1}$ **(Ans.)**

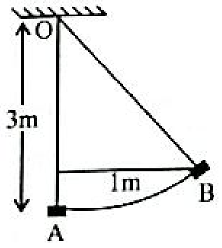
কার্যকরী দৈর্ঘ্য,
$L = 1.1 + 0.015$
$= 1.115$ m

ঘ দেওয়া আছে,
$OA = (1.1 + 0.015) = 1.115$m
$QC = 0.03$m, $PB = 0.02$m
চিত্রানুযায়ী,
$OA = OB = OC = 1.115$ m
বস্তুর ভর, $m = 0.06$ kg



A বিন্দুতে কার্যকর বল, $F_A = mg \sin\theta = mg \times \sin 0 = 0$
B বিন্দুতে কার্যকর বল,
$F_B = mg \sin\theta_1 = mg \times \frac{PB}{OB} = 0.06 \times 9.8 \times \frac{0.02}{1.115} = 0.0106$ N
C বিন্দুতে কার্যকর বল,
$F_c = mg \sin\theta_2 = mg \times \frac{QC}{OC} = 0.06 \times 9.8 \times \frac{0.03}{1.115} = 0.0158$ N
অর্থাৎ, $F_A < F_B < F_C$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২২ রনি ও বনি দুই ভাইয়ের ভর যথাক্রমে 32 kg এবং 40 kg। তারা দুজন একটি দোলনায় একই কৌণিক সরণে দোল খাচ্ছিল। দোলনাটির গড় কার্যকরী দৈর্ঘ্য 3 m এবং এর সাম্যাবস্থান A। [$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$]



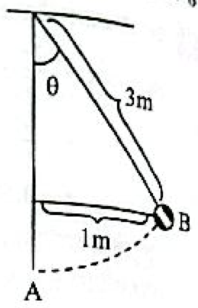
(ক) কৌণিক বিস্তার কাকে বলে?
(খ) মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাংকের পরিবর্তন হয়– ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২৩]
(গ) রনির উপর সুতার টান নির্ণয় করো। [দি. বো. ২৩]
(ঘ) উদ্দীপকের B অবস্থানে রনি ও বনি সমান কার্যকর বল অনুভব করলো কিনা– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২৩]

সমাধান:

ক দোলনের সময় দোলক যেকোনো একদিকে সাম্যাবস্থান হতে সর্বোচ্চ যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর কৌণিক বিস্তার বলে।

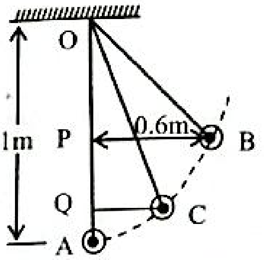
খ মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হয়ে শূন্য হয়ে যায়।
পৃথিবীতে সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$ Hz
আর মহাকাশে $g = 0$ হওয়ায় দোলনকাল, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$
তাই মহাকাশে সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক, $f' = \frac{1}{\infty} = 0$ হয়।
তাই বলা যায়, মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হয়ে শূন্য হবে।

গ চিত্র হতে, $\sin\theta = \frac{1}{3}$
$\therefore \theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 19.47°$
$\therefore$ রনির উপর সুতার টান,
$F_T = mg \cos\theta = 32 \times 9.8 \times \cos 19.47°$
$= 295.67$ N
অর্থাৎ সুতার টান 295.67 N। **(Ans.)**



ঘ এখানে, রনির ভর $m_1 = 32$ kg এবং বনির ভর $m_2 = 40$ kg
$\therefore$ রনির উপর কার্যকর বল, $F_1 = m_1 g \sin\theta = 32 \times 9.8 \times \frac{1}{3} = 104.53$ N
$\therefore$ বনির উপর কার্যকরী বল $F_2 = m_2 g \sin\theta = 40 \times 9.8 \times \frac{1}{3} = 130.67$ N
$\because F_1 \neq F_2$
অর্থাৎ B অবস্থানে উভয়ে সমান কার্যকর বল অনুভব করবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৩



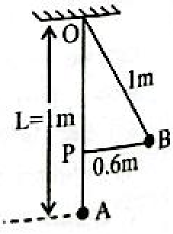
রাফিদ উপরের চিত্র অনুযায়ী একটি 0.2 kg ভরের বস্তু দুলাচ্ছে।
(ক) কর্মদক্ষতা কী? [দি. বো. ২৩; ম. বো. ২২]
(খ) খেলনা গাড়িতে স্প্রিং লাগিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? [ম. বো. ২২; য. বো. ১৯]
(গ) A বিন্দুতে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর। [ম. বো. ২২]
(ঘ) উদ্দীপকের বস্তুটি শক্তির সংরক্ষণ সূত্রকে সমর্থন করে কিনা– গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও। [ম. বো. ২২]

সমাধান:

ক কোনো ব্যবস্থা বা যন্ত্র থেকে প্রাপ্ত মোট কার্যকর শক্তি এবং ব্যবস্থায় বা যন্ত্রে প্রদত্ত মোট শক্তির অনুপাতকে ঐ ব্যবস্থার বা যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলে।

খ স্প্রিং সম্প্রসারণে বাহ্যিক বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হয়। এ কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে জমা থাকে। এ বিভবশক্তি দ্বারা স্প্রিং বাইরের কোনো বস্তুর উপর কাজ করতে পারে। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং টানলে এতে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয় পরে ছেড়ে দিলে এ বিভবশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। গতিশক্তির ফলে গাড়িটি সামনের দিকে বেগ প্রাপ্ত হয়। তাই বলা যায়, স্প্রিং কর্তৃক সঞ্চিত বিভবশক্তি গাড়িটির উপর কাজ করে গাড়িটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়।

গ কৌণিক কম্পাঙ্ক,
$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9.8}{1}} = 3.13 \text{ rads}^{-1}$
A বিন্দুতে সরণ, $x = 0$ এবং বিস্তার, $A = 0.6$m
$\therefore$ বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 3.13 \times 0.6$
$= 1.878 \text{ ms}^{-1}$ **(Ans.)**



ঘ 'গ' হতে, $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = 3.13$ rad/s

A বিন্দুতে,

$E_{P_A} = \frac{1}{2} m\omega^2 x_A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 \times 0 = 0$

$E_{k_A} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (3.13)^2 \times (0.6)^2 = 0.353$ J

$\therefore$ মোট শক্তি, $E_A = E_{P_A} + E_{k_A} = 0.353$ J

B বিন্দুতে,

$E_{P_B} = \frac{1}{2} m\omega^2 x_B^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 9.8 \times 0.6^2 = 0.353$ J

$E_{k_B} = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - A^2) = 0$

$\therefore$ মোট শক্তি, $E_B = E_{P_B} + E_{k_B} = 0.353$ J

C বিন্দুতে,

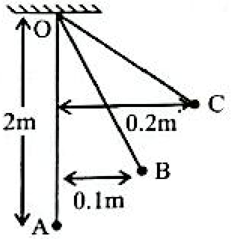
$E_{P_C} = \frac{1}{2} m\omega^2 x_C^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 9.8 \times (0.3)^2 = 0.088$ J

$E_{k_C} = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 9.8 \times (0.6^2 - 0.3^2) = 0.265$ J

$\therefore E_C = E_{P_C} + E_{K_C} = 0.353$ J

$\because E_A = E_B = E_C$ অর্থাৎ শক্তির সংরক্ষণ সূত্রকে সমর্থন করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৪ দৃশ্যকল্প-১: চিত্রে C বিন্দু একটি সরল দোলকের সর্বাধিক সরণ নির্দেশ করছে। ববের ভর 20 gm।



দৃশ্যকল্প-২: একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। শামীম দোলকটি উপগ্রহে নিয়ে গেল, যার ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ গুণ এবং ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{50}$ গুণ। পৃথিবীর ভর 5.99×10^{24} kg।

(ক) দশা পার্থক্য বলতে কী বুঝায়?

(খ) দুটি একই ভরের বস্তুকে ভিন্ন স্থানে ভূমি হতে একই উচ্চতায় রাখলে স্থিতিশক্তি ভিন্ন হতে পারে– কারণ ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২১]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে 'দোলকটি উপগ্রহের পৃষ্ঠে পৃথিবীর তুলনায় ধীরে চলে'– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উক্তিটির যথার্থতা যাচাই কর। [ম. বো. ২২]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হয় কি না B ও C অবস্থানের ভিত্তিতে গাণিতিকভাবে মতামত দাও। [য. বো. ২১]

সমাধান:

ক দশা পার্থক্য বলতে একটি কণা আরেকটি কণা হতে কত দশা কোণে এগিয়ে বা পিছিয়ে তা বোঝানো হয়।

খ দুটি একই ভরের বস্তুকে ভিন্ন স্থানে ভূমি হতে একই উচ্চতায় রাখলে স্থিতিশক্তি ভিন্ন হতে পারে।

আমরা জানি, স্থিতিশক্তি, $E_p = mgh$

বস্তুর ভর ও প্রসঙ্গ তল (ভূপৃষ্ঠ) হতে উচ্চতা নির্দিষ্ট হলে, $E_p \propto g$। অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনে স্থিতিশক্তির পরিবর্তন ঘটে। পৃথিবীর আকৃতির জন্য বিভিন্ন স্থানে g এর মান বিভিন্ন। মেরু অঞ্চলে g এর মান সর্বোচ্চ এবং বিষুবীয় অঞ্চলে সর্বনিম্ন। তাই একই ভরের দুটি বস্তুকে পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে ভূমি হতে একই উচ্চতায় রাখলেও g এর মানের ভিন্নতার জন্য বস্তু দুটির মধ্যে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি ভিন্ন হবে।

গ ধরি, পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ g, দোলকের দোলনকাল T এবং উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ g′, দোলকের দোলনকাল T′

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{GM}{R^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^2L}{GM}}$ ....(i)

$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\frac{GM'}{R'^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{R'^2L}{GM'}}$ ....(ii)

(ii) ÷ (i) $\Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{R'^2}{R^2} \times \frac{M}{M'}}$

$= \frac{R'}{R} \times \sqrt{\frac{M}{M'}}$

উপগ্রহের ভর $M' = \frac{M}{50}$

উপগ্রহের ব্যাসার্ধ $R' = \frac{R}{4}$

$\therefore T' = 2 \times \frac{1}{4} \times \sqrt{50} = 3.536$ s

$\because T' > T$; সুতরাং উপগ্রহে দোলকটি ভূপৃষ্ঠের তুলনায় ধীরে চলবে। **(Ans.)**

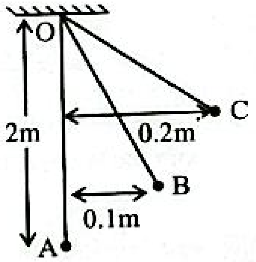
ঘ দেওয়া আছে,

ভরের ভর, m = 20 g = 0.02 kg

বিস্তার, A = 0.2 m

কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9.8}{2}} = 2.122$ rads^{-1}



B বিন্দুর জন্য: সরণ, $x_B = 0.1$ m

স্থিতিশক্তি, $E_{P_B} = \frac{1}{2} m\omega^2 x_B^2 = \frac{1}{2} \times 0.02 \times (2.212)^2 \times (0.1)^2$

$= 4.893 \times 10^{-4}$ J

গতিশক্তি, $E_{k_B} = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x_B^2)$

$= \frac{1}{2} \times 0.02 \times (2.212)^2 \times (0.2^2 - 0.1^2)$

$= 1.468 \times 10^{-3}$ J

$\therefore$ B বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_B = E_{P_B} + E_{k_B} = 1.957 \times 10^{-3}$ J\

C বিন্দুর জন্য: সরণ, $x_c = 0.2$m

স্থিতিশক্তি, $E_{P_c} = \frac{1}{2} m\omega^2 x_C^2 = \frac{1}{2} \times 0.02 \times (2.212)^2 \times (0.2)^2$

$= 1.957 \times 10^{-3}$ J

গতিশক্তি, $E_{k_c} = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x_C^2)$

$= \frac{1}{2} \times 0.02 \times (2.212)^2 \times (0.2^2 - 0.2^2) = 0$

$\therefore$ C বিন্দুতে মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_C = E_{P_C} + E_{k_C} = 1.957 \times 10^{-3}$ J

$\therefore E_B = E_C$, সুতরাং উদ্দীপকের সরল দোলকটিতে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা পালিত হয়েছে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৫ নাফিস পদার্থবিজ্ঞান পরীক্ষাগারে 550 gm ভরের একটি বস্তুকে একটি ঝুলন্ত সুতার একপ্রান্তে বেঁধে দোল দিয়ে দেখল যে, এটি 5 সেকেন্ডে 3 বার স্পন্দিত হচ্ছে। দোলনের কোনো এক সময় বস্তুটির সরণ 6 cm এবং দোলনের বিস্তার 11 cm।

(ক) দোলক ঘড়ি কী? [কু. বো. ২২]

(খ) পৃথিবী নিজ অক্ষের সাপেক্ষে সমদ্রুতিতে আবর্তনরত হলেও সূর্যের চারপাশে নয়- ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২]

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর। [কু. বো. ২২]

(ঘ) উল্লিখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল বস্তুর ওজন অপেক্ষা কম কিনা? গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [কু. বো. ২২]

সমাধান:

ক সরল দোলককে যখন সময় পরিমাপের জন্য ব্যবহার করা হয় তখন তাকে দোলক ঘড়ি বলে।

খ পৃথিবী সূর্যকে প্রদক্ষিণ করার সময় ভরবেগের সংরক্ষণশীলতা নীতি মেনে চলে।
অর্থাৎ, $L_1 = L_2 \Rightarrow mv_1r_1 = mv_2r_2 \quad \therefore v_1r_1 = v_2r_2$
এক্ষেত্রে প্রদক্ষিনকালে বিভিন্ন সময় সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্ব ভিন্ন ভিন্ন হয়। ফলে সমীকরণ অনুযায়ী বেগও ভিন্ন ভিন্ন হয়। তাই সমীকরণ হতে বলা যায় যে, সূর্যের চারদিকে পৃথিবী সমদ্রুতিতে আবর্তনরত নয়।

গ বস্তুর বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= \frac{2\pi N}{t}\sqrt{A^2 - x^2}$

$= \left(\frac{2\pi \times 3}{5}\right)\sqrt{(0.11)^2 - (0.06)^2}$

$= 0.348\ ms^{-1}$

অর্থাৎ বস্তুটির বেগ $0.348\ ms^{-1}$। **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
বিস্তার, A = 11 cm = 0.11 m
সরণ, x = 6 cm = 0.06 m
স্পন্দন সংখ্যা, N = 3
সময়, t = 5 s

ঘ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলের মান,

$F = ma = m\omega^2 x$

$= m\left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 x$

$= 0.55 \times \left(\frac{2\pi \times 3}{5}\right)^2 \times 0.06$

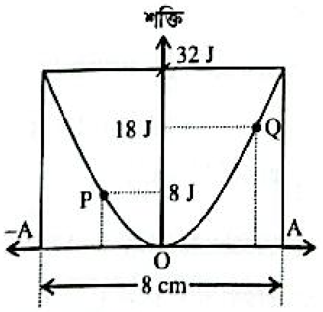
$= 0.469$ N

ওজন, $W = mg = 0.55 \times 9.8 = 5.39$ N

$\therefore F < W$, বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল বল বস্তুর ওজন অপেক্ষা কম। **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
বস্তুর ভর, m = 0.55 kg
সরণ, x = 0.06 m
স্পন্দন সংখ্যা, N = 3
সময়, t = 5 s

প্রশ্ন ▶ ২৬ একটি আদর্শ স্প্রিং এর শক্তির পরিবর্তন লেখচিত্রে দেখানো হলো:



(ক) অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? [ব. বো. ১৯]

(খ) সরল ছন্দিত স্পন্দন বলতে কী বুঝ? [ব. বো. ২২]

(গ) স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করো। [ব. বো. ২২; অনুরূপ দি. বো. ২৩]

(ঘ) P এবং Q বিন্দুতে স্প্রিংটির বেগের মানের তুলনা কর। [ব. বো. ২২]

সমাধান:

ক কোনো কণা একটি পূর্ণচক্র সম্পন্ন করে তার আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না সে বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।

খ যখন কোনো পর্যায়বৃত্ত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার ত্বরণ একটি নিদিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে বস্তুর ঐ গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে। আবার সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণা সরলরৈখিক পথে গতিশীল হয়।
সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার জন্য, $a \propto -x$
এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন দিয়ে ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী নির্দেশ করে।

গ মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2$

$\Rightarrow 32 = \frac{1}{2}k \times 0.04^2$

$\therefore k = 40000$ N/m **(Ans.)**

এখানে,
E = 32 J
$A = \frac{8}{2}$ cm = 0.04 m

ঘ P বিন্দুতে, $E_{k_P} = E - E_{U_P} = 32 - 8 = 24$ J

$\therefore \frac{1}{2}mv_P^2 = 24 \quad \Rightarrow v_P = \sqrt{\frac{48}{m}}$

Q বিন্দুতে, $E_{k_Q} = E - E_{U_Q} = 32 - 18 = 14$ J

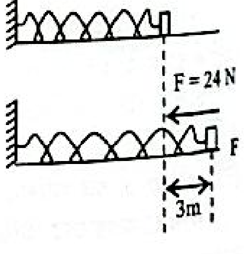
$\therefore \frac{1}{2}mv_Q^2 = 14 \quad \Rightarrow v_Q = \sqrt{\frac{28}{m}}$

$\therefore \frac{v_P}{v_Q} = \sqrt{\frac{48}{28}} = 1.309$

$\therefore v_P = 1.309\ v_Q$

অর্থাৎ P বিন্দুতে বেগ Q বিন্দুতে বেগের মানের 1.309 গুণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২৭ নিচের চিত্রে অতি নগণ্য ভরের একটি স্প্রিংকে আনুভূমিক মসৃণ টেবিলের উপর রেখে এক প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে অপর প্রান্তে 3.5 kg ভর যুক্ত করা হয়েছে। বস্তুটিকে সাম্যাবস্থান হতে 3 m সরণ ঘটালে স্প্রিংটিতে 24 N প্রত্যয়নী বল ক্রিয়া করে।



(ক) পূর্ণ স্পন্দন কী?

(খ) পর্যায়বৃত্ত গতির গতিপথ কেমন হয়? [ব. বো. ২১]

(গ) প্রসারিত অবস্থা হতে ছেড়ে দিলে স্প্রিংটি কত কম্পাংকে স্পন্দিত হবে? [ব. বো. ২১]

(ঘ) স্প্রিং এ সংযুক্ত ভরের কীরূপ পরিবর্তন করলে স্প্রিংটি সেকেন্ড দোলকে পরিণত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [ব. বো. ২১]

সমাধান:

ক সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে একটি সম্পূর্ণ অগ্রপশ্চাৎ গতিকে পূর্ণ স্পন্দন বলে।

খ পর্যায়বৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। এ গতির গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার বা সরলরৈখিক হতে পারে। যেমন: ঘড়ির কাঁটার গতি বৃত্তাকার, সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর গতি উপবৃত্তাকার এবং স্প্রিং এর গতি সরলরৈখিক।

গ আমরা জানি, $F = kx$

$\therefore k = \frac{F}{x} = \frac{24}{3} = 8\ Nm^{-1}$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{3.5}} = 1.512\ rads^{-1}$

$\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1.512}{2\pi} = 0.241\ Hz$

অর্থাৎ প্রসারিত অবস্থা হতে ছেড়ে দিলে স্প্রিংটি 0.241 Hz কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হবে। **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 8\ Nm^{-1}$

ধরি, নতুন ভর = m′ kg

সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}$

$\Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}$

$\therefore m' = \frac{4 \times k}{4\pi^2} = \frac{8}{\pi^2} = 0.811\ kg$

অর্থাৎ সংযুক্ত বস্তুর ভর (3.5 – 0.811) kg = 2.689 kg কমাতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৮ নগণ্য ভরের 30 cm দীর্ঘ কোনো স্প্রিং এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে অপর প্রান্তে 2 kg ভর ঝুলালে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 35 cm হয়। ভর সংযুক্ত থাকা অবস্থায় স্প্রিংটিকে টেনে দৈর্ঘ্য 39 cm করে ছেড়ে দেয়া হলো। একজন শিক্ষার্থী 2.24 sec ও 4.48 sec পর বেগ পরিমাপ করল।

(ক) স্থানিক পর্যায়ক্রম কাকে বলে?

(খ) সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলে উহার ত্বরণ কী শূন্য হবে? ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২১; চ. বো. ২১]

(গ) স্প্রিংটির দোলনকাল নির্ণয় কর। [চ. বো. ২১]

(ঘ) উভয়ক্ষেত্রে পরিমাপকৃত বেগ একই হবে কি-না? যাচাই কর। [চ. বো. ২১]

সমাধান:

ক পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি স্থান সাপেক্ষ হয়, তবে তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বলে।

খ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলেও উহার ত্বরণ শূন্য হবে না; একটি নির্দিষ্ট মান থাকবে।

আমরা জানি, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বেগ শূন্য হলে, $0 = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$\Rightarrow A^2 - x^2 = 0 \quad \therefore x = \pm A$

আবার, ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

যখন, $x = \pm A$; তখন, $a = -\omega^2(\pm A) = \pm\omega^2 A$

অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলেও উহার ত্বরণ শূন্য হবে না।

গ আমরা জানি, $F = kx$

$\therefore k = \frac{mg}{x} = \frac{2 \times 9.8}{0.05} = 392\ Nm^{-1}$

দেওয়া আছে, ভর, m = 2 kg
সরণ, x = (35 – 30) cm
= 5 cm = 0.05 m

$\therefore$ দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{392}} = 0.449\ sec$ **(Ans.)**

ঘ কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.449} = 14\ rads^{-1}$

দেওয়া আছে,
T = 0.449 s
t = 0 sec এ
x = (0.39 – 0.35)
= 0.04 m
A = 0.04 m

সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ,

$x = A\sin(\omega t + \delta)$

$\Rightarrow 0.04 = 0.04 \sin(14 \times 0 + \delta)$

$\Rightarrow \sin\delta = 1 \quad \therefore \delta = \frac{\pi}{2}\ rad$

$t_1 = 2.24$ sec এ $v_1 = A\omega\cos(\omega t_1 + \delta)$

$= 14 \times 0.04 \cos\left(14 \times 2.24 + \frac{\pi}{2}\right)$

$= 0.0313\ ms^{-1}$

$t_2 = 4.48$ sec এ $v_2 = A\omega\cos(\omega t_2 + \delta)$

$= 0.04 \times 14 \cos\left(14 \times 4.48 + \frac{\pi}{2}\right)$

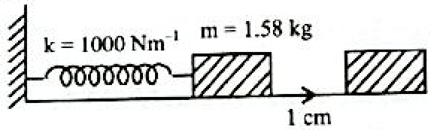
$= 0.0625\ ms^{-1}$

$\because v_1 \neq v_2$

অর্থাৎ উভয় ক্ষেত্রে পরিমাপকৃত বেগ একই হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২৯ দৃশ্যকল্প-১: একটি স্প্রিং এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে ঝুলানো হলো। এর খোলা প্রান্তের সাথে 400 g ভরের একটি বস্তু ঝুলানোর ফলে এটি 12 cm প্রসারিত হয়। একে সাম্যাবস্থান থেকে টেনে 8 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়ায় এটি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিতে দুলতে থাকল।

দৃশ্যকল্প-২:



ঘর্ষণবিহীন অনুভূমিক তলে স্প্রিংটিকে 4 cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেয়া হলো।

(ক) সরল দোলন গতি কী?

(খ) ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয় কেন? [দি. বো. ২১]

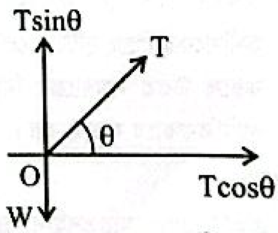
(গ) গাণিতিক বিশ্লেষণসহ উদ্দীপকে দৃশ্যকল্প-২ এ উল্লিখিত তথ্য হতে বেগ বনাম সময় লেখচিত্র প্রদর্শন কর। [ব. বো. ১৯]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে স্প্রিংটির দোলন যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও। [চ. বো. ২৫]

সমাধান:

ক যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে গতিকে সরল দোলন গতি বলে।

খ ট্রলি ব্যাগের হাতল যত লম্বা হয় ব্যাগটি টানার সময় তা ভূমির সাথে কম কোণ তৈরি করে। অর্থাৎ ভূমির কাছাকাছি থাকে।



এখানে, θ যত ছোট হবে টানের আনুভূমিক উপাংশ, Tcosθ এর মান তত বৃদ্ধি পাবে। ফলে ভূমি বরাবর বেগের মান বৃদ্ধি পাবে যা ট্রলিটিকে সহজে টেনে নিতে সাহায্য করবে। এজন্যই ট্রলি ব্যাগের হাতল লম্বা রাখা হয়।

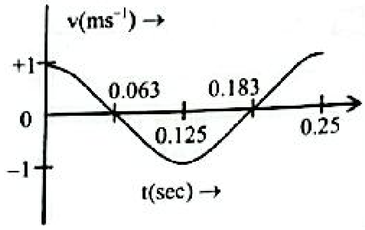
গ কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{1.58}} = 25.133 \text{ rads}^{-1}$

$v = A\omega \cos\omega t$ $\quad [\because t = 0$ সময়ে $x = A]$

$= 0.04 \times 25.133 \cos (25.133\, t)$

t এর বিভিন্ন মানের জন্য v এর মান নির্ণয়ক ছক:

t(sec)	v(ms^{-1})
0	1.005
0.063	0
0.125	−1.005
0.188	0
0.25	1.005



ঘ এখানে, স্প্রিং এর বিস্তার, $A = 8 \text{ cm} = 8 \times 10^{-2}$ m

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 32.7 \text{ Nm}^{-1}$

বিস্তার অবস্থানে সরণ, $x = A = 8 \times 10^{-2}$ m

$\therefore$ বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \left\{\frac{1}{2} \times 32.7 \times (8 \times 10^{-2})^2\right\} J = 0.1046$ J

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

$= \frac{1}{2}k(A^2 - A^2) = 0$ J $\quad [\because x = A]$

$\therefore$ বিস্তার অবস্থানে মোটশক্তি, $E_{T_1} = E_p + E_k = 0.1016$ J

সরণ, x = 0 m

$\therefore$ বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = 0$ J $\quad [\because x = 0]$

গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

$= \left[\frac{1}{2} \times 32.7 \times \{(8 \times 10^{-2})^2 - 0\}\right]$ J

$= 0.1046$ J

$\therefore$ সাম্যাবস্থানে মোট শক্তি, $E_{T_2} = E_p + E_k = 0.1046$ J

$\because E_{T_1} = E_{T_2}$, স্প্রিংটি দোলন শক্তি নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।

প্রশ্ন ▶ ৩০ কোনো স্থানে 6 Nm^{-1} এবং 3 Nm^{-1} স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট দুটি স্প্রিং শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত আছে। এ অবস্থান এদের উপর 0.6 N বল প্রয়োগ করা হলো। উক্ত স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$।

(ক) সরল দোলক কাকে বলে? [ম. বো. ২১]

(খ) অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২১]

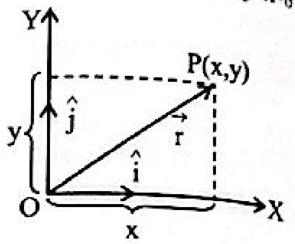
(গ) প্রথম স্প্রিং কতটুকু প্রসারিত হবে নির্ণয় কর। [সি. বো. ২১]

(ঘ) উদ্দীপকের স্প্রিং দুটিকে শ্রেণি সমবায়ের পরিবর্তে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করলে উভয় সমবায়ের মিলিত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক এক না ভিন্ন হবে– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [সি. বো. ২১]

সমাধান:

ক একটি ভারি আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উলম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

খ কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে মূলবিন্দু ধরে যে ভেক্টর অঙ্কন করা হয় তাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে। আবার প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষ যে ভেক্টর দিয়ে কোনো বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।



চিত্রে, O মূলবিন্দুর সাপেক্ষে $\vec{OP}$ হচ্ছে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর। একে $\vec{r}$ দিয়ে প্রকাশ করলে, $\vec{OP} = \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

যেহেতু, ভেক্টরটির একটি প্রান্ত নির্দিষ্ট (0, 0) তাই এটিকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে।

গ দেওয়া আছে, ১ম স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক, $k_1 = 6 \text{ Nm}^{-1}$

২য় স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক, $k_2 = 3 \text{ Nm}^{-1}$ এবং প্রযুক্ত বল, F = 0.6 N

আমরা জানি, $F = k_1x_1$

$\Rightarrow x_1 = \frac{F}{k_1} = \frac{0.6}{6} = 0.1\text{m}$ **(Ans.)**

ঘ শ্রেণি সমবায়ের জন্য, $k_s = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^{-1} = 2 \text{ Nm}^{-1}$

সমান্তরাল সমবায়ের জন্য, $k_p = k_1 + k_2 = (6 + 3) = 9 \text{ Nm}^{-1}$

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

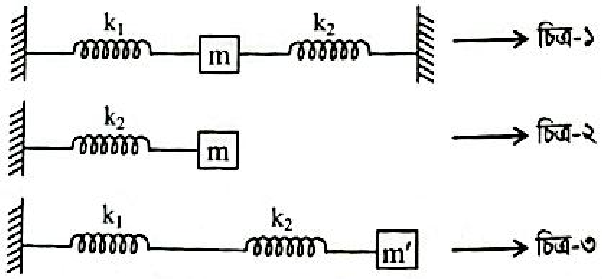
$\therefore \frac{f_s}{f_p} = \sqrt{\frac{k_s}{k_p}} = \sqrt{\frac{2}{9}}$

$\Rightarrow f_s = 0.471\, f_p$

$\therefore f_s \neq f_p$

অর্থাৎ উভয় সমবায়ের মিলিত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক ভিন্ন হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩১ দুটি স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক $k_1 = 1000 \text{ Nm}^{-1}$ এবং $k_2 = 2000 \text{ Nm}^{-1}$। m = 4.5 kg ও m′ ভরের দুটি বস্তু চিত্র অনুসারে যুক্ত থেকে মসৃণ মেঝেতে দুলতে সক্ষম।



(ক) ভূস্থির উপগ্রহ কাকে বলে? [ঢা. বো. ২২]

(খ) সরল দোলগতি পর্যাবৃত্তগতি; কিন্তু পর্যাবৃত্তগতি সরল দোলগতি নয়– ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২২]

(গ) উদ্দীপকের ২নং চিত্রে স্প্রিং এর কৌণিক কম্পাঙ্ক কত হবে? [ঢা. বো. ২২]

(ঘ) m′ = 1kg হলে উদ্দীপকের ১নং ও ৩নং চিত্রের স্প্রিংগুলোর পর্যায়কাল সমান হবে– বক্তব্যটি যাচাই কর। [ঢা. বো. ২২]

সমাধান:

ক যে কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর আহ্নিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘণ্টা তাকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তবে এর গতিকে পর্যায়বৃত্ত গতি বলে। এ গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক বা আরো জটিল হতে পারে।

আবার, কোনো দোলনরত বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে এ গতিকে সরল দোলন গতি বলে। সরল দোলনগতির গতিপথ সরলরৈখিক। অর্থাৎ সরল দোলন গতিতে পর্যায়বৃত্ত গতির সকল বৈশিষ্ট্য থাকলেও সকল পর্যায়বৃত্ত গতিতে সরল দোলন গতির বৈশিষ্ট্য থাকে না। তাই সরল দোলগতি পর্যায়বৃত্ত গতি, কিন্তু পর্যাবৃত্ত গতি সরল দোলগতি নয়।

গ কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k_2}{m}}$

$= \sqrt{\frac{2000}{4.5}}$

$= 21.08$ rad/s

দেওয়া আছে,
২নং চিত্রের বস্তুর ভর,
$m = 4.5$ kg
স্প্রিং ধ্রুবক, $k_2 = 2000\ Nm^{-1}$

অর্থাৎ ২নং চিত্রে স্প্রিং-এর কৌণিক কম্পাঙ্ক 21.08 rad/s। **(Ans.)**

ঘ ১নং চিত্রের জন্য:

তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক, $k_{eq} = k_1 + k_2$ (সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত)

$\therefore k_{eq} = 3000\ Nm^{-1}$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} = 2\pi\sqrt{\frac{4.5}{3000}} = 0.243$ s

৩নং চিত্রের জন্য:

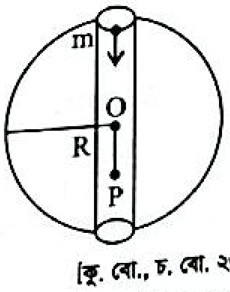
তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক, $k_{eq} = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}$ (শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত)

$= \frac{1000 \times 2000}{3000} = 666.7\ Nm^{-1}$

$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k_{eq}}} = 0.243\ s = T \quad \therefore T = T'$

অর্থাৎ ১নং ও ৩নং চিত্রের স্প্রিং-গুলোর পর্যায়কাল সমান হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩২ m ভরের একটি বস্তুকে পৃথিবীর কেন্দ্রগামী একটি সুড়ঙ্গের মধ্য দিয়ে ছেড়ে দেয়া হল। পৃথিবীর পৃষ্ঠে $g = 9.8\ ms^{-1}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m।
[$OP = 5 \times 10^5$ m]

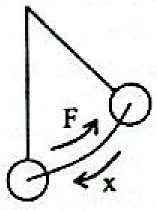


(ক) স্থানিক পর্যাবৃত্তি কী? [কু. বো., চ. বো. ২৩]
(খ) সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী– ব্যাখ্যা করো। [কু. বো. ২৩]
(গ) P বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় করো। [কু. বো. ২৩]
(ঘ) উদ্দীপকে সুড়ঙ্গ পথে ছেড়ে দেওয়া বস্তুটির দোলনকাল নির্ণয় করা সম্ভব কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। [কু. বো. ২৩]

সমাধান:

ক কোনো ঘটনার বা বিন্যাসের বা বস্তুর গতির যদি নির্দিষ্ট দূরত্ব পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে স্থানিক পর্যাবৃত্তি বলে।

খ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণাকে নির্দিষ্ট বলে টানলে এর বিপরীতে প্রত্যয়নী বল ক্রিয়া করে। এই বল গতিশীল কণাকে সাম্যাবস্থানের দিকে টানে। তবে গতিজড়তার কারণে কণাটি সাম্যাবস্থান থেকে দূরে যেতে থাকে। অর্থাৎ প্রত্যয়নী বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হয়।



$\therefore F \propto -x$

$\Rightarrow a \propto -x$ [$\because F = ma$ এবং m ধ্রুবক]

অর্থাৎ বল বিপরীতমুখী হওয়ায় কণার ত্বরণও সরণের বিপরীতমুখী হয়।

গ $g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$

$= 9.8\left\{1 - \left(\frac{5.9 \times 10^6}{6.4 \times 10^6}\right)\right\}$

$\therefore g' = 0.766\ ms^{-2}$ **(Ans.)**

দেওয়া আছে,
$OP = 5 \times 10^5$ m
$\therefore h = R - OP$
$= 6.4 \times 10^6 - 5 \times 10^5$
$= 5.9 \times 10^6$ m

ঘ ধরি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে h গভীরতার ত্বরণ, $g_h = \frac{4}{3}\pi\rho G(R - h)$

এই (R – h) হলো পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে সরণ, একে x দ্বারা প্রতিস্থাপন করে পাই, $g_h = \frac{4}{3}\pi\rho Gx$

$\therefore$ m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল,

$F = mg_h = -\frac{4}{3}\pi\rho Gmx = -kx$ $\left[\frac{4}{3}\pi\rho Gm = \text{ধ্রুবক} = k \text{ ধরে}\right]$

$\therefore F = -kx$

$\Rightarrow g_h = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$

$\therefore$ সুড়ঙ্গপথে গতি একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি।

$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{4}{3}\pi\rho Gm}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{3}{4\pi\rho G}}$

$= \sqrt{\frac{3\pi}{\rho G}} = 5068.64$ sec

[পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3\ kgm^{-3}$]

সুতরাং বস্তুটির দোলনকাল নির্ণয় করা সম্ভব। **(Ans.)**

সৃজনশীল অংশ (Practice)

প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

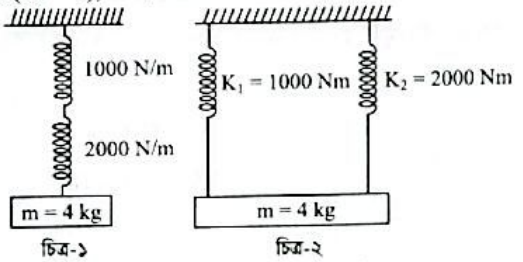
১ পরীক্ষাগারে একজন ছাত্র উল্লম্বভাবে রাখা একটি স্প্রিং এর উপর 0.8 m উঁচু 4 kg ভরের বস্তু ছেড়ে দিলে বস্তুটি স্প্রিং এ আটকে যায় এবং 0.2 m সংকুচিত হয়। ঐ একই স্প্রিংকে দৃঢ় অবস্থানে আটকিয়ে একই ভর যুক্ত করে দোলন কালের পরিবর্তন পর্যবেক্ষণ করল।

(গ) **স্প্রিং এর প্রতিরোধকারী বল কত?** [উত্তর: 313.6 N]

(ঘ) **উদ্দীপকের ছাত্রের পর্যবেক্ষণ- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।**

[উত্তর: পরিবর্তিত দোলনকাল, T′ = 0.35 T। অতএব, সঠিক ছিল]

২ চিত্রের ব্যবস্থা দুটিকে মুক্তভাবে স্পন্দিত করা হলে এটি সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হতে থাকে। এক্ষেত্রে সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণটি হলো, $y = 25\sin(\omega t + \delta)$, এবং পর্যায়কাল 40 sec এবং আদিসরণ 8 cm।



চিত্র-১ চিত্র-২

(গ) **উদ্দীপকের সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার আদি দশা ও 7 sec সময়ে দশা নির্ণয় কর।** [উত্তর: 18.66° এবং 81.65°]

(ঘ) **উদ্দীপকের কোন ব্যবস্থাটির পর্যায়কাল বেশি হবে?– গাণিতিকভাবে যাচাই কর।**

[উত্তর: $\frac{T_1}{T_2} = 0.47$ চিত্র-২ এর পর্যায়কাল বেশি হবে]

৩ 1 m দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিংকে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর অপর প্রান্তে 200 g ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেয়া হলো। এতে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 1.10 m হলো। অতঃপর বস্তুটিকে নিচের দিকে 20 cm টেনে ছেড়ে দেয়া হলো।

(গ) **বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি নির্ণয় কর।** [উত্তর: 0.392 J]

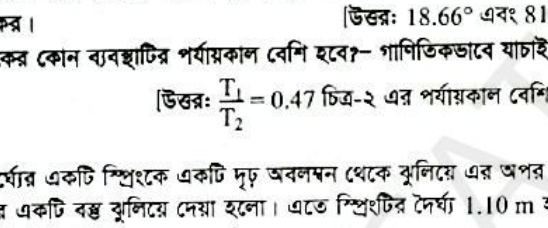
(ঘ) **সাম্যাবস্থান হতে কত দূরে বস্তুটির বিভব শক্তি মোট শক্তির অর্ধেক হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: 14.14 cm]

৪ ক্যাডেট 'O' একটি সরল দোলক তৈরি করল যার কার্যকরী দৈর্ঘ্য 75 cm এবং ভর 10 gm। 'O' ক্যাডেটের অবস্থানে g এর মান 9.8 ms^{-2}।

(গ) **দোলকটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর।** [উত্তর: 1.7882 s]

(ঘ) **দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন করে ক্যাডেট গোলকটিকে সেকেন্ড দোলকে পরিণত করে চাঁদে নিয়ে গেলে এর পর্যায়কাল কত হবে? পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর এবং ব্যাসার্ধের 81 এবং 4 গুণ।** [উত্তর: 4.5 s]

৫ সার্কাস অনুষ্ঠানে দুইজন অংশগ্রহণকারী রাফি ও সামিন সর্বাধিক বিস্তার নিয়ে দোল দিচ্ছে।



(গ) **রাফির সাম্যাবস্থান অতিক্রমকালে বেগ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 3.067 ms^{-1}]

(ঘ) **রাফি ও সামিনের মধ্যে কে একই সময়ে অধিক সংখ্যক দোল দিতে পারবে বলে তুমি মনে কর। গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।**

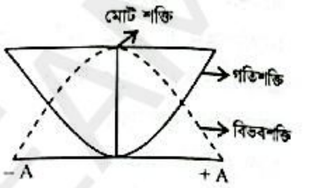
[উত্তর: রাফি বেশি দোল দিবে]

৬ কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের দোলনকাল 1.8 s। উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km। এরপর দোলকটিকে 711.12 km উচ্চতাবিশিষ্ট একটি পাহাড়ের চূড়ায় নেয়া হলো।

(গ) **উদ্দীপকের দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 24% বৃদ্ধি করা হলে দোলনকাল কত হবে? নির্ণয় কর।** [উত্তর: 2.004 S]

(ঘ) **উদ্দীপকের পাহাড়টির চূড়ায় দোলকটি সেকেন্ড দোলক হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণসহ মতামত দাও।** [উত্তর: হবে]

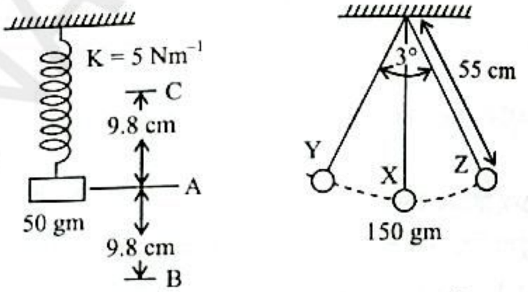
৭ চিত্রে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত 0.5 kg ভরের বস্তুর শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র দেখানো হলো। বস্তুটির বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 16 Hz।



(গ) **উদ্দীপকের চিত্রের $x = \frac{A}{3}$ অবস্থানে বস্তুটির ত্বরণ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 33.68 ms^{-2}]

(ঘ) **উদ্দীপকের $x = \frac{A}{2}$ ও $x = \frac{A}{4}$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে কি না? যাচাই করে দেখাও।** [উত্তর: উভয় স্থানেই মোট যান্ত্রিকশক্তি 0.252J। অতএব, যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলবে]

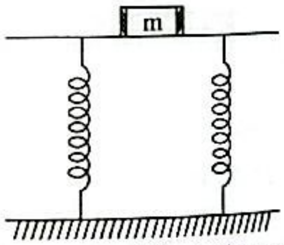
৮



(গ) **উদ্দীপকের স্প্রিংটিতে সংযুক্ত ভরের দোলনকাল কত?** [উত্তর: 0.628 s]

(ঘ) **চিত্রের A অবস্থানে ভরটির গতিশক্তি ও X অবস্থানে ববটির গতিশক্তি সমান হবে কি না– গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর।** [উত্তর: A একস্থানে গতিশক্তি 0.02401 J এবং x অবস্থানে 0.1081 J। অতএব, সমান নয়]

৯ চিত্রে একই ধরনের দুটো স্প্রিং দেখানো হয়েছে। যখন স্প্রিং-এর উপর 10 kg ভরের একটি পাটাতন রাখা হয় তখন স্প্রিং দুটো 0.56 m সংকুচিত হয়। পাটাতনে সামান্য চাপা দিয়ে স্প্রিংটিকে অতিরিক্ত 0.02 m সংকুচিত করে ছেড়ে দিলে পুরো ব্যবস্থাটি 1.5 sec দোলনকালে সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে থাকে। যখন m ভরের একটি ব্লক পাটাতনের উপর চাপানো হয়, তখন দোলনকাল 3 sec হয়।



(গ) **ব্লকটি রাখার পূর্বে স্পন্দনের সর্বোচ্চ বেগ কত?** [উত্তর: 2.429 ms^{-1}]

(ঘ) **এই ব্যবস্থার সাহায্যে ব্লকটির ভর নির্ণয় করা যাবে– গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর।** [উত্তর: ব্লকটির ভর 30 kg]

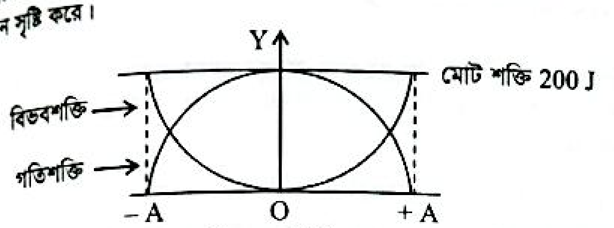
১০ নিচের চিত্রে, 2 kg ভরের কোনো বস্তু কোনো স্প্রিং এর সাথে আটকানো আছে। বস্তুর উপর 9.8 N অনুভূমিক বল প্রয়োগ করে ছেড়ে দেয়া হলে। এটি ঘর্ষণহীনভাবে সরলছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়।

(গ) **কম্পনশীল বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ কত?** [উত্তর: 0.7 ms^{-1}]

(ঘ) **সাম্যাবস্থান থেকে 5 cm দূরে শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি বজায় থাকে কিনা যাচাই কর।**

[উত্তর: 5 cm স্তরে মোট যান্ত্রিক শক্তি 0.49J। ∴ নীতি বজায় থাকে।]

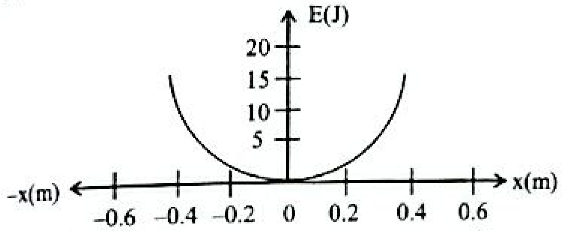
১১ নিচের চিত্রে, কোন সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তু কণার সরণ বনাম শক্তির লেখচিত্র দেখানো হলো। কণাটির বিস্তার 10 cm। কণাটি 5 sec এ 15টি পূর্ণ কম্পন সৃষ্টি করে।



(গ) x = 5 cm অবস্থানে কণাটির বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.63 ms^{-1}]

(ঘ) লেখচিত্র দেখা যাচ্ছে যে, কণাটির মোট শক্তি, সর্বোচ্চ গতিশক্তি এবং সর্বোচ্চ বিভবশক্তি একই (ধ্রুব)-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।
[উত্তর: শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি থেকে মোট শক্তি সবসময় ধ্রুব থাকবে]

১২ লেখচিত্রে, 2 kg ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল। বস্তুটির বিভবশক্তি সাম্যাবস্থান বিন্দু 'O' থেকে সরণ x এর সাথে পরিবর্তিত হয়।



(গ) বস্তুটির দোলনকাল কত? [উত্তর: 0.843 sec]

(ঘ) লেখচিত্রের তথ্য ব্যবহার করে দেখাও যে, বস্তুটি শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি মেনে চলে।

১৩ কোনো স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1m। ঐ স্থানের অপর একটি দোলক প্রতি মিনিটে 20টি দোল দেয়।

(গ) দ্বিতীয় দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত? [উত্তর: 2.25 m]

(ঘ) দোলকটির কার্যকরি দৈর্ঘ্য 1% কম হলে, দোলকটির এক দিনের কম বা বেশি দোলন দেয়ার সংখ্যা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
[উত্তর: দিনে দোলন সংখ্যা বেড়ে যাবে 432]

১৪ শিশু পার্কে 4 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুটি দোলনায় বসে দুই বন্ধু দোল খাচ্ছে। দোল খেতে খেতে তারা এমন প্রতিযোগিতায় লিপ্ত হলো যে, নির্দিষ্ট সময়ে কে কত বেশি সংখ্যক বার দোল খেতে পারে এবং এজন্য প্রথম বন্ধু দোলনায় উঠে দাঁড়াল আর দ্বিতীয়জন বসেই দোল খেতে থাকল।

(গ) দ্বিতীয় দোলনাটির সাম্যাবস্থান হতে বিস্তারের অর্ধেক দূরত্ব যেতে কত সময় লাগবে? [উত্তর: 0.334 s]

(ঘ) কোন বন্ধু জয়ী হবে বলে তুমি মনে কর। [উত্তর: প্রথম প্রতিযোগী]

১৫ 1 m দীর্ঘ এবং 500 cm দৈর্ঘ্যের সুতা নিয়ে দুইটি সরল দোলক তৈরি করা হলো। ভূ-পৃষ্ঠের কোন এক স্থানে দ্বিতীয় দোলকটির পর্যায়কাল 1.43 s [এখানে ভরের ব্যাসার্ধকে অগ্রাহ্য করা হয়।]

(গ) ভূ-পৃষ্ঠের উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [উত্তর: 9.65 ms^{-2}]

(ঘ) উক্ত স্থানে ১ম দোলকের ব্যবহৃত সুতা দিয়ে সেকেন্ড দোলক তৈরির সম্ভাব্যতা যাচাই কর। [উত্তর: তৈরি করা সম্ভব]

১৬ একটি সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল 50% বাড়াতে বলায় একজন শিক্ষার্থী কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করলেন।

(গ) সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্ণয় করো। [উত্তর: 3.1416 $rads^{-1}$]

(ঘ) শিক্ষার্থীর সিদ্ধান্ত যে সঠিক ছিল, তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।
[$g = 9.7\ ms^{-2}$] [উত্তর: কার্যকর দৈর্ঘ্য 125% বৃদ্ধি করতে হবে]

১৭ সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন একটি বস্তুর বেগ 3 ms^{-1} যখন সরণ 4 m এবং বেগ যখন 4 ms^{-1} তখন সরণ 3 m।

(গ) দোলনের বিস্তার ও পর্যায়কাল নির্ণয় করো। [উত্তর: 5 m, 6.28 sec]

(ঘ) বস্তুটির ভর 50 kg হলে দোলনের মোট শক্তি নির্ণয় করো। [উত্তর: 625 J]

১৮ একজন শিক্ষার্থী সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার সরণের সমীকরণ লিখল, $x = 0.2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (যেখানে সকল রাশি SI এককে)। সে বললো কম্পনশীল কণাটি যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র মেনে চলবে।

(গ) কণাটি সাম্যাবস্থানে পৌঁছাতে সর্বনিম্ন কত সময় লাগবে? [উত্তর: 2.5 sec]

(ঘ) কম্পনশীল কণাটি 3 সে. ও 7 সে. সময় পর যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলবে কি-না– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই করো।
[উত্তর: উভয় সময়েই মোট যান্ত্রিক শক্তি-0.0219 mJ মেনে চলবে]

১৯ একটি স্প্রিং এর অগ্রভাগে 0.45 kg ভরের বস্তু ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0.1 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে সাম্যাবস্থা হতে আরো 8×10^{-2} m টেনে ছেড়ে দেওয়া হলো।

(গ) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় করো। [উত্তর: 44.1 Nm^{-1}]

(ঘ) উদ্দীপকে স্প্রিং এর $\left(x = -\frac{A}{2}\text{ ও } = -A\right)$ অবস্থানে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে– গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।

২০ ভূপৃষ্ঠে মুক্তভাবে আন্দোলিত কোনো সরল দোলকের গতির সমীকরণ, $x = 5 \sin \pi (t + 0.5)$.

(গ) 5 sec পর দোলকটির ত্বরণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 49.35 ms^{-2}]

(ঘ) যদি দোলকটিকে 200 m উচু কোনো পাহাড়ের চূড়ায় নেওয়া হয় তবে দোলন সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হবে কি?– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।
[উত্তর: দোলনসংখ্যা হ্রাস পাবে।]

২১ একটি স্প্রিংয়ের এক প্রান্তে 0.3 kg ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে এটি 0.1 m প্রসারিত হয়। এরপর স্প্রিংটিকে সাম্যাবস্থান থেকে আরো 8×10^{-2} m টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়।

(গ) বস্তুটির মোট শক্তি কত? [উত্তর: 9.408×10^{-2} J]

(ঘ) উদ্দীপক অনুযায়ী, সাম্যাবস্থান হতে 5×10^{-2} m দূরে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করা সম্ভব কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
[উত্তর: সম্ভব। বেগ 0.618 ms^{-1}, ত্বরণ – 4.9 ms^{-2}]

২২ 1 m দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিংকে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে উল্লম্বভাবে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে 200 gm ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেওয়া হলো। স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 1.20 m হলো। এরপর স্প্রিংটির নিচের দিকে বল প্রয়োগ করে 20 cm টেনে ছেড়ে দেওয়া হলো।

(গ) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.196 J]

(ঘ) সাম্যাবস্থান থেকে কত দূরত্বে স্প্রিংটির বিভবশক্তি মোট শক্তির অর্ধেক হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও। [উত্তর: 14.14 cm দূরে।]

২৩ একটি সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 99 cm এবং সর্বোচ্চ সরণ 5 cm। এটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে সঠিক সময় (2 sec) দেয়। পরবর্তীতে শুধুমাত্র এর কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ করা হয় এবং আরেকবার শুধুমাত্র বিস্তার দ্বিগুণ করা হয়।

(গ) সরল দোলকটিকে ভূ-পৃষ্ঠে নেয়া হলে একদিনে কতটি দোল হারাবে বা লাভ করবে? [উত্তর: 65 টি। দোলন লাভ করবে]

(ঘ) দোলকটির কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ এবং বিস্তার দ্বিগুণ করার ক্ষেত্রে কোনটির ক্ষেত্রে শক্তি বেশি হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।
[উত্তর: উভয়ক্ষেত্রে শক্তি সমান হবে।]

২৪ একটি কণা সরল দোল গতিতে দুলছে। যখন এটি মধ্যাবস্থান হতে 2 cm এবং 3 cm দূরে তখন এর গতিবেগ যথাক্রমে $4\ cms^{-1}$ ও $3\ cms^{-1}$। একটি সেকেন্ড দোলক ঘড়ি পাহাড়ের পাদদেশে সঠিক সময় দিলেও পাহাড়ের চূড়ায় উঠলে 3 ঘণ্টায় 10 sec সময়ের পার্থক্য দেখায়। পৃথিবীর ব্যাস 12800 km এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ ms^{-2}$।

(গ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরল দোলগতিতে দোলনরত কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [উত্তর: 160 s]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লেখিত পাহাড়ের চূড়ায় সেকেন্ড দোলক হিসেবে কাজ করতে হলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত শতাংশ হ্রাস বা বৃদ্ধি করতে হবে– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: 0.19% হ্রাস করতে হবে।]

২৫ $12\ Nm^{-1}$ এবং $6\ Nm^{-1}$ বল ধ্রুবক বিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে হিমু শ্রেণি এবং শুভ্র সমান্তরাল সমবায়ে সজ্জিত করে। উভয়ক্ষেত্রে 500 gm ভরের বস্তু ঝুলিয়ে কম্পাঙ্ক এবং সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় করে।

(গ) হিমুর সজ্জিত সমবায়ে স্প্রিং এর প্রসারণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.225 m]

(ঘ) হিমু এবং শুভ্রর মধ্যে কে অধিক দোলনকাল পাবে? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: হিমুর ক্ষেত্রে দোলনকাল 2.22 S এবং শুভ্রর 1.05 S। অতএব হিমু অধিক পাবে।]

২৬ পর্বত আরোহী মাবরুর একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে লক্ষ্য করল দিনে 110 sec সময় হারায়। পরবর্তীতে দোলকটিকে পাহাড়ের উচ্চতার সমান গভীরতায় নিয়ে দেখলো দিনে পূর্বের চেয়ে কম সময় হারায়। ববের ব্যাসার্ধ 1.29 mm এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m।

(গ) সেকেন্ড দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.99171 m]

(ঘ) মাবরুরের পর্যবেক্ষণের সত্যতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: সঠিক ছিল]

২৭ একটি সেকেন্ড দোলক পাহাড়ের চূড়ায় সঠিক সময় দেয়। দোলকটি ভূপৃষ্ঠে আনা হলে দিনে 150 সেকেন্ড সময়ের পার্থক্য পাওয়া গেল। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.8\ ms^{-2}$।

(গ) উদ্দীপকের পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। [উত্তর: 11.11 km]

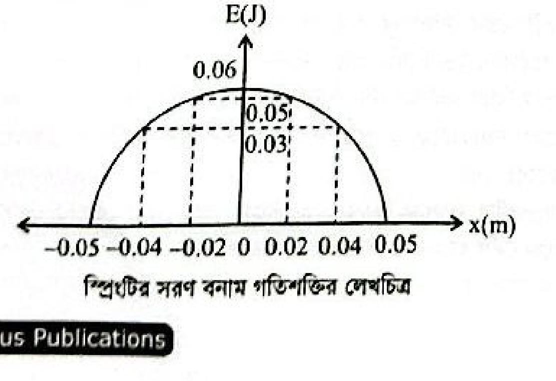
(ঘ) উদ্দীপকের দোলকটিকে ভূপৃষ্ঠে সেকেন্ড দোলকে রূপান্তর সম্ভব কিনা– গাণিতিক যুক্তিসহ মতামত দাও। [উত্তর: দোলকটির দৈর্ঘ্য 3.5 mm বাড়িয়ে সেকেন্ড দোলকে রূপান্তর করা সম্ভব।]

২৮ 1 m কার্যকরী দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কোনো দোলক 10 cm বিস্তারে এবং 30° কোণে দুলছে। দোলকটির দোলনকাল 2.15 s, গতিপথের A বিন্দুতে ত্বরণ $0.68\ ms^{-2}$ এবং ববের ভর 5 g। পরবর্তীতে উক্ত দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য 10 cm কমিয়ে একই বিস্তারে দুলতে দেওয়া হয়।

(গ) A বিন্দুর অবস্থান সরণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.08 m]

(ঘ) উদ্দীপকের উভয় ক্ষেত্রে A বিন্দুর অবস্থান সরণ, ববের উপর প্রযুক্ত বলের মানের কোনো পরিবর্তন হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: সরণ এবং প্রযুক্ত বল পরিবর্তিত হবে।]

২৯ 0.30 kg ভরের বস্তুকে একটি স্প্রিং এর সাথে যুক্ত করা হয়। এবার স্প্রিংটিকে ঘর্ষণবিহীনভাবে ভূমির সমান্তরালে সরলছন্দিত স্পন্দনে দুলতে দেওয়া হলো।



স্প্রিংটির সরণ বনাম গতিশক্তির লেখচিত্র

(গ) স্প্রিংটির সর্বোচ্চ বেগ কত? [উত্তর: $0.63\ ms^{-1}$]

(ঘ) লেখচিত্রের ডাটা ব্যবহার করে স্প্রিং এর বিভবশক্তি বনাম সরণ এর লেখচিত্র কেমন হবে চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর।

৩০ m ভরের একটি গতিশীল বস্তুকণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i}\cos\omega t + \hat{j}\sin\omega t$। বস্তুকণাটি অবস্থান ভেক্টরের মানের সমান সরণ ও বল ধ্রুবক k নিয়ে সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলতে পারে।

(গ) $\vec{r} \times \vec{v}$ নির্ণয় কর। [উত্তর: $\omega\hat{k}$]

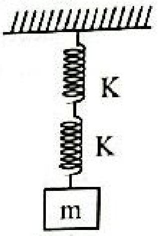
(ঘ) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণে বস্তুটির গতিশক্তি ও বিভবশক্তি সমান হবে কিনা– গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: সমান হবেনা।]

৩১ সরল ছন্দিত গতিশীল কণার ভর 100 gm। কণাটির সর্বাধিক বিস্তার 10 cm। সাম্যাবস্থান থেকে সর্বাধিক বিস্তারের অবস্থানে পৌছাতে সময় লাগে 0.5 cm।

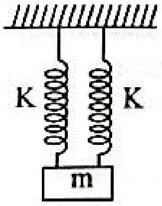
(গ) উদ্দীপকের কণাটির 8 cm সরণে বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $0.1885\ ms^{-1}$]

(ঘ) সাম্যাবস্থানে গতিশক্তি ও বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি সমান কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [উত্তর: সমান হবে। সাম্যবস্থান এবং বিস্তার অবস্থানে স্থিতিশক্তি হবে 4.93×10^{-3}J]

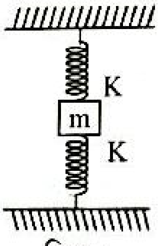
৩২ 2π sec পর্যায়কাল বিশিষ্ট সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো কণার গতির সমীকরণ $y = 25\sin(\omega t + \delta)$ এবং আদি সরণ 8 cm। আবার, প্রত্যেকটি নিচের চিত্রে $K = 2000\ Nm^{-1}$ বল ধ্রুবক বিশিষ্ট সরল ছন্দিত স্পন্দনরত দুটি স্প্রিং রয়েছে। (m = 4 kg)



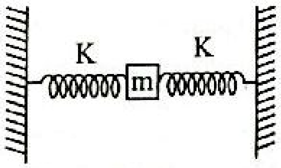
চিত্র-১



চিত্র-২



চিত্র-৩



চিত্র-৪

(গ) উদ্দীপকের কণাটির 7 sec-এ দশা কোণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 7.0032 rad]

(ঘ) উদ্দীপকের কোন চিত্রের স্প্রিং সমবায়ের গতি অধিক ধীর হবে– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: চিত্র-১ এর]

৩৩ 1 m দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিংকে একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর অপর প্রান্তে 200 pound ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে দেওয়া হলো। এতে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 1.10 ft হলো। অতঃপর বস্তুটিকে নিচের দিকে 20 inch টেনে ছেড়ে দেওয়া হলো।

(গ) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উত্তর: 492 J]

(ঘ) সাম্যাবস্থান থেকে কত দূরে বস্তুটির বিভব শক্তি মোট শক্তির অর্ধেক হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ লিখ। [উত্তর: 0.361 m বা 14.2 inch দূরে]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

পর্যাবৃত্ত

১। পর্যাবৃত্ত কাকে বলে? [রা. বো. ২৫]
উত্তর: কোনো রাশি বা অপেক্ষকের যদি বারবার পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে পর্যাবৃত্ত বলে।

২। পর্যায়কাল কাকে বলে? [ব. বো. ২৪; য. বো. ২২; কু. বো., চ. বো. ২১]
উত্তর: পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে ঐ সময়কে পর্যায়কাল বলে।

৩। পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে? [রা. বো. ২৪; কু. বো. ২২; য. বো. ২১; কু. বো. ১৭; সি. বো. ১৭]
উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সে গতিকে পর্যায়বৃত্ত গতি বলে।

৪। স্থানিক পর্যায়ক্রম কাকে বলে?
উত্তর: পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি স্থান সাপেক্ষ হয়, তবে তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বলে।

৫। স্থানিক পর্যাবৃত্তি কী? [কু. বো. ২৫, ২৩, চ. বো. ২৩]
উত্তর: কোনো ঘটনার বা বিন্যাসের বা বস্তুর গতির যদি নির্দিষ্ট দূরত্ব পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে স্থানিক পর্যাবৃত্তি বলে।

সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট

৬। বল ধ্রুবকের একক কী? [য. বো. ২৪]
উত্তর: বল ধ্রুবকের একক Nm^{-1}।

৭। সরল দোলকের প্রথম সূত্রটি লিখ।
উত্তর: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরল দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগে। দোলনকাল কৌণিক বিস্তারের ওপর নির্ভর করে না।

৮। দশা কী? [চ. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৩, ১৯; ম. বো. ২৩; ব. বো., রা. বো. ২২]
উত্তর: সরল দোলন গতিতে গতিশীল কণার গতির সার্বিক অবস্থা তথা কণাটির অবস্থান, সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি যে রাশি দ্বারা বোঝা যায় তাকে দশা বলে।

৯। সরল দোলকের দ্বিতীয় সূত্রটি লিখ।
উত্তর: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল (T) এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) এর বর্গমূলের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

১০। কৌণিক কম্পাঙ্ক কাকে বলে? [সি. বো. ২৫; দি. বো. ২৩; চ. বো. ২২]
উত্তর: সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে।

১১। সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রটি লিখ।
উত্তর: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) অপরিবর্তিত থাকলে তার দোলনকাল (T) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)-এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

১২। সরল ছন্দিত স্পন্দন কী? [ম. বো. ২৫, ২৪]
বা, সরল দোলন গতি কী?
উত্তর: যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে একে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

১৩। পূর্ণ স্পন্দন বা দোলন কী? [দি. বো. ২৫]
উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে একটি সম্পূর্ণ অগ্রপশ্চাৎ গতিকে পূর্ণ স্পন্দন বা দোলন বলে।

১৪। সরল দোলক কাকে বলে? [ম. বো. ২১]
উত্তর: একটি ভারি আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উলম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

১৫। স্পন্দন গতি কাকে বলে? [কু. বো., ব. বো. ২৩]
উত্তর: পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তু যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে এর গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

১৬। কম্পাঙ্ক কাকে বলে?
উত্তর: কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড এক সেকেন্ডে যতবার পূর্ণ দোলন দেয়, তাকে কম্পাঙ্ক বা কম্পনি বলে।

১৭। বিস্তার কাকে বলে?
উত্তর: দুলবার সময় কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড সাম্যাবস্থা হতে সর্বাপেক্ষা যতটা বেশি দূরে যায় তাকে তার বিস্তার বলে।

সরল দোলন গতির ব্যবহার

১৮। সরল দোলকের ভরের সূত্রটি লিখ।
উত্তর: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভর, আয়তন, উপাদান ইত্যাদির ওপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভর, আয়তন বা উপাদানের ববের জন্য দোলকের দোলনকাল একই হয়।

১৯। সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কী? [সি. বো. ২২]
উত্তর: ঝুলনবিন্দু থেকে ববের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বলে।

২০। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার অন্তরক সমীকরণটি লিখ। [ব. বো. ১৭]
উত্তর: সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার অন্তরক সমীকরণটি হলো,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

২১। মধ্যাবস্থান বা mean position কী? [কু. বো. ১৭]
উত্তর: স্পন্দনরত বস্তুর গতিপথের যে নির্দিষ্ট বিন্দুতে কোনো লব্ধি বল ক্রিয়া করে না, তাকে সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থান বা mean Position বলা হয়।

২২। কৌণিক বিস্তার কাকে বলে?
উত্তর: দোলনের সময় দোলক যেকোনো একদিকে সাম্যাবস্থান হতে সর্বোচ্চ যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর কৌণিক বিস্তার বলে।

২৩। দোলক ঘড়ি কী? [কু. বো. ২২]
উত্তর: সরল দোলককে যখন সময় পরিমাপের জন্য ব্যবহার করা হয় তখন তাকে দোলক ঘড়ি বলে।

২৪। দশা পার্থক্য বলতে কী বুঝায়?
উত্তর: দশা পার্থক্য বলতে একটি কণা আরেকটি কণা হতে কত দশা কোণে এগিয়ে বা পিছিয়ে তা বোঝানো হয়।

২৫। একটি স্পন্দনরত কণার দশা কী? [চ. বো. ২৪]
উত্তর: একটি স্পন্দনরত কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা অর্থাৎ কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বোঝায়।

২৬। কম্পাঙ্কের সাথে দোলনকালের সম্পর্ক কী?
উত্তর: কম্পাঙ্ক f এবং দোলনকাল T হলে, $f = \frac{1}{T}$ অর্থাৎ কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ করলে দোলনকাল অর্ধেক হবে, দোলনকাল দ্বিগুণ করলে কম্পাঙ্ক অর্ধেক হবে।

সেকেন্ড দোলক

২৭। সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? [ঢা. বো. ২৫; সি. বো. ২৪; রা. বো., ম. বো, ২২; ব. বো. ১৭]
উত্তর: যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে দোলকের এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

পর্যাবৃত্ত

১। দোলকের গতি ও বৈদ্যুতিক পাখার গতির মধ্যে পার্থক্য কী? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৪]

উত্তর: দোলকের গতি ও বৈদ্যুতিক পাখার গতি যথাক্রমে সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি ও পর্যায়বৃত্ত গতি।

পর্যায়বৃত্ত গতি	সরল দোলন গতি
১. কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সে গতিকে পর্যায়বৃত্ত গতি বলে।	১. যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে একে সরল দোলন গতি বলে।
২. গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক ইত্যাদি হতে পারে	২. গতিপথ সর্বদা সরলরৈখিক।
৩. বল সর্বদা নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী নয়	৩. বল সর্বদা নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী
৪. বলের মান সর্বদা সাম্যাবস্থান থেকে সরণের সমানুপাতিক নয়	৪. বলের মান সর্বদা সাম্যাবস্থান থেকে সরণের সমানুপাতিক

২। পর্যায়বৃত্ত গতিতে আদি দশা কোণ কেন ধ্রুব থাকে? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৭]

উত্তর: পর্যাবৃত্ত গতির সংজ্ঞানুযায়ী এটি এর গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। আবার, দশা বলতে কম্পমান কোনো কণার যেকোনো মুহূর্তে কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ ও গতির অভিমুখকে বুঝায়। তাই পর্যাবৃত্ত গতির ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট সময় পরপর কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ ও গতির অভিমুখের পুনরাবৃত্তি ঘটে। এখন আদি দশা কোণ যদি পরিবর্তনশীল হয়, তাহলে পর্যায়বৃত্ত গতির ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট সময় পর পর কণাটির দশার পুনরাবৃত্তি ঘটবে না। তাই বস্তু বা কণা পর্যায়বৃত্ত গতিতে গতিশীল থাকলে এর আদি দশা কোণ ধ্রুব থাকতে হবে।

৩। পর্যায়বৃত্ত গতির গতিপথ কেমন হয়? [ব. বো. ২১]

উত্তর: পর্যায়বৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা এর গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে। এ গতির গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার বা সরলরৈখিক হতে পারে। যেমন: ঘড়ির কাঁটার গতি বৃত্তাকার, সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর গতি উপবৃত্তাকার এবং স্প্রিং এর গতি সরলরৈখিক।

৪। কালিক পর্যাবৃত্তি ব্যাখ্যা করো। [রা. বো. ২১]

উত্তর: কোনো রাশি বা ফাংশনের মান যদি এমন হয় যে, নির্দিষ্ট সময় পরপর সেটি একই মান গ্রহণ করে, তবে তাকে কালিক পর্যাবৃত্তি বলে।

যেমন, ১৬ ডিসেম্বর আমাদের জাতীয় বিজয় দিবস, ঘড়ির কাঁটার গতি, সরল দোলকের বা স্প্রিং-এর গতি, আমাদের বাড়ি ঘরে ব্যবহৃত পর্যাবৃত্ত বা দিক পরিবর্তী প্রবাহ যা প্রতি 0.02 সেকেন্ড পরপর একই মান গ্রহণ করে। কালিক পর্যাবৃত্তি হার বা কম্পাঙ্ককে প্রতি সেকেন্ড এককে পরিমাপ করা যায়।

সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট

৫। পৃথিবীর গতি সরল ছন্দিত গতি নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৪]

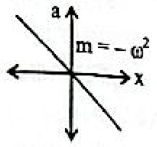
উত্তর: সরল ছন্দিত গতি হতে হলে বস্তুটিকে সাম্য অবস্থার চারপাশে দোলন করতে হয় এবং বল স্থানাচ্যুতির সাথে সমানুপাতিক হতে হয়। কিন্তু পৃথিবী সূর্যের চারপাশে উপবৃত্তকার পথে ঘোরে, একটি দোলন নয় এবং এর বলও স্থানচ্যুতির সমানুপাতিক নয়। তাই পৃথিবীর গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

৬। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল কণার ত্বরণ বনাম সরণের লেখচিত্র ব্যাখ্যা কর। [য. বো., রা. বো. ২৪]

উত্তর: আমরা জানি, সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল কণার জন্য, $a = -\omega^2 x$

যেখানে, ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক; x = কণার সরণ

সমীকরণটিকে $y = mx$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে, ঢাল $m = -\omega^2$। এটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা যার ঢাল ঋণাত্মক।



৭। $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণ ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২১]

উত্তর: $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণটি হচ্ছে সরল দোলন গতির সরণের সমীকরণ।

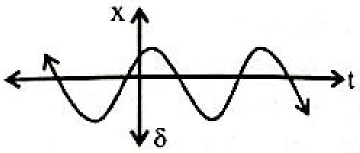
যেখানে, x = সরণ,

A = বিস্তার

ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক

t = সময়

δ = দশা পার্থক্য



এই সমীকরণের লেখচিত্র হবে,

এই লেখচিত্রের বিভিন্ন বিন্দু দ্বারা সরল দোলন গতির নির্দিষ্ট সময়ে বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি বিভিন্ন দশা নির্ণয় করা সম্ভব।

৮। কম্পনশীল সুরশলাকার বাহুর স্পন্দন একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন- ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৩; অনুরূপ দি. বো. ২২; য. বো. ২১; রা. বো. ১৯; ঢা. বো., য. বো. ১৭]

উত্তর: স্পন্দনরত কোনো কণার ত্বরণ যদি সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সরণের সমানুপাতিক হয় এবং ত্বরণের দিক সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তবে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে। কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর ত্বরণ সর্বদা সাম্যাবস্থা হতে বাহুর সরণের সমানুপাতিক হয়। আবার কম্পনশীল বাহুর ত্বরণের দিক হয় সাম্যাবস্থান অভিমুখী। এছাড়াও কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর গতি সরলরৈখিক হয়। ফলে বলা যায় যে, কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর স্পন্দন একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন।

৯। স্পন্দরত কণার মৌলিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখতে হয় কেন, ব্যাখ্যা করো। [কু. বো. ২৩]

উত্তর: স্পন্দনরত কণার গতি সরলরৈখিক হওয়া প্রয়োজন। তাই কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখতে হয়।

স্পন্দনরত কণার কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে এর গতি সরলরৈখিক থাকে না বৃত্তাকার হয়ে যায়। সেক্ষেত্রে কণাটি সরল দোলকের গতির বৈশিষ্ট্য মেনে চলে না। ফলে কণাটির দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সূত্রটি প্রযোজ্য হবে না। কারণ এই সূত্রটি প্রতিষ্ঠিত হয়েছে $\theta \leq 4°$ শর্তে। তাই বলা যায়, স্পন্দনরত কণার কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখতে হয়।

১০। সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন কি না? ব্যাখ্যা দাও। [কু. বো. ১৯]

উত্তর: সরল দোল গতির ক্ষেত্রে ববের বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

সাম্যাবস্থানে $x = 0$; সুতরাং উপরিউক্ত সম্পর্ক অনুসারে সাম্যাবস্থানে বেগ দাড়ায়, $v = \omega\sqrt{A^2} = \omega A$।

এখানে, x এর মান যত কম হবে ববের বেগ তত বেশি হবে। অতএব, সাম্যাবস্থানে x এর মান সর্বনিম্ন হওয়ায় এখানে ববের বেগ সর্বোচ্চ। সুতরাং সরল দোল গতির ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থানে ববের বেগ সর্বনিম্ন নয় বরং সর্বোচ্চ।

১১। দোলকের গতি মাত্রই সরলছন্দিত গতি নয়– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ১৭]

উত্তর: সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য হলো:

(i) এটি পর্যায়বৃত্ত গতি হতে হবে।

(ii) বস্তুর গতি স্পন্দন গতি হতে হবে।

(iii) এর গতিপথ সরলরৈখিক হতে হবে।

(iv) $a \propto -x$; এটি মেনে চলবে।

উপরিউক্ত বৈশিষ্ট্যের কোনো একটি না থাকলে বস্তুর গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলা যাবে না। দোলকের ক্ষেত্রে এর বিস্তার 4° এর বেশি হলে এর গতি আর সরলরৈখিক থাকে না। সুতরাং 4° থেকে বেশি বিস্তার বিশিষ্ট দোলক সরল ছন্দিত গতিতে থাকবে না। তাই সকল দোলকের গতি মাত্রই সরল ছন্দিত গতি নয়।

১২। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলে উহার ত্বরণ কী শূন্য হবে? ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২১; চ. বো. ২১]

উত্তর: সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলেও উহার ত্বরণ শূন্য হবে না; একটি নির্দিষ্ট মান থাকবে।

আমরা জানি, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বেগ শূন্য হলে, $0 = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow A^2 - x^2 = 0 \quad \therefore x = \pm A$

আবার, ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

যখন, $x = \pm A$; তখন, $a = -\omega^2(\pm A) = \pm\omega^2 A$

অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার বেগ শূন্য হলেও উহার ত্বরণ শূন্য হবে না।

১৩। সরল ছন্দিত স্পন্দন বলতে কী বুঝ? [ব. বো. ২২]

উত্তর: যখন কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে বস্তুর ঐ গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

$\therefore$ সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে, $a \propto -x$

যেহেতু বল ত্বরণের সমানুপাতিক, $F \propto -x \Rightarrow F = -kx$

এক্ষেত্রে k হলো স্প্রিং ধ্রুবক। আর F হলো প্রত্যয়নী বল, যা সরল ছন্দিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে সর্বদা সাম্যবস্থানের দিকে ক্রিয়া করে।

১৪। সাম্যবস্থান হতে সরণের পরিবর্তনের একটি ববের বেগ কীভাবে পরিবর্তিত হয়? ব্যাখ্যা করো। [কু. বো. ২১]

উত্তর: আমরা জানি, সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

যেখানে, ω (কম্পাঙ্ক) ও A (বিস্তার) উভয়ই একটি নির্দিষ্ট দোলকের ক্ষেত্রে ধ্রুবক। তাই সাম্যাবস্থানে সরণ $x = 0$ হওয়ায় বেগ $v = \omega A$; অর্থাৎ সর্বোচ্চ। আর সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো দিকে সরণ যত বাড়তে থাকে বেগ তত কমতে থাকে। ববটি যখন সর্বোচ্চ বিন্দুতে পৌঁছায় তখন $v = 0$ হয়। তাই বলা যায়, সাম্যাবস্থান হতে সরণ বাড়লে বেগ কমে এবং সরণ কমলে বেগ বাড়ে।

১৫। সরল দোল গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ কি না? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৯]

উত্তর: আমরা জানি, সরল দোলগতির জন্য সাম্যাবস্থান থেকে x দূরত্বে ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$।

উপরোক্ত সম্পর্ক থেকে এটি স্পষ্ট যে x এর সর্বোচ্চ মানের জন্য ত্বরণের মান সর্বোচ্চ হয়। অতএব, সরল দোলগতির ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ অবস্থানে x এর মান সর্বোচ্চ বলে সেখানে ত্বরণের মান সর্বোচ্চ।

১৬। সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণটি ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৫]

উত্তর: সরল দোলন গতিতে চলমান কোনো বস্তুকণার t সময়ে সরণ x হলে, এর গতির অন্তরক সমীকরণ হবে,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

এখানে, ω = কণাটির কৌণিক বেগ, এই সমীকরণটিকে সমাধান করে পাওয়া যায়, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

এক্ষেত্রে বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \delta)$

এবং ত্বরণ $a = \frac{dv}{dt}$

$= -A\omega^2\sin(\omega t + \delta)$

$= -\omega^2 x$

অর্থাৎ, ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।

১৭। কোন সময়ে সরল দোলকের গতি সরলরৈখিক হয়। ব্যাখ্যা করো। [ঢা. বো. ২৩]

উত্তর: সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর কম হলে এর গতি সরলরৈখিক হয়। সরল দোলকে দোলন সৃষ্টি করলে এটি নিজের কার্যকারী দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তচাপে ঘূর্ণায়মান হয়। এই বৃত্তচাপ ব্যাসার্ধের তুলনায় খুব ছোট হলে বৃত্তচাপটি প্রায় সরলরৈখিক হয়। ফলে সরল দোলকের গতি সরলরৈখিক হয়। আবার, কৌণিক সরণ 4° এর কম হলে বৃত্তচাপ সরলরৈখিক হয়। তাই বলা যায়, কৌণিক বিস্তার 4° এর কম হলে সরল দোলকের গতি সরলরৈখিক হয়।

১৮। একটি সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 3°; এর গতি সরল ছন্দিত হবে কিনা– ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ১৫; অনুরূপ ব. বো. ২৫]

উত্তর: আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণটি কৌণিক বিস্তার 4° বা এর চেয়ে কম মানের জন্যই প্রযোজ্য। কারণ, মান কম হলে বা ক্ষুদ্র হলে $\tan\theta = \sin\theta$ রেডিয়ান বিবেচনা করা যায়। এই শর্ত থেকে সমীকরণটি প্রতিষ্ঠিত। কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে ববের গতিপথ সরল রৈখিক হবে না, এমনকি ত্বরণও সরণের সমানুপাতিক হবে না। ফলে সরল দোলকের গতি সরল দোলগতি সম্পন্ন হয় না। এ জন্যই সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয়। অতএব সরল দোলকটির কৌণিক বিস্তার 3° হলে এর গতি সরল ছন্দিত হবে।

সরল দোলন গতির ব্যবহার

১৯। সব দোলক সরল দোলক নয়– ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

উত্তর: সরল দোলক একটি আদর্শ দোলক যেখানে ভরবিন্দু একটি ভরশূন্য ও অনমনীয় সুতরা দ্বারা ঝুলে থাকে এবং ক্ষুদ্র কোনো দোলায়িত হয়ে সরল ছন্দিত গতি করে। কিন্তু বাস্তবে দোলকের সুতা ভরযুক্ত, বস্তুর আকার বড়, ঘর্ষণ থাকে এবং দোলনের কোন বড় হয়। ফলে বাস্তব দোলকগুলো ভৌত দোলক হয়। তাই সব দোলককে সরল দোলক বলা যায় না।

২০। উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিংয়ের দোলনকাল পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে একই হবে কি? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৪]

বা, একটি স্প্রিং পৃথিবী থেকে চাঁদে নিয়ে গেলে দোলকটির দোলনকালের কী পরিবর্তন হবে? [সি. বো. ২২]

উত্তর: উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিংয়ের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

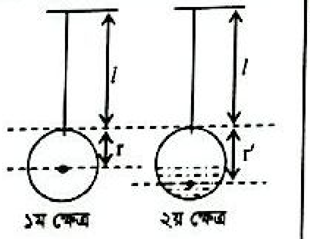
যেখানে, m = স্প্রিংয়ের সাথে যুক্ত বস্তুর ভর k = স্প্রিংয়ের স্প্রিং ধ্রুবক

কোনো নির্দিষ্ট বস্তুর ভর পৃথিবী ও চাঁদে একই থাকবে। আবার, কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ভর করে স্প্রিংটির উপাদান ও জ্যামিতিক গঠনের উপর। ফলে পৃথিবী ও চন্দ্রপৃষ্ঠে স্প্রিং ধ্রুবক একই থাকবে।

উপরিউক্ত সমীকরণ হতে বলা যায়, উলম্ব তলে কম্পিত কোনো স্প্রিংয়ের দোলনকাল গ্রহের ভর, ব্যাসার্ধ ইত্যাদির উপর নির্ভর করে না। সুতরাং, স্প্রিংয়ের দোলনকাল পৃথিবী ও চাঁদের পৃষ্ঠে একই হবে।

২১। ফাঁপা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটি ধীরে চলবে না দ্রুত চলবে? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫, ১৬; ব. বো. ২৪; চ. বো. ২২]

উত্তর: ফাঁপা দোলকপিণ্ডকে পানি দ্বারা অর্ধপূর্ণ করা হলে দোলকপিণ্ডের ভারকেন্দ্র পিণ্ডের কেন্দ্র হতে নিচে নেমে আসে। আমরা জানি, দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$, ভারকেন্দ্র নেমে গেলে সমীকরণের r এর মান বৃদ্ধি পায়, ফলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।



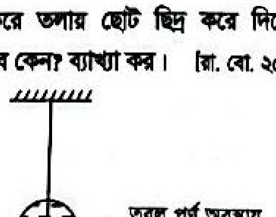
আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$

অর্থাৎ দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলকের দোলনকালও বৃদ্ধি পাবে। ফলে দোলকটি পূর্বের চেয়ে ধীরে চলবে।

২২। ফাঁপা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা পূর্ণ করে তলায় ছোট ছিদ্র করে দিলে দোলকটি প্রথমে ধীরে এবং পরে দ্রুত চলবে কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

উত্তর: তরল ফোঁটায় ফোঁটায় পরতে থাকলে ভরকেন্দ্র নিচের দিকে নামতে থাকবে। আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$



অর্থাৎ, দৈর্ঘ্য যত বাড়তে থাকবে পর্যায়কাল তত বাড়তে থাকবে। ফলে দোলকটি প্রথমে ধীরে চলবে। যখন তরল অর্ধেকের নিচে নেমে আসবে এবং ভরকেন্দ্র উপরে উঠতে থাকবে তখন দোলক দ্রুত চলবে।

২৩। গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে-ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৪; দি. বো. ১৭]

অথবা, অধিক গরমের কারণে দোলক ঘড়ির ধীরে চলার কারন বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ২৫]

অথবা, গ্রীষ্মকালে দোলকঘড়ির দৈর্ঘ্য কমাতে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৫]

উত্তর: গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বৃদ্ধির কারণে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$

অর্থাৎ, সমীকরণ অনুসারে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলকটির দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে ধীরে চলবে। আবার, কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে দোলনকাল হ্রাস পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে দ্রুত চলবে।

সুতরাং, গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বেশি থাকায় সুতার প্রসারণ ঘটে, ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির মাধ্যমে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়। এজন্য দোলক ঘড়িটি ধীরে চলবে।

২৪। দোলকপিণ্ডের প্রকৃতি কীভাবে দোলনকালকে প্রভাবিত করে?

উত্তর: গোলাকার দোলকপিণ্ড ফাঁপা হলে বা নিরেট হলে বা ফাঁপা অংশ সম্পূর্ণ তরল দ্বারা পূর্ণ হলে ভারকেন্দ্রের কোনো পরিবর্তন হয় না। ফলে কার্যকরী দৈর্ঘ্যের কোনো পরিবর্তন হয় না বলে দোলনকালের কোনো পরিবর্তন হয় না। কিন্তু ফাঁপা পিণ্ডকে তরল দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে ভারকেন্দ্র খানিকটা নিচে নেমে যায়। ফলে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য বেড়ে যায় এবং সাথে সাথে দোলনকাল বেড়ে যায়। এতে দোলকটি ধীরে চলে।

২৫। কক্ষপথে পৃথিবীর গতি সরলদোলন গতি-ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২১]

উত্তর: কক্ষপথে পৃথিবীর গতি সরল দোলন গতি নয় তবে পর্যায়বৃত্ত গতি।

যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়। তাহলে বস্তুর এ গতিকে সরল দোলন গতি বলে। কিন্তু কক্ষপথে পৃথিবীর গতি যে বিন্দু থেকে শুরু হয় সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় না। আবার, পৃথিবীর ত্বরণ এর সরণের সমানুপাতিক হয় না। পৃথিবীর যে বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে, একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর সেই বিন্দুকেই অতিক্রম করে। তাই পৃথিবীর গতি পর্যায়বৃত্ত গতি হলেও সরল দোলন গতি নয়।

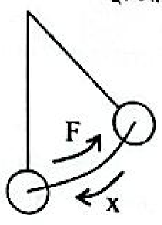
২৬। সরল দোলগতি পর্যাবৃত্তগতি; কিন্তু পর্যাবৃত্তগতি সরল দোলগতি নয়- ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২২]

উত্তর: কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তবে এর গতিকে পর্যায়বৃত্ত গতি বলে। এ গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক বা আরো জটিল হতে পারে।

আবার, কোনো দোলনরত বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে এ গতিকে সরল দোলন গতি বলে। সরল দোলনগতির গতিপথ সরলরৈখিক। অর্থাৎ সরল দোলন গতিতে পর্যায়বৃত্ত গতির সকল বৈশিষ্ট্য থাকলেও সকল পর্যায়বৃত্ত গতিতে সরল দোলন গতির বৈশিষ্ট্য থাকে না। তাই সরল দোলগতি পর্যায়বৃত্ত গতি, কিন্তু পর্যাবৃত্ত গতি সরল দোলগতি নয়।

২৭। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী– ব্যাখ্যা করো। [কু. বো. ২৩]

উত্তর: সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণাকে নির্দিষ্ট বলে টানলে এর বিপরীতে প্রত্যয়নী বল ক্রিয়া করে। এই বল গতিশীল কণাকে সাম্যাবস্থানের দিকে টানে। তবে গতিজড়তার কারণে কণাটি সাম্যাবস্থান থেকে দূরে যেতে থাকে। অর্থাৎ প্রত্যয়নী বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হয়।



$\therefore F \propto -x \quad \Rightarrow a \propto -x$ [$\because F = ma$ এবং m ধ্রুবক]

অর্থাৎ বল বিপরীতমুখী হওয়ায় কণার ত্বরণও সরণের বিপরীতমুখী হয়।

২৮। দোলনরত একটি সরল দোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৯]

উত্তর: দোলনরত সরল দোলক সাম্যাবস্থায় আসলে এর উপর প্রযুক্ত বল শূন্য হয় ফলে ত্বরণ শূন্য হয় কিন্তু বেগ শূন্য হয় না। বরং সাম্যাবস্থায় দোলকটির বেগ সর্বোচ্চ হয়। বেগ থাকার ফলে দোলকটি গতি জড়তার কারণে সামনের দিকে অগ্রসর হয়। তাই সরলদোলক সাম্যাবস্থায় এসে থেমে যায় না।

২৯। সুষম বৃত্তাকার গতি কী সরল ছন্দিত গতি– ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২১]

উত্তর: সুষম বৃত্তকার গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

আমরা জানি, যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এ গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে। অর্থাৎ সরল ছন্দিত গতির $a \propto -x$। যা বৃত্তকার গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না। সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে পর্যায়কালের অর্ধেক সময় একদিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় তার উল্টা দিকে যায়। কিন্তু সুষম বৃত্তাকার গতি সর্বদা একই দিকে চলে। তাই সুষম বৃত্তাকার গতি সরল ছন্দিত গতি নয়।

৩০। একটি দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে এটি সঠিক সময় দিবে কি? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৯]

উত্তর: আমরা জানি, দোলক ঘড়ি প্রতি সেকেন্ডে একটি করে বীট দেয়। প্রতি মিনিটে 60টি এবং প্রতি ঘন্টায় 3600টি বীট দেয়। এখন দোলক ঘড়ির দোলনকাল 2.5 s হলে 3600 টি বীট দিতে এর $\frac{2.5}{2} \times 3600 = 4500$ s তথা 1.25 ঘন্টা সময় লাগবে। অর্থাৎ দোলক ঘড়িটি ধীরে চলবে। ফলে এটি সঠিক সময় দিবে না।

৩১। বাস্তব প্রকৃতিতে সরল দোলক পাওয়া যায় না কেন?

উত্তর: বাস্তবে সংজ্ঞানুসারে সরল দোলক পাওয়া যায় না। কারণ ওজনহীন সম্পূর্ণ নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা, আয়তনহীন বস্তু পাওয়া সম্ভব নয়। শুধুমাত্র গাণিতিক সুবিধার জন্য এ দোলক ব্যবহার করা হয়। বাস্তবক্ষেত্রে একটি পাকহীন সুতার সাহায্যে নির্দিষ্ট গাণিতিক আকারে একটি ক্ষুদ্র ধাতব বস্তুকে কোনো দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলিয়ে দিলে সুতাসহ ধাতব বস্তুকে সরল দোলক বলে।

৩২। পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য কী বিভিন্ন হতে পারে? ব্যাখ্যা করো। [য. বো. ২১]

উত্তর: পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভিন্ন তাই সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যও বিভিন্ন হবে।

আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2}g$$

$\therefore L \propto g$ [$\because$ সেকেন্ড দোলকের $T = 2$ sec, যা ধ্রুবক]

অর্থাৎ সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য = L, অভিকর্ষজ ত্বরণ = g এর এর সমানুপাতিক। যেহেতু পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভিন্ন। ফলে সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল ধ্রুব রাখতে g-এর মানের পরিবর্তনের সাথে সাথে L-এর মানেরও পরিবর্তন হতে হবে। তাই যেখানে g-এর মান বেশি সেখানে কার্যকরী দৈর্ঘ্য বেশি এবং যেখানে g-এর মান কম সেখানে কার্যকরী দৈর্ঘ্য কম।

৩৩। শীতকালে দোলক ঘড়ির দোলনকাল কিরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: শীতকালে দোলক ঘড়ির দোলনকাল কমে যায়। কারণ শীতকালে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়।

আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ অর্থাৎ, $T \propto L$

এখানে, কার্যকর দৈর্ঘ্য বাড়লে দোলনকাল বাড়বে এবং দৈর্ঘ্য কমলে দোলনকাল কমবে। শীতকালে তাপমাত্রা কম থাকায় সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়। এর ফলে দোলনকালও হ্রাস পাবে এবং ঘড়িটি দ্রুত চলবে।

স্প্রিং দোলক

৩৪। 'স্প্রিং বল প্রত্যয়নী বল'– ব্যাখ্যা করো। [ম. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগের মাধ্যমে বিকৃতি ঘটানোর চেষ্টা করলে স্থিতিস্থাপকতার জন্য বস্তুর ভেতর থেকে যে বাধাদানকারী বলের উদ্ভব হয় তাকে প্রত্যয়নী বল বলে। কোনো স্প্রিং-এ বল প্রয়োগ করে একে সংকুচিত বা প্রসারিত করলে প্রয়োগকৃত বলের বিপরীতে স্প্রিং বল ক্রিয়া করে।

অর্থাৎ, $F = -F_S$ এখানে, F = প্রয়োগকৃত বল; F_S = স্প্রিং বল।

সুতরাং স্প্রিং বল প্রযুক্ত বলের বিপরীতে ক্রিয়া করে অর্থাৎ বাধাদানকারী বল হিসেবে কাজ করে। তাই স্প্রিং বল একটি প্রত্যয়নী বল।

৩৫। বল-সরণ গ্রাফ হতে স্প্রিং সম্প্রসারণে কৃত কাজের পরিমাণ পাওয়া যায়– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৭]

উত্তর: স্প্রিং এর উপর বল প্রয়োগ করলে এর সরণ ঘটে এবং এর ফলে সৃষ্ট কৃতকাজ,

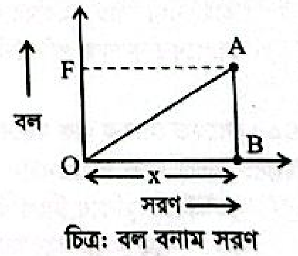
$W = \Delta OAB$

$= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times OB \times AB$

$= \frac{1}{2} \times x \times F$

$= \frac{1}{2}kx^2$ [স্প্রিং এর জন্য $F = kx$]



চিত্র: বল বনাম সরণ

৩৬। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং লাগিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে গাড়িটি সামনের দিকে অগ্রসর হয় কেন? [ম. বো. ২২; য. বো. ১৯]

উত্তর: স্প্রিং সম্প্রসারণে বাহ্যিক বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হয়। এ কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে বিভবশক্তি হিসেবে জমা থাকে। এ বিভবশক্তি দ্বারা স্প্রিং বাইরের কোনো বস্তুর উপর কাজ করতে পারে। খেলনা গাড়িতে স্প্রিং টানলে এতে বিভবশক্তি সঞ্চিত হয় পরে ছেড়ে দিলে এ বিভবশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। গতিশক্তির ফলে গাড়িটি সামনের দিকে বেগ প্রাপ্ত হয়। তাই বলা যায়, স্প্রিং কর্তৃক সঞ্চিত বিভবশক্তি গাড়িটির উপর কাজ করে গাড়িটিকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায়।

৩৭। একটি স্প্রিংকে খণ্ডিত করলে এর ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কী? [ঢা. বো. ২৩]

উত্তর: একটি স্প্রিং-কে খণ্ডিত করলে এর ধ্রুবক বেড়ে যায়। আমরা জানি, স্প্রিং-এর ক্ষেত্রে স্প্রিং ধ্রুবক স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতিক। $\therefore k \propto \frac{1}{l}$

স্প্রিং-কে খণ্ডিত করলে এর দৈর্ঘ্য কমে যায়, তাই স্প্রিং ধ্রুবক বেড়ে যাবে। অর্থাৎ এর ধ্রুবকের পরিবর্তন হবে।

৩৮। একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের স্প্রিং ভর ব্যবস্থায় দোলনকাল কেমন হবে? [চ. বো. ২৩]

উত্তর: একটি ভূ-স্থির উপগ্রহে স্প্রিং ভর ব্যবস্থায় দোলনকাল পৃথিবীতে স্প্রিংয়ের দোলনকালের সমান হবে।

আমরা জানি, স্প্রিং ব্যবস্থার দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

যেখানে, m = স্প্রিংয়ে ঝুলন্ত ভর, k = স্প্রিং ধ্রুবক।

কোনো বস্তুর ভর এবং স্প্রিং ধ্রুবক মহাবিশ্বের সকল স্থানে ধ্রুবক। তাই স্প্রিং ভর ব্যবস্থাকে ভূ-স্থির উপগ্রহে নেয়া হলেও এর দোলনকালের কোনো পরিবর্তন হবে না। অর্থাৎ পৃথিবীতে এর দোলনকালের সমান থাকবে।

সেকেন্ড দোলক

৩৯। মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাংকের পরিবর্তন হয়– ব্যাখ্যা করো। [দি. বো. ২৩]

উত্তর: মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হয়ে শূন্য হয়ে যায়।

পৃথিবীতে সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$ Hz.

আর মহাকাশে g = 0 হওয়ায় দোলনকাল, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$; তাই $f' = \frac{1}{\infty} = 0$ হয়।

তাই বলা যায়, মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হয়ে শূন্য হবে।

৪০। সেকেন্ড দোলক এক ধরনের সরলদোলক– ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৪]

উত্তর: একটি ভারী আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে একটি উলম্ব তলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে। একটি সেকেন্ড দোলক এক ধরনের সরল দোলক যার দোলনকাল 2 s । যেহেতু সেকেন্ড দোলক একটি ওজনহীন, নমনীয় অপ্রসারণশীল সুতা দ্বারা যুক্ত থাকে এবং স্বাধীনভাবে উলম্ব তলে প্রতি 2 সেকেন্ডে একটি পূর্ণ দোল দেয়। তাই বলা যায় সেকেন্ড দোলক এক ধরণের সরল দোলক।

৪১। সমবেগে চলন্ত লিফটে দোলকের দোলনকাল পরিবর্তন হয় না কেন?

উত্তর: দোলকের ক্ষেত্রে,

পর্যায়কাল বা দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

দোলনকাল ও অভিকর্ষজ ত্বরণ পরস্পর ব্যাস্তানুপাতিক। অভিকর্ষজ ত্বরণ বাড়লে দোলনকাল হ্রাস পাবে এবং কমলে দোলনকাল বাড়বে।

সমত্বরণে লিফট উপরে উঠলে সেক্ষেত্রে দোলকের উপর কার্যকর ত্বরণ হবে (g + a)। ফলে ত্বরণ বাড়ার কারণে দোলনকাল হ্রাস পাবে। লিফটে নিচে নামার ক্ষেত্রে ঠিক উল্টো ঘটনা ঘটবে। কিন্তু সমবেগে লিফট উপরে উঠার ক্ষেত্রে কোনো লব্ধি কার্যকর বল ক্রিয়া করে না ফলে ত্বরণ বৃদ্ধি পাওয়ার কোনোরূপ সম্ভাবনা থাকে না। এজন্য সমবেগে চলন্ত লিফটে দোলকের দোলনকালের কোনোরূপ পরিবর্তন হয় না।

৪২। সমত্বরণে চলন্ত লিফটে দোলকের দোলনকাল কীরূপ হয়?

উত্তর: সমত্বরণে লিফট যদি উপরের দিকে উঠতে থাকে তবে এর অভ্যন্তরে অবস্থিত দোলকের ওপর কার্যকর ত্বরণ এর মান বৃদ্ধি পায় ফলে দোলনকাল কমে যায়। অর্থাৎ কার্যকর ত্বরণ = g + a

লিফট যখন সমত্বরণে নিচে নামে তখন কার্যকর ত্বরণ কমে যায়, ফলে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ কার্যকর ত্বরণ = g – a

৪৩। পাহাড়ের ওপর দোলক ধীরে চলে কেন?

উত্তর: খনির ভেতর বা পাহাড়ের চূড়ায় g এর মান কম। আবার দোলনকাল g এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক। কাজেই একটি দোলককে পাহাড়ের ওপর বা খনিতে নিলে এর দোলনকাল বেড়ে যায়। ফলে দোলক ধীরে চলে।

৪৪। সকল সেকেন্ড দোলকই সরল দোলক কিন্তু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয় কেন? [সি. বো. ১৬]

উত্তর: সেকেন্ড দোলক সেই দোলককেই বলা যায় যার দোলনকাল দুই সেকেন্ড অর্থাৎ যে সরল দোলকের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে যেতে এক সেকেন্ড সময় লাগে। কিন্তু সকল সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড নাও হতে পারে, কম বা বেশি হতে পারে। সেই সরল দোলক গুলোকে কখনোই সেকেন্ড দোলক বলা যায় না। সুতরাং সকল সেকেন্ড দোলকই সরল দোলক কিন্তু সকল সরল দোলক সেকেন্ড দোলক নয়।

৪৫। দোলায়মান সেকেন্ড দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না কেন?

উত্তর: সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল, T = 2 sec

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$ Hz

সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক 0.5 Hz যা খুবই কম বলে আমাদের কানে শব্দের অনুভূতি সৃষ্টি হয় না। মানুষের শ্রাব্যতার সীমা 20 Hz হতে 20000 Hz। 20 Hz এর নিচে এবং 20000 Hz এর উপরে কোন শব্দ আমরা শুনতে পাই না।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

পর্যায়বৃত্তি ও পর্যায়বৃত্ত গতি

১। ঘড়ির কাঁটার গতি কোন গতির উদাহরণ? [ম. বো. ২১]
ক) পর্যাবৃত্ত গতি খ) স্পন্দন গতি
গ) সরলরৈখিক গতি ঘ) আপেক্ষিক গতি
উত্তর: ক) পর্যাবৃত্ত গতি
ব্যাখ্যা: যখন কোনো গতির নির্দিষ্ট সময় ব্যবধানে পুনরাবৃত্তি ঘটে তাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে। উদাহরণ: ঘড়ির কাঁটার গতি, পৃথিবীর আহ্নিক গতি ও বার্ষিক গতি, সরলদোলকের গতি, কম্পমান সুরশালাকার গতি ইত্যাদি।

২। দোলন গতি কোনটি? [ম. বো. ২৫]
ক) সুরশলাকার গতি খ) ফ্যানের পাখার গতি
গ) ঘড়ির কাঁটার গতি ঘ) পৃথিবীর আহ্নিক গতি
উত্তর: ক) সুরশলাকার গতি

৩। কালিক পর্যায়ক্রমের উদাহরণ কোনটি? [সি. বো. ২১]
ক) স্কেলের উপর দাগ খ) শার্টের ডোরাকাটা দাগ
গ) গিটারের তারের গতি ঘ) কঠিন পদার্থের কেলাসের মধ্যে অণু
উত্তর: গ) গিটারের তারের গতি
ব্যাখ্যা: কালিক পর্যাবৃত্তি হলো সেসব ঘটনা যা একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে। যেমন– ঘড়ির সেকেন্ড বা মিনিটের কাঁটা যথাক্রমে 60 s বা 60 min পরপর, ঘণ্টার কাঁটা 12 ঘণ্টা পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে, পৃথিবী সূর্যের চারদিকে 365 দিনে একবার ঘুরে আসে, পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে চাঁদের 30 দিন সময় লাগে ইত্যাদি।

৪। পর্যাবৃত্ত গতির গতি পথ হতে পারে–
(i) বৃত্তাকার (ii) উপবৃত্তকার (iii) সরলরৈখিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii
উত্তর: ঘ) i, ii ও iii
ব্যাখ্যা: পর্যাবৃত্ত গতিতে চলমান গতিপথ নির্দিষ্ট এবং এই গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট জ্যামিতিক রূপ, যেমন– সরলরেখা, বৃত্ত, উপবৃত্ত ইত্যাদি থাকতে পারে, আবার নাও পারে।

সরল ছন্দিত গতি বা সরল দোলন গতি

৫। নিচের কোনটি দোলন গতির উদাহরণ? [সম্মিলিত বো. ২১]
ক) ঘড়ির কাঁটার গতি খ) সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর গতি
গ) বৈদ্যুতিক পাখার গতি ঘ) সুরশলাকার গতি
উত্তর: ঘ) সুরশলাকার গতি
ব্যাখ্যা: কোনো অগ্রপশ্চাৎ পর্যাবৃত্ত গতিকে দোলন গতি বা স্পন্দন গতি বলে। উদাহরণ– সরলদোলকের গতি, কম্পনশীল সুরশলাকা ও গিটারের তারের গতি, কঠিন বস্তুতে পরমাণুর স্পন্দন, বাতাসের মধ্য দিয়ে শব্দ তরঙ্গ সঞ্চালনের সময় বাতাসের অণুর স্পন্দন।

৬। স্বল্প বিস্তারে সরল দোলকের গতি কোন ধরনের গতি?
ক) সরল দোলন গতি খ) স্পন্দন গতি
গ) পর্যাবৃত্তগতি ঘ) সরলরৈখিক গতি
উত্তর: ক) সরল দোলন গতি
ব্যাখ্যা: স্বল্প বিস্তারে (4° এর নিচে) সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি।

৭। নিচের কোনটি সরল ছন্দিত স্পন্দন? [কু. বো. ২৩]
ক) সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি
খ) ঘড়ির কাঁটার শীর্ষবিন্দুর গতি
গ) কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর গতি
ঘ) যে কোনো বিস্তারে সরল দোলকের গতি
উত্তর: গ) কম্পনশীল সুর শলাকার বাহুর গতি
ব্যাখ্যা: যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এ গতিকে সরল দোলন গতি বা সরল দোল গতি বা সরল ছন্দিত গতি বলে। উদাহরণ– কম্পমান সুরশলাকার গতি, স্বল্পবিস্তারে কোনো সরল দোলকের গতি, কোনো স্প্রিং এর এক প্রান্ত দৃঢ় অবস্থানে আটকে অপর প্রান্তে একটি ভারী বস্তু ঝুঁলিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে তার গতি ইত্যাদি।

৮। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ ও এর সরণের মধ্যে সম্পর্ক হলো– [চ. বো. ২৩; রা. বো. ২১]
ক) ব্যস্তানুপাতিক খ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক
গ) সমানুপাতিক ঘ) বর্গের সমানুপাতিক
উত্তর: গ) সমানুপাতিক
ব্যাখ্যা: সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান হতে তার সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী।
অর্থাৎ, $F \propto -x$ $\therefore F = -kx$ [যেখানে, k = ধ্রুবক]

৯। সরলছন্দিত স্পন্দন গতির ত্বরণ ও সরণের সম্পর্কটি হলো– [ব. বো. ২১]
ক) সমমুখী খ) বিপরীতমুখী গ) স্থির ঘ) ব্যস্তানুপাতিক
উত্তর: খ) বিপরীতমুখী

১০। সরল ছন্দিত গতির প্রত্যায়নী বলের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? [ব. বো. ২৪]
ক) নিউটনের গতিসূত্র মেনে চলে খ) হুকের সূত্র মেনে চলে না
গ) সরণের ব্যস্তানুপাতিক ঘ) সাম্যাবস্থান অভিমুখী নয়
উত্তর: ক) নিউটনের গতিসূত্র মেনে চলে
ব্যাখ্যা: কোনো কণার উপর ক্রিয়াশীল বল F এবং সরণ x হলে সরল দোলন গতির ক্ষেত্রে, $F \propto -x$ বা, $F = -kx$; যেখানে k ধ্রুবক। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি, বস্তুর ভর m এবং সরণ a হলে, $F = ma$ $\therefore ma = -kx$

১১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [য. বো. ২৩]
ক) সরণ সর্বনিম্ন, বেগ সর্বোচ্চ খ) সরণ সর্বাধিক, বেগ অসীম
গ) সরণ সর্বাধিক, বেগ সর্বাধিক ঘ) সরণ সর্বনিম্ন, বেগ সর্বনিম্ন
উত্তর: ক) সরণ সর্বনিম্ন, বেগ সর্বোচ্চ
ব্যাখ্যা: সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার বেগ v তার সরণ x এর উপর নির্ভরশীল হলে, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$
যখন, $x = 0$ তখন $v = v_{max} = \omega A$
যখন, $x = A$ তখন $v = v_{min} = 0$

১২। সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য নয় কোনটি? [ব. বো. ১৭]
ক) কণার সরণ সাইনের বা কোসাইনের আপেক্ষক
খ) বলের দিক সাম্যবিন্দু অভিমুখী
গ) সাম্যবিন্দুতে গতিশক্তি সবচেয়ে কম
ঘ) ত্বরণের মান সরণের বিপরীতমুখী
উত্তর: গ) সাম্যবিন্দুতে গতিশক্তি সবচেয়ে কম

ব্যাখ্যা: সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ এর সমধান,

$x = A\sin(\omega t + \delta)$ অথবা, $x = B\cos(\omega t + \varphi)$

আবার, ত্বরণ $a \propto -x$ অর্থাৎ ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা সাম্যাবস্থান অভিমুখী থাকে। আমরা জানি, সাম্যাবস্থানে $(x = 0)$ বেগ সর্বোচ্চ $(v_{max} = \omega A)$ থাকায় গতিশক্তি সর্বোচ্চ হবে।

১৩। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দনশীল কোনো কণার দোলনকাল বল ধ্রুবকের– [কু. বো. ১৬]

ⓚ সমানুপাতিক ⓚⓗ বর্গের সমানুপাতিক
ⓖ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ⓖⓗ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

উত্তর: ⓖⓗ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

ব্যাখ্যা: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \therefore T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$

সরল ছন্দিত গতির পর্যায়কাল বল ধ্রুবক k এর উপর নির্ভরশীল।

১৪। সরল দোলগতি সম্পন্ন কোনো বস্তুর বার বার দোল দেয়ার কারণ– [ঢা. বো. ২৪, ২৩; চ. বো. ১৬]

(i) স্থিতিজড়তা (ii) গতি জড়তা (iii) প্রত্যয়নী বল

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚⓗ ii ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $F = -kx$

এখানে, ঋণাত্মক চিহ্ন (–) দ্বারা বুঝানো হয়েছে, প্রত্যয়নী বল $\vec{F}$ সব সময় সরণ $\vec{x}$ এর বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল। সর্বোচ্চ বিস্তার $x = A$ এর জন্য প্রত্যয়নী বলের মান হবে kA যা সরণের বিপরীতে কাজ করে সরলদোলককে গতিশীল রাখে। আবার যখন, $F = 0$ তখন দ্রুতি সর্বোচ্চ। এই সর্বোচ্চ বেগ বা গতিজড়তার কারণে সরল দোলক সাম্যাবস্থান $x = 0$ থেকে সর্বাধিক বিস্তার $x = A$ তে পৌছাতে পারে।

১৫। সরলছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য– [রা. বো. ১৯]

(i) গতি পর্যাবৃত্ত
(ii) ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক
(iii) গতি সরলরৈখিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖⓗ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য–

✓ এই গতি পর্যাবৃত্ত গতি হবে।
✓ বস্তুর গতি সরল রৈখিক হতে হবে।
✓ বস্তুর গতি স্পন্দন গতি হবে।
✓ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল প্রত্যয়নী বল বা এর কারণে সৃষ্ট ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হতে হবে।
✓ প্রত্যয়নী বল বা এর কারণে সৃষ্ট ত্বরণ চলার পথের নির্দিষ্ট বিন্দু তথা সাম্যাবস্থানমুখী হতে হবে।

১৬। সরল ছন্দিত গতিতে– [সি. বো. ১৭]

(i) বস্তুর ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক
(ii) ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখী হয়
(iii) ক্রিয়াশীল বল বিপরীত বর্গের সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

১৭। সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কোনো কণার সরণ সর্বোচ্চ হবে যখন– [ব. বো. ২২]

(i) বেগ সর্বনিম্ন (ii) ত্বরণ সর্বোচ্চ (iii) বল সর্বোচ্চ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

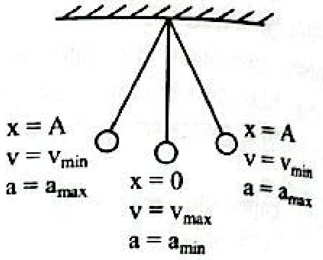
উত্তর: ⓖⓗ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: সর্বোচ্চ সরণ $x_{max} = A$ হবে যখন,

$v = v_{min} = 0$

$a = a_{max} = -\omega^2 A$

যেহেতু ত্বরণ বলের সমানুপাতিক সুতরাং ত্বরণ যেখানে সর্বোচ্চ, বল সেখানে সর্বোচ্চ হবে।



১৮। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার যে কোনো একদিকে যখন সরণ সর্বোচ্চ হয় তখন– [চ. বো. ২৫]

i. বেগ শূন্য হয়
ii. ত্বরণ সর্বোচ্চ হয়
iii. বেগের অভিমুখ পরিবর্তিত হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖⓗ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $x = A$ হলে– বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - A^2} = 0$; ত্বরণ, $a = -\omega^2 A = a_{max}$

১৯। সরল ছন্দিত স্পন্দনগতি সম্পন্ন কোনো কণার ক্ষেত্রে– [চ. বো. ১৬]

(i) কণার বেগ সাম্যাবস্থানে সর্বোচ্চ হয়
(ii) সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ হ্রাস পেতে থাকে
(iii) বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓚⓗ iii ⓖ ii ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖⓗ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

যখন, $x = 0$ তখন $v = \omega\sqrt{A^2 - 0} = \omega A = v_{max}$

যখন, $x = A$ তখন, $v = \omega\sqrt{A^2 - A^2} = 0 = v_{min}$

২০। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার বেগ– [সি. বো. ১৬]

(i) মধ্যবিন্দুতে সর্বোচ্চ
(ii) সর্বোচ্চ সরণে শূন্য
(iii) সাম্যাবস্থায় সর্বনিম্ন

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

২১। সরল ছন্দিত গতিতে সাম্যাবস্থা হলে, T সেই বিন্দু যেখানে–

(i) $x = 0, a_x = 0$ (ii) $x = 0, F_x = 0$ (iii) $v_x = 0, P_x = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚⓗ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖⓗ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: $a = -\omega^2 x$; যখন, $x = 0$ তখন $a = 0 = a_{min}$

যখন, $x = A$ তখন $a = -\omega^2 A = a_{max}$

আবার, $x = 0$ হলে প্রত্যয়নী বল, $F = -kx = -k \times 0 = 0$ হবে।

২২। যদি সরলদোল গতি সুষম বৃত্তাকার গতির অভিক্ষেপ হয় তবে- [য. বো. ২১]
(i) সরলদোল গতির বিস্তার, সুষম বৃত্তাকার গতির ব্যাসার্ধের সমান
(ii) উভয় গতির পর্যায়কাল একই হবে
(iii) সরলদোল গতির কৌণিক কম্পাংক সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক বেগের সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: সরল দোলন গতির সাথে সুষম বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক:
- ✓ সুষম কৌণিক দ্রুতিতে গতিশীল কোনো কণার ক্ষেত্রে বৃত্তাকার পথের ব্যাসের উপর কণাটির অভিক্ষেপ সরল দোলন গতিসম্পন্ন হয়।
- ✓ সরল দোলন গতি এবং সুষম বৃত্তাকার গতির পর্যায়কাল একই হয়।
- ✓ সরল দোলন গতির কৌণিক কম্পাঙ্ক আর সুষম বৃত্তাকার গতির কৌণিক দ্রুতি একই হয়।
- ✓ সরল দোলন গতির বিস্তার বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হয়।

২৩। কোনো বস্তুতে স্পন্দন সৃষ্টি করা হলে, ঐ স্পন্দন বায়ুতে- [রা. বো. ১৯]
(i) রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় সঞ্চালিত হয়
(ii) মাধ্যমের সংকোচন ও প্রসারণে মাধ্যমে সঞ্চালিত হয়
(iii) সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি করে

নিচের কোনটি সঠিক?

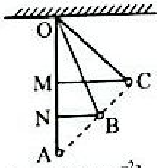
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: বাতাসের মধ্য দিয়ে শব্দ তরঙ্গ সংকোচন প্রসারণের মাধ্যমে সঞ্চালিত হয় আর এই সঞ্চালনের সময় বাতাসের অণুর স্পন্দন সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি করে। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিতে ঘর্ষণ বা বায়ু প্রতিরোধের মতো বাহ্যিক শক্তির অনুপস্থিতিতে শক্তি সংরক্ষণ করা হয়। রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় সিস্টেম তাপ গ্রহণ বা বর্জন করে না।

❖ চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

চিত্রের 20 gm ভরের একটি বব একটি সুতা দিয়ে ঝুলানো আছে। যেখানে, OA = 1 m, Am = 20 cm।



$[g = 9.81\ ms^{-2}]$

২৪। A বিন্দুতে ববটির বেগ কত? [ব. বো. ২৫]

ⓚ $0.396\ ms^{-1}$ ⓛ $1.98\ ms^{-1}$
ⓜ $3.92\ ms^{-1}$ ⓝ $6.29\ ms^{-1}$

উত্তর: ⓛ $1.98\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $v^2 = u^2 + 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.2} = 1.98\ ms^{-1}$

২৫। উদ্দীপকের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? [ব. বো. ২৫]

ⓚ A বিন্দুতে বিভব শক্তি সর্বোচ্চ
ⓛ A বিন্দুতে ত্বরণ শূন্য
ⓜ C বিন্দুতে বিভব শক্তি সর্বোচ্চ
ⓝ B বিন্দুতে শুধুমাত্র গতিশক্তি আছে

উত্তর: ⓜ C বিন্দুতে বিভব শক্তি সর্বোচ্চ

ব্যাখ্যা: A বিন্দুতে গতিশক্তি সর্বোচ্চ এবং বিভবশক্তি সর্বনিম্ন। আবার, C বিন্দুতে বিভবশক্তি সর্বোচ্চ এবং গতিশক্তি সর্বনিম্ন। A ও C এর মাঝের যেকোনো বিন্দুতে গতিশক্তি ও বিভবশক্তি উভয়ই বিদ্যমান থাকবে।

সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণ ও ব্যবহার

২৬। নিচের কোনটি সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ? [য বো. ২৪]

ⓚ $\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 x$ ⓛ $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$
ⓜ $\frac{dx}{dt} = \omega^2 x$ ⓝ $\frac{dx}{dt} = -\omega^2 x$

উত্তর: ⓛ $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$

ব্যাখ্যা: সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ-

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \therefore \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

২৭। $4\frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 0$ সমীকরণ দ্বারা বর্ণিত গতিশীল কোনো কণার কম্পাঙ্ক- [কু. বো. ২৪]

ⓚ $\frac{1}{\pi}$ Hz ⓛ $\frac{2}{\pi}$ Hz ⓜ $\frac{8}{\pi}$ Hz ⓝ $\frac{16}{\pi}$ Hz

উত্তর: ⓜ $\frac{2}{\pi}$ Hz

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $4\frac{d^2x}{dt^2} + 64x = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 16x = 0$ ...... (i)

সরলছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ ...... (ii)

(i) & (ii) তুলনা করে, $\omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \Rightarrow 2\pi f = 4 \therefore f = \frac{1}{\pi}$ Hz

২৮। $5\frac{d^2x}{dt^2} + 180\ x = 0$ সমীকরণের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত একক?
[ম. বো. ২৫; ব. বো. ২৩; অনুরূপ কু. বো. ২৫;ষ. বো. ২১, ১৭; ঢা. বো. ১৭; চ. বো., সি. বো. ১৬]

ⓚ 180 ⓛ 36 ⓜ 6 ⓝ 5

উত্তর: ⓜ 6

ব্যাখ্যা: $5\frac{d^2x}{dt^2} + 180\ x = 0 \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 36\ x = 0$

$\therefore \omega^2 = 36 \quad \Rightarrow \omega = 6\ rads^{-1}$

২৯। $\frac{2d^2y}{dt^2} + 50\ y = 0$ সমীকরণ অনুযায়ী একটি কণা সরল ছন্দিত গতিতে দুলছে। কণাটির পর্যায়কাল কত? [য. বো. ২৩]

ⓚ 0.02 sec ⓛ 0.796 sec ⓜ 1.25 sec ⓝ 5 sec

উত্তর: ⓜ 1.25 sec

ব্যাখ্যা: $2\frac{d^2y}{dt^2} + 50\ y = 0 \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + 25\ y = 0$

$\therefore \omega^2 = 25 \quad \Rightarrow \omega = 5\ rads^{-1}$

$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} = 1.25$ sec

৩০। $5\frac{d^2x}{dt^2} + 125x = 0$ সমীকরণ অনুযায়ী সংশ্লিষ্ট কণাটির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য রাশিসমূহ হল- [ঢা. বো. ২৪]
(i) কম্পাংক 5 একক (ii) কৌণিক বেগ 5 একক
(iii) কৌণিক কম্পাংক 5 একক

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

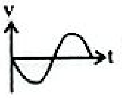
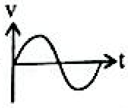
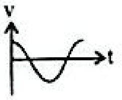
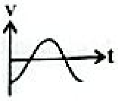
উত্তর: ⓛ ii ও iii

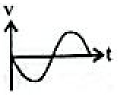
ব্যাখ্যা: $5\frac{d^2x}{dt^2} + 125x = 0 \quad \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 25x = 0$

$\therefore \omega^2 = 25 \quad \Rightarrow \omega = 5\ rads^{-1}$

সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধান ও ব্যবহার

৩১। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ $x = a\cos\omega t$ হলে বেগ (v) বনাম সময় (t) লেখচিত্র হবে নিচের কোনটি? [ব. বো. ২৪]

ক 
খ 
গ 
ঘ 

উত্তর: ক 

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $x = a\cos\omega t$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(a\cos\omega t) \quad \therefore v = -\omega a\sin\omega t$$

এখানে বেগ-সময় লেখচিত্র sin ফাংশন হিসেবে ক্রিয়াশীল তাই বেগ-সময় লেখচিত্রটি sin এর লেখচিত্র হবে।

৩২। সময়ের সাপেক্ষে অন্তরকলন করে সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুর সরণের সমীকরণ থেকে কী পাওয়া যায়? [য. বো. ২২]

ক কম্পাঙ্ক খ পর্যায়কাল গ বেগ ঘ ত্বরণ

উত্তর: গ বেগ

ব্যাখ্যা: $x = A\sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণকে সময়ের সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করে সরলদোলন গতিসম্পন্ন কণার বেগ v পাওয়া যায়।

$$\therefore v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \delta)$$

৩৩। সরলছন্দিত স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে ত্বরণের সমীকরণ– [ব. বো. ১৫]

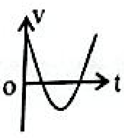
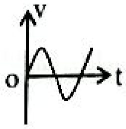
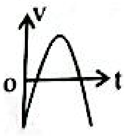
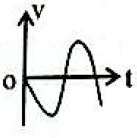
ক $a = A\sin\omega t$ খ $a = A\omega\cos\omega t$
গ $a = -A\omega^2\sin\omega t$ ঘ $a = A\omega^2\cos\omega t$

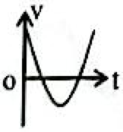
উত্তর: গ $a = -A\omega^2\sin\omega t$

ব্যাখ্যা: $x = A\sin(\omega t + \delta)$; $v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \delta)$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \delta)$$

৩৪। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোন কণার সরণের সমীকরণ $x = A\sin\omega t$ হলে বেগ-সময় লেখচিত্র হবে– [ম. বো. ২২]

ক 
খ 
গ 
ঘ 

উত্তর: ক 

ব্যাখ্যা: $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A\sin\omega t) \quad \therefore v = \omega A\cos\omega t$

এখানে, বেগ সময়ের cos ফাংশন হিসাবে ক্রিয়াশীল তাই বেগ-সময় লেখচিত্রটি cos এর লেখচিত্র হবে।

৩৫। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি বস্তুর গতির সমীকরণ হচ্ছে $x = 6.0\cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ meters, বিস্তার কত? [ব. বো. ১৯]

ক 1.0 m খ 0.0 m গ 6.0 m ঘ 3.0 m

উত্তর: গ 6.0 m

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $x = 6\cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

সরলদোলন গতির অন্তরক সমীকরণ, $x = A\cos(\omega t + \delta)$

তুলনা করে পাই, বিস্তার $A = 6$ m।

৩৬। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $Y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$, কণাটির সর্বোচ্চ সরণ– [ব. বো. ১৯]

ক $\frac{1}{2}A$ খ A গ $\frac{1}{2}\lambda$ ঘ λ

উত্তর: খ A

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $Y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$

যেখানে, বিস্তার = A; বিস্তার হলো সরল দোলন সম্পন্ন গতিশীল কণার সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে সর্বোচ্চ দূরত্ব।

৩৭। একটি বস্তুকণার সরল ছন্দিত গতির সমীকরণ, $x = 7\sin 0.5\pi t$। সাম্যাবস্থান থেকে সর্বোচ্চ সরণে যেতে এটির সময় লাগে–

ক 0.5 s খ 1.0 s গ 2.0 s ঘ 4.0 s

উত্তর: খ 1.0 s

ব্যাখ্যা: সর্বোচ্চ সরণ, $x = A = 7$

$$\therefore x = 7\sin(0.5\pi t)$$
$$\Rightarrow 7 = 7\sin(0.5\pi t) \Rightarrow \sin(0.5\pi t) = 1$$
$$\Rightarrow 0.5\pi t = \frac{\pi}{2} \quad \therefore t = 1\ \text{s}$$

৩৮। কোনো কণার স্পন্দন গতির সমীকরণ $x = 10\sin(6\pi t + 3\pi)$। কণাটির কম্পাঙ্ক কত? [য. বো. ১৭]

ক 1.5 Hz খ 3 Hz গ 6 Hz ঘ 10 Hz

উত্তর: খ 3 Hz

ব্যাখ্যা: সমীকরণ হতে, $A = 10$; $\omega = 6\pi$

$$\therefore f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3\ \text{Hz}$$

৩৯। একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $y = 10\sin\left(12t - \frac{\pi}{6}\right)$ m, কণাটির সর্বোচ্চ বেগ কত হবে? [রা. বো. ২৩]

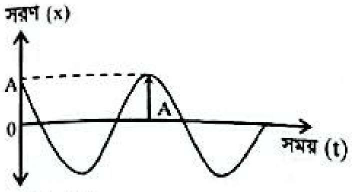
ক $1440\ ms^{-1}$ খ $120\ ms^{-1}$ গ $12\ ms^{-1}$ ঘ $10\ ms^{-1}$

উত্তর: খ $120\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $y = A\sin(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনায়, $A = 10$ m, $\omega = 12\ rads^{-1}$

$$\therefore v_{max} = \omega A = 12 \times 10 = 120\ ms^{-1}$$

৪০। সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল একটি কণার সরণ বনাম সময় লেখচিত্র দেখানো হলো– [দি. বো. ১৯]



কণাটির আদি দশা কত?

ক π খ $\frac{\pi}{2}$ গ $\frac{\pi}{4}$ ঘ 0

উত্তর: খ $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: চিত্র হতে, সরণের সমীকরণ, $x = A\cos\omega t$

$\therefore x = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \therefore \delta = \frac{\pi}{2}$

৪১। দুটি স্পন্দনরত কণার সরণ যথাক্রমে $x = A\sin\omega t$ এবং $x = A\cos\omega t$ হলে এদের মধ্যকার দশা পার্থক্য কত? [য. বো. ২১]

ক 0 খ $\frac{\pi}{2}$ গ π ঘ 2π

উত্তর: খ $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: সরলছন্দিত স্পন্দনরত কণার গতির সমীকরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

যেখানে, x = সরণ, A = সর্বোচ্চ বিস্তার, ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক, δ = আদি দশা।

যখন, $\delta = 0$ তখন $x = A\sin\omega t$

যখন, $\delta = \frac{\pi}{2}$ তখন $x = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A\cos\omega t$

$\therefore$ কণা 2 টি মধ্যে দশা পার্থক্য $= \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$

৪২। সরলদোল গতিসম্পন্ন কোনো কণার গতির সমীকরণ, $x = 0.1\sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ m, হলে এর– [চ. বো. ২২]

(i) পর্যায়কাল 3s (ii) সর্বোচ্চ বেগ 1.88 ms^{-1} (iii) আদি দশা 60°

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: সমীকরণ হতে, $\omega = 6\pi$ $rads^{-1}$; A = 0.1 m

$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}$ sec

$v_{max} = \omega A = 6\pi \times 0.1 = 1.88$ ms^{-1}; $\delta = \frac{\pi}{3} = 60°$

৪৩। সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল কোনো কণার সরণের সমীকরণ $x = A\cos\omega t$, এক্ষেত্রে কণাটি- [রা. বো. ২১]

(i) এক প্রান্ত হতে যাত্রা শুরু করেছে

(ii) $t = \frac{T}{4}$ সময়ে সাম্যাবস্থানে থাকবে

(iii) $t = \frac{T}{2}$ সময়ে কণাটির যাত্রা শুরু বিন্দুর বিপরীত পাশে অবস্থান করবে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: একটি কণা তার বিস্তারের একপ্রান্ত থেকে যাত্রা শুরু করলে,

$x = A\cos\omega t = A\cos\frac{2\pi}{T} \times t$

$t = \frac{T}{4}$ হলে $x = A\cos\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} = A\cos\frac{\pi}{2} = 0$

যা সাম্যাবস্থান নির্দেশ করে।

$t = \frac{T}{2}$ হলে, $x = A\cos\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2} = A\cos\pi = -A$

যা শুরুর প্রান্তবিন্দুর বিপরীত প্রান্তবিন্দু নির্দেশ করে।

সরল দোলন গতি সংক্রান্ত রাশিমালা

৪৪। দশা বলতে বুঝায়– [দি. বো. ২৪, ব. বো. ২১]

ক অবস্থান খ বেগ গ ত্বরণ ঘ সবগুলো

উত্তর: ঘ সবগুলো

ব্যাখ্যা: সরলদোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা (সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল), অবস্থান বা দিক বোঝায়।

৪৫। t = 0 সময়ে সরলদোলন গতিসম্পন্ন কোনো বস্তুর দশাকে বলা হবে– [ব. বো. ২১]

ক কৌণিক দশা খ রৈখিক দশা

গ আদি দশা ঘ তাৎক্ষণিক দশা

উত্তর: গ আদি দশা

ব্যাখ্যা: যাত্রা শুরু করার মুহূর্তে (t = 0) যে দশা থাকে তাকে প্রারম্ভিক বা আদি দশা বলে। সময়ের সঙ্গে প্রারম্ভিক দশা একই থাকে।

৪৬। নিচের কোনটি শূন্য দশার সমতুল্য? [সি. বো. ২২]

ক $\pi/2$ খ π গ $3\pi/2$ ঘ 2π

উত্তর: ঘ 2π

ব্যাখ্যা: $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, ...$ একই দশা নির্দেশ করে,

আমরা জানি, $x = A\sin(\omega t + \delta)$; $\delta = 0$ হলে, $x = A\sin\omega t$

$\delta = 2\pi$ হলে, $x' = A\sin(\omega t + 2\pi) = A\sin\omega t$

যেহেতু, $x = x'$ অর্থাৎ 2π শূন্য দশার সমতুল্য।

৪৭। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণার সরণের সর্বোচ্চ অবস্থা হতে যাত্রা শুরু হলে আদি দশা কত? [রা. বো. ২১]

ক π খ $\frac{\pi}{2}$ গ $\frac{\pi}{4}$ ঘ 0

উত্তর: খ $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: $x = A\sin\alpha \Rightarrow A = A\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{2}$

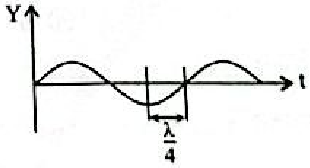
৪৮। সরল ছন্দিত কণার সর্বনিম্ন অবস্থান এবং সাম্যাবস্থার দশা পার্থক্য হচ্ছে– [রা. বো. ২৫]

ক $\frac{\pi}{2}$ খ π গ $\frac{3\pi}{2}$ ঘ 2π

উত্তর: ক $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: সরল ছন্দিত কণার সর্বনিম্ন অবস্থান

$\therefore$ দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$



THE EDUCATIONAL TEAM

৪৯। নিচের কোনটি সরল দোল গতির বেগের সঠিক রাশিমালা নির্দেশ করে? [দি. বো. ২৩]

ক $\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ খ $\omega(A^2 - x^2)$
গ $A \sin(\omega t + \delta)$ ঘ $A \cos(\omega t + \delta)$

উত্তর: ক $\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $x = A \sin(\omega t + \delta)$

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow v = \omega A\sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \delta)} = \omega A\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

৫০। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণা কত সময় পর পর একই দশাপ্রাপ্ত হয়? [দি. বো. ২২; য. বো. ২১]

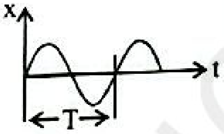
অথবা, সরল ছন্দিত কণার সরণ পুনরাবৃত্তি হয় কত সময় পর? [য. বো. ২৫]

ক $\frac{2\pi}{\omega}$ খ $2\pi\omega$ গ $\frac{\pi}{\omega}$ ঘ $\frac{\omega}{2\pi}$

উত্তর: ক $\frac{2\pi}{\omega}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

t কে $T = \frac{2\pi}{\omega}$ পরিমাণ বৃদ্ধি করলে সরণ হয়,



$$x' = A\sin\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right]$$

$$= A\sin(\omega t + 2\pi + \delta)$$

$$\therefore x' = A\sin(\omega t + \delta) = x$$

সুতরাং পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ সময় পর সরণের মান একই হচ্ছে।

৫১। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ সরণ কত হবে? [য. বো. ১৬]

ক $x_{max} = A$ খ $x_{max} = \omega^2 A$
গ $x_{max} = \omega A$ ঘ $x_{max} = \omega^2 x$

উত্তর: ক $x_{max} = A$

ব্যাখ্যা: সরলদোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার সাম্যাবস্থান থেকে যেকোনো একদিকে সর্বোচ্চ সরণকেই বিস্তার বলে। বিস্তারকে A দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

৫২। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ বেগ নির্দেশ করে কোনটি? [দি. বো. ২৫; রা. বো. ১৬]

ক $\frac{\omega}{A}$ খ $\frac{A}{\omega^2}$ গ $A\omega$ ঘ $A^2\omega$

উত্তর: গ $A\omega$

ব্যাখ্যা: $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ যখন, $x = 0$, $v = \omega\sqrt{A^2 - 0} = \omega A = v_{max}$

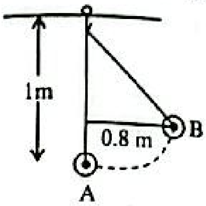
৫৩। সরলছন্দিত গতির সর্বোচ্চ সরণ ও সর্বোচ্চ বেগের অনুপাত–

ক $1/\omega$ খ ω গ $a\omega^2$ ঘ ω^2

উত্তর: ক $1/\omega$

ব্যাখ্যা: $x_{max} = A$ এবং $v_{max} = \omega A$ $\therefore \frac{x_{max}}{v_{max}} = \frac{1}{\omega}$

৫৪। A বিন্দুতে ববটির বেগ কত?



ক 2.8 m/s
খ 3.42 m/s
গ 3.92 m/s
ঘ 7.84 m/s

[চ. বো. ২৫]

উত্তর: ক 2.8 m/s

ব্যাখ্যা: $h = 1 - \sqrt{1^2 - 0.8^2} = 0.4$ m $\therefore v = \sqrt{2gh} = 2.8$ ms^{-1}

৫৫। সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর বিস্তার 0.01 m ও কম্পাঙ্ক 12 Hz, বস্তুটির 0.005 m সরণে বেগ কত? [রা. বো. ১৭]

ক 0.03 ms^{-1} খ 0.3968 ms^{-1}
গ 0.5328 ms^{-1} ঘ 0.65264 ms^{-1}

উত্তর: ঘ 0.65264 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= 24\pi\sqrt{(0.01)^2 - (0.005)^2} = 0.65297$ ms^{-1}

$\omega = 2\pi f$
$= 2\pi \times 12 = 24\pi$

৫৬। কৌণিক কম্পাঙ্কের একক কোনটি? [ব. বো. ২৫]

ক s^{-1} খ rads^{-1} গ Hz ঘ rads^{-2}

উত্তর: খ rads^{-1}

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{\theta}{a}$; কৌণিক কম্পাঙ্কের একক $= \frac{rad}{s} =$ rads^{-1}

৫৭। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.03 ms^{-1}। কণাটির বিস্তার 0.006 m হলে কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? [কু. বো. ২১]

ক 3 rad s^{-1} খ 10 rad s^{-1}
গ 5 rad s^{-1} ঘ 7 rad s^{-1}

উত্তর: গ 5 rad s^{-1}

ব্যাখ্যা: $v_{max} = \omega A$ $\Rightarrow 0.03 = \omega \times 0.006$ $\therefore \omega = 5$ rads^{-1}

৫৮। সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ 0.03 ms^{-1} এবং কণাটির বিস্তার 4 mm হলে কণাটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৫]

ক 0.668 s খ 0.753 s
গ 0.837 s ঘ 0.958 s

উত্তর: গ 0.837 s

ব্যাখ্যা: $v_{max} = \omega A$ $\Rightarrow v_{max} = \frac{2\pi}{T} \times A$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{v_{max}} \times A = \frac{2\pi}{0.03} \times \frac{4}{1000} = 0.837 \text{ sec}$$

৫৯। সরলদোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার ত্বরণ কত হবে? [কু. বো. ২১; য. বো. ১৫]

ক $a = \omega x^2$ খ $a = -\omega^2 x$
গ $a = -\omega x$ ঘ $a = \omega^2 x$

উত্তর: খ $a = -\omega^2 x$

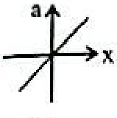
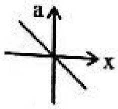
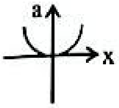
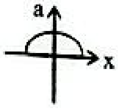
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

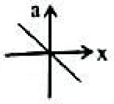
$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A\sin(\omega t + \delta)) = \omega A\cos(\omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega A\cos(\omega t + \delta)) = -\omega^2 A\sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

TDE EDUCATIONAL TEAM

৬০। সরলছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত একটি বস্তুর সরণের (x) সাথে ত্বরণের (a) পরিবর্তনের লেখচিত্র কোনটি? [য. বো. ২১]

ⓚ 
ⓛ 
ⓜ 
ⓝ 

উত্তর: ⓛ 

ব্যাখ্যা: $a = -\omega^2 x$; যা $y = mx$ এর অনুরূপ, যার ঢাল ঋণাত্মক। তাই লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে।

৬১। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দনরত বস্তুকণার বিস্তার A ও সরণ x হলে ত্বরণ সর্বনিম্ন হবে− [য. বো. ১৯]

ⓚ $x = A$ অবস্থানে ⓛ $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে
ⓜ $x = \frac{A}{4}$ অবস্থানে ⓝ $x = 0$ অবস্থানে

উত্তর: ⓝ $x = 0$ অবস্থানে

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $a = -\omega^2 x$ যখন, $x = 0$ তখন, $a = 0 = a_{min}$
যখন, $x = A$ তখন, $a = -\omega^2 A = a_{max}$
[ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় ত্বরণ সরণের বিপরীত অভিমুখী]

৬২। সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল একটি কণার দোলনকাল 10 s। কোন সমীকরণটি এর ত্বরণ 'a' এবং সরণ 'x' এর সম্পর্ক প্রকাশ করে। [কু. বো. ২১; অনুরূপ ঢা. বো., চ. বো. ১৫]

ⓚ $a = -(10\pi)x$ ⓛ $a = -(20\pi)x$
ⓜ $a = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$ ⓝ $a = -(20\pi)^2 x$

উত্তর: ⓜ $a = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$

ব্যাখ্যা: $a = -\omega^2 x = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$

৬৩। একটি সরল ছন্দিত গতির ত্বরণ $a = -bx$ দ্বারা প্রকাশ করা হলে (যেখানে, b ধ্রুবক এবং x হচ্ছে সরণ) এই গতির পর্যায়কাল = ?

ⓚ $2\pi\sqrt{b}$ ⓛ $2\pi/\sqrt{b}$ ⓜ $2\pi/b$ ⓝ $(2\sqrt{\pi})/b$

উত্তর: ⓛ $2\pi/\sqrt{b}$

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, সরল ছন্দিত গতির ত্বরণ, $a = -bx$
আমরা জানি, $a = -\omega^2 x$; তুলনা করে পাই, $\omega^2 = b$

$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = b$

$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{b}$

$\therefore T = \frac{2\pi}{\sqrt{b}}$

৬৪। সরল ছন্দিত স্পন্দন কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণ যথাক্রমে $16\ ms^{-1}$ ও $24\ ms^{-2}$ হলে কৌণিক কম্পাঙ্ক− [কু. বো. ২৩]

ⓚ $\frac{3}{2}$ rad s^{-1} ⓛ $\frac{2}{3}$ rad s^{-1}
ⓜ $\frac{4\pi}{3}$ rad s^{-1} ⓝ $\frac{3\pi}{4}$ rad s^{-1}

উত্তর: ⓚ $\frac{3}{2}$ rad s^{-1}

ব্যাখ্যা: $v_{max} = \omega A$; $|a_{max}| = |-\omega^2 A|$ $\therefore \omega = \frac{|a_{max}|}{v_{max}} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}\ rads^{-1}$

৬৫। একটি সরলদোল গতিসম্পন্ন কণার সরণ 5 cm এবং এর ত্বরণ $80\ cms^{-2}$ হলে এর পর্যায়কাল− [রা. বো. ২২]

ⓚ $\frac{\pi}{4}$ ⓛ $\frac{\pi}{2}$ ⓜ π ⓝ 2π

উত্তর: ⓛ $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: $a = \omega^2 x$ $\Rightarrow 80 = \omega^2 \times 5$ [শুধু মান বিবেচনায়]
$\therefore \omega = 4\ rads^{-1}$ $\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 4$ $\therefore T = \frac{\pi}{2}$ sec

৬৬। m ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল আছে? এর কৌণিক কম্পাংক হবে− [ম. বো. ২২]

ⓚ $\omega = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ⓛ $\omega = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$
ⓜ $\omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$ ⓝ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

উত্তর: ⓝ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

৬৭। সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন 10 kg ভরের কোন বস্তুর কৌণিক কম্পাঙ্ক $10\ rads^{-1}$ হলে বল ধ্রুবক কত?

ⓚ 1000 ⓛ 10 ⓜ 100 ⓝ 0.1

উত্তর: ⓚ 1000

ব্যাখ্যা: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\Rightarrow k = m\omega^2 = 10 \times (10)^2 = 1000$ N/m

৬৮। m ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল আছে। এর পর্যায়কাল হবে− [সি. বো. ১৭, ১৫]
অথবা, নিচের কোনটি পর্যায়কাল ও বল ধ্রুবকের মধ্যকার সম্পর্ক নির্দেশ করে?

ⓚ $T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$ ⓛ $T = 2\pi^2\sqrt{\frac{m}{k^2}}$
ⓜ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ⓝ $T = \frac{1}{2\pi}\frac{m}{k}$

উত্তর: ⓜ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $F = -kx$ এবং $F = ma$

$\therefore ma = -kx$ $\Rightarrow a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$

এখন, $\omega^2 = \frac{k}{m}$ $\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}$

$\Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \times \frac{m}{k}$ $\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ৬৯ ও ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ নিম্নরূপ:
$Y = 10\sin(\omega t + \delta)$

৬৯। যে কোনো সময়ে কণাটির বিস্তার A হলে, সাম্যাবস্থান থেকে 45° কোণে– [য. বো. ২৪]

(i) সরণের মান $\pm\frac{A}{\sqrt{2}}$ (ii) বেগের মান $\pm\frac{\omega A}{\sqrt{2}}$
(iii) ত্বরণের মান $\pm\frac{\omega^2 A}{\sqrt{2}}$

নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $y = 10\sin(\omega t + \delta)$ কণাটির যেকোনো সময়ে বিস্তার = A এবং সাম্যাবস্থান থেকে কোণ, $\theta = \omega t = 45°$ হলে,
সরণ, $y = \pm A\sin 45° = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$ [যেখানে $\delta = 0°$]
বেগ, $v = \pm\omega A\cos 45° = \pm\frac{\omega A}{\sqrt{2}}$; ত্বরণ, $a = -\omega^2 y = \pm\frac{\omega^2 A}{\sqrt{2}}$

৭০। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার কম্পাঙ্ক-এর বল ধ্রুবকের–
ক সমানুপাতিক খ বর্গমূলের সমানুপাতিক
গ ব্যস্তানুপাতিক ঘ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

উত্তর: খ বর্গমূলের সমানুপাতিক

ব্যাখ্যা: $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \therefore \omega \propto \sqrt{k}$

৭১। যদি পর্যায়কাল 3 sec এবং আদি দশা $\frac{\pi}{6}$ হলে, 16 sec পরে বেগের মান কত? [য. বো. ২৪]
ক $11.56\ ms^{-1}$ খ $11.72\ ms^{-1}$
গ $17.46\ ms^{-1}$ ঘ $17.56\ ms^{-1}$

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$ rad/s; $y = 10\sin(\omega t + \delta)$
$v = 10\,\omega\cos(\omega t + \delta) = 10 \times \frac{2\pi}{3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$
$= 10 \times \frac{2\pi}{3}\cos\left(\frac{2\pi}{3} \times 16 + \frac{\pi}{6}\right) = -18.14$ m/s

❖ উদ্দীপকের আলোকে ৭২ ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি সরলদোলকের বিস্তার A এবং দোলনকাল T, দোলকটি $X = \frac{A}{2}$ সরণের সময়কাল t সেকেন্ড। [চ. বো. ১৭]

৭২। দোলকটির সর্বোচ্চ বেগ–
ক $\frac{2\pi}{T}$ খ $\frac{2\pi A}{T}$ গ $\frac{\pi A}{T}$ ঘ $\frac{\pi A}{2T}$

উত্তর: খ $\frac{2\pi A}{T}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $v_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} \times A = \frac{2\pi A}{T}$

৭৩। উদ্দীপকের সময়কাল t = কত?
ক $\frac{T}{2}$ খ $\frac{T}{4}$ গ $\frac{T}{8}$ ঘ $\frac{T}{12}$

উত্তর: ঘ $\frac{T}{12}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $x = A\sin(\omega t + \delta) \Rightarrow x = A\sin\omega t$ [$\delta = 0°$ ধরে]
$\Rightarrow \frac{A}{2} = A\sin\left(\frac{2\pi}{T} \times t\right)$
$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times t = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$
$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} \times t = \frac{\pi}{6}$
$\therefore t = \frac{T}{12}$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৭৪ ও ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10\sin(\omega t + \delta)$; পর্যায়কাল 30 সেকেন্ড এবং আদি সরণ 0.05 m হলে;

৭৪। কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্কের মান হবে– [য. বো. ২৫]
ক $0.209\ rads^{-1}$ খ $0.309\ rads^{-1}$
গ $0.409\ rads^{-1}$ ঘ $0.509\ rads^{-1}$

উত্তর: ক $0.209\ rads^{-1}$

ব্যাখ্যা: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{30} = 0.209\ rads^{-1}$

৭৫। কণাটির আদি দশা হচ্ছে– [য. বো. ২৫]
ক 0.286° খ 0.386° গ 0.486° ঘ 0.496°

উত্তর: ক 0.286°

ব্যাখ্যা: $y = 10\sin(\omega t + \delta)$
$\Rightarrow 0.05 = 10\sin(0 + \delta)$ [$\because t = 0$ sec]
$\Rightarrow \sin\delta = 0.005$
$\therefore \delta = \sin^{-1}(0.005) = 0.286°$

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ৭৬ ও ৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
30 sec পর্যায়কালবিশিষ্ট সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ হলো, $y = 10\sin\left(\frac{\pi}{15}t + \delta\right)$.

৭৬। কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্ক– [ঢা. বো. ২৩]
ক $\frac{\pi}{15}\ rads^{-1}$ খ $\frac{\pi}{12}\ rads^{-1}$ গ $\frac{\pi}{4}\ rads^{-1}$ ঘ $\frac{\pi}{2}\ rads^{-1}$

উত্তর: ক $\frac{\pi}{15}\ rads^{-1}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, সরলছন্দিত কণার গতির সমীকরণ, $y = A\sin(\omega t + \delta)$
তুলনা করে পাই, $\omega = \frac{\pi}{15}\ rads^{-1}$

৭৭। কণার সর্বোচ্চ বেগ– [ঢা. বো. ২৩]
ক $0.209\ ms^{-1}$ খ $2.09\ ms^{-1}$ গ $1.04\ ms^{-1}$ ঘ $4.36\ ms^{-1}$

উত্তর: খ $2.09\ ms^{-1}$

ব্যাখ্যা: $v_{max} = \omega A = \frac{\pi}{15} \times 10 = 2.09\ ms^{-1}$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ৭৮ ও ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সরল দোল গতিসম্পন্ন একটি কণার ρ সরণ–

$Y = 0.5 \sin 4\pi t$ (m)

৭৮। কণাটির স্পন্দনের পর্যায়কাল কত? [চ. বো. ২৪]

ⓚ 0.5 s ⓛ 1 s ⓜ 2 s ⓝ 4 s

উত্তর: ⓚ 0.5 s

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $Y = 0.5\sin 4\pi t$

আমরা জানি, $Y = A\sin\omega t \quad \therefore \omega = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 4\pi \quad \therefore T = 0.5$ s

৭৯। উক্ত সরল দোলনকৃত কণার– [চ. বো. ২৪]

(i) কম্পাংক = 2Hz

(ii) বেগ = $2\pi \cos 4\pi t$ ms^{-1}

(iii) ত্বরণ = $4\pi^2 \sin 4\pi t$ ms^{-2}

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: $\omega = 4\pi \Rightarrow 2\pi f = 4\pi \Rightarrow f = 2$ Hz আবার, $Y = 0.5\sin(4\pi t)$

$\therefore v = \frac{dY}{dt} = 0.5 \times 4\pi \times \cos(4\pi t) = 2\pi\cos(4\pi t)$ ms^{-1}

আবার, $a = \frac{dv}{dt} = -8\pi^2 \sin(4\pi t)$ ms^{-2}

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৮০ ও ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ $y = 10\sin\left(\frac{\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$, যার পর্যায়কাল 5 sec।

৮০। 1.25 sec এ কণাটির সরণ কত একক হবে? [দি. বো. ১৭]

ⓚ 6 একক ⓛ 10 একক ⓜ 12 একক ⓝ 18 একক

উত্তর: ⓛ 10 একক

ব্যাখ্যা: $y = 10\sin\left(\frac{\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right) = 10\sin\left(\frac{\pi \times 1.25}{5} + \frac{\pi}{4}\right) = 10$ একক

৮১। কণাটির–

(i) আদি দশা $\frac{\pi}{4}$ (ii) কম্পাংক 0.1 Hz (iii) বিস্তার 10 একক

নিচের কোনটি সঠিক? [দি. বো. ১৭]

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, $y = 10\sin\left(\frac{\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$ ......(i)

আমরা জানি, $y = A\sin(\omega t + \delta)$ ......(ii)

আদি দশার ক্ষেত্রে, t = 0 sec বসিয়ে, $\delta = \frac{\pi}{4}$

(i) এবং (ii) তুলনা করে,

$\omega = \frac{\pi}{T} \Rightarrow 2\pi f = \frac{\pi}{5}$

$\Rightarrow f = \frac{1}{10} = 0.1$ Hz

এবং বিস্তার A = 10 m

❖ উদ্দীপকটি পড় এবং ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সরল ছন্দিত গতিতে দোলনরত একটি কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণের মান যথাক্রমে 15 cms^{-1} ও 30 cms^{-2}।

৮২। উদ্দীপকের কণাটির পর্যায়কাল কত? [দি. বো. ২৪, ২২]

ⓚ 0.785 s ⓛ 1.57 s ⓜ 3.14 s ⓝ 6.28 s

উত্তর: ⓜ 3.14 s

ব্যাখ্যা: $v_{max} = \omega A$; $|a_{max}| = |-\omega^2 A|$

$\therefore \frac{|a_{max}|}{v_{max}} = \omega \Rightarrow \omega = \frac{30}{15} = 2$ rads^{-1}

$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = 3.14$ s

৮৩। উদ্দীপকে দোলনরত কণার– [দি. বো. ২২]

(i) বিস্তার 7.5 cm

(ii) সর্বোচ্চ বিস্তারে গতিশক্তি শূন্য

(iii) সাম্যাবস্থানে বিভবশক্তি সর্বোচ্চ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: $v_{max} = \omega A \Rightarrow 15 = 2 \times A \quad \therefore A = 7.5$ cm

যখন x = A তখন $v = \omega\sqrt{A^2 - A^2} = 0$

ফলে সর্বোচ্চ বিস্তারে গতিশক্তিও শূন্য হবে।

আবার বিভবশক্তি, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

ফলে x = 0 অর্থাৎ সাম্যাবস্থানে বিভবশক্তি $E_p = 0$ হবে।

সরল দোলন গতির শক্তি ও শক্তির সংরক্ষণশীলতা

৮৪। k স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের x পরিমাণ সরণ ঘটালে সঞ্চিত বিভব শক্তির পরিমাণ কত? [চ. বো. ২৪]

ⓚ $U = \frac{1}{2}kx$ ⓛ $U = kx$

ⓜ $U = \frac{1}{2}kx^2$ ⓝ $U = kx^2$

উত্তর: ⓜ $U = \frac{1}{2}kx^2$

ব্যাখ্যা: k স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের x পরিমাণ সরণ ঘটালে সঞ্চিত বিভবশক্তি, $U = \int_0^x kx\,dx = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x = \frac{1}{2}k(x^2 - 0) = \frac{1}{2}kx^2$

৮৫। k বল ধ্রুবকের একটি স্প্রিং এ T পরিমাণ টান প্রয়োগ করা হলো। ফলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় x পরিমাণ। এ অবস্থায় স্প্রিংটিতে সঞ্চিত বিভবশক্তি হবে– [ব. বো. ২১]

ⓚ $\frac{2T^2}{k}$ ⓛ $\frac{T^2}{2k}$ ⓜ $\frac{T^2}{2x}$ ⓝ $\frac{2k}{T^2}$

উত্তর: ⓛ $\frac{T^2}{2k}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = kx \Rightarrow x = \frac{T}{k}$

বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times k \times \left(\frac{T}{k}\right)^2 = \frac{T^2}{2k}$

৮৬। সরল ছন্দিত কণার মোট শক্তি কীসের উপর নির্ভর করে? [য. বো. ২৪]

ⓚ সরণ ⓚ বেগ ⓖ বিস্তার ⓘ কম্পাঙ্ক

উত্তর: ⓖ বিস্তার

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2 \quad \therefore E \propto A^2$

অতএব, মোট শক্তি বিস্তারের উপর নির্ভর করে।

৮৭। সরল দোলকের একটি পূর্ণ দোলনের ক্ষেত্রে কতটি অবস্থানে ববের সমস্ত শক্তিই বিভবশক্তি? [কু. বো. ২৪]

ⓚ একটি ⓚ দুইটি ⓖ তিনটি ⓘ চারটি

উত্তর: ⓚ দুইটি

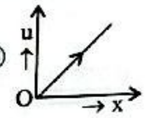
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

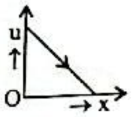
অর্থাৎ, বিভবশক্তি কণার অবস্থান তথা সরণের উপর নির্ভর করে। একটি সরল দোলকের পূর্ণ দোলনের ক্ষেত্রে সাম্যাবস্থান থেকে ডানে ও বামে ২টি সর্বাধিক বিস্তারের বিন্দু তথা প্রান্ত বিন্দুতে সমস্ত শক্তিই বিভবশক্তি।

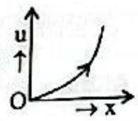
❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ৮৮ ও ৮৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

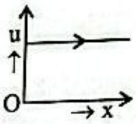
সরল ছন্দিত গতিতে দোলনরত একটি কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণের মান যথাক্রমে $5\ ms^{-1}$, $10\ ms^{-2}$।

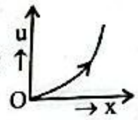
৮৮। আদর্শ স্প্রিং এর জন্য বিভবশক্তি (v) এবং সম্প্রসারণ (x) এর মধ্যকার লেখচিত্র কোনটি? [য. বো. ২৪]

ⓚ 

ⓚ 

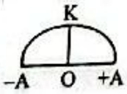
ⓖ 

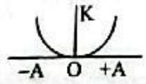
ⓘ 

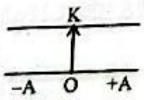
উত্তর: ⓖ 

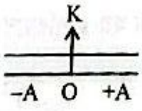
ব্যাখ্যা: $U = \frac{1}{2}kx^2$; যা $x^2 = 4ay$ এর অনুরূপ। তাই এর লেখচিত্র পরাবৃত্তাকার হবে।

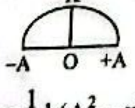
৮৯। সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গড় গতিশক্তি প্রকাশের ক্ষেত্রে কোন লেখচিত্রটি সঠিক? [ম. বো. ২১]

ⓚ 

ⓚ 

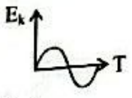
ⓖ 

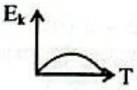
ⓘ 

উত্তর: ⓚ 

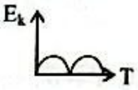
ব্যাখ্যা: $K = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$; অর্থাৎ K এর সর্বোচ্চ মান O বিন্দুতে এবং সর্বনিম্ন মান A বিন্দুতে বিরাজমান। K বনাম x লেখচিত্রটি হবে পরাবৃত্তাকার; যেহেতু এদের সমীকরণ $x^2 = 4ay$ এর অনুরূপ।

৯০। একটি সরল ছন্দিত গতির সরণের সমীকরণ $y = A\sin\omega t$ উক্ত কণার $E_k - T$ লেখচিত্র কোনটি? [সি. বো. ২৪]

ⓚ 

ⓚ 

ⓖ

ⓘ 

উত্তর: ⓖ

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $E_k = \frac{1}{2}(A^2 - x^2)$

$x = 0$ হলে গতিশক্তি, E_k এর মান সর্বোচ্চ হবে। x এর মান বাড়ার সাথে সাথে গতিশক্তির মান কমতে থাকবে। $x = A$ হলে গতিশক্তি সর্বনিম্ন অর্থাৎ শূন্য হবে।

৯১। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত কণার বিভবশক্তি সর্বোচ্চ হবে যখন সরণ-

ⓚ A ⓚ $\frac{A}{2}$ ⓖ $\frac{A}{\sqrt{2}}$ ⓘ 0 হয়

উত্তর: ⓚ A

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

$U = U_{max}$ হবে যখন $x = A$ অর্থাৎ, $U_{max} = \frac{1}{2}kA^2$

৯২। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কোনো কণার বিস্তার A। এর সরণ কত হলে মোট শক্তির অর্ধেক গতিশক্তি এবং অর্ধেক বিভবশক্তি হবে?

ⓚ $\frac{A}{3}$ ⓚ $\frac{A}{2}$ ⓖ $\frac{A}{\sqrt{2}}$ ⓘ $\frac{A}{2\sqrt{2}}$

উত্তর: ⓖ $\frac{A}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা: $E_k = E_p = \frac{1}{2}E \quad \therefore \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}kx^2$

$\Rightarrow A^2 = 2x^2 \quad \therefore x = \frac{A}{\sqrt{2}}$

৯৩। সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর মোট শক্তি E। কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত রেখে বিস্তার দ্বিগুণ করলে সরল ছন্দিত গতিতে চলমান বস্তুটির মোট শক্তি কত হবে?

ⓚ E ⓚ 2E ⓖ E/2 ⓘ 4E

উত্তর: ⓘ 4E

ব্যাখ্যা: $E = \frac{1}{2}kA^2$; যেখানে, কম্পাঙ্ক ধ্রুবক হলে k ধ্রুবক।

$\therefore E' = \frac{1}{2}k(2A)^2 = 4 \times \frac{1}{2}kA^2 = 4E$

৯৪। কোনো স্প্রিংকে 2 cm প্রসারিত করলে সঞ্চিত বিভবশক্তি U। এটিকে 10 cm প্রসারিত করলে সঞ্চিত বিভবশক্তি কত? [কু. বো. ২৩]

ⓚ $\frac{U}{25}$ ⓚ $\frac{U}{5}$ ⓖ 5U ⓘ 25U

উত্তর: ⓘ 25U

ব্যাখ্যা: $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k \times (0.02)^2 \quad \Rightarrow k = 5000\ U$

$\therefore U' = \frac{1}{2}kx'^2 = \frac{1}{2}(5000\ U) \times (0.1)^2 = 25\ U$

৯৫। একটি স্প্রিং-এ 500 N বল প্রয়োগ করায় স্প্রিংটি 10 cm প্রসারিত হয়। স্প্রিংটিতে 20 kg ভরের একটি বোঝা খাড়া নিচের দিকে ঝুলিয়ে দেওয়া হলে স্প্রিংটির স্থিতি শক্তি কত? [দি. বো. ২২]

ⓚ 0.04 J ⓛ 1.90 J ⓜ 3.80 J ⓝ 98 J

উত্তর: ⓜ 3.80 J

ব্যাখ্যা: $k = \frac{F}{x} = \frac{500}{0.1} = 5000 \text{ Nm}^{-1}$

$\therefore U = \frac{F^2}{2k} = \frac{(20 \times 9.8)^2}{2 \times 5000} = 3.8 \text{ J}$

৯৬। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার ক্ষেত্রে– [অক্ষরগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে] [চ. বো. ১৯]

(i) বিভব শক্তি, $E_p = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \delta)$

(ii) গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$

(iii) মোট শক্তি $E \propto A^2$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

$E_P = \int_0^x kx dx = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x = \frac{1}{2}k(x^2 - 0) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \delta)$

$v = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \delta)$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \delta)$

$= \frac{1}{2}m \times \frac{k}{m}A^2\cos^2(\omega t + \delta)$

$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \delta)$

❖ নিচের অনুচ্ছেদটি পড় এবং ৯৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

0.3 m দৈর্ঘ্যের একটি দোলক অর্ধবৃত্ত দোল দেয়। এর ববের ভর 0.01 kg।

৯৭। সর্বনিম্ন অবস্থানে গতিশক্তি কত? [কু. বো. ১৭]

ⓚ 2.425 J ⓛ 0.0294 J ⓜ 0.0194 J ⓝ 0 J

উত্তর: ⓛ 0.0294 J

ব্যাখ্যা: সর্বনিম্ন অবস্থানের গতিশক্তি সর্বোচ্চ অবস্থানের বিভবশক্তির সমান হবে।

$E_k = E_{P(max)} = mgL = 0.01 \times 9.8 \times 0.3 = 0.0294 \text{ J}$

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ৯৮ ও ৯৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সরল দোলগতি সম্পন্ন একটি কণার সরণ $x = \sqrt{3}\sin 2\pi t$ মিটার।

৯৮। কণার স্পন্দনের পর্যায়কাল কত? [সি. বো. ২৩; ব. বো. ১৫]

ⓚ 0.5 sec ⓛ 0.75 sec ⓜ 1 sec ⓝ 2 sec

উত্তর: ⓜ 1 sec

ব্যাখ্যা: $\omega = 2\pi \quad \therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ sec}$

৯৯। 1 m দূরে কণার গতিশক্তি ও বিভবশক্তির অনুপাত কত? [সি. বো. ২৩; ব. বো. ১৫]

ⓚ 1 : 2 ⓛ 2 : 1 ⓜ $1 : \sqrt{3}$ ⓝ $\sqrt{3} : 1$

উত্তর: ⓛ 2 : 1

ব্যাখ্যা: $\frac{E_k}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}k(A^2 - x^2)}{\frac{1}{2}kx^2} = \frac{\{(\sqrt{3})^2 - 1^2\}}{1^2} \quad [\because A = \sqrt{3}\text{ m}]$

$\therefore E_k : E_p = 2 : 1$

স্প্রিং

১০০। স্প্রিং ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি?
অথবা, বল ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি? [ব. বো. ২৪, ২৩; চ. বো. ১৬]

ⓚ $[ML^{-1}T^{-2}]$ ⓛ $[MT^{-2}]$ ⓜ $[ML^2T^{-2}]$ ⓝ $[M^{-1}T^2]$

উত্তর: ⓛ $[MT^{-2}]$

ব্যাখ্যা: $F = kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{ma}{x} = \frac{kg\ ms^{-2}}{m} = kgs^{-2} \quad \therefore [K] = [MT^{-2}]$

১০১। স্প্রিংকে প্রসারিত করলে এর মধ্যে কোন ধরনের শক্তি সঞ্চিত হয়? [চ. বো. ২৩]

ⓚ বিভব শক্তি ⓛ শব্দ শক্তি
ⓜ গতি শক্তি ⓝ তাপশক্তি

উত্তর: ⓚ বিভব শক্তি

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

এখানে, $U \propto x^2$ অর্থাৎ, স্প্রিংকে যত প্রসারিত করা হবে এর ভিতরে তত বিভবশক্তি সঞ্চিত হবে।

১০২। নির্দিষ্ট ভরের একটি বস্তুকে একটি স্প্রিং এ ঝুলিয়ে দিলে, নিম্নের কোনটি সঠিক হবে? [য. বো. ২২]

ⓚ স্প্রিং ধ্রুবক বাড়লে বেগ কমে
ⓛ স্প্রিং ধ্রুবক বাড়লে দোলনকাল কমে
ⓜ স্প্রিং ধ্রুবক বাড়লে ত্বরণ কমে
ⓝ স্প্রিং ধ্রুবক বাড়লে কম্পাঙ্ক কমে

উত্তর: ⓛ স্প্রিং ধ্রুবক বাড়লে দোলনকাল কমে

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$\therefore T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$ অর্থাৎ, স্প্রিং ধ্রুবক বাড়ালে দোলনকাল কম হবে।

১০৩। 100 Nm^{-1} স্প্রিং ধ্রুবকসম্পন্ন একটি স্প্রিংকে 2 cm প্রসারিত করতে দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত বল হবে– [ঢা. বো. ২১]

ⓚ – 1 N ⓛ 0.02 N ⓜ 2 N ⓝ 200 N

উত্তর: ⓜ 2 N

ব্যাখ্যা: $F = kx = 100 \times 0.02 = 2 \text{ N}$

১০৪। কোন স্প্রিংকে 10 N বল দ্বারা টেনে 5 cm প্রসারিত করা হলে, স্প্রিং ধ্রুবক কত হবে? [রা. বো. ২৩]

ⓚ 0.005 Nm^{-1} ⓛ 0.5 Nm^{-1}
ⓜ 2 Nm^{-1} ⓝ 200 Nm^{-1}

উত্তর: ⓝ 200 Nm^{-1}

ব্যাখ্যা: $F = kx \Rightarrow 10 = k \times (0.05) \quad \therefore k = 200 \text{ Nm}^{-1}$

১০৫। একটি স্প্রিংকে কেটে সমান দুইভাগে ভাগ করা হলে প্রতি টুকরায় স্প্রিং ধ্রুবক কত? [স্প্রিং ধ্রুবক k] [ঢা. বো. ২২]

ⓚ $\frac{k}{2}$ ⓛ 2k ⓜ $\frac{k}{4}$ ⓝ 4k

উত্তর: ⓛ 2k

ব্যাখ্যা: $k = \left(\frac{1}{k'} + \frac{1}{k'}\right)^{-1} = \frac{k'}{2} = 2k$

১০৬। 100 Nm^{-1} স্প্রিং-ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে সমান দু'ভাগে কাটা হলো। প্রতিটি খণ্ডের স্প্রিং ধ্রুবক হলো– [ঢা. বো. ২৩]

ⓚ 50 Nm^{-1} ⓛ 100 Nm^{-1} ⓜ 200 Nm^{-1} ⓝ 10^4 Nm^{-1}

উত্তর: ⓜ 200 Nm^{-1}

ব্যাখ্যা: $KL = kl \quad \Rightarrow k = \frac{KL}{l} = \frac{100 \times 1}{\frac{1}{2}} = 200\ Nm^{-1}$

১০৭। দুটি স্প্রিং এর বল ধ্রুবক 200 Nm^{-1} ও 300 Nm^{-1} হলে শ্রেণি সমবায়ে তাদের বল ধ্রুবক কত হবে? [রা. বো. ২২]

ⓚ 100 Nm^{-1} ⓛ 120 Nm^{-1}

ⓜ 250 Nm^{-1} ⓝ 500 Nm^{-1}

উত্তর: ⓛ 120 Nm^{-1}

ব্যাখ্যা: $k_s = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{300}\right)^{-1} = 120\ Nm^{-1}$

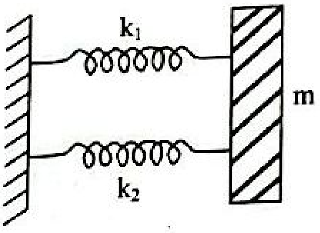
১০৮। 2ms^{-1} বেগে চলন্ত 4 kg ভরের একটি বস্তু, স্প্রিংযুক্ত ভরশূন্য ও 100N/m স্প্রিং ধ্রুবক সম্পন্ন বাম্পারের সঙ্গে সংঘর্ষ হয়। স্প্রিংটির সর্বোচ্চ সংকোচন হল–

ⓚ 0.4 m ⓛ 0.8 m ⓜ 1.6 m ⓝ 2.0 m

উত্তর: ⓚ 0.4 m

ব্যাখ্যা: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad \Rightarrow x^2 = \frac{mv^2}{k} = \frac{4 \times 2^2}{100} = \frac{16}{100} \quad \therefore x = 0.4\ m$

১০৯। চিত্রের m ভরের বস্তুটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কোনটি? [ব. বো. ২৩]



ⓚ $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

ⓛ $\omega = \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$

ⓜ $\omega = \sqrt{\frac{k_1 . k_2}{m(k_1 + k_2)}}$

ⓝ $\omega = \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 + k_2}}$

উত্তর: ⓚ $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

ব্যাখ্যা: $k = k_1 + k_2 \quad \therefore \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$

১১০। স্প্রিং এ সংযুক্ত কোনো কণার সরণ বিস্তারের অর্ধেক হলে সেক্ষেত্রে বেগ হবে– (v_{max} = সর্বোচ্চ বেগ) [ব. বো. ২৩]

ⓚ v_{max} ⓛ $\frac{v_{max}}{2}$ ⓜ $\frac{v_{max}}{\sqrt{2}}$ ⓝ $\frac{\sqrt{3}}{2}v_{max}$

উত্তর: ⓝ $\frac{\sqrt{3}}{2}v_{max}$

ব্যাখ্যা: $v = \omega\sqrt{(A^2 - x^2)} = \omega\left\{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega A$

$\therefore v = \frac{\sqrt{3}}{2}v_{max} \quad [\because v_{max} = \omega A]$

১১১। কোনো স্প্রিং-এর এক প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু ঝুলালে 9.8 cm প্রসারিত হয়, এক্ষেত্রে বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল কত হবে? [g = 9.8 m/s^2] [ম বো. ২৪]

ⓚ 0.0628 s ⓛ 0.628 s ⓜ 6.28 s ⓝ 628 sec

উত্তর: ⓛ 0.628 sec

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, স্প্রিং এর পর্যায়কাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.098}{9.8}} = 0.628\ sec$$

১১২। একটি ঘর্ষণহীন তলে একটি 1.5 kg ভরের স্প্রিংকে কিছুটা প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়া হল। স্প্রিং ধ্রুবকের মান k = 1000 Nm^{-1}। এতে সৃষ্ট কম্পনের কম্পাঙ্ক কত হবে? [সি. বো. ২৫]

ⓚ 4 Hz ⓛ 4.11 Hz ⓜ 5 Hz ⓝ 5.11 Hz

উত্তর: ⓛ 4.11 Hz

ব্যাখ্যা: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{k}{m}} = 4.11\ Hz$

১১৩। একটি স্প্রিং সরল দোলগতিতে রয়েছে। স্প্রিং ধ্রুবক k এবং পর্যায়কাল T এবং প্রসারণ x হলে কোনটি সঠিক? [দি. বো. ২৩]

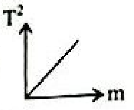
ⓚ $T \propto x$ ⓛ $T \propto x^2$ ⓜ $T \propto \frac{1}{x}$ ⓝ $T \propto \sqrt{x}$

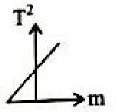
উত্তর: ⓝ $T \propto \sqrt{x}$

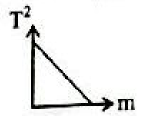
ব্যাখ্যা: যদি ভর m এর জন্য স্প্রিং এর প্রসারণ x হয়। তাহলে, $mg = kx$

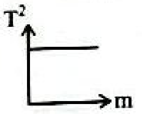
$\Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x}{g}$ আবার, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}} \quad \therefore T \propto \sqrt{x}$

১১৪। একটি স্প্রিং এর প্রান্তে m ভর ঝুলিয়ে দুলতে দিলে এর দোলনকালের বর্গ (T^2) বনাম ভর (m) এর লেখচিত্র কেমন হবে? [রা. বো. ২১; ব. বো. ১৬]

ⓚ 

ⓛ 

ⓜ 

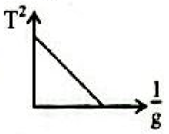
ⓝ 

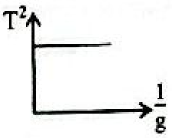
উত্তর: ⓚ

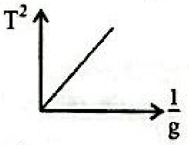
ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{k}m$; যা $y = mx + c$ এর অনুরূপ।

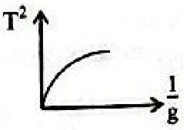
তাই T^2 বনাম m এর লেখচিত্র সরলরৈখিক হবে।

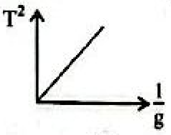
১১৫। $\left(T^2 - \frac{1}{g}\right)$ এর লেখচিত্র কোনটি? [কু. বো. ২১]

ⓚ 

ⓛ 

ⓜ 

ⓝ 

উত্তর: ⓜ 

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \therefore T^2 = 4\pi^2 L \times \frac{1}{g}$; যা $y = mx$ এর অনুরূপ।

তাই লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে।

১১৬। দৃঢ়ভাবে আটকানো k বল ধ্রুবকের এবং l দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্তে m ভর ঝুলিয়ে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর দোলনকাল হবে– [চ. বো. ২২]

(i) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (ii) $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$ (iii) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: সরল দোলকের ক্ষেত্রে, দোলনকাল বা পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে m ভরের বস্তু নিয়ে টেনে ছেড়ে দিলে দোলনকাল,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; আবার, আমরা জানি, $\frac{m}{k} = \frac{e}{g}$ $\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$

১১৭। স্প্রিংজনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে কোন বস্তুর দোলনকাল নির্ভর করে– [কু. বো. ২৩]

(i) স্প্রিং ধ্রুবকের উপর (ii) অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর

(iii) বস্তুর ভরের উপর

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: স্প্রিংজনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে বস্তুর দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

এবং $T = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{m}$; $T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$ এবং $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

অর্থাৎ, দোলনকাল বস্তুর ভর, স্প্রিং ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণ এর উপর নির্ভরশীল।

১১৮। একটি তারের স্প্রিং ধ্রুবকের মান বৃদ্ধি পায়– [রা. বো. ২২]

(i) দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে (ii) প্রস্থচ্ছেদ বৃদ্ধি পেলে

(iii) প্রযুক্ত বল বৃদ্ধি পেলে

নিচের কোনটি সঠিক?

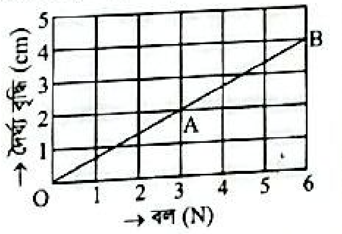
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: স্প্রিং ধ্রুবক নির্ভর করবে স্প্রিং উপাদানের দৃঢ়তা, যে তার থেকে স্প্রিং ক্ষত হয়েছে তার বেধ এবং কুণ্ডলীর বাঁকগুলির ব্যাস, প্রতি ইউনিট দৈর্ঘ্যে বাঁকের সংখ্যা এবং স্প্রিংয়ের সামগ্রিক দৈর্ঘ্যের উপর। দৈর্ঘ্য ও স্প্রিং ধ্রুবক পরস্পরের ব্যস্তানুপাতিক। দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে স্প্রিং ধ্রুবক বৃদ্ধি পায়।

❖ নিচের লেখচিত্রটি লক্ষ কর এবং ১১৯ ও ১২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

লেখচিত্রটিতে একটি স্প্রিং-এ প্রযুক্ত বলের সাথে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।



[কু. বো. ২১]

১১৯। Nm^{-1} এককে স্প্রিং ধ্রুবক কত?

ক 2 খ 200 গ 150 ঘ 50

উত্তর: গ 150

ব্যাখ্যা: $k = \frac{F}{x} = \frac{3}{2 \times 10^{-2}} = 150$ N/m

১২০। স্প্রিং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 3 cm হলে স্প্রিং-এ সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত? [কু. বো. ২১]

ক 0.0675 J খ 0.0576 J গ 0.02675 J ঘ 0.0375 J

উত্তর: ক 0.0675 J

ব্যাখ্যা: $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 150(0.03)^2 = 0.0675$ J

সরল দোলক

১২১। সরল দোলকের দৈর্ঘ্য ও দোলনকাল সংক্রান্ত কোন সমীকরণটি সঠিক নয়?

ক $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ খ $T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2 \times T_2}}$

গ $T_2 = T_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$ ঘ $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

উত্তর: খ $T_1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2 \times T_2}}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{L}{g}$ $\therefore L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

আবার, $T \propto \sqrt{L}$ $\therefore \frac{T_1}{\sqrt{L_1}} = \frac{T_2}{\sqrt{L_2}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

১২২। সরল দোলকের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়– [দি. বো. ১৫]

ক মুক্তিবেগ খ পাহাড়ের উচ্চতা

গ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ঘ পৃথিবীর আবর্তন বেগ

উত্তর: খ পাহাড়ের উচ্চতা

ব্যাখ্যা: সরল দোলকের সাহায্যে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ (g), পাহাড়ের উচ্চতা, সময় ইত্যাদি পরিমাপ করতে পারি।

আমরা জানি, পাহাড়ের $h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right)R = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)R$

১২৩। সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়ের সমীকরণটি হল— [সি. বো. ২৫]

ক $h = \left(\frac{g}{g'} - 1\right)R$ খ $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)R$

গ $h = \left(\frac{g'}{g} - 1\right)R$ ঘ $h = \left(\sqrt{\frac{g'}{g}} 1\right)R$

উত্তর: খ $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)R$

ব্যাখ্যা: $\frac{g}{g'} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2$

$\Rightarrow 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$ $\Rightarrow h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right)R$

১২৪। সরল দোলকের ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ কৌণিক বিস্তার হবে– [কু. বো. ২২; সি. বো. ২২]

ক 1° খ 4° গ 30° ঘ 40°

উত্তর: খ 4°

ব্যাখ্যা: কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে সরল দোলকের ক্ষেত্রে তার সূত্রাবলি প্রযোজ্য নয়। তাই সরল দোলকের ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ কৌণিক বিস্তার হবে 4°।

১২৫। একটি সরল দোলকের বিস্তার দ্বিগুণ করলে এর দোলনকালের অবস্থা কী হবে?

ক দ্বিগুণ হবে খ অপরিবর্তিত থাকবে

গ অর্ধেক হবে ঘ চারগুণ হবে

উত্তর: খ অপরিবর্তিত থাকবে

ব্যাখ্যা: সরল দোলকের প্রথম সূত্র: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরল দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগে।

১২৬। সরল দোলকের ববের ভর বেশি হলে, দোলনকাল কী হবে? [রা. বো. ১৫]

ক) বাড়বে
খ) কমবে
গ) অপরিবর্তিত থাকবে
ঘ) ভরের বর্গমূলের সমানুপাতিক হবে

উত্তর: গ) অপরিবর্তিত থাকবে

ব্যাখ্যা: সরল দোলকের চতুর্থ সূত্র: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরলদোলকের দোলনকাল ববের ভর, আয়তন, উপাদান ইত্যাদির উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভর, আয়তন বা উপাদানের ববের জন্য দোলকের দোলনকাল একই হয়।

১২৭। সরল দোলকের ববের ভর চারগুণ করা হলে দোলনকাল পূর্বের কত গুণ হবে? [রা. বো. ২৪; সি. বো. ২৩]

ক) 1 গুণ   খ) 2 গুণ   গ) 3 গুণ   ঘ) 4 গুণ

উত্তর: ক) 1 গুণ

ব্যাখ্যা: সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভরের উপর নির্ভর করে না। ফলে ভর চারগুণ করা হলেও দোলনকালের কোনোরূপ পরিবর্তন হবে না।

১২৮। একটি সরলদোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য তিনগুণ করে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল– [কু. বো. ২৫; রা. বো. ২৩]

ক) শূন্য হবে   খ) একই থাকবে   গ) $\sqrt{3}$ গুণ হবে   ঘ) অসীম হবে

উত্তর: ঘ) অসীম হবে

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; আর, পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 0$

তাই সরল দোলককে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}} = \infty \text{ (অসীম) হবে।}$$

১২৯। কোন ব্যক্তি $\frac{g}{2}$ ত্বরণে নিচে নামলে তার হাতে অবস্থিত দোলকের দোলনকাল স্থির অবস্থার দোলনকালের তুলনায়– [ঢা. বো. ২২; অনুরূপ দি. বো. ১৬]

ক) বাড়বে   খ) কমবে   গ) একই থাকবে   ঘ) অসীম হবে

উত্তর: ক) বাড়বে

ব্যাখ্যা: $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$; তাই g কমলে T বাড়বে।

১৩০। কোনো সরল দোলককে নিরক্ষীয় অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে আনলে দোলনকাল– [কু. বো. ২২]

ক) সমান থাকবে   খ) শূন্য হবে
গ) বাড়বে   ঘ) কমবে

উত্তর: ঘ) কমবে

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

আবার, পৃথিবীর নিরক্ষীয় অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলের ব্যাসার্ধ কম হওয়ায়, মেরু অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) বেশি। যেহেতু, $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$ অর্থাৎ, g যত বাড়বে দোলনকাল (T) তত কমবে।

১৩১। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য 2.45 m। কোন স্থানে অভিকর্ষজত্বরণ 9.81 m/sec^2 হলে ঐ স্থানে দোলকটির দোলনকাল–

ক) 4 sec   খ) 5.5 sec   গ) 3.54 sec   ঘ) 3.14 sec

উত্তর: ঘ) 3.14 sec

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2.45}{9.81}} = 3.14 \text{ sec}$

১৩২। ভূ-পৃষ্ঠে একটি দোলক ঘড়ি 1sec-এ একবার টিক শব্দ করে। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত m? [ঢা. বো. ২৪]

ক) 0.248   খ) 0.745   গ) 0.993   ঘ) 1.241

উত্তর: গ) 0.993

ব্যাখ্যা: 1 sec এ একবার টিক শব্দ করে বলতে অর্ধদোলনকাল = 1 sec

∴ দোলনকাল, $T = 2 \times 1 = 2 \text{ sec}$

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4 \times \pi^2} = 0.993 \text{ m}$

১৩৩। একটি সরলদোলকের অর্ধদোলন কাল 0.75s, দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত? [ম. বো. ২৫]

ক) 0.186m   খ) 0.326m   গ) 0.559m   ঘ) 0.686m

উত্তর: গ) 0.559m

ব্যাখ্যা: অর্ধদোলনকাল, $\frac{T}{2} = 0.75 \text{ sec}$; দোলনকাল, $T = 1.5 \text{ sec}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \therefore L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 1.5^2}{4\pi^2} = 0.559 \text{ m}$$

১৩৪। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য L, ভর M এবং কম্পাঙ্ক f। এর কম্পাঙ্ক $2f$ করতে হলে– [রা. বো. ১৫]

ক) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে 4 L করতে হবে   খ) দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করে 2 L করতে হবে
গ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{2}$ করতে হবে   ঘ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{4}$ করতে হবে

উত্তর: ঘ) দৈর্ঘ্য হ্রাস করে $\frac{L}{4}$ করতে হবে

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \therefore \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

$$\Rightarrow \frac{2f}{f} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad \therefore L_2 = \frac{L_1}{4}$$

১৩৫। একটি দোলায়মান সেকেন্ড দোলকের ফাঁপা দোলক পিণ্ডকে পারদ দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটি– [ঢা. বো. ২৫]

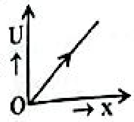
ক) দ্রুত চলবে   খ) ধীরে চলবে
গ) অপরিবর্তিত থাকবে   ঘ) দুলবে না

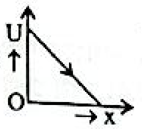
উত্তর: খ) ধীরে চলবে

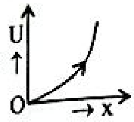
ব্যাখ্যা: ফাঁপা দোলক পিণ্ডকে পারদ দ্বারা অর্ধপূর্ণ করলে দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলকটির দোলনকাল বৃদ্ধি পায় ফলে দোলকটি ধীরে চলে।

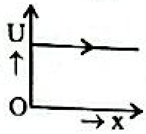
নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১৩৬ ও ১৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
❖ সরল ছন্দিত গতিতে দোলনরত একটি কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণের মান যথাক্রমে $5\ ms^{-1}$, $10\ ms^{-2}$

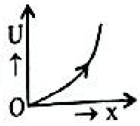
১৩৬। আদর্শ স্প্রিং এর জন্য বিভবশক্তি (U) এবং সম্প্রসারণ (x) এর মধ্যকার লেখচিত্র কোনটি? [য. বো. ২৪]

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: গ 

ব্যাখ্যা: স্প্রিং এর বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$ যা পরাবৃত্তের $(x^2 = 4ay)$ সমীকরণ।

১৩৭। পর্যায়কাল দ্বিগুণ করলে সরলদোলকের দৈর্ঘ্য কতগুণ বৃদ্ধি করতে হবে? [কু. বো. ২১]

ক 4 খ 2 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{4}$

উত্তর: ক 4

ব্যাখ্যা: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad \therefore L_2 = 4L_1$

[বি. দ্র. কতগুণ বৃদ্ধি বলতে মূলত প্রাথমিক অবস্থা হতে কতটুকু বৃদ্ধি পেয়েছে সেটাকে বুঝায়। এক্ষেত্রে, বৃদ্ধি $= L_2 - L_1 = 4L_1 - L_1 = 3L_1$ সুতরাং প্রকৃতপক্ষে 3 গুণ বৃদ্ধি পেয়েছে।

১৩৮। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 2 : 3 হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত হবে– [দি. বো. ১৫]

ক 2 : 3 খ 3 : 2 গ 4 : 9 ঘ 9 : 4

উত্তর: গ 4 : 9

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{4}{9}$

১৩৯। 0.3 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল 0.8 sec পাওয়া গেল। দোলনকাল 2.4 sec করতে হলে দোলকটির দৈর্ঘ্য কত হবে? [ব. বো. ১৯]

ক 1.8 m খ 2.4 m গ 2.7 m ঘ 3.6 m

উত্তর: গ 2.7 m

ব্যাখ্যা: $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow L_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \times L_1 = \left(\frac{2.4}{0.8}\right)^2 \times 0.3 = 2.7\ m$

১৪০। 40 cm দীর্ঘ একটি সরল দোলক প্রতি মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয়, তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে?

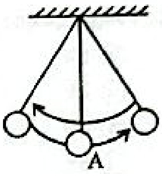
ক 3 s খ 6 s গ 9 s ঘ 80 s

উত্তর: ঘ 80 s

ব্যাখ্যা: $T \propto \sqrt{L} \quad \therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

$\Rightarrow t_2 = \frac{n_1}{n_2} \times t_1 \times \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \quad \therefore t_2 = \frac{40}{60} \times 60 \times \sqrt{\frac{160}{40}} = 80\ s$

১৪১। চিত্রানুযায়ী A বিন্দুতে নিচের কোনটি সঠিক? [য. বো. ২৩; চ. বো. ২২; দি. বো. ২১; সম্মিলিত বো. ১৮]



সাম্যাবস্থান

ক বেগ এবং ত্বরণ উভয়ই সর্বোচ্চ
খ বেগ সর্বনিম্ন, ত্বরণ সর্বোচ্চ
গ বেগ সর্বোচ্চ, ত্বরণ সর্বনিম্ন
ঘ বেগ ও ত্বরণ উভয়ই সর্বনিম্ন

উত্তর: গ বেগ সর্বোচ্চ, ত্বরণ সর্বনিম্ন

ব্যাখ্যা: A বিন্দুতে অর্থাৎ সাম্যাবস্থানে $x = 0$ হবে।

$\therefore$ বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \omega\sqrt{A^2 - 0} = \omega A = v_{max}$

ত্বরণ, $a = \omega^2 x = -\omega^2 \times 0 = 0 = a_{min}$

১৪২। একটি সরল দোলকে বিস্তার ও কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 0.01 m এবং 12 Hz। 0.005 m সরণের ক্ষেত্রে দোলকটির বেগ কত হবে? [য. বো. ২৩]

ক $0.030\ ms^{-1}$ খ $0.06\ ms^{-1}$
গ $0.12\ ms^{-1}$ ঘ $0.653\ ms^{-1}$

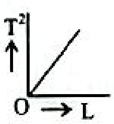
উত্তর: ঘ $0.653\ ms^{-1}$

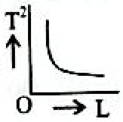
ব্যাখ্যা: $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 2\pi f \times \sqrt{A^2 - x^2}$

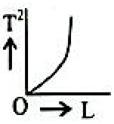
$= 2\pi \times 12 \times \sqrt{(0.01^2 - 0.005^2)} = 0.653\ ms^{-1}$

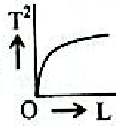
১৪৩। সরল দোলকের ক্ষেত্রে দোলনকালের বর্গ (T^2) বনাম কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) এর লেখচিত্র নিচের কোনটি? [চ. বো. ২৪, ১৯; অনুরূপ ব. বো. ২৫; কু. বো. ১৯; দি. বো. ১৭]

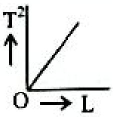
অথবা, কোন লেখচিত্রটি সরল দোলকের ২য় সূত্রকে প্রকাশ করে?

ক 

খ 

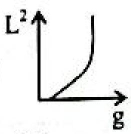
গ 

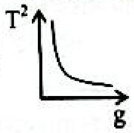
ঘ 

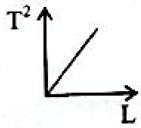
উত্তর: ক 

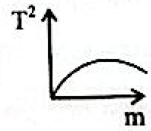
ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = \frac{2\pi}{g} \times L$ যা $y = mx$ এর অনুরূপ, তাই লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হবে।

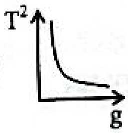
১৪৪। নিচের কোন লেখচিত্রটি সরলদোলকের তৃতীয় সূত্রকে প্রকাশ করে? [রা. বো. ১৭; অনুরূপ কু. বো. ১৭]

ক 

খ 

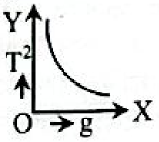
গ 

ঘ 

উত্তর: খ 

ব্যাখ্যা: $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \Rightarrow T^2 \propto \frac{1}{g} \quad \therefore gT^2 =$ ধ্রুবক যা $xy = k$ এর অনুরূপ। তাই T^2 বনাম g এর লেখচিত্র অধিবৃত্তাকার হবে।

১৪৫। নিচের লেখচিত্রটি সরল দোলকের কোন সূত্রের প্রয়োগ? [ঢা. বো. ২৫]



ⓚ ১ম
ⓛ ২য়
ⓜ ৩য়
ⓝ ৪র্থ

উত্তর: ⓜ ৩য়

ব্যাখ্যা: **সরল দোলকের সূত্রাবলি:**

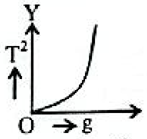
প্রথম সূত্র– সমকাল সূত্র: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরল দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগে। দোলনকাল কৌণিক বিস্তারের ওপর নির্ভর করে না।

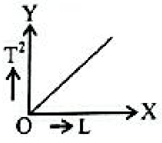
দ্বিতীয় সূত্র– দৈর্ঘ্যের সূত্র: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল (T) এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L)-এর বর্গমূলের সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

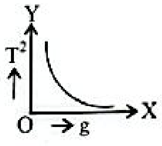
তৃতীয় সূত্র– ত্বরণের সূত্র: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) অপরিবর্তিত থাকলে এর দোলনকাল (T) অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

চতুর্থ সূত্র– ভরের সূত্র: কৌণিক বিস্তার ক্ষুদ্র হলে এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল ববের ভর, আয়তন, উপাদান ইত্যাদির উপর নির্ভর করে না। বিভিন্ন ভর, আয়তন বা উপাদানের ববের জন্য দোলকের দোলনকাল একই হয়।

১৪৬। সরলদোলকের ক্ষেত্রে লেখচিত্র হচ্ছে– [য. বো. ১৫]

(i) 

(ii) 

(iii) 

নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓜ ii ও iii

১৪৭। সরল দোলকের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়– [রা. বো. ২৫]
i. অভিকর্ষজ ত্বরণ ii. পাহাড়ের উচ্চতা iii. সময়
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

১৪৮। একটি দোলক ঘড়িকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে– [চ. বো. ২৪; ঢা. বো. ১৭]
(i) সময় হারাবে (ii) দ্রুত চলবে (iii) দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ থেকে যত উপরে উঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, g এর মান তত কমতে থাকে। আবার, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

অর্থাৎ, g এর মান কমলে দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে ফলে দোলক ঘড়ি সময় হারাবে।

১৪৯। কোনো দোলক ঘড়িকে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে ঘড়িটির– [রা. বো. ২৫]
i. দোলন থেমে যাবে ii. দোলনকাল অসীম হবে
iii. দোলকটি দ্রুত দুলবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য।

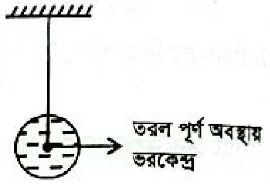
$\therefore$ দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$

ফলে কোনো দোলক ঘড়িকে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিয়ে গেলে ঘড়িটির দোলন থেমে যাবে।

১৫০। একটি সরল দোলকের ফাঁপা ববকে তরল দ্বারা পূর্ণ করে তলায় ছোট ছিদ্র করে দিয়ে এবং তরল ফোঁটায় ফোঁটায় পরতে থাকলে দোলকটি– [রা. বো. ১৭]
(i) প্রথমে ধীরে এবং পরে দ্রুত চলবে
(ii) প্রথমে দ্রুত এবং পরে ধীরে চলবে
(iii) লব্ধি ভারকেন্দ্র ক্রমান্বয়ে কেন্দ্র থেকে নিচে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ i ও iii

ব্যাখ্যা: তরল ফোঁটায় ফোঁটায় পরতে থাকলে ভরকেন্দ্র নিচের দিকে নামতে থাকবে। আমরা জানি,



$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$

অর্থাৎ, দৈর্ঘ্য যত বাড়তে থাকবে পর্যায়কাল তত বাড়তে থাকবে। ফলে দোলকটি প্রথমে ধীরে চলবে। যখন তরল অর্ধেকের নিচে নেমে আসবে এবং ভরকেন্দ্র উপরে উঠতে থাকবে তখন দোলক দ্রুত চলবে।

১৫১। সরলদোলকের গতির ক্ষেত্রে $\frac{1}{2}kA^2$ নির্দেশ করে– [কু. বো. ২১]
(i) সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তি (ii) সর্বোচ্চ গতিশক্তি (iii) মোট শক্তি
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি,

$U = \frac{1}{2}kx^2$ যখন, $x = A$ তখন, $U = U_{max} = \frac{1}{2}kA^2$

$E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ যখন, $x = 0$ তখন, $E_k = (E_k)_{max} = \frac{1}{2}kA^2$

মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2$ (সর্বদা)

১৫২। একটি সরল দোলকের ববের ভর 5 gm এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য 13 cm। ববটিকে সাম্যবিন্দুগামী উল্লম্ব রেখা থেকে 5 cm দূরে টেনে ছেড়ে দেয়া হলে– [চ. বো. ২৩]
(i) সাম্যবিন্দু অতিক্রমকালে গতিশক্তি 4.9×10^{-4} J
(ii) ব্যবস্থাটি শক্তির সংরক্ষণশীল নীতি মেনে চলে
(iii) ববের ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9.8}{0.13}} = 8.682\ rads^{-1}$

$\therefore E_k = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \times 0.005 \times (8.682)^2 \times \{(0.05)^2 - (0)^2\}$

$\therefore E_k = 4.712 \times 10^{-4}$ J

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১৫৩ এবং ১৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি সেকেন্ড দোলককে মেরু ও বিষুবীয় অঞ্চলে নিয়ে গেলে প্রাপ্ত অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে 9.83 m/s^2 এবং 9.78 m/s^2.

১৫৩। মেরু অঞ্চলে উক্ত দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত? [চ. বো. ২৫]
ⓚ 3.12 m ⓛ 1.56 m ⓜ 1.49 m ⓝ 0.9959 m

উত্তর: ⓝ 0.9959 m

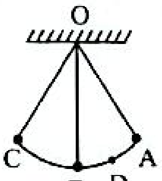
ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.83 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.9959$ m

১৫৪। উদ্দীপকের দোলকের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [চ. বো. ২৫]
ⓚ বিষুবীয় অঞ্চলে কার্যকরী দৈর্ঘ্য মেরু অঞ্চল থেকে বাড়বে
ⓛ মেরু অঞ্চলে দোলনকাল বিষুবীয় অঞ্চল থেকে হ্রাস পাবে
ⓜ উভয় অঞ্চলের ক্ষেত্রে দোলনকাল পৃথিবীর ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল নয়
ⓝ উভয় অঞ্চলের ক্ষেত্রে দোলনকাল পৃথিবীর ঘূর্ণয়ের উপর নির্ভরশীল নয়

উত্তর: ⓛ মেরু অঞ্চলে দোলনকাল বিষুবীয় অঞ্চল থেকে হ্রাস পাবে

ব্যাখ্যা: $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$; অর্থাৎ, g এর মান বেশি হলে দোলনকাল সেখানে কম হবে। এখানে, মেরু অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি হওয়ায় দোলনকাল হ্রাস পাবে।

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১৫৫ ও ১৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
এখানে T = 2 sec এবং g = 9.8 ms^{-2}



১৫৫। উদ্দীপকের দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত? [দি. বো. ২৫]
ⓚ 0.49 m
ⓛ 0.99 m
ⓜ 1.03 m
ⓝ 1.56 m

উত্তর: ⓛ 0.99 m

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.99$ m

১৫৬। কোন বিন্দুতে ববের বেগ সর্বোচ্চ? [দি. বো. ২৫]
ⓚ A ⓛ B ⓜ C ⓝ D

উত্তর: ⓛ B

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$; $v = v_{max}$ হবে যখন, x = 0 হবে, অর্থাৎ সাম্যাবস্থানে (B বিন্দুতে) কণাটির বেগ সর্বোচ্চ হবে।

❖ উদ্দীপকটি পড় এবং ১৫৭ ও ১৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 79.2 cm এবং ববের ব্যাসার্ধ 0.8 cm। (অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2})। [ব. বো. ১৭]

১৫৭। উক্ত দোলকটির দোলনকাল কত?
ⓚ 0.5077 s ⓛ 0.5129 s ⓜ 0.8976 s ⓝ 1.7952 s

উত্তর: ⓝ 1.7952 s

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.792 + 0.008}{9.8}} = 1.7952$ sec

১৫৮। উক্ত দোলককে সেকেন্ড দোলকে পরিণত করলে–
(i) দোলকটি দ্রুত চলবে
(ii) দোলনকাল 2 sec হবে
(iii) সুতার দৈর্ঘ্য 19.29 cm বৃদ্ধি করতে হবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓜ ii ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, T = 2 sec

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times (2)^2}{4\pi^2} = 0.993\text{m}$$

∴ নতুন সুতার দৈর্ঘ্য, $l' = 0.993 - 0.008 = 0.985$ m
∴ $\Delta l = 0.985 - 0.792 = 0.1929\text{m} = 19.29$ cm

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১৫৯ ও ১৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একটি সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1m। শাহেদ দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করতে গিয়ে দৈর্ঘ্য 50% বৃদ্ধি করে।

১৫৯। কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধিপ্রাপ্ত সরল দোলকের দোলনকাল কত? [কু. বো. ২৫]
ⓚ 2.46s ⓛ 2.54s ⓜ 3s ⓝ 3.12s

উত্তর: ⓚ 2.46s

ব্যাখ্যা: দৈর্ঘ্য, L′ = L × 50% = 1.5 L × 1.5 m

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.5}{9.8}} = 2.46 \text{ s}$$

১৬০। শাহেদের সরল দোলকের– [কু. বো. ২৫]
(i) কম্পাঙ্ক 0.5 Hz (ii) কৌণিক কম্পাঙ্ক 3.14 rad/s
(iii) কার্যকরী দৈর্ঘ্য বাড়লে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: i. কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$ Hz
(কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m হলে, দোলনকাল, T = 2 sec)
ii. কৌণিক কম্পাঙ্ক, $2\pi f = 2\pi \times 0.5 = 3.14$ $rads^{-1}$
iii. কার্যকরী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলনকাল বাড়ে যেহেতু $T \propto \sqrt{L}$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
সরল ছন্দিত গতিতে দোলনরত একটি কণার সর্বোচ্চ বেগ ও সর্বোচ্চ ত্বরণের মান যথাক্রমে 5 ms^{-1}, 10 ms^{-2}।

১৬১। উদ্দীপকে দোলনরত কণার ক্ষেত্রে– [দি. বো. ২৪]
(i) বিস্তার 2.5 m (ii) সাম্যাবস্থানে বিভবশক্তি শূন্য
(iii) সর্বোচ্চ বিস্তারে গতিশক্তি শূন্য
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি,

$v_{max} = \omega A$
$\Rightarrow A = \frac{v_{max}}{\omega}$
$\therefore A = \frac{5}{2} = 2.5$ m

$v_{max} = \omega A$
$|a_{max}| = \omega^2 A$
$\frac{a_{max}}{v_{max}} = \frac{\omega^2 A}{\omega A} = \omega$
$\therefore \omega = \frac{10}{5} = 2$ $rads^{-1}$

আবার, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ যখন, x = A তখন $v = 0 = v_{min}$
ফলে সর্বোচ্চ অবস্থানে গতিশক্তি শূন্য এবং বিভবশক্তি,
$U = \frac{1}{2}kx^2$; অর্থাৎ, x = 0 (সাম্যাবস্থান) এর জন্য বিভবশক্তি শূন্য।

❖ **উদ্দীপকের আলোকে ১৬২ ও ১৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ**

0.02 kg ভরের একটি বস্তু সরলছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হচ্ছে যার দোলনকাল 2s বিস্তার 0.2 m।

১৬২। দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য কত? [সি. বো. ২৪]

ⓚ 9.929 m ⓛ 0.9964 m ⓖ 0.9929 m ⓘ 0.3171 m

উত্তরঃ ⓖ 0.9929 m

ব্যাখ্যাঃ আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.9929$ m

১৬৩। স্পন্দিত বস্তুর সরণ যখন 0.1 m তখন গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির অনুপাত হবে কত? [সি. বো. ২৪]

ⓚ 1 : 2 ⓛ 1 : 3 ⓖ 3 : 1 ⓘ 2 : 1

উত্তরঃ ⓖ 3 : 1

ব্যাখ্যাঃ $\frac{E_k}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}k(A^2 - x^2)}{\frac{1}{2}kx^2} = \frac{A^2 - x^2}{x^2} = \frac{0.2^2 - 0.1^2}{0.1^2} = 3 \quad \therefore E_k : E_p = 3 : 1$

❖ **উদ্দীপকটির আলোকে ১৬৪ ও ১৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ**

0.01 kg ভরের একটি বস্তু কণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলন গতিতে দুলছে। এর দোলনকাল 2 sec, বিস্তার 0.1 m এবং সরণ 0.02 m।

১৬৪। দোলকটির বল ধ্রুবক কত? [চ. বো. ২৩; অনুরূপ ব. বো. ২১; রা. বো. ১৭]

ⓚ 0.0465 Nm^{-1} ⓛ 0.0314 Nm^{-1}
ⓖ 0.09854 Nm^{-1} ⓘ 0.3944 Nm^{-1}

উত্তরঃ ⓖ 0.09854 Nm^{-1}

ব্যাখ্যাঃ $k = m\omega^2 = 0.01 \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0.09854\ Nm^{-1}$

১৬৫। উদ্দীপকে উল্লিখিত সরণকালে দোলকটির গতিশক্তি ও বিভবশক্তির অনুপাত কত? [চ. বো. ২৩; অনুরূপ ব. বো. ২১; রা. বো. ১৭]

ⓚ 0.42 : 1 ⓛ 1 : 0.42 ⓖ 24 : 1 ⓘ 1 : 24

উত্তরঃ ⓖ 24 : 1

ব্যাখ্যাঃ $\frac{E_k}{E_p} = \frac{(A^2 - x^2)}{x^2} = \frac{(0.1^2 - 0.02^2)}{0.02^2} \quad \therefore E_k : E_p = 24 : 1$

সেকেন্ড দোলক

১৬৬। সেকেন্ড দোলক হচ্ছে যে সরল দোলকের দোলনকাল–

ⓚ এক সেকেন্ড ⓛ দুই সেকেন্ড ⓖ তিন সেকেন্ড ⓘ চার সেকেন্ড

উত্তরঃ ⓛ দুই সেকেন্ড

ব্যাখ্যাঃ যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 s অর্থাৎ, যে দোলকের এক প্রান্ত বিন্দু হতে অপর প্রান্ত বিন্দুতে পৌঁছাতে 1 s সময় লাগে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

১৬৭। একটি সেকেন্ড দোলকের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে যেতে সময় লাগে– [ব. বো. ১৫]

ⓚ 0.5 সে. ⓛ 1 সে. ⓖ 1.5 সে. ⓘ 2 সে.

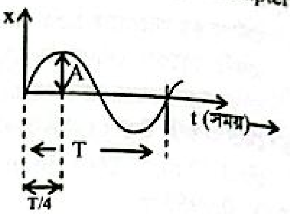
উত্তরঃ ⓛ 1 সে.

১৬৮। যে দোলক সাম্যাবস্থান হতে সর্বাধিক সরণে যেতে 0.5 সেকেন্ড সময় নেয় তাকে কী বলে? [দি. বো. ২১]

ⓚ সরল দোলক ⓛ জটিল দোলক
ⓖ সেকেন্ড দোলক ⓘ কেটার দোলক

উত্তরঃ ⓖ সেকেন্ড দোলক

ব্যাখ্যাঃ সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে,
যেহেতু T = 2 sec
$\therefore \frac{T}{4} = 0.5$ sec



১৬৯। একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক কত? [য. বো. ২৪; ব. বো., ম. বো. ২৩; চ. বো. ২১, ১৫; সি. বো. ১৯]

ⓚ অসীম ⓛ 1 Hz ⓖ 0.5 Hz ⓘ 0 Hz

উত্তরঃ ⓖ 0.5 Hz

ব্যাখ্যাঃ $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$ Hz

১৭০। মহাকাশে একজন নভোচারীর নিকট একটি সেকেন্ড দোলকের কম্পাংক কত হবে? [য. বো. ১৫]

ⓚ 0 Hz ⓛ 1 Hz ⓖ 2 Hz ⓘ অসীম

উত্তরঃ ⓚ 0 Hz

ব্যাখ্যাঃ মহাকাশে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g = 0 ফলে, $T = \infty \quad \therefore f = \frac{1}{T} = 0$ Hz

১৭১। সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [য. বো. ২১; ঢা. বো. ১৫]

ⓚ $L \propto g$ ⓛ $L \propto \frac{1}{g}$ ⓖ $L \propto T$ ⓘ $L \propto \frac{1}{T}$

উত্তরঃ ⓚ $L \propto g$

ব্যাখ্যাঃ আমরা জানি, সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে, T = 2 sec = ধ্রুবক

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2} \times g \quad \therefore L \propto g$

১৭২। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য– [ব. বো. ২৫; চ. বো. ২১]

ⓚ $L = \frac{\pi}{g^2}$ ⓛ $L = \frac{\pi^2}{g}$ ⓖ $L = \frac{g^2}{\pi}$ ⓘ $L = \frac{g}{\pi^2}$

উত্তরঃ ⓘ $L = \frac{g}{\pi^2}$

ব্যাখ্যাঃ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \therefore L = \frac{g}{\pi^2}$

১৭৩। সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [কু. বো. ২২; সি. বো. ২২]

ⓚ $g = 4\pi^2 (l + r)$ ⓛ $g = \frac{(l + r)}{4\pi^2}$
ⓖ $g = \frac{4\pi^2}{(l + r)}$ ⓘ $g = \pi^2 (l + r)$

উত্তরঃ ⓘ $g = \pi^2 (l + r)$

ব্যাখ্যাঃ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l + r}{g}}$

$\therefore g = \pi^2 (l + r)$

১৭৪। নিচের কোন কারণে দোলক ঘড়ি স্লো চলবে? [সি. বো. ২১]

ক) g কে স্থির রেখে L বাড়ালে T বাড়বে বলে
খ) g কে স্থির রেখে L কমালে T কমবে বলে
গ) L কে স্থির রেখে g বাড়ালে T বাড়বে বলে
ঘ) L কে স্থির রেখে g বাড়ালে T কমবে বলে

উত্তর: ক) g কে স্থির রেখে L বাড়ালে T বাড়বে বলে

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$ [যেখানে, g = ধ্রুবক]

আবার, দোলক ঘড়ির পর্যায়কাল বাড়লে ঘড়ি স্লো চলবে। ফলে যেসব কারণে পর্যায়কাল বাড়ে সেসব কারণে দোলক ঘড়ি স্লো চলবে।

১৭৫। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 4 গুণ করলে দোলনকাল হবে– [ব. বো. ২৪; চা. বো. ১৯]

ক) 2 sec খ) 4 sec গ) 8 sec ঘ) 16 sec

উত্তর: খ) 4 sec

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1}}$ $\therefore T_2 = \sqrt{\frac{4L_1}{L_1}} \times T_1 = 2 \times 2 = 4$ sec

১৭৬। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 25.6% বৃদ্ধি করা হলে দোলনকাল বৃদ্ধি হবে– [ব. বো. ২৩; অনুরূপ ম. বো. ২২]

ক) 12% খ) 24.1% গ) 25.6% ঘ) 50%

উত্তর: ক) 12%

ব্যাখ্যা: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{(1+0.256)L_1}{L_1}} \Rightarrow T_2 = 1.121\ T_1$

$\therefore \Delta T = \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1}\right) \times 100\% = \frac{(1.121-1)T_1}{T_1} \times 100\% = 12.1\%$

১৭৭। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে উক্ত দোলকটি দিনে কত সেকেন্ড সময় হারাবে? [ম. বো. ২২]

ক) 129.8 s খ) 258.5 s গ) 327.5 s ঘ) 429.8 s

উত্তর: ঘ) 429.8 s

ব্যাখ্যা: $\frac{T'}{T} = \frac{86400}{86400 - n}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$

$\therefore \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}}$

$\Rightarrow \frac{86400}{86400 - n} = \sqrt{\frac{(1+0.01)L}{L}}$

$\Rightarrow \frac{86400}{86400 - n} = 1.005$

$\therefore n = 86400 - \frac{86400}{1.005} = 429.8$ sec

১৭৮। কুমিল্লায় অবস্থিত একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য রাজশাহীতে অবস্থিত দোলকের চেয়ে 10% বেশি হলে, কোন বস্তুকে রাজশাহী থেকে কুমিল্লা নেয়া হলে তার ওজন কত হবে?

ক) 10% বেশি খ) 10% কম
গ) সমান থাকবে ঘ) $10^{1/2}$ কম

উত্তর: ক) 10% বেশি

ব্যাখ্যা: $L \propto g$

$\therefore \frac{L'}{L} = \frac{g'}{g}$

$\Rightarrow \frac{(1+0.1)L}{L} = \frac{g'}{g}$

$\Rightarrow g' = 1.1g$

$\therefore \Delta g = \frac{g' - g}{g} \times 100\% = \frac{(1.1-1)g}{g} \times 100\% = 10\%$

১৭৯। দোলক ঘড়ি– [সি. বো. ১৯]

(i) পাহাড়ের উপর ধীরে চলে
(ii) বিষুব অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলে নিলে এটি ধীরে চলে
(iii) গ্রীষ্মকালের চেয়ে শীতকালে দ্রুত চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: খ) i ও iii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$; g এর মান যত কমবে পর্যায়কাল (T) তত বাড়বে। আবার, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব যত বাড়বে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) তত কমবে। শীতকালে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে পর্যায়কাল হ্রাস পাবে। ফলে শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে।

১৮০। একটি সেকেন্ড দোলকের ক্ষেত্রে– [সি. বো. ২৫]

i. T = 2 sec ii. n = 0.5 Hz iii. L = 0.99 m

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

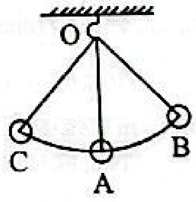
উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল, T = sec

কম্পাঙ্ক, $n = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$ Hz

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.99$ m

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১৮১ ও ১৮২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
দোলকটির দোলনকাল 2 sec এবং $g = 9.8\ ms^{-2}$।



১৮১। দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত? [ঢা. বো. ২৫]

ক) 1.56 m
খ) 1.03 m
গ) 0.99 m
ঘ) 0.49 m

উত্তর: খ) 0.99 m

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8 \times 2^2}{4\pi^2} = 0.99$ m

১৮২। BA দূরত্ব অতিক্রম করতে ববটির কত সময় লাগবে? [ঢা. বো. ২৫]

ক) 0.25 sec খ) 0.5 sec গ) 1 sec ঘ) 2 sec

উত্তর: খ) 0.5 sec

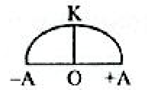
ব্যাখ্যা: $\frac{T}{4} = \frac{2}{4} = 0.5$ sec

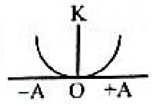
THE EDUCATION TEAM

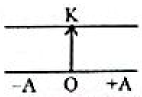
নিজেকে যাচাই করো

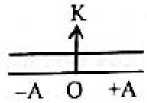
১। সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার কম্পাঙ্ক-এর বল ধ্রুবকের–
ক) সমানুপাতিক খ) বর্গমূলের সমানুপাতিক
গ) ব্যস্তানুপাতিক ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

২। সরলছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গড় গতিশক্তি প্রকাশের ক্ষেত্রে কোন লেখচিত্রটি সঠিক?

ক) 

খ) 

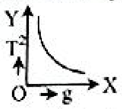
গ) 

ঘ) 

৩। স্প্রিং ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি?
অথবা, বল ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি?
ক) $[ML^{-1}T^{-2}]$ খ) $[MT^{-2}]$ গ) $[ML^2T^{-2}]$ ঘ) $[M^{-1}T^2]$

৪। একটি স্প্রিং এর পর্যায়কাল T। একে n সংখ্যক সমান অংশে ভাগ করা হলে, প্রতিটি অংশের পর্যায়কাল হবে–
ক) $T\sqrt{n}$ খ) Tn গ) $\frac{T}{\sqrt{n}}$ ঘ) Tn^2

৫। নিচের লেখচিত্রটি সরল দোলকের কোন সূত্রের প্রয়োগ?



ক) ১ম খ) ২য় গ) ৩য় ঘ) ৪র্থ

৬। কোনো সরল দোলক 5 s এ 10 টি পূর্ণদোলন সম্পন্ন করলে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত হবে? $[g = 10\ ms^{-2}]$
ক) $\frac{8}{5\pi^2}$ m খ) $\frac{5\pi^2}{8}$ m গ) $\frac{5}{8\pi^2}$ m ঘ) $\frac{8\pi^2}{5}$ m

৭। $7\frac{d^2x}{dt^2} + 252\,x = 0$ গতির সমীকরণবিশিষ্ট কোন বস্তুর সর্বাধিক বেগ $54\ ms^{-1}$ হলে বস্তুটির বিস্তার কত?
ক) 9 m খ) 10 m গ) 6 m ঘ) 20 m

৮। সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত দুটি কণার সরণ $x_1 = A\sin\omega t$ এবং $x_2 = A\cos\omega t$, যে কোন সময়ে এদের মধ্যে দশা পার্থক্য কত হবে?
ক) 2π খ) π গ) $\frac{\pi}{2}$ ঘ) $\frac{\pi}{4}$

৯। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $Y = A\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$, কণাটির সর্বোচ্চ সরণ–
ক) $\frac{1}{2}A$ খ) A গ) $\frac{1}{2}\lambda$ ঘ) λ

১০। m ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল আছে। এর পর্যায়কাল হবে–
অথবা, নিচের কোনটি পর্যায়কাল ও বল ধ্রুবকের মধ্যকার সম্পর্ক নির্দেশ করে?
ক) $T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$ খ) $T = 2\pi^2\sqrt{\frac{m}{k^2}}$
গ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ঘ) $T = \frac{1}{2\pi}\frac{m}{k}$

১১। ঢাকা ও লন্ডনে একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 0.991 m এবং 0.994 m। লন্ডনে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ঢাকার তুলনায়–
ক) 0.2% কম খ) 0.2% বেশি গ) 0.3% কম ঘ) 0.3% বেশি

১২। 2 m লম্বা 1 kg ভরের পেনডুলামের 5° বিস্তৃতিতে মোট বিভব শক্তির মান কত?
ক) 0.0745 J খ) 0.745 J গ) 7.45 J ঘ) 7 J

১৩। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi x}{18}\right)$ হলে কণাটির সর্বোচ্চ ত্বরণ–
ক) 2.19 খ) 2.31 গ) 2 ঘ) 2.09

১৪। k স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিংকে 3 : 7 অনুপাতে দুই টুকরো করা হয়। বড় টুকরোটির স্প্রিং ধ্রুবক কত?
ক) $\frac{10}{3}k$ খ) 11 k গ) $\frac{6\,k}{11}$ ঘ) $\frac{11\,k}{6}$

১৫। কোনো সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে এর দোলনকাল হয় 2.05 s। এটি সেখানে ঘণ্টায় কতটি দোলন কম দেয়?
ক) 138 খ) 87 গ) 3323 ঘ) 1661

১৬। একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $y = 10\sin\left(12t - \frac{\pi}{6}\right)$ m, কণাটির সর্বোচ্চ বেগ কত হবে?
ক) $1440\ ms^{-1}$ খ) $120\ ms^{-1}$ গ) $12\ ms^{-1}$ ঘ) $10\ ms^{-1}$

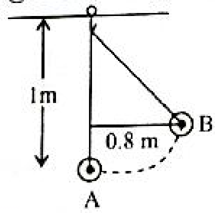
১৭। সরলদোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ $x = \sqrt{4}\sin 2\pi t$ হলে, সাম্যাবস্থা হতে 2 m দূরে গতিশক্তি ও বিভবশক্তির অনুপাত কত?
ক) 3 : 1 খ) 1 : 2 গ) $1 : \sqrt{3}$ ঘ) $\sqrt{3} : 1$

১৮। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 5\sin(\omega t + \delta)$। আদি সরণ 2.5 cm হলে কণাটির আদি দশা?
ক) 0° খ) 30° গ) 45° ঘ) 90°

১৯। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বাড়াতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন করতে হবে?
ক) 25% খ) 100% গ) 125% ঘ) 67%

২০। যদি 60 kg ওজনের একটি লোক 4 m দৈর্ঘ্যের একটি দোলনায় বসে 3 m বিস্তারে দুলতে থাকে, তবে লোকটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি–
ক) 660 J খ) 680 J গ) 700 J ঘ) 720 J

২১।



A বিন্দুতে ববটির বেগ কত?
ক) 2.8 m/s খ) 3.42 m/s গ) 3.92 m/s ঘ) 7.84 m/s

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২২ ও ২৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
সরলদোলন গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $Y = 20\sin(\omega t + \delta)$ cm, পর্যায়কাল 20 sec এবং আদি সরণ 5 cm.

২২। কণাটির সর্বোচ্চ বেগ কত?
ক) $2\pi\ cms^{-1}$ খ) $\pi\ cms^{-1}$ গ) $\frac{\pi}{2}\ cms^{-1}$ ঘ) $3\pi\ cms^{-1}$

২৩। কণাটির আদি দশা কত?
ক) 0° খ) 14.48° গ) 28.10° ঘ) 180°

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10\sin(\omega t + \delta)$; পর্যায়কাল 30 সেকেন্ড এবং আদি সরণ 0.05 m হলে;

২৪। কণাটির কৌণিক কম্পাঙ্কের মান হবে–
ক) $0.209\ rads^{-1}$ খ) $0.309\ rads^{-1}$
গ) $0.409\ rads^{-1}$ ঘ) $0.509\ rads^{-1}$

২৫। কণাটির আদি দশা হচ্ছে–
ক) 0.286° খ) 0.386° গ) 0.486° ঘ) 0.496°

উত্তরপত্র		১	খ	২	ক	৩	খ	৪	গ	৫	গ	৬	গ	৭	ক	৮	গ	৯	খ	১০	গ	১১	ঘ	১২	ক
১৩	গ	১৪	ক	১৫	খ	১৬	খ	১৭	ক	১৮	খ	১৯	গ	২০	ক	২১	ক	২২	ক	২৩	খ	২৪	ক	২৫	ক

নবম অধ্যায়

তরঙ্গ
Wave

Board Questions Analysis

সৃজনশীল প্রশ্ন

টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
তরঙ্গের বিভিন্ন রাশি	★★★	৭	২	কু. বো. ১৯; চ. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮; সি. বো. ১৭, ১৫; দি. বো. ১৭; রা. বো. ১৬; য. বো. ১৬	গ→ ৪, ২, ৯, ১২, ১৮	গ→ ৫, ৬, ১৮, ২২ ঘ→ ৭, ১৭, ২৭,
অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ	★★★★★	১২	৩	ঢা. বো. ১৯, ১৭, ১৬; রা. বো. ১৯, ১৭; ব. বো. ১৯; দি. বো. ১৯, ১৫; সম্মিলিত বো. ১৮; কু. বো. ১৭; য. বো. ১৬; চ. বো. ১৬, ১৫	গ→ ১, ৫, ৭, ৮, ১০, ১৩, ১৪ ঘ→ ৫, ১৩, ১৪	গ→ ১ ,২, ৪, ৭, ৮, ১০, ১৪, ১৫, ১৭, ১৯, ২০, ২১, ২৩,২৭ ঘ→ ২১
স্থির তরঙ্গ	★★★	২	৫	ঢা. বো. ১৯; চ. বো. ১৯, ১৬; রা. বো. ১৭; কু. বো. ১৭; ব. বো. ১৭; দি. বো. ১৫	গ→ ১৫, ১৯, ২০ ঘ→ ১, ২, ১৫, ২০	ঘ→ ২, ৪, ৮, ২১, ২২, ২৮
তরঙ্গের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল	★★★★	৬	৮	য. বো. ১৯, ১৭; সি. বো. ১৯, ১৬, ১৫; সম্মিলিত বো. ১৮; ব. বো. ১৬, ১৫; রা. বো. ১৫; চ. বো. ১৫	গ→ ৩, ৬, ১৬, ২১ ঘ→ ৬, ১০, ১৬, ১৭, ১৯, ২১	গ→ ১১, ১২, ১৩, ২৪, ২৬, ২৮ ঘ→ ৯, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৮, ১৯, ২৩, ২৪, ২৫
বীট ও অজানা তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয়	★★★	১	৯	য. বো. ১৯, ১৭; ব. বো. ১৯, ১৫; দি. বো. ১৯, ১৭; সম্মিলিত বো. ১৮; ঢা. বো. ১৭; সি. বো. ১৭; রা. বো. ১৬	ঘ→ ৩, ৪, ৭, ৮, ৯, ১১, ১২	ঘ→ ১, ৩, ৫, ৬, ১০, ১১, ১৬, ২৬
টানা তারে ও বায়ুস্তম্ভে কম্পন	★★	২	৩	চ. বো. ১৭; ব. বো. ১৭; য. বো. ১৫	গ→ ১১, ১৭ ঘ→ ১৮	গ→ ৯, ২৫

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০১৯		১	৩	২	৪	৪	৪	৩	–
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-৩								
২০১৭	২	১	২	৪	২	৫	১	২	–
২০১৬	৪	৫	৩	৪	২	৫	৩	৪	–
২০১৫	৪	৩	৪	৪	৪	২	৩	৬	–

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি | **বিশ্লেষণ**

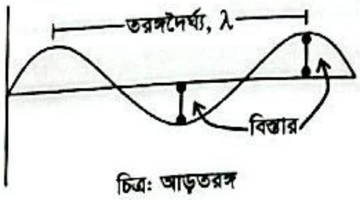
❑ তরঙ্গ ও শক্তি:

i. $v = f\lambda$ ii. $f = \frac{1}{T}$

iii. $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ iv. $s = N\lambda$

v. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ vi. $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

vii. $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \times x$



চিত্র: আড়তরঙ্গ

v = তরঙ্গবেগ f = কম্পাঙ্ক

T = পর্যায়কাল λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য

ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক $s = N$ কম্পনে তরঙ্গের অতিক্রান্ত দূরত্ব

δ = দশা পার্থক্য x = পথ পার্থক্য

❑ অগ্রগামী তরঙ্গ: $y = a\sin(\omega t - \varphi)$

$$= a\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = a\sin(\omega t - kx)$$

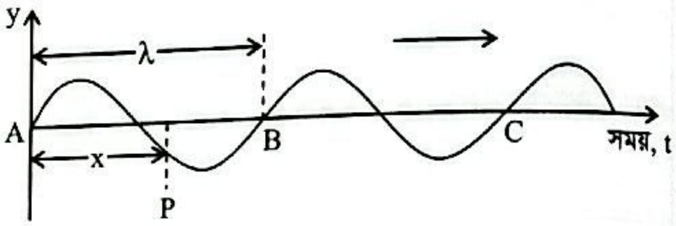
$$= a\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = a\sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda} - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$= a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

[তরঙ্গ ধনাত্মক x অক্ষ বরাবর গমন করলে কণার সরণ]

$$= a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)$$

[তরঙ্গ ঋণাত্মক x অক্ষ বরাবর গমন করলে কণার সরণ]



y = P বিন্দুতে অবস্থিত কণার সরণ

a = কণার বিস্তার ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক

φ = দশার পরিবর্তন λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য

f = কম্পাঙ্ক v = তরঙ্গবেগ

❑ স্থির তরঙ্গ:

$$y = 2a\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$= A\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt\text{; যেখানে, } A = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x$$

- পরপর দুইটি সুস্পন্দ বা দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2}$
- পরপর একটি সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{4}$

❑ তরঙ্গের তীব্রতা:

i. $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$

ii. $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

I = তরঙ্গের তীব্রতা

P = প্রতি সেকেন্ডে আপতিত শব্দ শক্তির পরিমাণ বা শক্তির হার

r = উৎস হতে যে বিন্দুর তীব্রতা নির্ণয় করব তার দূরত্ব

❑ তীব্রতা লেভেল:

i. $\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$ ii. $\beta = 10\log\frac{P}{P_0}$

iii. $\Delta\beta = 10\log\frac{I_2}{I_1}$ iv. $\Delta\beta = 10\log\frac{P_2}{P_1}$

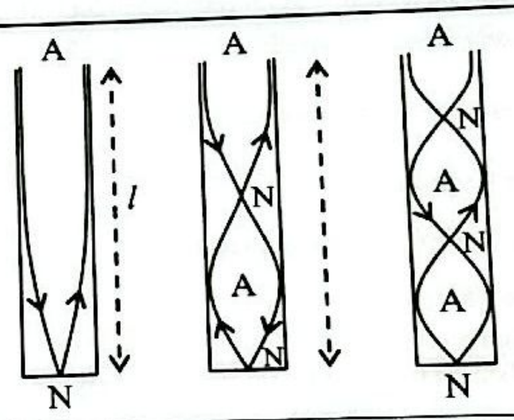
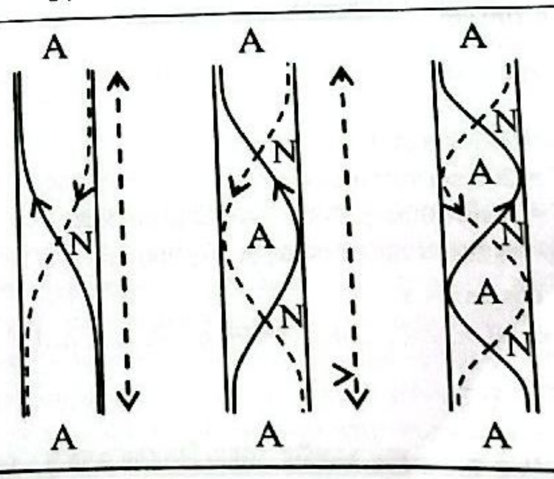
β = শব্দের তীব্রতা লেভেল I = শব্দের তীব্রতা

I_0 = প্রমাণ তীব্রতা P = শব্দের উৎসের ক্ষমতা

P_0 = প্রমাণ ক্ষমতা $\Delta\beta$ = তীব্রতা লেভেলের পার্থক্য

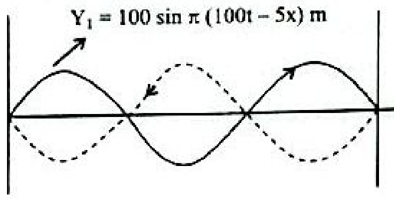
I_1 = প্রাথমিক তীব্রতা I_2 = পরিবর্তিত তীব্রতা

P_1 = প্রাথমিক ক্ষমতা P_2 = পরিবর্তিত ক্ষমতা

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
☐ বিট: i. $N = f_1 \sim f_2$ ii. $\Delta t = \frac{1}{f_1 - f_2}$ iii. অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_1 = f_2 \pm N$ • অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার বাহুতে কিছু মোম লাগালে এটি ভারী হয় এবং কম্পাঙ্ক কমে যায়। • অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকায় মোম লাগালে যদি বিট সংখ্যা বাড়ে তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের চেয়ে ছোট হবে আর যদি বিট সংখ্যা কমে তাহলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের চেয়ে বড়ো হবে।	N = প্রতি সেকেন্ডে সৃষ্ট বিট সংখ্যা Δt = দুটি বিটের সময়ের ব্যবধান f_1 = প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক f_2 = দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক
☐ সুর বিরাম: i. B ও A এর মধ্যে সুর বিরাম $= \frac{f_2}{f_1}$ ii. C ও B এর মধ্যে সুর বিরাম $= \frac{f_3}{f_2}$ iii. D ও C এর মধ্যে সুর বিরাম $= \frac{f_4}{f_3}$ iv. D ও A এর মধ্যে সুর বিরাম, $\frac{f_4}{f_1} = \frac{f_4}{f_3} \times \frac{f_3}{f_2} \times \frac{f_2}{f_1}$	f_1 = A সুরের কম্পাঙ্ক f_2 = B সুরের কম্পাঙ্ক f_3 = C সুরের কম্পাঙ্ক f_4 = D সুরের কম্পাঙ্ক
☐ টানা তারে আড় কম্পনের সূত্রাবলি: i. $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ [†hLv‡b, $\mu = \frac{M}{l}$] ii. $f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$	v = তরঙ্গের বেগ T = তারের টান M = তারের ভর μ = তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর f = কম্পাঙ্ক l = তারের দৈর্ঘ্য বা দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$
☐ বদ্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন: i. বদ্ধ নলের উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের বিজোড় গুণিতক।	
ii. খোলা নলে মূল সুরের জোড় ও বিজোড় সকল প্রকার সমমেল বা হারমোনিক পাওয়া যায়।	

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▶ ১ উদ্দীপকের তরঙ্গটি বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হয়ে একই পথে বিপরীত দিকে ফিরে এসে একটি নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হলো।
[সব কয়টি রাশি SI এককে প্রকাশিত]



(ক) দশা কী? [ঢা. বো. ১৯]

(খ) শব্দের তীব্রতা লেভেল 20 dB বলতে কী বুঝ? [ঢা. বো. ১৯]

(গ) উদ্দীপকের তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? [ঢা. বো. ১৯; অনুরূপ ঢা. বো. ১৭; য. বো. ১৬]

(ঘ) উদ্দীপকে সৃষ্ট নতুন তরঙ্গটিতে সর্বোচ্চ বিস্তারের অবস্থানগুলো নির্ণয় করা সম্ভব কি-না- গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ১৯; অনুরূপ রা. বো. ১৭]

সামাধানঃ

ক তরঙ্গস্থিত কোনো একটি কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বুঝায়।

খ কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ওই শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। শব্দের তীব্রতা লেভেল 20 dB বলতে বোঝায় কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমের দশগুণের সমান। দুটি শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্য 20 dB হলে জোরালো শব্দ ক্ষীণ শব্দের চেয়ে 100 গুণ তীব্র বুঝায়।

গ দেওয়া আছে,

$Y_1 = 100 \sin \pi (100t - 5x) = 100 \sin 5\pi (20t - x) \ldots\ldots$ (i)

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $Y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \ldots\ldots$ (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $\frac{2\pi}{\lambda} = 5\pi$

$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{5} = 0.4$ m

সুতরাং, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 0.4$ m **(Ans.)**

ঘ উদ্দীপকে সৃষ্ট নতুন তরঙ্গ, $Y = Y_1 + Y_2$

$= 100 \sin \pi (100t - 5x) + 100 \sin \pi (100t + 5x)$

$= 100 [\sin \pi (100t - 5x) + \sin \pi (100t + 5x)]$

$= 2 \times 100 \sin \pi \frac{(100t - 5x) + (100t + 5x)}{2} \cos \pi \frac{(100t - 5x) - (100t + 5x)}{2}$

$= 2 \times 100 \times \sin 100\pi t \times \cos 5\pi x$

$\Rightarrow Y = 200 \sin 100\pi t \cos 5\pi x$

$\therefore Y = A \sin 100\pi t$; যেখানে, $A = 200 \cos 5\pi x$

সর্বোচ্চ বিস্তারের অবস্থানের ক্ষেত্রে, $A = \pm 200$ m

অর্থাৎ, $\cos 5\pi x = \pm 1$

$\therefore 5\pi x = 0, \pi, 2\pi, \ldots, n\pi$ [যেখানে, $n = 0, 1, 2, \ldots$]

$\Rightarrow x = 0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \ldots$

সুতরাং, $0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \ldots$ হবে তরঙ্গটির সর্বোচ্চ বিস্তারের অবস্থান। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২ P, Q ও R তিনটি সুরশলাকা একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে রাখা হলো। P সুরশলাকার 4টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য Q-এর 5টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। তাদের মধ্যে কম্পাঙ্কের পার্থক্য 60 Hz। কিন্তু R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $Y = 0.2 \sin 2\pi \left(100t - \frac{x}{15}\right)$ m।

(ক) অনুনাদ কাকে বলে? [চ. বো. ১৯; অনুরূপ সম্মিলিত বো. ১৮; দি. বো. ১৭; রা. বো. ১৬]

(খ) সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে নিরাপদে রাখে- ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৯]

(গ) উদ্দীপকের P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [চ. বো. ১৯; অনুরূপ য. বো. ১৬]

(ঘ) কী পদক্ষেপ নিলে R সুরশলাকার তরঙ্গ দ্বারা স্থির তরঙ্গ পাওয়া যাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [চ. বো. ১৯; অনুরূপ কু. বো. ১৭]

সামাধানঃ

ক পরবশ কম্পনের বিশেষ ক্ষেত্রে যদি বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক ও পরবশ সৃষ্টিকারী পর্যায়বৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক পরস্পরের সমান হয় তবে বস্তু বিরাট বিস্তারে কম্পিত হয়। একে অনুনাদ (resonance) বলে।

খ যে শব্দ শুনলে ভাল লাগে তাকে শ্রুতিমধুর, সুরযুক্ত, সুরসমৃদ্ধ বা সুশ্রাব্য শব্দ বলে। সঙ্গীতগুণ শব্দের উৎসের কম্পন নিয়মিত পর্যায়বৃত্ত এবং নিরবচ্ছিন্ন হওয়ায় মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে এবং রক্তচাপ স্বাভাবিক রাখতে সাহায্য করে। অপরদিকে শ্রুতিকটু, সুরবর্জিত বা কোলাহল উৎসের কম্পন অনিয়মিত, অপর্যায়বৃত্ত এবং আকস্মিক হয়। এ ধরনের শব্দ মানুষের মনকে খিটখিটে করে তোলে এবং দীর্ঘদিন অবস্থান করলে মানুষের রক্তচাপ বেড়ে যেতে পারে। তাই সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে নিরাপদে রাখে।

গ ধরি, P ও Q সুরশলাকার তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে λ_P ও λ_Q

P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে f_P ও f_Q

$\therefore 4\lambda_P = 5\lambda_Q \Rightarrow \lambda_P = \frac{5}{4} \lambda_Q$

আবার, $f_Q - f_P = 60$ [$\because \lambda_P > \lambda_Q$]

$\Rightarrow f_Q = 60 + f_P \ldots\ldots$ (i)

এখানে, $f_P \lambda_P = f_Q \lambda_Q$

$\Rightarrow f_P \times \frac{5}{4} \lambda_Q = f_Q \times \lambda_Q \quad \Rightarrow f_Q = \frac{5}{4} f_P \ldots\ldots$(ii)

(i) ও (ii) নং হতে, $\frac{5}{4} f_P = 60 + f_P$

$\Rightarrow 5 f_P = 240 + 4f_P$ a $\therefore f_P = 240$ Hz

(ii) $\Rightarrow f_Q = \frac{5}{4} \times 240 = 300$ Hz

অতএব, P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 240 Hz ও 300 Hz। **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$Y = 0.2 \sin 2\pi \left(100t - \frac{x}{15}\right) = 0.2 \sin \frac{2\pi}{15} (1500t - x) \ldots\ldots$ (i)

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $Y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \ldots\ldots$ (ii)

(i) ও (ii) নং তুলনা করে পাই, বিস্তার, $a = 0.2$ m

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 15$ m এবং তরঙ্গবেগ, $v = 1500$ ms^{-1}

তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1500}{15} = 100$ Hz

এখানে, R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গ ধনাত্মক X-অক্ষ বরাবর গতিশীল। আবার, পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপতিত হলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হয়।

তাই বলা যায়, 0.2 m বিস্তার, 15 m তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং 100 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একটি অগ্রগামী তরঙ্গ বিপরীতমুখী অর্থাৎ, ঋনাত্মক X- অক্ষ বরাবর চালনা করালে R সুরশলাকার তরঙ্গ দ্বারা স্থির তরঙ্গ পাওয়া যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ A, B, C এবং D চারটি সুরশলাকা দেয়া আছে, যার মধ্যে A শলাকাটি $1.3\ kgm^{-3}$ ঘনত্বের মাধ্যমে 0.5 m বিস্তারের শব্দ তরঙ্গ সৃষ্টি করে। শলাকাটির কম্পাঙ্ক 250 Hz এবং মাধ্যমে শব্দের বেগ $345\ ms^{-1}$। A শলাকাটি B এবং D এর সাথে যথাক্রমে প্রতি সেকেন্ডে 2টি এবং 6টি বীট উৎপন্ন করে এবং B ও D পরস্পরের সাথে প্রতি সেকেন্ডে 4টি বীট উৎপন্ন করে এবং B, D, C এর সাথে দুটি বীট উৎপন্ন করে।

(ক) স্থির তরঙ্গ কী? [য. বো. ১৯]

(খ) অনুনাদী বস্তুর উপস্থিতি মাধ্যমের শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার উপর কীভাবে প্রভাব বিস্তার করে ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৯]

(গ) A সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা নির্ণয় কর। [য. বো. ১৯]

(ঘ) "বীট গণনা করে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব"– C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করে উক্তিটির যথার্থতা বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ১৯; অনুরূপ ঢা. বো. ১৭]

সামাধান:

ক কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপতিত হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

খ শব্দের তীব্রতা শব্দ তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক ($I \propto a^2$)। স্পন্দনক্ষম বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে আরোপিত বা পরবশ কম্পনের কম্পাঙ্কে কম্পিত হবে। অনুনাদের ক্ষেত্রে আরোপিত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক ও বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক সমান হওয়ায় বিস্তার সর্বাধিক হয়। তাই বলা যায় অনুনাদী বস্তুর উপস্থিতি কম্পনের বিস্তার বৃদ্ধির মধ্য দিয়ে মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের তীব্রতা বৃদ্ধি করবে।

গ দেওয়া আছে, মাধ্যমের ঘনত্ব, $\rho = 1.3\ kgm^{-3}$

বিস্তার, $a = 0.5\ m$; কম্পাঙ্ক, $f = 250\ Hz$

শব্দের বেগ, $v = 345\ ms^{-1}$ $\therefore$ শব্দের তীব্রতা, $I = ?$

আমরা জানি, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v = 2\pi^2 \times (250)^2 \times (0.5)^2 \times 1.3 \times 345$

$= 1.383 \times 10^8\ Wm^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে,

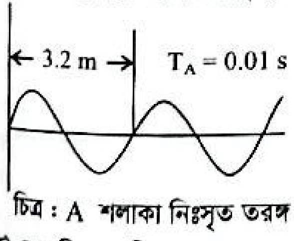
$\therefore$ B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক = 248 Hz অথবা 252 Hz	$f_A = 250\ Hz$
D সুরশলাকার কম্পাঙ্ক = 244 Hz অথবা 256 Hz	$f_A \sim f_B = 2$
C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক = 242 Hz, 246 Hz, 250 Hz, 254 Hz অথবা 258 Hz	$f_A \sim f_D = 6$
	$f_B \sim f_D = 4$
	$f_B \sim f_C = 2$
	$f_D \sim f_C = 2$

এখানে, C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কেবলমাত্র 246 Hz অথবা 254 Hz হলে তা সকল শর্ত মেনে চলে।

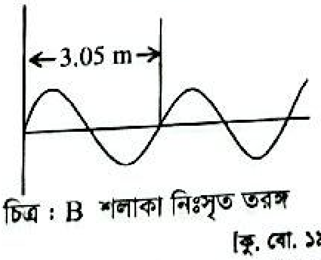
অতএব, C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক = 246 Hz অথবা 254 Hz

সুতরাং, "বীট গণনা করে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা সম্ভব।" উক্তিটি যথার্থ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ নিচের চিত্রে কোনো এক পরীক্ষাগারে দুটি সুরশলাকা A ও B কে শব্দায়িত করলে যে তরঙ্গ উৎপন্ন হয় তার লেখচিত্র দেখানো হলো:



চিত্র : A শলাকা নিঃসৃত তরঙ্গ



চিত্র : B শলাকা নিঃসৃত তরঙ্গ

(ক) সংসক্তি বল কী? [কু. বো. ১৯]

(খ) একটি মোটা ও একটি চিকন ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুনাঙ্ক সমান হবে কি-না ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৯]

(গ) পরীক্ষাগারে A শলাকার দ্বারা সৃষ্ট শব্দের বেগ কত নির্ণয় কর। [কু. বো. ১৯; অনুরূপ দি. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকের সুরশলাকা দুটি একত্রে বাজালে বীট উৎপন্ন করবে কিনা তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৯; অনুরূপ রা. বো. ১৬]

সামাধান:

ক কঠিন পদার্থের অনুগুলোর মধ্যে ক্রিয়াশীল আন্তঃআনবিক বলকে সংসক্তি বল বলে।

খ ইয়ং এর গুণাঙ্ক পদার্থের উপাদানের ওপর নির্ভর করে। এটি বস্তুর দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত। অর্থাৎ যে পরিমাণ দৈর্ঘ্য পীড়ন প্রয়োগ করা হলে বিকৃতি এক একক হয়, তাই ইয়ং গুণাঙ্ক। ফলে ইহা বস্তুর আকৃতির ওপর নির্ভর করে না। অতএব একটি মোটা ও একটি চিকন ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক সমান হবে।

গ দেওয়া আছে, A সুরশলাকার ক্ষেত্রে,

তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_A = 3.2\ m$ এবং পর্যায়কাল, $T_A = 0.01\ s$

শব্দের বেগ, $v_A = f_A \lambda_A = \frac{\lambda_A}{T_A} = \frac{3.2}{0.01} = 320\ ms^{-1}$ **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, B সুরশলাকার ক্ষেত্রে, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_B = 3.05\ m$

A সুরশলাকার ক্ষেত্রে, পর্যায়কাল, $T_A = 0.01\ s$

"গ" নং হতে, শব্দের বেগ, $v = v_A = 320\ ms^{-1}$

B সুরশলাকার ক্ষেত্রে, $v = f_B \lambda_B$

$\Rightarrow f_B = \frac{v}{\lambda_B} = \frac{320}{3.05}$

$= 104.92\ Hz$

আবার, A সুরশলাকার ক্ষেত্রে, $f_A = \frac{1}{T_A} = \frac{1}{0.01} = 100\ Hz$

$\therefore f_B - f_A = 104.92 - 100$

$= 4.92\ Hz < 10\ Hz$

সুতরাং, উদ্দীপকের সুরশলাকা দুটি একত্রে বাজালে বীট উৎপন্ন করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ একটি তরঙ্গের সরণের সমীকরণ

$$y(x, t) = 3 \sin\left(36t + 0.018x + \frac{\pi}{4}\right).$$

(ক) স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? [রা. বো. ১৯]

(খ) বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয় কেন? [রা. বো. ১৯]

(গ) তরঙ্গটির পর্যায়কাল হিসাব কর। [রা. বো. ১৯]

(ঘ) x = 0 ধরে v-t গ্রাফের প্রকৃতি কিরূপ হবে তোমার মতামত লিখ। [রা. বো. ১৯]

সামাধান:

ক কোনো স্প্রিং এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয় যাতে বক্তার মুখ থেকে নিঃসৃত শব্দের উপরিপাতন না হয়।
বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স বোর্ড লাগানো না থাকলে কংক্রিটের দেয়ালে শব্দ তরঙ্গের স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হয় ফলে তা প্রায় সমান তীব্রতা ও বেগ নিয়ে ফিরে আসে এবং বক্তার মুখ নিঃসৃত পরবর্তী শব্দ তরঙ্গের উপর উপরিপাতিত হয়ে তাকে বিকৃত করে। ফলে বক্তার কথা স্পষ্ট হয় না। হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ডের উপর আপতিত শব্দ তরঙ্গ খুব সহজেই শোষিত হয়। এর ফলে শব্দের প্রতিফলন ও প্রতিধ্বনি খুব কম হয়। ফলে হলরুমের অভ্যন্তরে কোলাহলপূর্ণ পরিবেশ সৃষ্টি হয় না।

গ দেওয়া আছে, একটি তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = 3\sin\left(36t + 0.018x + \frac{\pi}{4}\right) \text{ ...... (i)}$$

আমরা জানি, $y = a\sin(\omega t + \delta)$ ...... (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $\omega = 36$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 36 \quad \therefore T = \frac{2\pi}{36} = 0.175 \text{ s}$$

$\therefore$ তরঙ্গটির পর্যায়কাল, $T = 0.175$ s **(Ans.)**

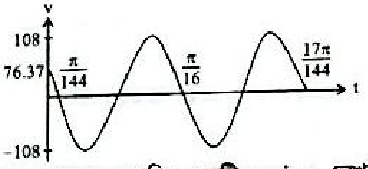
ঘ দেওয়া আছে, একটি তরঙ্গের সরণের সমীকরণ,

$$y = 3\sin\left(36t + 0.018x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$x = 0$ ধরে, $\quad y = 3\sin\left(36t + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\therefore v = \frac{dy}{dt} = 36 \times 3 \times \cos\left(36t + \frac{\pi}{4}\right) = 108\cos\left(36t + \frac{\pi}{4}\right)$$

v – t গ্রাফের প্রকৃতি নিম্নরূপ:



সুতরাং, বেগ বনাম সময় লেখচিত্র একটি cosine লেখচিত্র হবে এবং যার আদি দশা হবে $\frac{\pi}{4}$। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ একটি পোল্ট্রিফার্মে 400 মুরগি আছে। পোল্ট্রিফার্মের বর্তমান শব্দের তীব্রতা 3.2×10^{-4} Wm^{-2}। পোল্ট্রিফার্মের মালিক মুরগির সংখ্যা বাড়িয়ে 2400 টি করলেন। [শব্দের প্রমাণ তীব্রতা 10^{-12} Wm^{-2}]

(ক) শব্দ কাকে বলে? [সি. বো. ১৯]

(খ) তীক্ষ্ণতা ও কম্পাঙ্ক একই কি না? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৯]

(গ) উদ্দীপকের পোল্ট্রিফার্মের তীব্রতা লেভেল কত বেল ছিল নির্ণয় কর। [সি. বো. ১৯]

(ঘ) মুরগির সংখ্যা বাড়ানোর ফলে উদ্দীপকের ফার্মটিতে কী ধরনের সমস্যার সৃষ্টি হতে পারে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৯; অনুরূপ য. বো. ১৭]

সামাধানঃ

ক যে শক্তি কোনো কম্পনশীল বস্তু থেকে উৎপন্ন হয়ে অবিচ্ছিন্ন ও স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্যদিয়ে সঞ্চালিত হয়ে আমাদের কানে পৌছায় এবং শ্রবণের অনুভূতি সৃষ্টি করে তাকে শব্দ বলে।

খ শব্দের যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা কোন সুর সরু ও কোন সুর মোটা তা বোঝা যায় তাকে তীক্ষ্ণতা বা পিচ বলে। আর কোন একটি কম্পমান বস্তু এক সেকেন্ডে যত সংখ্যক পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে, তাকে উক্ত বস্তুর কম্পাঙ্ক বলে।
সরু বা চড়া সুরের কম্পাঙ্ক বেশি, তাই এর তীক্ষ্ণতাও বেশি। তেমনি মোটা বা খাদের সুরের কম্পাঙ্ক কম, তাই এর তীক্ষ্ণতাও কম। কোনো স্বরের তীক্ষ্ণতা বলতে ঐ স্বরের অন্তর্গত মূলসুরের তীক্ষ্ণতা বোঝায়। তাই বলা যায়, কম্পাঙ্কের সাথে তীক্ষ্ণতার সম্পর্ক থাকলেও এরা এক নয়।

গ দেওয়া আছে, শব্দের তীব্রতা, $I = 3.2 \times 10^{-4}$ Wm^{-2}
শব্দের প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2}
আমরা জানি,

তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log\frac{I}{I_0} = \log\frac{3.2 \times 10^{-4}}{10^{-12}} = 8.5$ B **(Ans.)**

ঘ এখানে, নতুন শব্দের তীব্রতা, $I' = \frac{2400}{400} \times 3.2 \times 10^{-4} = 1.92 \times 10^{-3}$ Wm^{-2}
শব্দের প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2}
আমরা জানি, নতুন তীব্রতা লেভেল,

$$\beta' = 10\log\frac{I'}{I_0} = 10 \times \log\frac{1.92 \times 10^{-3}}{10^{-12}} = 92.83 \text{ dB}$$

অতএব, মুরগির সংখ্যা বাড়ানোর ফলে উদ্দীপকের ফার্মটিতে শব্দের তীব্রতা লেভেল বেড়ে গিয়ে 92.83 dB হবে। যেখানে দীর্ঘ সময় থাকলে তা স্বাস্থ্যের পক্ষে ক্ষতিকারক। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ A ও B তারকে কম্পিত করে নিম্নের তরঙ্গদ্বয় উৎপন্ন হয়:
$Y_A = 0.1\sin(200\pi t - 10\pi x)$ m
$Y_B = 0.1\sin(208\pi t - 16\pi x)$ m
তরঙ্গদ্বয় একইদিকে গমন করে পরস্পর উপরিপাতিত হয়।

(ক) ঋণাত্মক কাজ কী? [ব. বো. ১৯]

(খ) গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে গড়মুক্ত পথ বেশি হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ১৯]

(গ) A তারে সৃষ্ট তরঙ্গের তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। [ব. বো. ১৯; অনুরূপ কু. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকের তারদ্বয়ের কম্পনে বীট সৃষ্টি সম্ভব কি না গাণিতিক তত্ত্বসহ মতামত দাও। [ব. বো. ১৯; অনুরূপ য. বো. ১৭]

সামাধানঃ

ক বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের ক্রিয়ার বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের ঋণাত্মক উপাংশ থাকে তবে যে কাজ সম্পাদিত হয় তাকে ঋণাত্মক কাজ বলে।

খ পরপর দুটি ধাক্কার ভিতর অণুগুলো গড়ে সরলরেখায় যতটুকু পথ গমন করে তাকে গড় মুক্তপথ বলে। আমরা জানি, গড়মুক্ত পথ, $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$। অর্থাৎ, গড় মুক্ত পথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক। ফলে গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে গড় মুক্ত পথ হ্রাস পাবে।

গ দেওয়া আছে, A তারের তরঙ্গ, $Y_A = 0.1\sin(200\pi t - 10\pi x)$

$$\Rightarrow Y_A = 0.1\sin 10\pi(20t - x) = 0.1\sin\frac{2\pi}{\frac{1}{5}}(20t - x) \text{ ...... (i)}$$

আমরা জানি, $Y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ ...... (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $v = 20$ ms^{-1}
$\therefore$ A তারে সৃষ্ট তরঙ্গের তরঙ্গেবেগ, $v = 20ms^{-1}$। **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, B তারের তরঙ্গ,
$Y_B = 0.1\sin(208\pi t - 16\pi x) = 0.1\sin 16\pi(13t - x)$

$$\therefore Y_B = 0.1\sin\frac{2\pi}{\frac{1}{8}}(13t - x) \text{ ...... (i)}$$

আমরা জানি, $Y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ ......(ii)

(i) নং ও (ii) নং তুলনা করে পাই, $v_B = 13$ ms^{-1} এবং $\lambda_B = \frac{1}{8}$ m

$$\therefore f_B = \frac{v_B}{\lambda_B} = \frac{13}{\frac{1}{8}} = 104 \text{ Hz}$$

"গ" নং হতে, A তারের তরঙ্গ, $Y_A = 0.1\sin\frac{2\pi}{\frac{1}{5}}(20t - x)$

এখানে, $v_A = 20\,ms^{-1}$ এবং $\lambda_A = \frac{1}{5}$ m

$$\therefore f_A = \frac{v_A}{\lambda_A} = \frac{20}{\frac{1}{5}} = 100 \text{ Hz}$$

$\therefore f_B - f_A = 104 - 100 = 4Hz < 10$ Hz
সুতরাং, উদ্দীপকের তারদ্বয়ের কম্পনে বীট সৃষ্টি সম্ভব। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের সমীকরণটি হলো $y = 0.7 \sin \pi (500t - 1.47x)$। সমীকরণটিতে উল্লিখিত সকল রাশি SI এককে প্রকাশ করা হয়েছে। অপর একটি B সুরশলাকা সনোমিটারের তারের 0.25 m দৈর্ঘ্যে সৃষ্ট মূল সুরের সাথে ঐকতান সৃষ্টি করে। সনোমিটারের তারটি 5 kg-wt বল দ্বারা টানা এবং তারটির 1 m দৈর্ঘ্যের ভর 3 gm।

(ক) পয়সনের অনুপাত কাকে বলে? [দি. বো. ১৯]

(খ) সরল দোল গতির সর্বোচ্চ অবস্থানে ত্বরণ সর্বোচ্চ কি না? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৯]

(গ) A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? নির্ণয় কর। [দি. বো. ১৯]

(ঘ) A ও B কে একত্রে কাঁপানো হলে বীট শোনা যাবে কি না তা বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ১৯]

সামাধানঃ

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের পয়সনের অনুপাত বলে।

খ আমরা জানি, সরল দোলগতির জন্য সাম্যাবস্থান থেকে x দূরত্বে ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$.
উপরোক্ত সম্পর্ক থেকে এটি স্পষ্ট যে x এর সর্বোচ্চ মানের জন্য ত্বরণের মান সর্বোচ্চ হয়। অতএব, সরল দোলগতির ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ অবস্থানে x এর মান সর্বোচ্চ বলে সেখানে ত্বরণের মান সর্বোচ্চ।

গ দেওয়া আছে, A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ,
$y = 0.7 \sin \pi (500t - 1.47x) = 0.7 \sin 1.47\pi (340.136t - x)$

$\therefore y = 0.7 \sin \frac{2\pi}{1.36}(340.136t - x)$ ...... (i)

আমরা জানি, $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ ...... (ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $\lambda = 1.36$ m

$\therefore$ A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 1.36$ m **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, B সুরশলাকার সনোমিটারের তারের দৈর্ঘ্য, $l = 0.25$ m
টান, $T = 5$ kg-wt $= 5 \times 9.8 = 49$ N
একক দৈর্ঘ্যের ভর, $\mu = 3$ gm $-$ m^{-1} $= 3 \times 10^{-3}$ kg $-$ m^{-1}

আমরা জানি, কম্পাঙ্ক $f_B = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 0.25} \times \sqrt{\frac{49}{3 \times 10^{-3}}}$
$= 255.6$ Hz

"গ" নং হতে, A সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ,

$y = 0.7 \sin \frac{2\pi}{1.36}(340.136t - x)$

এখানে, $v = 340.136$ ms^{-1} এবং $\lambda = 1.36$ m

$\therefore f_A = \frac{v}{\lambda} = \frac{340.136}{1.36} = 250$ Hz

$\therefore f_B - f_A = 255.6 - 250 = 5.6$ Hz < 10 Hz
অতএব, A ও B কে একত্রে কাঁপানো হলে বীট শোনা যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট সৃষ্টি করার লক্ষ্যে দুটি সুরশলাকা A ও B নেওয়া হলো। A সুরশলাকা হতে সৃষ্ট শব্দের তীব্রতা 1.01×10^5 Wm^{-2} এবং বিস্তার 0.02 m। B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 161 Hz। (মাধ্যমের ঘনত্ব 1.25 kg m^{-3} এবং শব্দের বেগ 350 m s^{-1})।

(ক) অনুনাদ কাকে বলে? [চ. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮]

(খ) আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য লিখ। [সম্মিলিত বো. ১৮]

(গ) B সুরশলাকার 250 কম্পনে শব্দ কত দূরত্ব অতিক্রম করবে নির্ণয় কর। [সম্মিলিত বো. ১৮; অনুরূপ রা. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লিখিত বীট উৎপন্ন করতে হলে A সুরশলাকার কী পরিবর্তন আনা প্রয়োজন গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [সম্মিলিত বো. ১৮]

সামাধানঃ

ক পরবশ কম্পনের বিশেষ ক্ষেত্রে যদি বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক ও পরবশ সৃষ্টিকারী পর্যায়বৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক পরস্পরের সমান হয় তবে বস্তু বিরাট বিস্তারে কম্পিত হয়। একে অনুনাদ (resonance) বলে।

খ আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য নিম্নরূপঃ

আলোক তরঙ্গ	শব্দ তরঙ্গ
i. আলোক তরঙ্গ তাড়িত চৌম্বক তরঙ্গ ও আড় তরঙ্গ।	i. শব্দ তরঙ্গ যান্ত্রিক তরঙ্গ ও দীঘল তরঙ্গ।
ii. সঞ্চালনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন নেই।	ii. সঞ্চালনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন।
iii. শূন্য মাধ্যমে আলোক তরঙ্গের বেগ সর্বোচ্চ।	iii. শূন্য মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের বেগ সর্বনিম্ন তথা শূন্য।

গ দেওয়া আছে, B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 161$ Hz
শব্দের বেগ, $v = 350$ ms^{-1}

আমরা জানি, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda_B = \frac{v}{f_B}$
$= \frac{350}{161} = 2.174$ m

$\therefore$ 250 কম্পনে শব্দ কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব,
$s = \lambda_B \times 250$
$= 2.174 \times 250$
$= 543.5$ m **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, A সুরশলাকা হতে সৃষ্ট, শব্দের তীব্রতা, $I = 1.01 \times 10^5$ Wm^{-2}
বিস্তার, $a = 0.02$m, মাধ্যমের ঘনত্ব, $\rho = 1.25$ kgm^{-3}
শব্দের বেগ, $v = 350$ ms^{-1} $\therefore$ কম্পাঙ্ক, $f_A = ?$

আমরা জানি, $I = 2\pi^2 f_A^2 a^2 \rho v$

$\Rightarrow f_A = \sqrt{\frac{I}{2\pi^2 a^2 \rho v}}$

$= \sqrt{\frac{1.01 \times 10^5}{2\pi^2 \times (0.02)^2 \times 1.25 \times 350}}$

$= 170.99 \approx 171$ Hz

আবার, B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 161$ Hz
$\therefore f_A - f_B = 171 - 161 = 10$ Hz > 5 Hz
অর্থাৎ, A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হ্রাস করতে হবে।
5টি বীট উৎপন্ন করতে হলে, A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক হতে হবে,
$f'_A = 161 + 5 = 166$ Hz

মোম লাগিয়ে ভর বৃদ্ধির ক্ষেত্রে, $\frac{f_A}{f'_A} = \sqrt{\frac{m'_A}{m_A}}$

$\Rightarrow \frac{m_A'}{m_A} = \left(\frac{171}{166}\right)^2$

$\Rightarrow m_A' = 1.06\ m_A$

$\therefore \Delta m_A = 0.06\ m_A = m_A$ এর 6%

অতএব, উদ্দীপকে উল্লিখিত বীট উৎপন্ন করতে হলে A সুরশলাকায় মোম লাগিয়ে এর ভর 6% বৃদ্ধি করতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ ব্যাডমিন্টন খেলার রেফারি বাঁশি বাজিয়ে $Y_1 = 10 \sin \pi \left(200\,t - \frac{x}{3.4}\right)$ তরঙ্গের শব্দ সৃষ্টি করে খেলোয়াড়দের মনোযোগ আকর্ষণ করল। শব্দটি 40m দূরের একটি দেয়ালে প্রতিফলিত হয়ে রেফারির কাছে ফিরে আসল। রেফারি থেকে দেয়ালের দিকে 13.6 m দূরে রীতা এবং 18.7 m দূরে মিতা নামের খেলোয়াড় দাঁড়িয়ে ছিল।

(ক) কালিক পর্যায়ক্রম কাকে বলে? [সম্মিলিত বো. ১৮]

(খ) গ্রীষ্মকালে দোলক ঘড়ি ধীরে চলে কেন? ব্যাখ্যা কর। [সম্মিলিত বো. ১৮]

(গ) রেফারির সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [সম্মিলিত বো. ১৮]

(ঘ) প্রতিফলনের পর রীতা ও মিতা উভয়েই কি সমান জোরালো শব্দ শুনতে পাবে? উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। [সম্মিলিত বো. ১৮]

সামাধানঃ

ক পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষ হয়, তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বলে।

খ গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বৃদ্ধির কারণে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ $\therefore T \propto \sqrt{L}$

অর্থাৎ, সমীকরণ অনুসারে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দোলকটির দোলনকাল বৃদ্ধি পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে ধীরে চলবে। আবার, কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পেলে দোলনকাল হ্রাস পাবে। ফলে দোলক ঘড়িটি পূর্বের চেয়ে দ্রুত চলবে। সুতরাং, গ্রীষ্মকালে তাপমাত্রা বেশি থাকায় সুতার প্রসারণ ঘটে, ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির মাধ্যমে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়। এজন্য দোলক ঘড়িটি ধীরে চলবে।

গ দেওয়া আছে, রেফারির সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ,

$$Y_1 = 10 \sin \pi\left(200t - \frac{x}{3.4}\right) = 10 \sin \frac{\pi}{3.4}(680t - x)$$

$$\therefore Y_1 = 10 \sin \frac{2\pi}{6.8}(680t - x) \ldots\ldots (i)$$

আমরা জানি, $Y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \ldots\ldots (ii)$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $v = 680\ ms^{-1}$ ও $\lambda = 6.8$ m

$$\therefore f = \frac{v}{\lambda} = \frac{680}{6.8} = 100 \text{ Hz}$$

সুতরাং, রেফারির সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্ক, f = 100 Hz। **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, রেফারি হতে দেয়ালের দূরত্ব = 40 m

দেয়াল হতে রীতার দূরত্ব, $r_1 = (40 - 13.6) = 26.4$ m

দেয়াল হতে মিতার দূরত্ব, $r_2 = (40 - 17.7) = 21.3$ m

প্রতিফলনের পর রীতা ও মিতার শ্রুত শব্দের তীব্রতা যথাক্রমে I_1 ও I_2 হলে, $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{21.3}{26.4}\right)^2$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 0.65 \qquad \therefore I_1 = 0.65\, I_2$$

যেহেতু $I_2 > I_1$ অর্থাৎ, প্রতিফলনের পর মিতা অধিক জোরালো শব্দ শুনতে পাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ একটি সনোমিটারে সদৃশ ও সমদৈর্ঘ্যের তিনটি তার A, B ও C-এ যথাক্রমে 200, 225 ও 250 N বল ঝুলিয়ে টানটান করা হলো। A তারটিকে শব্দায়িত করায় 100 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ উৎপন্ন হলো। দুটি করে তার একসাথে শব্দায়িত করলে বিট উৎপন্ন হয় কি-না পরীক্ষা করা হলো।

(ক) আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? [চ. বো. ১৭]

(খ) একই স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করলে সমবায়ের স্প্রিং ধ্রুবক পরিবর্তন হবে কি-না? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৭]

(গ) উদ্দীপকের দ্বিতীয় তারটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [চ. বো. ১৭]

(ঘ) বীট উৎপন্নের পরীক্ষার ফলাফল গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক আলোচনা কর। [চ. বো. ১৭]

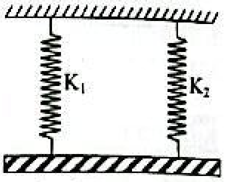
সামাধানঃ

ক কোনো তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের ভর এবং ঐ একই তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয়বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ স্প্রিং দুটি সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত থাকলে এবং কার্যকর বল ধ্রুবকের মান K_P হলে,

$K_P = K_1 + K_2$ হবে। যদি $K_1 = K_2 = K$ হয়

তবে $K_P = K_1 + K_1 = 2K$।



অর্থাৎ, একই স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট দুটি স্প্রিংকে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত করলে সমবায়টির স্প্রিং ধ্রুবক সংযুক্ত স্প্রিংদ্বয়ের প্রত্যেকটির স্প্রিং ধ্রুবকের দ্বিগুণ হবে।

গ দেওয়া আছে, A তারের টান, $T_A = 200$ N; B তারের টান, $T_B = 225$ N

A তারের কম্পাঙ্ক, $f_A = 100$ Hz $\therefore$ B তারের কম্পাঙ্ক, $f_B = ?$

আমরা জানি, $\frac{f_B}{f_A} = \sqrt{\frac{T_B}{T_A}}$ [$\because$ A ও B সদৃশ এবং সমদৈর্ঘ্যের তার]

$$\Rightarrow f_B = \sqrt{\frac{225}{200}} \times 100$$

$$= 106.07 \text{ Hz}$$

$\therefore$ উদ্দীপকের দ্বিতীয় তারটির কম্পাঙ্ক $f_B = 106.07$ Hz **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, $\frac{f_C}{f_A} = \sqrt{\frac{T_C}{T_A}}$

$$\Rightarrow f_C = \sqrt{\frac{250}{200}} \times 100$$

$$\therefore f_C = 111.8 \text{ Hz}$$

দেওয়া আছে, A তারের টান, $T_A = 200$ N

C তারের টান, $T_C = 250$ N

A তারের কম্পাঙ্ক, $f_A = 100$ Hz

C তারের কম্পাঙ্ক, $f_C = ?$

"গ" নং হতে, B তারের কম্পাঙ্ক, $f_B = 106.07$ Hz

এখন, $f_B - f_A = 106.07 - 100$

$= 6.07 \text{ Hz} < 10 \text{ Hz}$

$f_c - f_B = 111.8 - 106.07$

$= 5.73 \text{ Hz} < 10 \text{ Hz}$

$f_c - f_A = 111.8 - 100$

$= 11.8 \text{ Hz} > 10 \text{ Hz}$

সুতরাং, A ও B তার এবং B ও C তার একত্রে শব্দায়িত করলে বীট উৎপন্ন হলেও A ও C তার একত্রে শব্দায়িত করলে কোনোরূপ বীট উৎপন্ন হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষার্থী লিয়ানা দুটি সুরশলাকা নিয়ে দেখল যে, একটির গায়ে 312 Hz লেখা আছে। সে শলাকা দুটি একত্রে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট শুনতে পেল। এবার সে অজানা সুরশলাকার গায়ে তার পেঁচিয়ে একইভাবে শব্দায়িত করে প্রতি সেকেন্ডে একই সংখ্যক বীট শুনতে পেল। এখানে জানা সুরশলাকা থেকে সৃষ্ট শব্দের বেগ 340 ms^{-1}

(ক) তরঙ্গ মুখ কাকে বলে? [সি. বো. ১৭]

(খ) স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৭]

(গ) কতটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ 130 m দূরত্ব অতিক্রম করবে? [সি. বো. ১৭]

(ঘ) লিয়ানা ভর বাড়ানোর পূর্বে ও পরে নির্ণীত অজানা কম্পাঙ্কের মধ্যে কোনো পার্থক্য পেয়েছিল কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

[সি. বো. ১৭; অনুরূপ দি. বো. ১৭; রা. বো. ১৬]

সমাধান:

ক যেকোনো মুহূর্তে কোনো তরঙ্গের উপর অবস্থিত সমদশা সম্পন্ন কণাগুলোর সঞ্চারপথকে তরঙ্গমুখ বলে।

খ কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপতিত হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে। আবার, স্থির তরঙ্গের যেসব বিন্দুতে বিস্তার শূন্য তাদেরকে নিস্পন্দ বিন্দু বলে।

আমরা জানি, শক্তি, $E = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

$\Rightarrow E = 0$ [$\because$ স্থিরতরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে $a = 0$]

অর্থাৎ, স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য।

গ দেওয়া আছে, জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার ক্ষেত্রে, কম্পাঙ্ক, $f = 312$ Hz

শব্দের বেগ, $v = 340\ ms^{-1}$ $\therefore$ তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{312} = 1.09$ m

$\therefore$ 130 m দূরত্ব অতিক্রম করার ক্ষেত্রে পূর্ণ কম্পন সংখ্যা

$$= \frac{130}{\lambda} = \frac{130}{1.09} = 119.3 \approx 120$$

অতএব, 120টি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার সৃষ্ট শব্দ 130 m দূরত্ব অতিক্রম করবে। **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার ক্ষেত্রে, কম্পাঙ্ক, $f_1 = 312$ Hz

প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা = 6

অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার গায়ে তার পেঁচিয়ে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে বীট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে।

$\therefore$ অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার ক্ষেত্রে,

কম্পাঙ্ক, $f_2 = 306$ Hz অথবা 318 Hz

যেহেতু সুরশলাকার ভর বৃদ্ধিতে তার কম্পাঙ্ক হ্রাস পায়।

$\therefore$ ভর বাড়ানোর পূর্বে অজানা কম্পাঙ্ক = 318 Hz

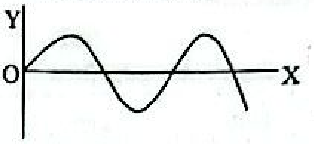
এবং ভর বাড়ানোর পর অজানা কম্পাঙ্ক = 306 Hz

অতএব, লিয়ানা ভর বাড়ানোর পরে অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকার কম্পাঙ্ক (318 – 306) Hz বা 12 Hz হ্রাস পেয়েছে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ নিম্নে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ দেওয়া হলো:

$$y = 0.1 \sin\left(200\ \pi t - \frac{20\pi}{17} x\right)$$

এখানে, y m এককে t sec এককে এবং x m এককে।



(ক) পর্যায়কাল কাকে বলে? [ঢা. বো. ১৬]

(খ) কোনো স্থানের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} watt m^{-2} বলতে কি বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৬]

(গ) 0 বিন্দু হতে 0.25 m ও 1.0 m দূরের দুটি বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য কত? [ঢা. বো. ১৬]

(ঘ) উদ্দীপকে, বিস্তার ও কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ এবং একই মাধ্যমে বিপরীতমুখী হলে তরঙ্গটির সমীকরণ কিরূপ হবে? বিশ্লেষণ কর। [ঢা. বো. ১৬]

সমাধান:

ক কম্পনশীল বস্তুর একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তাকে পর্যায়কাল বলে।

খ শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমান শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে তীব্রতা বলে। কোনো স্থানের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} Watt m^{-2} বলতে বোঝায় ঐ স্থানে শব্দ বিস্তারের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে 10^{-8} Joule শক্তি প্রবাহিত হয়।

গ দেওয়া আছে, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = 0.1 \sin\left(200\ \pi t - \frac{20\pi}{17} x\right) = 0.1 \sin\frac{20\pi}{17}\ (170\,t - x)$$

$$y = 0.1\ \sin\frac{2\pi}{1.7}(170\,t - x)......(i)$$

আমরা জানি, $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ ......(ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $\lambda = 1.7$ m

আবার, 0 বিন্দু হতে 0.25 m ও 1.0 m দূরের দুটি বিন্দুর মধ্যকার পথ পার্থক্য = (1 – 0.25) = 0.75 m

এখানে, দশা পার্থক্য = $\frac{2\pi}{\lambda}$ × পথ পার্থক্য = $\frac{2\pi}{1.7} \times 0.75 = \frac{15\pi}{17}$ rad।

(Ans.)

ঘ 'গ' নং হতে, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = 0.1 \sin\frac{2\pi}{1.7}(170\,t - x)......(i)$$

এখানে, $a = 0.1$ m, $\lambda = 1.7$ m, $v = 170\ ms^{-1}$

$$\therefore f = \frac{v}{\lambda} = \frac{170}{1.7} = 100 \text{ Hz}$$

বিস্তার ও কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ করা হলে,

পরিবর্তিত বিস্তার, $a' = 0.1 \times 2 = 0.2$ m

$f' = 100 \times 2 = 200$ Hz

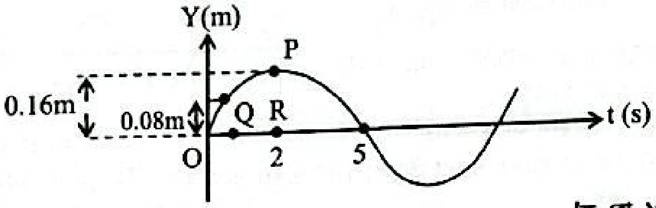
$$\lambda' = \frac{v}{f'} = \frac{170}{200} = 0.85 \text{ m}$$

$\therefore$ একই মাধ্যমে বিপরীতমুখী তরঙ্গটির সমীকরণ,

$$y' = 0.2 \sin\frac{2\pi}{0.85}(170\,t + x)$$

$$\therefore y' = 0.2 \sin\left(400\ \pi t + \frac{2\pi x}{0.85}\right)$$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৪ একটি শব্দ তরঙ্গের সরণ-সময় লেখচিত্র নিম্নরূপ:



(ক) সুর বিরাম কাকে বলে? [কু. বো. ১৬]

(খ) তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়, আবার দেয়ালে আঘাত করলে ততটা জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয় না কেন ব্যাখ্যা কর? [কু. বো. ১৬]

(গ) R বিন্দুতে কণাটির সরণ নির্ণয় কর। [কু. বো. ১৬]

(ঘ) Q বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির তুলনামূলক গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [কু. বো. ১৬]

সামাধানঃ

ক দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে সুর বিরাম বা সুরানুপাত বলে।

খ তবলায় একটি খোলের মুখে পাতলা চামড়ার পর্দা টানটান করে বাঁধা থাকে এবং খোলের ভিতরে বায়ু থাকে। আমরা জানি, শক্তি $E = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$ অর্থাৎ, $E \propto a^2$। তবলায় ফাঁকা জায়গা বিদ্যমান থাকায় এর চামড়ার পর্দায় আঘাত করলে কম্পাঙ্কের বিস্তার অধিক হয় তথা অধিক বিস্তারে কম্পিত হওয়ার সুযোগ পায়। এছাড়াও খোলের ভিতরের বায়ুতেও কম্পন সৃষ্টি হয় ফলে তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ হয়। কিন্তু দেয়ালে কোনো শূন্য জায়গা না থাকায় দেয়ালে আঘাত করলে এটি অধিক বিস্তারে কম্পনের সুযোগ হয় না, তাই এক্ষেত্রে শব্দ জোরালো হয় না।

গ দেওয়া আছে,
শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে,
বিস্তার, $A = 0.16$ m
পর্যায়কাল, $T = 10$ s
সময়, $t = 2$ s
আদি দশা, $\delta = 0°$

কৌণিক কম্পাঙ্ক,

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = 0.2\pi \text{ rads}^{-1}$

∴ R বিন্দুতে কণাটির সরণ,

$Y = A \sin(\omega t + \delta)$
$= 0.16 \sin(0.2\pi \times 2 + 0)$
$= 0.152$ m **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, Q বিন্দুতে কণাটির সরণ, $Y = 0.08$ m ও বিস্তার, $A = 0.16$ m

আমরা জানি, স্থিতিশক্তি, $E_p = \frac{1}{2} k Y^2$ [যেখানে, k = ধ্রুবক]

$= \frac{1}{2} \times k \times (0.08)^2$

$= 3.2 \times 10^{-3}$ k J

আবার, গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} k (A^2 - Y^2) = \frac{1}{2} \times k \times (0.16^2 - 0.08^2)$

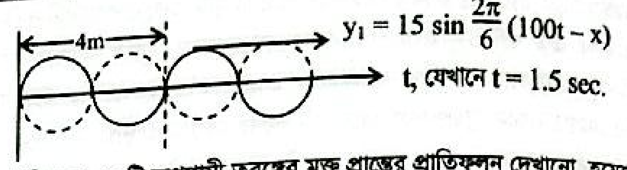
$= 9.6 \times 10^{-3}$ k J

∴ Q বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির অনুপাত, $\frac{E_P}{E_k} = \frac{3.2 \times 10^{-3} k}{9.6 \times 10^{-3} k}$

$\Rightarrow \frac{E_P}{E_k} = \frac{1}{3}$

∴ $E_k = 3 E_p$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৫ নিচের চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



উদ্দীপকে একটি অগ্রগামী তরঙ্গের মুক্ত প্রান্তের প্রতিফলন দেখানো হয়েছে।

(ক) সরল ছন্দিত স্পন্দন কী? [চ. বো. ১৬]

(খ) তরঙ্গের বিস্তারের সাথে তীব্রতার পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৬]

(গ) উদ্দীপক অনুসারে তরঙ্গটি প্রতিফলনের পর লব্ধি তরঙ্গ নির্ণয় কর। [চ. বো. ১৬]

(ঘ) উদ্দীপকে $x = \frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে y-এর জন্য একটি লেখচিত্র গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। (যেমনঃ $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}$ এবং T) [চ. বো. ১৬]

সামাধানঃ

ক যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে একে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

খ শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে তীব্রতা বলে। আমরা জানি, তরঙ্গের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$
অর্থাৎ, তরঙ্গের তীব্রতা তরঙ্গ সৃষ্টিকারী উৎসের কম্পনের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক ($I \propto a^2$)। এক্ষেত্রে তরঙ্গের বিস্তার বাড়লে তীব্রতা বাড়বে এবং বিস্তার কমলে তীব্রতা কমবে।

গ দেওয়া আছে, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y_1 = 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t - x)$

y_1 প্রতিফলনের পর প্রাপ্ত সমীকরণ, $y_2 = 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t + x)$

∴ লব্ধি তরঙ্গ, $y = y_1 + y_2$

$$= 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t - x) + 15 \sin \frac{2\pi}{6}(100t + x)$$

$$= 15\left[\sin \frac{2\pi}{6}(100t - x) + \sin \frac{2\pi}{6}(100t + x)\right]$$

$$= 2 \times 15 \times \sin \frac{2\pi}{6}\left(\frac{100t - x + 100t + x}{2}\right) \times \cos \frac{2\pi}{6}\left(\frac{100t - x - 100t - x}{2}\right)$$

$$= 30 \sin \frac{2\pi}{6} 100t \cos \frac{2\pi}{6} x$$

$$= 30 \cos \frac{2\pi}{6} x \sin \frac{2\pi}{6} 100t$$

∴ $y = A \sin \frac{2\pi}{6} 100t$

যেখানে, $A = 30 \cos \frac{2\pi}{6} x$

যা একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ। **(Ans.)**

ঘ 'গ' নং হতে, লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 30\cos\frac{2\pi x}{6}\ \sin\frac{2\pi}{6}100t$

দেওয়া আছে, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, $\lambda = 6$ m এবং বিস্তার, $a = 15$ m

এখানে, $x = \frac{\lambda}{2} = 3$ m

আমরা জানি, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $y = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)$

$= \left(2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}vt\right)$

$= \left\{2a\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{2}\right)\right\}\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{T}t\right)$ $[\because v = f\lambda = \frac{\lambda}{T}]$

$\therefore y = 2a\cos\pi\sin\frac{2\pi}{T}t$

এখন, $t = 0$ হলে, $y = 2a\cos\pi\sin 0 = 0$

$t = \frac{T}{4}$ হলে, $y = 2a\cos\pi\sin\left(\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{4}\right)$

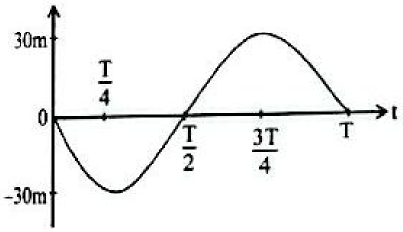
$= 2a\cos\pi\sin\frac{\pi}{2} = -2a = -30$ m $[\because a = 15\text{ m}]$

$t = \frac{T}{2}$ হলে, $y = 2a\cos\pi\sin\left(\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{2}\right) = 2a\cos\pi\sin\pi = 0$

$t = \frac{3T}{2}$ হলে, $y = 2a\cos\pi\sin\left(\frac{2\pi}{T}\times\frac{3T}{4}\right) = 2a\cos\pi\sin\frac{3\pi}{2} = 2a = 30$ m

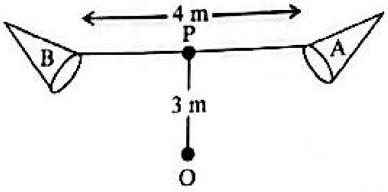
$t = T$ হলে, $y = 2a\cos\pi\sin\left(\frac{2\pi}{T}\times T\right) = 2a\cos\pi\sin 2\pi = 0$

$x = \frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে y এর জন্য লেখচিত্র নিম্নরূপ:



(Ans.)

প্রশ্ন ▸ ১৬ শাহীন তার কলেজের একটি অনুষ্ঠানে 4 m দৈর্ঘ্যের স্টেজ তৈরি করল। স্টেজের এক প্রান্তে 1 mW ক্ষমতার একটি স্পীকার A স্থাপন করল, স্টেজের মধ্যবিন্দু P থেকে সোজাসুজি 3 m দূরে O বিন্দুতে একজন শ্রোতার নিকট শব্দের তীব্রতা কম হওয়ায় সে স্টেজের মধ্যবিন্দু P হতে অপর প্রান্তে একই দূরত্বে ও একই ক্ষমতার অপর একটি স্পীকার B স্থাপন করল। নিচের চিত্রে তা দেখানো হলো:



(ক) বীট কী? [রা. বো. ১৫]

(খ) স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৫]

(গ) স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা কত? [রা. বো. ১৫]

(ঘ) স্পীকার A ও স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে কি?– বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ১৫]

সামাধান:

ক সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একইদিকে অগ্রগামী দুটি শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস বৃদ্ধির ঘটনাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

খ আমরা জানি, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\frac{2\pi}{\lambda}t$

এখানে, বিস্তার, $A = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x$

বিস্তার, A এর সর্বোচ্চ মান $= \pm 2a$ $\therefore 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 2a$

$\Rightarrow \cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$

$\Rightarrow \cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \cos 0, \cos\pi, \cos 2\pi, \cos 3\pi, \ldots\ldots$

$\therefore \frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots\ldots$

$\Rightarrow x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}$ $\therefore x = 0, 2\times\frac{\lambda}{4}, 4\times\frac{\lambda}{4}, 6\times\frac{\lambda}{4}, \ldots\ldots$

অর্থাৎ, যে সকল বিন্দুতে পথ পার্থক্য 0 অথবা $\frac{\lambda}{4}$ এর জোড় গুণিতক সে সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি হয়।

গ দেওয়া আছে, স্পীকার A এর ক্ষমতা, $P = 1\text{ mW} = 1\times 10^{-3}$ W

A বিন্দু হতে O বিন্দুর দূরত্ব, $r = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ m

O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা, $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{1\times 10^{-3}}{4\pi\times(\sqrt{13})^2}$

$= 6.12\times 10^{-6}\text{ Wm}^{-2}$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' নং হতে, স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে

শব্দের তীব্রতা, $I_1 = 6.12\times 10^{-6}\text{ Wm}^{-2}$

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}\text{ Wm}^{-2}$

$\therefore$ স্পীকার A এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের

তীব্রতা লেভেল, $\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10\log\frac{6.12\times 10^{-6}}{10^{-12}} = 67.86$ dB

আবার, স্পীকার B এর জন্য O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা

$I_2 = I_1 = 6.12\times 10^{-6}\text{ Wm}^{-2}$

স্পীকার A ও B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা,

$I = I_1 + I_2 = 6.12\times 10^{-6} + 6.12\times 10^{-6} = 1.224\times 10^{-5}\text{ Wm}^{-2}$

উভয় সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেভেল,

$\beta_2 = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{1.224\times 10^{-5}}{10^{-12}} = 70.88$ dB

$\therefore \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{70.88}{67.86} = 1.04 \neq 2$

অতএব, স্পীকার A ও স্পীকার B উভয়ের সুইচ অন করলে O বিন্দুতে শব্দের তীব্রতা লেভেল পূর্বাপেক্ষা দ্বিগুণ হবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ পদার্থবিজ্ঞান ব্যবহারিক ক্লাসে নীলা, দিনা ও বিনা তরঙ্গ নিয়ে কাজ করছিলো। নীলা 0.18 m দৈর্ঘ্যের একটি দুই মুখ খোলা নল নিলো এবং 0.4 kgm^{-3} ঘনত্বের মাধ্যমে একটি সুতা টানটান করে একটি তরঙ্গ সৃষ্টি করলো। সুতার তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.9 \sin\left(\frac{x}{15} + \frac{2t}{0.3}\right)$ S.I একক। অপরদিকে দিনা ও বিনা দুটি স্থানের শব্দের তীব্রতা লেভেল 68 dB এবং 74 dB পরিমাপ করল।

(ক) মৌলিক রাশি কাকে বলে?

(খ) কার্ল এর ভৌত তাৎপর্য উল্লেখ কর।

(গ) বায়ুতে শব্দের বেগ 340 ms^{-1} হলে দুই মুখ খোলা ১ম ও ২য় উপসুরের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(ঘ) নীলার শব্দের তীব্রতা লেভেল, দিনা ও বিনার সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেলের চেয়ে দ্বিগুণ কিনা যাচাই কর।

সামাধানঃ

ক যে সকল রাশি মূল বা স্বাধীন, যেগুলো অন্য রাশির উপর নির্ভর করে না বরং অন্যান্য রাশি এদের উপর নির্ভর করে তাদেরকে মৌলিক রাশি বলে।

খ কার্ল এর ভৌত তাৎপর্যঃ

i. কার্ল একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ওই ভেক্টরক্ষেত্রে একক ক্ষেত্রের জন্য সর্বাধিক রেখা ইন্টিগ্রালের সমান।

ii. ভেক্টরটির দিক ওই ক্ষেত্রের উপর অঙ্কিত লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে।

iii. কার্ল এর মাধ্যমে প্রাপ্ত কোনো ভেক্টরের মান ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক বেগের দ্বিগুণ হয়।

iv. কোনো ভেক্টরের কার্ল ওই ভেক্টরের ঘূর্ণন নির্দেশ করে।

v. কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল- এর নতিমাত্রা বা কার্লের ডাইভারজেন্স (gradient) শূন্য।

vi. কোনো ভেক্টরের কার্ল শূন্য হলে ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল হয়।

vii. কোনো ভেক্টরের কার্ল শূন্য না হলে ভেক্টরটি ঘূর্ণনশীল এবং অসংরক্ষণশীল হয়।

গ দেওয়া আছে, দুই মুখ খোলা নলের দৈর্ঘ্য, $l = 0.18$ m

বায়ুতে শব্দের বেগ, $v = 340\ ms^{-1}$

আমরা জানি, দুই মুখ খোলা নলে ১ম উপসুরের ক্ষেত্রে, $\lambda_1 = l = 0.18$ m

$\therefore$ ১ম উপসুরের কম্পাঙ্ক, $f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{340}{0.18} = 1888.89$ Hz

আবার, ২য় উপসুরের ক্ষেত্রে, $\frac{3}{2}\lambda_2 = l \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2}{3} \times 0.18 = 0.12$ m

$\therefore$ ২য় উপসুরের কম্পাঙ্ক, $f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{340}{0.12} = 2833.33$ Hz

সুতরাং, দুই মুখ খোলা নলে ১ম ও ২য় উপসুরের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 1888.89 Hz ও 2833.33 Hz **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, দিনার পরিমাপকৃত শব্দের তীব্রতা লেভেল = 68 dB

বিনার পরিমাপকৃত শব্দের তীব্রতা লেভেল = 74 dB

সুতার তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y = 0.9 \sin\left(\frac{x}{15} + \frac{2t}{0.3}\right) = 0.9 \sin\frac{1}{15}\left(\frac{30t}{0.3} + x\right)$$

$$y = 0.9 \sin\frac{2\pi}{30\pi}(100t + x) \text{ ......(i)}$$

আমরা জানি, $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ ......(ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $a = 0.9$ m

$\lambda = 30\pi = 94.25$ m এবং $v = 100\ ms^{-1}$

$\therefore f = \frac{v}{\lambda} = \frac{100}{94.25} = 1.06$ Hz

$\therefore$ নীলার শব্দের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

$= 2\pi^2 \times (1.06)^2 \times (0.9)^2 \times 0.4 \times 100$

$= 718.6\ Wm^{-2}$ [$\because \rho = 0.4\ kgm^{-3}$]

এবং নীলার শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log\frac{I}{I_0} = 10 \log\frac{718.6}{10^{-12}}$

$= 148.56$ dB

আবার, দিনার ক্ষেত্রে, $\beta_1 = 10 \log\frac{I_1}{I_0}$

$\Rightarrow 68 = 10 \log\frac{I_1}{10^{-12}}$

$\Rightarrow \frac{I_1}{10^{-12}} = 10^{6.8}$

$\therefore I_1 = 6.3 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$

বিনার ক্ষেত্রে, $\beta_2 = 10 \log\frac{I_2}{I_0}$

$\Rightarrow 74 = 10 \log\frac{I_2}{10^{-12}}$

$\Rightarrow \frac{I_2}{10^{-12}} = 10^{7.4}$ $\therefore I_2 = 2.5 \times 10^{-5}\ Wm^{-2}$

$\therefore$ সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা, $I' = I_1 + I_2$

$= (6.3 \times 10^{-6}) + (2.5 \times 10^{-5})$

$= 3.13 \times 10^{-5}$

এবং সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta' = 10 \log\frac{I'}{I_0}$

$= 10 \log\frac{3.13 \times 10^{-5}}{10^{-12}}$

$= 74.96$ dB

$\therefore \frac{\beta}{\beta'} = \frac{148.56}{74.96} = 1.98 \approx 2$

অতএব, নীলার শব্দের তীব্রতা লেভেল, দিনা ও বিনার সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেলের চেয়ে প্রায় দ্বিগুণ হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৮ A ও B দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 480 Hz ও 256 Hz। এদের দ্বারা P মাধ্যমে সৃষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0. 52 m। B সুরশলাকার সাথে একই মাধ্যমে একটি দুই মুখ খোলা নল প্রতি সেকেন্ডে ৪টি বীট উৎপন্ন করে। B সুরশলাকার বাহুতে সামান্য মোম লাগিয়ে বীট সংখ্যা বৃদ্ধি করা যায়।

(ক) দশা কাকে বলে?

(খ) একটি বদ্ধ নল এবং একটি খোলা নলের বায়ুস্তম্ভের কম্পনের তুলনা কর।

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত P মাধ্যমে শব্দের বেগ কত?

(ঘ) দুই মুখ খোলা নলটির দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন করে B সুরশলাকাটির সাথে অনুনাদ সৃষ্টি করা সম্ভব কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান:

ক কম্পনরত কণার বা তরঙ্গস্থিত কণার যেকোনো মুহূর্তের গতির সম্যক অবস্থাকে দশা বলে।

খ একটি বদ্ধ নল এবং খোলা নলের বায়ুস্তম্ভের তুলনা নিম্নরূপ:

বদ্ধ নল	খোলা নল
১। নলের খোলা মুখে সুস্পন্দ বিন্দু এবং বদ্ধ মুখে নিস্পন্দ বিন্দু অবস্থান করে।	১। নলের খোলা মুখ দুটিতে সুস্পন্দ বিন্দু অবস্থান করে।
২। নলে সৃষ্ট সুরের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_A = \frac{4l}{(2n+1)} = \frac{\lambda_0}{(2n+1)}$ যেখানে, n = 0, 1, 2, 3,... ইত্যাদি।	২। নলে সৃষ্ট সুরের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_n = \frac{2l}{(n+1)} = \frac{\lambda_0}{(n+1)}$ এখানে, n = 0, 1, 2, 3,... ইত্যাদি।
৩। মূলসুরের ক্ষেত্রে, n = 0, $\lambda_0 = 4l$ এবং কম্পাঙ্ক $N = \frac{v}{4l}$	৩। মূলসুরের ক্ষেত্রে n = 1, $\lambda_0 = 2l$ এবং কম্পাঙ্ক $N_0 = \frac{v}{2l}$
৪। মূলসুর এবং উপসুরগুলোর অনুপাত 1:3:5:7 ইত্যাদি। অর্থাৎ, শুধুমাত্র অযুগ্ম হারমোনিক গুলোই উপস্থিত থাকে।	৪। মূলসুর এবং উপসুরগুলোর কম্পাঙ্কের অনুপাত 1:2:3:4 ইত্যাদি। অর্থাৎ, যুগ্ম ও অযুগ্ম সকল প্রকার হারমোনিক উপস্থিত থাকে।
৫। নিঃসৃত সুর খুব বেশি শ্রুতিমধুর নয়।	৫। নিঃসৃত সুর খুব বেশি শ্রুতিমধুর।

গ দেওয়া আছে, A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_A = 480$ Hz

B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 256$ Hz

P মাধ্যমে সৃষ্ট তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য = 0.52 m

P মাধ্যমে শব্দের বেগ, v =? $\quad \therefore \lambda_B - \lambda_A = 0.52 \quad [\because f_A > f_B]$

$$\Rightarrow \frac{v}{f_B} - \frac{v}{f_A} = 0.52$$

$$\Rightarrow v\left(\frac{1}{256} - \frac{1}{480}\right) = 0.52 \qquad \therefore v = 285.25 \text{ ms}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে, B সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, $f_B = 256$ Hz

B সুরশলাকা ও দুই মুখ খোলা নল প্রতি সেকেন্ডে 8 টি বীট উৎপন্ন করে।

∴ দুই মুখ খোলা নলের কম্পাঙ্ক = 248 Hz অথবা 264 Hz।

B সুরশলাকার বাহুতে মোম লাগালে বীট সংখ্যা বৃদ্ধি পায়।

যেহেতু ভর বৃদ্ধিতে কম্পাঙ্ক হ্রাস পায়।

∴ দুই মুখ খোলা নলের কম্পাঙ্ক হবে = 264 Hz

আবার, দুই মুখ খোলা নলের ক্ষেত্রে,

মূলসুর বিবেচনায়, $\frac{\lambda}{2} = l \quad \therefore \lambda = 2l$

আমরা জানি, $f = \frac{v}{\lambda}$

$\Rightarrow 264 = \frac{285.25}{2l}$ ["গ" নং হতে, শব্দের বেগ, $v = 285.25\text{ms}^{-1}$]

$\Rightarrow l = 0.54$ m = 54 cm

এখন, অনুনাদ সৃষ্টি করতে দুই মুখ খোলা নলের কম্পাঙ্ক B সুরশলাকার কম্পাঙ্কের সমান হতে হবে।

$$\therefore f = \frac{v}{\lambda}$$

$\Rightarrow 256 = \frac{285.25}{2l}$ $\qquad$ [∵ মূলসুর বিবেচনায়]

$\Rightarrow l = 0.557$ m = 55.7 cm

অতএব, অনুনাদ সৃষ্টি করতে হলে দুই মুখ খোলা নলের দৈর্ঘ্য (55.7 – 54) cm বা 1.7 cm বৃদ্ধি করতে হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৯ $Y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$

0.25 সে.মি. বিস্তারের একটি তরঙ্গ উপরোক্ত তরঙ্গের উপর উপরিপাতিত হয়ে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে। বায়ুতে তরঙ্গের বেগ 340 ms^{-1} এবং বায়ুর ঘনত্ব 1.29 kgm^{-3}। [f = 320 Hz]

(ক) অর্কেস্ট্রা কাকে বলে?

(খ) বাদুড় রাতে কীভাবে চলাফেরা করে?– ব্যাখ্যা কর।

(গ) $x = \frac{\lambda}{8}$ অবস্থানে স্থির তরঙ্গের বিস্তার কত?

(ঘ) তরঙ্গটি বাতাসে সঞ্চালিত হলে শ্রাব্যতার সীমার মধ্যে শব্দ সৃষ্টি করবে কী না? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

সামাধান:

ক যখন একাধিক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজিয়ে একটি সমতান বা মেলডি বা সমতান মেলডি উভয়ই উৎপন্ন করে তখন তাকে অর্কেস্ট্রা বলে।

খ বাদুর চোখে দেখতে না পাওয়ার দরুন শব্দোত্তর তরঙ্গ ব্যবহার করে চলাচল করে।

বাদুর চলার সময় ক্রমাগত বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দোত্তর তরঙ্গ সৃষ্টি করে। যদি কোনো প্রতিবন্ধক থাকে তবে শব্দ তাতে বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হয়ে বাদুরের কানে ফেরত আসে। বাদুর তার সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ ও প্রতিধ্বনি শোনার মধ্যকার সময় ব্যবধান ও প্রতিফলিত শব্দের প্রকৃতি থেকে প্রতিবন্ধকের অবস্থান ও আকৃতি সম্পর্কে ধারনা লাভ করে। ফলে বাদুর সহজেই রাতে প্রতিবন্ধক এড়িয়ে চলতে পারে।

গ দেওয়া আছে, তরঙ্গের বিস্তার, $a = 0.25 \text{ cm} = 0.25 \times 10^{-2}$ m

তরঙ্গের সমীকরণ, $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$

∴ স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $y = a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) + a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)$

$$= a\left[\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) + \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)\right]$$

$$= 2a \sin\frac{2\pi}{\lambda}vt \cos\frac{2\pi}{\lambda}x$$

$= A \sin\frac{2\pi vt}{\lambda}$ $\qquad$ [যেখানে বিস্তার, $A = 2a\cos\frac{2\pi x}{\lambda}$]

∴ $x = \frac{\lambda}{8}$ অবস্থানে স্থির তরঙ্গের বিস্তার,

$$A = 2a\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = 2 \times 0.25 \times 10^{-3} \times \cos\frac{2\pi\lambda}{8\lambda}$$

$$= 3.536 \times 10^{-3} \text{ m } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

তরঙ্গের বিস্তার, $a = 0.25 \text{ cm} = 0.25 \times 10^{-2}$ m

বেগ, $v = 340 \text{ ms}^{-1}$

বায়ুর ঘনত্ব, $\rho = 1.29 \text{ kgm}^{-3}$

কম্পাঙ্ক, f = 320 Hz

আমরা জানি,

শব্দের তীব্রতা, $I = 2\pi^2f^2a^2\rho v$

$$= 2\pi^2 \times (320)^2 \times (0.25 \times 10^{-2})^2 \times 1.29 \times 340$$

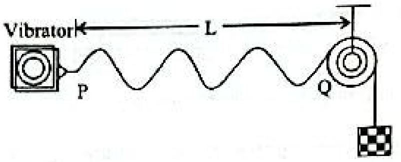
$$= 5540.875 \text{ Wm}^{-2}$$

এবং শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{5540.875}{10^{-12}}$

$$= 157.44 \text{ dB} > 120 \text{ dB}$$

অতএব, শ্রাব্যতার সীমা 80 dB থেকে 120 dB হওয়ায়, তরঙ্গটি বাতাসে সঞ্চালিত হলে শ্রাব্যতার সীমার মধ্যে শব্দ সৃষ্টি করবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২০ যখন m kg ভরের একটি বস্তু একটি সুতার এক প্রান্ত থেকে একটি হালকা পুলির উপর দিয়ে চিত্রের দেখানো ব্যবস্থায় ঝুলিয়ে দেয়া হয়, তখন সুতায় একটি স্থির তরঙ্গ তৈরি হয় যার সমীকরণ $Y = 0.002 \sin(300\pi t) \cos(\pi x)$ সুতার PQ অংশের দৈর্ঘ্য 2 m এবং ভর 9.8 gm



(ক) উপরিপাতন নীতিটি লিখ।

(খ) অনুনাদে একটি জোড়ালো শব্দ শোনা যায় কেন?

(গ) কম্পক এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(ঘ) কম্পকের কম্পাঙ্ক ঠিক রেখে যদি ভর ঝুলিয়ে দেয়া হয়, তাহলে স্থির তরঙ্গে কতটি লুপ তৈরি হবে? গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে আলোচনা কর।

সামাধানঃ

ক যখন দুই বা ততোধিক তরঙ্গ একই মাধ্যমের ভিতর দিয়ে একসঙ্গে অগ্রসর হতে থাকে, তখন প্রতিটি তরঙ্গ স্বাধীনভাবে বিস্তার লাভ করতে পারে। কোনো মুহূর্তে একাধিক তরঙ্গের প্রভাবে মাধ্যমের কোনো কণার লব্ধি সরণ প্রতিটি তরঙ্গের দরুন উক্ত কণাটির পৃথক পৃথক সরণের বীজগাণিতিক বা ভেক্টর সমষ্টির সমান হয়। একে তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি বলে।

খ স্পন্দনক্ষম বস্তুর ওপর আরোপিত পর্যায়বৃত্ত স্পন্দের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে যখন আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হতে থাকে তখন এ কম্পনকে আরোপিত বা পরবশ কম্পন বলে। অন্য দিকে, কোনো বস্তুর মুক্ত কম্পন ও তার উপর আরোপিত পর্যায়বৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি অধিক বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পাঙ্ককে অনুনাদ বলে। তাই বলা যায়, অনুনাদী কম্পনে বিস্তার অধিক ($E \propto a^2$) হওয়ায় জোরালো শব্দ শোনা যায়।

গ দেওয়া আছে, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ,

$y = 0.002 \sin(300\pi t) \cos(\pi x)$......(i)

আমরা জানি, $y = 2a \sin\frac{2\pi vt}{\lambda} \cos\frac{2\pi x}{\lambda}$......(ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরন তুলনা করে পাই, $\frac{2\pi v}{\lambda} = 300\pi$

$\Rightarrow 2\pi f = 300\pi \quad \therefore f = 150$ Hz

অতএব, কম্পক এর কম্পাঙ্ক 150 Hz **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ,

$y = 0.002 \sin(300\pi t) \cos(\pi x)$......(i)

আমরা জানি, $y = 2a \sin\frac{2\pi vt}{\lambda} \cos\frac{2\pi x}{\lambda}$......(ii)

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ তুলনা করে পাই, $\frac{2\pi}{\lambda} = \pi \quad \therefore \lambda = 2$ m

আবার, স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে, একটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যে লুপ সংখ্যা = 2

$\therefore$ PQ অংশের দৈর্ঘ্যে লুপসংখ্যা $= \frac{2 \times 2}{2} = 2$ টি **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২১ গাছের ডালে বসা একটি পাখি অনবরত একই শক্তিতে ডাকছে। একজন পর্যবেক্ষক পাখির ডাকের তীব্রতা পর্যবেক্ষণ শুরু করার পর পাখির অবস্থান হতে তার অবস্থানের দূরত্ব দ্বিগুণ করে। পাখির সৃষ্ট শব্দের ক্ষমতা 10^{-7} W।

(ক) অর্কেস্ট্রা কাকে বলে?

(খ) "খালি কলস বাজে বেশি" ব্যাখ্যা কর।
অথবা, পানিপূর্ণ পাত্র অপেক্ষা শূন্য পাত্রকে আঘাত করলে জোরালো শব্দ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

(গ) উৎস হতে ন্যূনতম কত দূরে শব্দের তীব্রতা লেভেল শূন্য ডেসিবেল হবে?

(ঘ) উদ্দীপকের পর্যবেক্ষকের নিকট শব্দের তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন নির্ণয় সম্ভব- গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

সমাধানঃ

ক যখন একাধিক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজিয়ে একটি সমতান বা মেলডি বা সমতান মেলডি উভয়ই উৎপন্ন করে তখন তাকে অর্কেস্ট্রা বলে।

খ কোনো একটি পাত্রকে আঘাত করলে যে কম্পনের সৃষ্টি হয় তা পাত্রের ভেতরের বায়ু বা পানিতে পরবশ কম্পন সৃষ্টি করে।
এখন পাত্র পানিপূর্ণ থাকলে কম্পনের বিস্তার কম হয়। ফলে উৎপন্ন শব্দের প্রাবল্যও কম হয়। তবে তা খালি থাকলে তখন পাত্র হালকা থাকে। তাই খালি পাত্রকে আঘাত করলে কম্পনের বিস্তার বেশি হয়। ফলে সৃষ্ট শব্দের প্রাবল্যও বেশি হয়। অর্থাৎ জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়।

গ শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = 0$

$\Rightarrow 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 1$

$\Rightarrow I = I_0 \quad \therefore I = 10^{-12}$ Wm^{-2}

অর্থাৎ, তীব্রতা লেভেল শূন্য ডেসিবেল হতে হলে শব্দের তীব্রতা হতে হবে 10^{-12} Wm^{-2}

আবার, দেওয়া আছে, পাখির সৃষ্ট শব্দের ক্ষমতা 10^{-7} W

ধরি, পাখির থেকে r দূরত্বে শব্দের তীব্রতা লেভেল শূন্য হবে।

$\therefore I = \frac{P}{4\pi r^2}$

$\Rightarrow 10^{-12} = \frac{10^{-7}}{4\pi r^2}$

$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{10^{-7}}{10^{-12} \times 4\pi}} = 89.2$ m **(Ans.)**

ঘ ধরি, পাখির থেকে পর্যবেক্ষকের প্রাথমিক দূরত্ব r_1

$\therefore$ প্রথম ক্ষেত্রে পর্যবেক্ষকের নিকট শব্দের তীব্রতা $I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2}$

আবার, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে পাখির থেকে পর্যবেক্ষকের দূরত্ব r_2

এবং $r_2 = 2r_1 \quad \therefore$ দ্বিতীয় ক্ষেত্রে শব্দের তীব্রতা, $I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$

$\therefore$ শব্দের তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন, $\Delta\beta = 10\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10\log\left(\frac{\frac{P}{4\pi r_2^2}}{\frac{P}{4\pi r_1^2}}\right)$

$= 10\log\left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = 10\log\left(\frac{r_1^2}{4r_1^2}\right)$

$= 10\log\left(\frac{1}{4}\right) = -6$ dB

অর্থাৎ, অবস্থানের পরিবর্তনের কারণে শব্দের তীব্রতা লেভেল 6 dB কমে যাবে। **(Ans.)**

সৃজনশীল অংশ (Practice)

প্রিয় শিক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

১ বায়ু মাধ্যমে C সুরশলাকাটি A ও B দুটি সুরশলাকার সাথে 5টি করে বীট উৎপন্ন করে। A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 385 Hz। B সুরশলাকা হতে বায়ু মাধ্যমে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ হলো– $y = 0.9 \sin 10\pi \left(\frac{30t}{0.4} - \frac{x}{4.8}\right)$

(গ) B সুরশলাকা হতে নির্গত তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.96 m]

(ঘ) C সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কীভাবে নিশ্চিত হওয়া যায় তা গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: 380 Hz]

২ $y = 0.5 \sin 2\pi (50t - 0.75x)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ।

(গ) তরঙ্গটি 6 সে. এ কত দূরত্ব অতিক্রম করে? [উত্তর: 400 m]

(ঘ) যদি এরূপ আর একটি তরঙ্গ বিপরীত দিক হতে পরস্পরের উপর আপতিত হয় তবে সৃষ্ট তরঙ্গটি কিরূপ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও। [উত্তর: $Y = \cos(4.724\,x) \sin(314.9\,t)$]

৩ বায়ুতে দুটি শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ হলো:

$Y_1 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 16.35\,(105.1\,\pi t - x)$

$Y_2 = 0.25 \times 10^{-2} \sin 110\,(15.764\,\pi t - 0.15\,x)$

এখানে, সব কয়টি রাশি SI এককে প্রকাশিত। বায়ুর ঘনত্ব $1.29\ kg\,m^{-3}$।

(গ) তরঙ্গদ্বয় একই সময়ে শব্দায়িত করা হলে প্রতি সে. এ উৎপন্ন বীট নির্ণয় কর। [উত্তর: 8 টি]

(ঘ) দ্বিতীয় তরঙ্গের মাধ্যমে উৎপন্ন শব্দটি হাসপাতালের পরিবেশের জন্য উপযুক্ত হবে কিনা– তীব্রতার লেভেল নির্ণয়ের মাধ্যমে যাচাই কর। [উত্তর: উপযুক্ত হবে না]

৪ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ যা পরবর্তীতে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে।

$Y = 0.5 \sin\left(800\,\pi t - \frac{2\pi}{0.5}x\right)$

(গ) অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $200\ ms^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকে যে স্থির তরঙ্গটি সৃষ্টি হবে তার কম্পাঙ্ক এবং মূল তরঙ্গটির কম্পাঙ্কের তুলনামূলক বিশ্লেষণ গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

[উত্তর: মূল তরঙ্গ এবং স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক একই 400 Hz]

৫ A ও B দুটি সুর শলাকা একটি গ্যাসে 50 cm ও 51 cm তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের শব্দ উৎপন্ন করে। শলাকা দুটিকে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বিট শোনা যায়। A এর কম্পাঙ্ক 500 Hz।

(গ) গ্যাসটিতে শব্দের বেগ কত হবে হিসাব কর। [উত্তর: $250\ ms^{-1}$]

(ঘ) B শলাকাটিতে একটু ঘষে পুনরায় শব্দায়িত করলে বীট সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না– ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: পরিবর্তন হয় না]

৬ A এবং B দুটি সুরশলাকা একটি গ্যাসে 1 m এবং 0.01 m তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিশিষ্ট শব্দ উৎপন্ন করে। A ও B একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট উৎপন্ন হয়। B এর কম্পাঙ্ক 512 Hz। 'A' শলাকার বাহুতে মোম লাগিয়ে পুনরায় একত্রে শব্দায়িত করলে একই সংখ্যক বীট উৎপন্ন হয়।

(গ) গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $517.12\ ms^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকের 'A' সুর শলাকার কম্পাঙ্ক ভর বৃদ্ধির পূর্বে না পরে 'B' এর চেয়ে বেশি ছিল? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: ভরবৃদ্ধির পূর্বে]

৭ শামীম কোনো এক মাধ্যমে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ দেখল যার সমীকরণ–

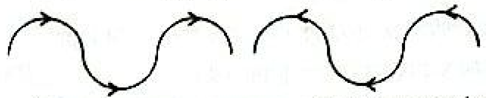
$Y = 0.5 \sin (200\,\pi t - 0.602\,\pi x)$

তখন সে উক্ত তরঙ্গের সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ অন্য এক মাধ্যমে করায় তরঙ্গবেগ বৃদ্ধি পেল এবং দেখতে পেল তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0.2 m হলো।

(গ) উদ্দীপকের তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: 3.32 m এবং $332.23\ ms^{-1}$]

(ঘ) দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গবেগ প্রথম মাধ্যমের চেয়ে কত বৃদ্ধি পাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বের কর। [উত্তর: $20\ ms^{-1}$]

৮ $y_1 = 0.1 \sin\left(200\,\pi t - \frac{20\pi}{17}x\right)$; $y_2 = 0.1 \sin\left(200\,\pi t + \frac{20\pi}{17}x\right)$



উদ্দীপকে x ও y মিটারে এবং সময় t সেকেন্ডে ধরে নিম্নলিখিত প্রশ্নের উত্তর দাও:

(গ) প্রথম তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $170\ ms^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকে তরঙ্গদ্বয়ের মধ্যে উপরিপাতনের ফলে কোন ধরনের তরঙ্গ সৃষ্টি হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামতের ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: স্থির তরঙ্গ]

৯ পদার্থ বিজ্ঞান ব্যবহারিক ক্লাসে নীলা, দীনা ও বিনা তরঙ্গ নিয়ে কাজ করছিলো। নীলা 0.18 m দৈর্ঘ্যের একটি দুই মুখ খোলা নল নিলো এবং $0.4\ kg\,m^{-3}$ ঘনত্বের মাধ্যমে একটি সুতা টানটান করে একটি তরঙ্গ সৃষ্টি করলো। সুতার তরঙ্গের সমীকরণ $y = 0.9 \sin\left(\frac{x}{15} + \frac{2t}{0.3}\right)$ S.I. একক। অপরদিকে দিনা ও বিনা দুটি স্থানের শব্দের তীব্রতা লেভেল 68 dB এবং 74 dB পরিমাপ করল।

(গ) বায়ুতে শব্দের বেগ $340\ ms^{-1}$ হলে দুই মুখ খোলা ১ম ও ২য় উপসুরের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উত্তর: 1888.89 Hz ও 2833.33 Hz]

(ঘ) নীলার শব্দের তীব্রতা লেভেল, দিনা ও বিনার সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেলের চেয়ে দ্বিগুণ কিনা যাচাই কর। [উত্তর: প্রায় দ্বিগুণ]

১০ দুটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হলো–

$Y_1 = 0.5 \sin \pi \left(100\,t - \frac{x}{3.4}\right)$; $Y_2 = 0.5 \sin \pi \left(110\,t - \frac{x}{3.09}\right)$

এখানে, রাশিগুলো S.I এককে আছে। শব্দ তরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন হয়।

(গ) প্রথম তরঙ্গটির বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $340\ ms^{-1}$]

(ঘ) তরঙ্গ দুটি বীট উৎপন্ন করবে কি না– গাণিতিকভাবে দেখাও। [উত্তর: উৎপন্ন করবে]

১১ A এবং B দুটি সুরশলাকায় বাতাসে উৎপন্ন শব্দের তরঙ্গের সমীকরণ

$Y_1 = 0.5 \sin \pi \left(100\,t - \frac{x}{3.4}\right)$; $Y_2 = 0.5 \sin \pi \left(110.03\,t - \frac{x}{3.09}\right)$

এককসমূহ SI পদ্ধতিতে প্রকাশিত। [বাতাসের ঘনত্ব $\rho = 1.293\ kg\,m^{-3}$]

(গ) A সুরশলাকা বাতাসে কী পরিমাণ তীব্রতার শব্দ উৎপন্ন করবে? [উত্তর: $5.42 \times 10^{6}\ Wm^{-2}$]

(ঘ) দুটি সুরশলাকা একই সাথে বাজালে বীট উৎপন্ন হবে কি না– গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: বীট উৎপন্ন হবে]

১২ শাবাবা শিক্ষা সফরে নিঝুম দ্বীপ যাওয়ার জন্য লঞ্চে উঠলো। নদীতে নোঙর করা অপর জাহাজ থেকে সৃষ্ট সাইরেনের শব্দের তীব্রতা শাবাবার কাছে $10^{-4}\ Wm^{-2}$ মনে হলো। এমন সময় শাবাবার লঞ্চের সাইরেনেও বেজে উঠলো যার তীব্রতা লেভেল 100 dB।

(গ) শাবাবার নিকট জাহাজ থেকে সৃষ্ট সাইরেনের শব্দের তীব্রতা লেভেলের মান নির্ণয় কর। [উত্তর: 80 dB]

(ঘ) সৃষ্ট দুটি শব্দ একত্রে শাবাবার কাছে সহনীয় হবে কি না– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: সহনীয় হবে]

১৩ নিরা তাদের টিভিতে বাংলাদেশ বনাম ভারত এর মধ্যকার একটি ক্রিকেট ম্যাচ দেখছিল। তখন টিভির শব্দের তীব্রতা ছিল $1 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$। হঠাৎ নিরার বোন আসিয়া ব্লেন্ডার মেশিন চালু করল যার তীব্রতা ছিল 85 dB। এবার নিরা টিভির সাউন্ড বাড়িয়ে দিল যার তীব্রতা লেভেল 78 dB।

(গ) টিভির সাউন্ড বাড়ানোর আগে টিভির শব্দের তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। [উত্তর: 60 dB]

(ঘ) উদ্দীপকের ব্লেন্ডার চালু অবস্থায় তীব্রতা লেভেল অস্বস্তিকর হবে কি না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: অস্বস্তিকর হবে]

১৪ দুটি বাদ্যযন্ত্র থেকে কনসার্টে নির্গত তরঙ্গের সমীকরণ

$y_1 = 0.7 \sin \pi\left(100\,t - \frac{x}{3.65}\right)$, $y_2 = 0.71 \sin \pi\left(110.03\,t - \frac{x}{3.15}\right)$

একক সমূহ S.I পদ্ধতিতে প্রকাশিত। মাধ্যমের ঘনত্ব $1.24\ kgm^{-3}$।

(গ) উদ্দীপকের তরঙ্গদ্বয়ের বেগের তুলনা কর। [উত্তর: $v_1 > v_2$]

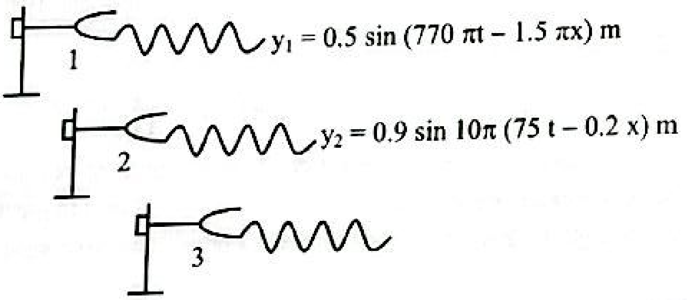
(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সম্মিলিত শব্দের তীব্রতা লেভেল অস্বস্তিকর হবে কী? ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: অস্বস্তিকর হবে]

১৫ বঙ্গবন্ধু জাতীয় স্টেডিয়ামে বাংলাদেশ বনাম কাতার এর মধ্যকার প্রীতি ফুটবল ম্যাচ চলাকালীন সময়ে দর্শক পূর্ণ গ্যালারীতে সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গের সমীকরণ $y_1 = 0.001 \sin\left(400\,\pi t - \frac{20\,\pi x}{17}\right)$। বাংলাদেশ দল গোল করার পর সৃষ্ট শব্দের বিস্তার ও কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ হল। বাতাসের ঘনত্ব $1.225\ kgm^{-3}$।

(গ) গোল দেয়ার আগে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $340\ ms^{-1}$]

(ঘ) গোল দেয়ার পর শব্দের তীব্রতা লেভেলের গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় কর। [উত্তর: 12.04 dB বৃদ্ধি পাবে]

১৬



চিত্রে, বায়ুর মাধ্যমে কম্পনরত তিনটি সুরশলাকা দেখানো হয়েছে। ৩য় সুরশলাকা হতে উৎপন্ন শব্দ ১ম ও ২য় উভয় সুরশলাকার সাথে 5টি করে বীট উৎপন্ন করে।

(গ) ১ম সুরশলাকা হতে নিঃসৃত শব্দ তরঙ্গটি এক সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? [উত্তর: 513.33 m]

(ঘ) '৩য় সুরশলাকাটির কম্পাঙ্ক কেবল 380 হার্জ হলে ১ম ও ২য় উভয় সুরশলাকার সাথে 5টি করে বীট উৎপন্ন করতে পারে'– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উক্তিটির যৌক্তিকতা তুলে ধর। [উত্তর: উক্তিটি যৌক্তিক]

১৭ একটি সুর শলাকা থেকে নিঃসৃত শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ:

$y = 15 \sin (660\,\pi t - 0.02\,\pi x)$ cm

পরবর্তীতে সুরশলাকাটিকে পানিতে ডুবিয়ে কম্পন সৃষ্টি করা হলে দেখা যায় যে, সৃষ্ট তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য হয় 385 cm।

(গ) উদ্দীপকে উল্লিখিত তরঙ্গের কম্পাঙ্ক কত? [উত্তর: 330 Hz]

(ঘ) উদ্দীপকে পরবর্তী অবস্থায় তরঙ্গবেগের কিরূপ পরিবর্তন পরিলক্ষিত হবে?– গাণিতিকভাবে দেখাও। [উত্তর: $1270.5\ ms^{-1}$ বৃদ্ধি পাবে]

১৮ 60 cm এবং 60.5 cm তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি শব্দ একটি গ্যাসে প্রতি 4 s এ 19টি বীট তৈরি করে। শব্দদ্বয়ের তীব্রতা লেভেল যথাক্রমে 92 dB ও 86 dB।

(গ) গ্যাসটিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $344.70\ ms^{-1}$]

(ঘ) শব্দদ্বয়ের সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। [উত্তর: 93 dB]

১৯ পদার্থবিজ্ঞান পরীক্ষাগারে মুনতাহা একখণ্ড সুতা টান টান করে অগ্রগামী তরঙ্গ সৃষ্টি করে, যার সমীকরণ $y = 0.9 \sin\left(\frac{x}{15} + \frac{2t}{0.3}\right)$এখানে x ও y সেন্টিমিটারে প্রকাশিত। অপর একজন ছাত্রী p ও q দুটি স্থানে শব্দের তীব্রতা লেভেল পরিমাপ করে 68 dB এ 74 dB পেল।

(গ) উদ্দীপকের সমীকরণ থেকে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $1\ ms^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকের তীব্রতাদ্বয়ের সম্মিলিত তীব্রতা লেভেল, p স্থানে শব্দের তীব্রতা লেভেল অপেক্ষা কত dB বেশি/কম হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: 6.97 dB বেশি]

২০ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নিম্নরূপ যা পরবর্তীতে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করে।

$y = 0.2 \sin\left(200\,\pi t - \frac{20\,\pi x}{17}\right)$

(গ) অগ্রগামী তরঙ্গটির তরঙ্গবেগ নির্ণয় কর। [উত্তর: $170\ ms^{-1}$]

(ঘ) উদ্দীপকে যে স্থির তরঙ্গটি সৃষ্টি হবে তার কম্পাঙ্ক মূল তরঙ্গের কম্পাঙ্কের সমান হবে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর। [উত্তর: সমান হবে]

২১ $y = 12 \sin (4x) \cos (4t)$ একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ যেখানে x ও y মিটারে এবং t সেকেন্ডে প্রকাশিত।

(গ) যে দুটি তরঙ্গ মিলে এই স্থির তরঙ্গটি সৃষ্টি হয়েছে তাদের সমীকরণ লেখ।

[উত্তর: $y_1 = 6 \sin \frac{2\pi}{1.57}(t - x)$ ও $y_2 = 6 \sin \frac{2\pi}{1.57}(t + x)$]

(ঘ) মূলবিন্দু হতে 1 sec পর 1 m দূরের কোনো কণার বেগ ও তরঙ্গের বেগের তুলনা কর। [উত্তর: অনুপাত 27.46 : 1]

২২ P, Q ও R তিনটি সুরশলাকা একটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে রাখা হলো। P সুরশলাকা 8টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য Q সুরশলাকার 5টি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। তাদের মধ্যে কম্পাঙ্কের পার্থক্য 60 Hz। কিন্তু R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $Y = 0.2 \sin 2\pi\left(100\,t - \frac{x}{15}\right)$m।

(গ) উদ্দীপকে P ও Q সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উত্তর: 260 Hz ও 300 Hz]

(ঘ) উক্ত স্থানের মধ্য দিয়ে R সুরশলাকা দ্বারা সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের অনুরূপ একটি তরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে পাঠালে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হবে তার গাণিতিক বিশ্লেষণ দেখাও। [উত্তর: স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হবে]

২৩ $Y = 10 \sin\left(10\,\pi t - \frac{\pi x}{100}\right)$ একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ যেখানে ব্যবহৃত x ও y সে.মি. এ প্রকাশিত। তরঙ্গটি $10\ kg\ m^{-3}$ ঘনত্বের একটি মাধ্যমে সঞ্চারণশীল।

(গ) তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক কত? [উত্তর: 5 Hz]

(ঘ) তরঙ্গটি শ্রুতি মধুর না যন্ত্রণাদায়ক হবে তা তীব্রতা লেভেল নির্ণয় পূর্বক পর্যালোচনা কর। [উত্তর: যন্ত্রণাদায়ক হবে]

২৪ একদিন সাকিন তার মোবাইলে BBC এর সংবাদ শুনছিল। তখন শব্দের তীব্রতা ছিল 10^{-7} Wm^{-2}। কিছুক্ষণ পর সে সাউন্ড বাড়িয়ে শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ করল।

(গ) **উদ্দীপকের শেষ ক্ষেত্রে শব্দের তীব্রতা লেভেল কত?** [উত্তর: 53 dB]

(ঘ) **সাকিন তার মোবাইল সেটের সাউন্ড ক্রমাগত বাড়াতে থাকলে শব্দের তীব্রতা লেভেলের কীরূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।**

[উত্তর: শব্দের তীব্রতা প্রতি 26% বৃদ্ধির জন্য তীব্রতা লেভেল 1 dB করে বৃদ্ধি পাবে।]

২৫ রোদেলা দুপুরে বটবৃক্ষের ছায়ায় বসে দেখে একজন বাউল 100 Hz কম্পাঙ্কের একতারা বাজাচ্ছেন। একতারার তারের দৈর্ঘ্য 0.25 m এবং এই তারের ভর 0.005 kg। বায়ুতে শব্দের বেগ 345 ms^{-1} এবং পানিতে শব্দের বেগ 1650 ms^{-1}। বায়ুর ঘনত্ব 1.293 kg m^{-3}, পানির ঘনত্ব 1000 kg m^{-3}। উভয় ক্ষেত্রে শব্দের বিস্তার 10^{-6} m।

(গ) **তারের টান নির্ণয় কর।** [উত্তর: 50 N]

(ঘ) **"উদ্দীপকের শব্দ বায়ু ও পানিতে ভিন্ন ভিন্ন লেভেল সৃষ্টি করে" সত্যতা যাচাই কর।** [উত্তর: উক্তিটি সত্য]

২৬ একটি শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা 10^{-7} Wm^{-2}। শ্রেণিকক্ষে 70 cm এবং 80 cm দৈর্ঘ্যের দুটি তার ঝুলানো আছে। তার দুটির ভর যথাক্রমে 5 gm এবং 6 gm। তার দুটিতে যথাক্রমে 100 N এবং 120 N টান প্রয়োগ করে কম্পন সৃষ্টি করা হলো।

(গ) **উদ্দীপকে শ্রেণিকক্ষের তীব্রতা তিনগুণ হলে তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর।** [উত্তর: 54.77 dB]

(ঘ) **তার দুটির কম্পনের ফলে বীট শোনা যাবে কী? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।** [উত্তর: বীট শোনা যাবে]

২৭ $y = 15 \sin(660\pi t - 0.02\pi x)$ cm

উপরের সমীকরণটি একটি সুরশলাকা থেকে নিঃসৃত শব্দ তরঙ্গের সমীকরণ। শলাকাটিকে পানিতে নিয়ে কাঁপানো হলে সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 385 cm।

(গ) **উল্লিখিত তরঙ্গটির কম্পাঙ্ক কত?** [উত্তর: 330 Hz]

(ঘ) **পানিতে সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গের বেগ, বায়ুতে সৃষ্ট বেগ অপেক্ষা কত বেশি বা কম- নির্ণয় কর।** [উত্তর: পানিতে শব্দের বেগ বায়ু অপেক্ষা 127.05 ms^{-1} বেশি]

২৮ A ও B দুটি সুরশলাকা হতে উৎপন্ন দুটি শব্দ তরঙ্গ শুধুমাত্র কম্পাঙ্কের পার্থক্য রাখে। এতে করে 5টি বীট উৎপন্ন উৎপন্ন হলো। B এর বায়ুতে মোম যুক্ত করে কম্পিত করা হলে একই সংখ্যক বীট উৎপন্ন হয়। A এর তরঙ্গের সমীকরণ:

$Y = 0.5 \sin(400\pi t - x)$ [$\rho = 0.02$ kg m^{-3}]

(গ) **A সুরশলাকায় উৎপন্ন শব্দের তীব্রতা লেভেল কত?** [উত্তর: 186.95 dB]

(ঘ) **উদ্দীপকের B সুরশলাকা থেকে উৎপন্ন তরঙ্গটি দিয়ে একটি স্থির তরঙ্গ গঠন করা যাবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: যাবে]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

তরঙ্গের বিভিন্ন রাশি

১। শব্দ কাকে বলে? [সি. বো. ১৯]

উত্তর: যে শক্তি কোনো কম্পনশীল বস্তু থেকে উৎপন্ন হয়ে অবিচ্ছিন্ন ও স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্যদিয়ে সঞ্চালিত হয়ে আমাদের কানে পৌঁছায় এবং শ্রবণের অনুভূতি সৃষ্টি করে তাকে শব্দ বলে।

২। পর্যায়কাল কাকে বলে? [ঢা. বো. ১৬]

উত্তর: কম্পনশীল বস্তুর একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তাকে পর্যায়কাল বলে।

৩। দশা কী? [ঢা. বো. ১৯]

উত্তর: তরঙ্গস্থিত কোনো একটি কণার দশা বলতে ঐ কণার যেকোনো মুহূর্তে গতির সম্যক অবস্থা বুঝায়।

৪। তরঙ্গের তীব্রতা কাকে বলে?

উত্তর: তরঙ্গ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে তরঙ্গের তীব্রতা বলে।

৫। তরঙ্গ কাকে বলে?

উত্তর: যে পর্যাবৃত্ত আন্দোলন কোনো জড় মাধ্যমের মধ্য দিয়ে অগ্রসর হয়ে এক স্থান থেকে অন্য স্থানে শক্তি সঞ্চারিত করে কিন্তু মাধ্যমের কণাগুলোর স্থায়ী স্থানান্তর হয় না তাকে তরঙ্গ বলে।

৬। সরল দোল তরঙ্গ বা সাইন তরঙ্গ কী?

উত্তর: মাধ্যমের কণাগুলো সরল দোল গতিতে কম্পিত হলে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাকে সরল দোল তরঙ্গ বা সাইন তরঙ্গ বলে।

৭। আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ কাকে বলে?

উত্তর: মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গ গতির অভিমুখের সমকোণে কম্পিত হতে থাকলে সেই তরঙ্গকে আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বলে।

৮। লম্বিক তরঙ্গ বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ কাকে বলে?

উত্তর: মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গের গতির অভিমুখের সমান্তরালে কম্পিত হতে থাকলে, সেই তরঙ্গকে লম্বিক তরঙ্গ বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে।

৯। তীক্ষ্মতা বা পীচ কি?

উত্তর: শব্দের যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা কোন সুর সরু ও কোন সুর মোটা তা বোঝা যায় তাকে তীক্ষ্মতা বা পীচ বলে।

১০। তরঙ্গবেগ কাকে বলে?

উত্তর: কোনো একটি তরঙ্গ কোনো মাধ্যমে এক সেকেন্ডে যতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গ বেগ বলে।

১১। তরঙ্গদৈর্ঘ্য কাকে বলে?

উত্তর: কোনো মাধ্যমে কোনো একটি কম্পমান বস্তু একটি পূর্ণ কম্পনে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে সেই তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে।

১২। বিস্তার কাকে বলে?

উত্তর: কোনো একটি কম্পমান বস্তু তার সাম্যাবস্থান থেকে ডানে বা বামে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে ওই বস্তুর বিস্তার বলে।

১৩। আদি দশা বা দশা ধ্রুবক কাকে বলে? [ব. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো একটি কম্পমান বস্তু যে দশা নিয়ে কম্পন শুরু করে তাকে আদি দশা বা দশা ধ্রুবক বলে।

১৪। তরঙ্গ শীর্ষ কী?

উত্তর: আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ধনদিকে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ শীর্ষ বলে।

১৫। তরঙ্গ পাদ কী?

উত্তর: আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ঋণদিকে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গপাদ বলে।

১৬। তরঙ্গ রেখা কী?

উত্তর: কোনো এক মুহূর্তে মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গের উপর যে রেখায় আপনা-আপনি অবস্থান করে সে রেখাকে তরঙ্গরেখা বলে।

১৭। দশা পার্থক্য কী?

উত্তর: অগ্রগামী তরঙ্গের যেকোনো দুটি অবস্থানে অবস্থিত দুটি কণার দশা পার্থক্য বলতে একই সময়ে ওই দুটি অবস্থানের দশা কোণের পার্থক্যকে বোঝায়।

১৮। তরঙ্গ মুখ কাকে বলে? [সি. বো. ১৭]

উত্তর: যেকোনো মুহূর্তে কোনো তরঙ্গের উপর অবস্থিত সমদশা সম্পন্ন কণাগুলোর সঞ্চারপথকে তরঙ্গমুখ বলে।

অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

১৯। অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে?

উত্তর: কোনো তরঙ্গ যদি কোনো বিস্তৃত মাধ্যমের এক স্তর হতে অন্য স্তরে সঞ্চালিত হয়ে সামনের দিকে অগ্রসর হতে থাকে, তবে তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

স্থির তরঙ্গ

২০। স্থির তরঙ্গ কী? [য. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপতিত হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

২১। উপরিপাতন নীতিটি লিখ।

উত্তর: যখন দুই বা ততোধিক তরঙ্গ একই মাধ্যমের ভিতর দিয়ে একসঙ্গে অগ্রসর হতে থাকে, তখন প্রতিটি তরঙ্গ স্বাধীনভাবে বিস্তার লাভ করতে পারে। কোনো মুহূর্তে একাধিক তরঙ্গের প্রভাবে মাধ্যমের কোনো কণার লব্ধি সরণ প্রতিটি তরঙ্গের দরুন উক্ত কণাটির পৃথক পৃথক সরণের বীজগাণিতিক বা ভেক্টর সমষ্টির সমান হয়। একে তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি বলে।

২২। সুস্পন্দ বিন্দু কী?

উত্তর: স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে কোনো কোনো বিন্দুতে বস্তুকণার বিস্তার শূন্য এবং কোনো কোনো বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক। যে বিন্দুগুলোতে বিস্তার সর্বাধিক তাদেরকে সুস্পন্দ বিন্দু বলে।

২৩। নিস্পন্দ বিন্দু কী?

উত্তর: স্থির তরঙ্গের যেসব বিন্দুতে বিস্তার শূন্য তাদেরকে নিস্পন্দ বিন্দু বলে।

তরঙ্গের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

২৪। এক ডেসিবেল কাকে বলে?

উত্তর: শব্দের তীব্রতা যখন $10^{0.1}$ গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যতটুকু বাড়ে তাকে এক ডেসিবেল বলে।

২৫। তীব্রতা লেভেল কী?

উত্তর: যেকোনো শব্দের তীব্রতা এবং আদর্শ বা প্রামাণ তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্যকে তীব্রতা লেভেল বলে।

২৬। শব্দোচ্চতা কাকে বলে?

উত্তর: যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে যত বেশি জোরালো তা বুঝা যায় তাকে শব্দোচ্চতা বলে।

২৭। প্রমাণ তীব্রতা কী?

উত্তর: 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দের শ্রাব্যতার সীমা 10^{-12} Wm^{-2} তীব্রতার সমান ধরা হয় এবং একেই প্রমাণ বা আদর্শ তীব্রতা বলে।

২৮। এক বেল কাকে বলে?

উত্তর: শব্দের তীব্রতা যখন 10 গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যে পরিমাণ বাড়ে তাকে এক বেল বলে।

বীট ও অজানা তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয়

২৯। সুর বিরাম কাকে বলে? [কু. বো. ১৬]

উত্তর: দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে সুর বিরাম বা সুরানুপাত বলে।

টানা তারে ও বায়ুস্তম্ভে কম্পন

৩০। অনুনাদ কাকে বলে? [চ. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮]

উত্তর: পরবশ কম্পনের বিশেষ ক্ষেত্রে যদি বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক ও পরবশ সৃষ্টিকারী পর্যায়বৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক পরস্পরের সমান হয় তবে বস্তু বিরাট বিস্তারে কম্পিত হয়। একে অনুনাদ (resonance) বলে।

৩১। সুর কী?

উত্তর: কোন উৎস থেকে নিঃসৃত শব্দে যদি একটিমাত্র কম্পাঙ্ক থাকে, তবে সেই শব্দই হলো সুর।

৩২। পরবশ কম্পন কী?

উত্তর: স্পন্দনক্ষম বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে যখন আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হতে থাকে তখন এ কম্পনকে আরোপিত বা পরবশ কম্পন বলে।

৩৩। ত্রয়ী কী?

উত্তর: তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে ত্রয়ী বলে।

৩৪। অর্কেস্ট্রা কাকে বলে?

উত্তর: যখন একাধিক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজিয়ে একটি সমতান বা মেলডি বা সমতান মেলডি উভয়ই উৎপন্ন করে তখন তাকে অর্কেস্ট্রা বলে।

৩৫। জাতি বা গুণ কী?

উত্তর: যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা দুটি ভিন্ন উৎস থেকে নির্গত শব্দের তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতা এক হলেও তাদের একটিকে অপরটি থেকে পৃথক করা যায়, তাকে তার জাতি বা গুণ বলে।

৩৬। মুক্ত কম্পন বা স্বাভাবিক কম্পন কাকে বলে?

উত্তর: স্পন্দনক্ষম যেকোনো বস্তুকে আন্দোলিত করলে বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্ক ও পর্যায়কালে স্পন্দিত হয়। এই স্পন্দনকে মুক্ত কম্পন বা স্বাভাবিক কম্পন বলে।

৩৭। সুশ্রাব্য বা সংগীত গুণসম্পন্ন শব্দ কী?

উত্তর: স্বনকের বা উৎসের নিয়মিত পর্যাবৃত্ত কম্পনের ফলে সৃষ্ট শব্দকে সুশ্রাব্য বা সংগীত গুণসম্পন্ন শব্দ বা সুরযুক্ত শব্দ বলে।

৩৮। সোরগোল বা সুরবর্জিত শব্দ বা অপসুর কী?

উত্তর: শব্দ উৎপন্নকারী উৎসের কম্পন যদি অনিয়মিত এবং ক্ষণস্থায়ী হয় তাহলে যে শব্দ উৎপন্ন হয় তা সোরগোল বা সুরবর্জিত শব্দ বা অপসুর।

৩৯। স্বরগ্রাম কাকে বলে?

উত্তর: সমসঙ্গতিপূর্ণ কতগুলো সুরের সমষ্টিকে স্বরগ্রাম বলে।

৪০। মূলসুর কাকে বলে?

উত্তর: কোন স্বরের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে।

৪১। উপসুর কাকে বলে?

উত্তর: কোন স্বরের মধ্যে যাদের কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে।

৪২। অষ্টক কাকে বলে?

উত্তর: উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হলে, তাকে অষ্টক বা দ্বিতীয় সমমেল বলে।

৪৩। সমমেল কাকে বলে?

উত্তর: উপসুরের কম্পাঙ্ক যদি মূলসুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তা হলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে।

৪৪। স্বরসঙ্গতি কী?

উত্তর: চারটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 : 8 হলে তাদের সমন্বয়ে এক প্রকার শ্রুতিমধুর শব্দের উৎপত্তি হয়। এরূপ সমন্বয়কে স্বর সঙ্গতি বা সমসঙ্গতি বলে।

৪৫। সমতান বা হারমনি কাকে বলে?

উত্তর: একই সময় কতগুলো শব্দ উৎপন্ন হলে যদি তাদের মধ্যে একটি ঐক্যতানের সৃষ্টি হয় তবে তাকে সমতান বা হারমনি বলে।

৪৬। মেলডি বা স্বরমাধুর্য কাকে বলে?

উত্তর: কতগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে স্বরমাধুর্য বা মেলডি বলে।

৪৭। সলো কী?

উত্তর: একটিমাত্র বাদ্যযন্ত্র হতে যে স্বর সৃষ্টি হয় তাকে সলো বা একক সংগীত বলে।

৪৮। ফন কাকে বলে?

উত্তর: এক ডেসিবেল এর একটি বিশুদ্ধ সুর 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট প্রমাণ তীব্রতার যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে ফন বলে।

৪৯। সোন কাকে বলে?

উত্তর: শ্রোতার শ্রাব্যতার সীমার 40 dB উর্ধ্বে 1000 Hz কম্পাঙ্কের একটি বিশুদ্ধ সুর যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে সোন বলে।

৫০। ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম কাকে বলে?

উত্তর: একটি বিশেষ সুর ও এর অষ্টকের মধ্যবর্তী ছয়টি বিশেষ সুরকে সাজিয়ে একটি স্বরগ্রাম তৈরি করা হয় যাতে সুমধুর সুরের সৃষ্টি হয়। এই স্বরগ্রামে আটটি ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্কের সমসংগতিপূর্ণ সুর থাকে বলে একে ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম বলে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

তরঙ্গের বিভিন্ন রাশি

১। আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য লিখ। [সম্মিলিত বো. ১৮]

উত্তর: আলোক তরঙ্গ ও শব্দ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য নিম্নরূপ:

আলোক তরঙ্গ	শব্দ তরঙ্গ
i. আলোক তরঙ্গ তাড়িত চৌম্বক তরঙ্গ ও আড় তরঙ্গ।	i. শব্দ তরঙ্গ যান্ত্রিক তরঙ্গ ও দীঘল তরঙ্গ।
ii. সঞ্চালনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন নেই।	ii. সঞ্চালনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন।
iii. শূন্য মাধ্যমে আলোক তরঙ্গের বেগ সর্বোচ্চ।	iii. শূন্য মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের বেগ সর্বনিম্ন তথা শূন্য।

২। কৌণিক কম্পাঙ্ক ও কৌণিক বেগ কী একই রাশি? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার পথে চলমান কোনো বস্তুর সময়ের সাথে কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে। কৌণিক বেগকে কৌণিক কম্পাঙ্কও বলা হয়। কোনো বস্তু বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত হলে তার কৌণিক বেগ হবে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হার। কোনো বস্তু যদি T সময়ে একটি সম্পূর্ণ বৃত্তাকার পথ অতিক্রম করে তবে বস্তুটির কৌণিক বেগ হবে, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$।

৩। বায়ু মাধ্যমে আড় তরঙ্গ সৃষ্টি হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গ গতির অভিমুখের সমকোণে কম্পিত হতে থাকলে সেই তরঙ্গকে আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বলে।
গ্যাসীয় মাধ্যমে সংসক্তিজনিত ধর্ম দেখা যায় না। তাছাড়া বায়ু মাধ্যমের দৃঢ়তা গুনাঙ্ক নেই। তাই বায়ু মাধ্যমে আড় তরঙ্গ সৃষ্টি হতে পারে না। তাই বলা যায়, বায়ু মাধ্যমে শুধুমাত্র অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বিস্তার লাভ করতে পারে কিন্তু আড় তরঙ্গ সৃষ্টি হতে পারে না।

অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

৪। অগ্রগামী তরঙ্গের গতিবেগ ধ্রুব হলেও তরঙ্গের উপরিস্থিত মাধ্যমের কণার ত্বরণ সর্বদা শূন্য হয় না কেন? – ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: অগ্রগামী তরঙ্গের গতিবেগ এবং তরঙ্গের মাধ্যমের কণার গতিবেগ এক নয়। তরঙ্গের গতিবেগ ধ্রুব হলেও মাধ্যমের কণার সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির বেগ প্রতিনিয়ত পরিবর্তিত হয়। সময়ের সাথে এই স্পন্দন গতির পরিবর্তনের হার হলো কণার তাৎক্ষনিক ত্বরণ যা সাম্যাবস্থান হতে কণার সরণের সমানুপাতিক ($a \propto -x$)। এ কারণেই অগ্রগামী তরঙ্গের গতিবেগ ধ্রুব হলেও তরঙ্গের উপরিস্থিত মাধ্যমের কণার ত্বরণ সর্বদা শূন্য হয় না।

৫। একটি অগ্রগামী তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্য দিয়ে যখন বিস্তার লাভ করে, তখন মাধ্যমের কণাগুলো সরল দোলগতি সম্পাদন করে। ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: অগ্রগামী বা চলমান তরঙ্গের সমীকরণ, $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ ......(i)

(i) নং সমীকরণকে t এর সাপেক্ষে পর্যায়ক্রমিক অন্তরজ করে পাই,

$$\frac{dy}{dt} = \frac{2\pi v}{\lambda} a\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{2\pi v}{\lambda}\cdot\frac{2\pi v}{\lambda} a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

$$\Rightarrow a = -\frac{4\pi^2v^2}{\lambda^2} a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

$$\therefore a = -\left(\frac{4\pi^2v^2}{\lambda^2}\right)y \quad \therefore \text{ত্বরণ, } a \propto -y$$

অর্থাৎ, কণার ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা সাম্যাবস্থানের দিকে ক্রিয়া করে। এটিই সরল দোলগতির সমীকরণ। সুতরাং যখন তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্য দিয়ে বিস্তার লাভ করে, তখন মাধ্যমের কণাগুলো সরল দোলগতি সম্পাদন করে।

স্থির তরঙ্গ

৬। স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপতিত হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে। আবার, স্থির তরঙ্গের যেসব বিন্দুতে বিস্তার শূন্য তাদেরকে নিস্পন্দ বিন্দু বলে।

আমরা জানি, শক্তি, $E = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

$\Rightarrow E = 0$ [$\therefore$ স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে $a = 0$]

অর্থাৎ, স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে শক্তি শূন্য।

৭। স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৫]

উত্তর: আমরা জানি, স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 2a \cos\frac{2\pi}{\lambda}x \sin\frac{2\pi}{\lambda}t$

এখানে, বিস্তার, $A = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x$; বিস্তার, A এর সর্বোচ্চ মান $= \pm 2a$

$\therefore 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 2a \qquad \Rightarrow \cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$

$\Rightarrow \cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \cos 0, \cos\pi, \cos 2\pi, \cos 3\pi, \ldots\ldots$

$\therefore \frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots\ldots$

$\Rightarrow x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2} \quad \therefore x = 0, 2\times\frac{\lambda}{4}, 4\times\frac{\lambda}{4}, 6\times\frac{\lambda}{4}, \ldots\ldots$

অর্থাৎ, যে সকল বিন্দুতে পথ পার্থক্য 0 অথবা $\frac{\lambda}{4}$ এর জোড় গুণিতক সে সকল বিন্দুতে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি হয়।

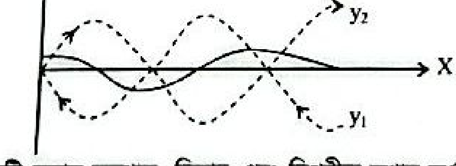
৮। বাদুড় রাতে কীভাবে চলাফেরা করে?– ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: বাদুর চোখে দেখতে না পাওয়ার দরুন শব্দোত্তর তরঙ্গ ব্যবহার করে চলাচল করে।

বাদুর চলার সময় ক্রমাগত বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দোত্তর তরঙ্গ সৃষ্টি করে। যদি কোনো প্রতিবন্ধক থাকে তবে শব্দ তাতে বাধা পেয়ে প্রতিফলিত হয়ে বাদুরের কানে ফেরত আসে। বাদুর তার সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ ও প্রতিধ্বনি শোনার মধ্যকার সময় ব্যবধান ও প্রতিফলিত শব্দের প্রকৃতি থেকে প্রতিবন্ধকের অবস্থান ও আকৃতি সম্পর্কে ধারনা লাভ করে। ফলে বাদুর সহজেই রাতে প্রতিবন্ধক এড়িয়ে চলতে পারে।

৯। দুটি তরঙ্গ বিপরীত দশায় মিলিত হলে উপরিপাতন নীতি সচিত্র ব্যাখ্যা কর।

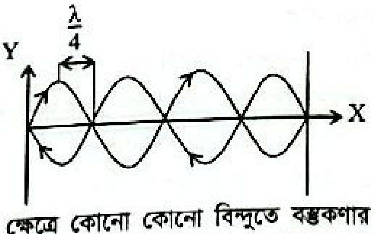
উত্তর: কোনো কণার উপর একই সময়ে দুটি তরঙ্গ আপতিত হলে সাম্যাবস্থান থেকে কণাটির লব্ধি সরণ হবে তরঙ্গ দুটির জন্য কণাটির সরণদ্বয়ের ভেক্টর সমষ্টির সমান।



চিত্রে দুটি সমান কম্পাঙ্ক, বিস্তার এবং বিপরীত দশায় অর্থাৎ, 180° দশা পার্থক্যে দুটি তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার প্রায় শূন্য। যখন সমবিস্তার সম্পন্ন দুটি তরঙ্গ কোনো বিন্দুতে বিপরীত দশায় আপতিত হয় তখন উক্ত কণার লব্ধি সরণ শূন্য হওয়ার অর্থ দুটি তরঙ্গ একটি কণার উপর দিয়ে সঞ্চালিত হয়ে গেল অথচ সাম্যাবস্থা থেকে কণাটির কোনো সরণ ঘটল না।

১০। সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দুর দশা পার্থক্য 90° হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৮]

উত্তর:



স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে কোনো কোনো বিন্দুতে বস্তুকণার বিস্তার শূন্য এবং কোনো কোনো বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক। যে বিন্দুগুলোতে বিস্তার সর্বাধিক তাদেরকে সুস্পন্দ বিন্দু বলে। আর যে বিন্দুগুলোতে বিস্তার শূন্য তাদেরকে নিস্পন্দ বিন্দু বলে।

সর্বোচ্চ বিস্তার তথা সুস্পন্দ বিন্দু এবং সর্বনিম্ন বিস্তার তথা নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যকার পথ পার্থক্য $= \frac{\lambda}{4}$

$\therefore$ দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথ পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$

সুতরাং সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ বা 90° হবে।

তরঙ্গের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

১১। শব্দের তীব্রতা লেভেল 20 dB বলতে কী বুঝ? [ঢা. বো. ১৯]

অথবা, ঢাকা শহরের শব্দ দূষণের মাত্রা 100 dB বলতে কী বুঝায়?

উত্তর: কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ওই শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। শব্দের তীব্রতা লেভেল 20 dB বলতে বোঝায় কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমের দশগুণের সমান। দুটি শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্য 20 dB হলে জোরালো শব্দ ক্ষীণ শব্দের চেয়ে 100 গুণ তীব্র বুঝায়।

১২। বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয় কেন? [রা. বো. ১৯]

অথবা, অডিটোরিয়ামের দেয়ালের পৃষ্ঠ অসমতল করে তৈরী করা হয় কেন?

উত্তর: বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ড লাগানো হয় যাতে বক্তার মুখ থেকে নিঃসৃত শব্দের উপরিপাতন না হয়।

বড় বড় হলরুমের দেয়ালে হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স বোর্ড লাগানো না থাকলে কংক্রিটের দেয়ালে শব্দ তরঙ্গের স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হয় ফলে তা প্রায় সমান তীব্রতা ও বেগ নিয়ে ফিরে আসে এবং বক্তার মুখ নিঃসৃত পরবর্তী শব্দ তরঙ্গের উপর উপরিপাতিত হয়ে তাকে বিকৃত করে। ফলে বক্তার কথা স্পষ্ট হয় না। হার্ডবোর্ড কিংবা পার্টেক্স জাতীয় বোর্ডের উপর আপতিত শব্দ তরঙ্গ খুব সহজেই শোষিত হয়। এর ফলে শব্দের প্রতিফলন ও প্রতিধ্বনি খুব কম হয়। ফলে হলরুমের অভ্যন্তরে কোলাহলপূর্ণ পরিবেশ সৃষ্টি হয় না।

১৩। কোনো স্থানের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} watt m^{-2} বলতে কি বুঝায়? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ১৬]

অথবা, শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা 10^{-6} Wm^{-2} বলতে কী বুঝ? [ব. বো. ১৫]

উত্তর: শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমান শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে তীব্রতা বলে।

কোনো স্থানের শব্দের তীব্রতা 10^{-8} Watt m^{-2} বলতে বোঝায় ঐ স্থানে শব্দ বিস্তারের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে 10^{-8} Joule শক্তি প্রবাহিত হয়।

১৪। তরঙ্গের বিস্তারের সাথে তীব্রতার পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৬]

উত্তর: শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে তীব্রতা বলে।

আমরা জানি, তরঙ্গের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

অর্থাৎ, তরঙ্গের তীব্রতা তরঙ্গ সৃষ্টিকারী উৎসের কম্পনের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক ($I \propto a^2$)।

এক্ষেত্রে তরঙ্গের বিস্তার বাড়লে তীব্রতা বাড়বে এবং বিস্তার কমলে তীব্রতা কমবে।

১৫। শব্দের তীব্রতা কিসের উপর নির্ভর করে ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৯]

উত্তর: শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে শব্দের তীব্রতা বলে।

আমরা জানি, শব্দের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

যেখানে, f = শব্দ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক; a = বিস্তার;

ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব; v = মাধ্যমে শব্দের বেগ।

তাই বলা যায়, শব্দের তীব্রতা উৎসের কম্পাঙ্ক, উৎসের বিস্তার, মাধ্যমের ঘনত্ব ও মাধ্যমে শব্দের বেগের উপর নির্ভরশীল।

১৬। অনুনাদী বস্তুর উপস্থিতি মাধ্যমের শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার উপর কীভাবে প্রভাব বিস্তার করে– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৯]

অথবা, ভাইব্রেশন মুডে থাকা মোবাইল ফোন টেবিলের উপর রাখলে অপেক্ষাকৃত জোরালো শব্দ হয় কেন? [মা. বো. ১৯]

উত্তর: শব্দের তীব্রতা শব্দ তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক ($I \propto a^2$)।

স্পন্দনক্ষম বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে আরোপিত বা পরবশ কম্পনের কম্পাঙ্কে কম্পিত হবে। অনুনাদের ক্ষেত্রে আরোপিত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক ও বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক সমান হওয়ায় বিস্তার সর্বাধিক হয়। তাই বলা যায়, অনুনাদী বস্তুর উপস্থিতি কম্পনের বিস্তার বৃদ্ধির মধ্য দিয়ে মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের তীব্রতা বৃদ্ধি করবে।

১৭। শব্দের বিস্তারের জন্য জড় মাধ্যমের প্রকৃতি কেমন হওয়া দরকার? ব্যাখ্যা কর

উত্তর: শব্দ সঞ্চালনের জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন। মাধ্যম ছাড়া শব্দ তরঙ্গ অগ্রসর হতে পারে না।

শব্দের বিস্তারের জন্য জড় মাধ্যমকে স্থিতিস্থাপক এবং অবিচ্ছিন্ন হতে হবে। অস্থিতিস্থাপক মাধ্যম অধিক দূরত্বে শব্দকে সঞ্চালিত করতে পারে না, যেহেতু খুব দ্রুত শক্তির অবক্ষয় হয়। তাছাড়া বিচ্ছিন্ন বস্তু যেমন: ধুলো, পশম ইত্যাদি শব্দ প্রেরণের পক্ষে অত্যন্ত কুপরিবাহী।

১৮। "শব্দোচ্চতা তীব্রতার ওপর নির্ভরশীল কিন্তু সমানুপাতিক নয়" ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে যত বেশি জোরালো তা বুঝা যায় তাকে শব্দোচ্চতা বলে। একই তীব্রতার বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দ শ্রোতার কাছে কম-বেশি জোরে মনে হতে পারে। শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতা দ্বারা নির্ধারিত হয়। একই তীব্রতার শব্দ ভিন্ন ভিন্ন লোকের কাছে ভিন্ন ভিন্ন শব্দোচ্চতার অনুভূতি সৃষ্টি করতে পারে। তীব্রতা যত বাড়ে শব্দোচ্চতা তত বেশি জোরালো হয়। তবে শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার সাথে সমানুপাতিক হারে বাড়ে না। তাই বলা যায়, শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার ওপর নির্ভরশীল হলেও সমানুপাতিক নয়।

বীট ও অজানা তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয়

১৯। বীট উৎপত্তির শর্তগুলো উল্লেখ কর।

উত্তর: বীট উৎপত্তির শর্তগুলো নিম্নরূপ:

i. বীট সৃষ্টিকারী শব্দতরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন হতে হবে।
ii. তরঙ্গ দুটির কম্পাঙ্ক ও তীব্রতা প্রায় সমান হতে হবে।
iii. তরঙ্গ দুটির দরুন মাধ্যমের কোনো একটি কণার সরণ একই রেখায় হতে হবে।
iv. মাধ্যমের কোনো একটি কণার উপর তরঙ্গ দুটি মিলিত হবার পর তাদের মধ্যে দশা বৈষম্য সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।
v. তরঙ্গ দুটির মিলিত ক্রিয়ার বিস্তার সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।

২০। প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট বলতে কী বুঝ?

উত্তর: সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একই দিকে অগ্রগামী দুটি শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস-বৃদ্ধির ঘটনাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট বলতে বুঝায় উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য 6 অর্থাৎ $\frac{1}{6}$ s বা 0.167 s পরপর বীট শোনা যাবে। এক্ষেত্রে উৎসদ্বয় হতে আগত শব্দ কোনো বিন্দুতে প্রতি সেকেন্ডে 6 বার সমদশায় ও 6 বার বিপরীত দশায় মিলিত হয়।

২১। দুটি বাদ্যযন্ত্রের সুর কীভাবে সামঞ্জস্যপূর্ণ করা হয়? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: দুটি বাদ্যযন্ত্রকে একসঙ্গে কম্পিত করলে স্বরকম্পের সৃষ্টি হয়। আবার, সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একই দিকে অগ্রগামী দুটি শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস বৃদ্ধির ঘটনাকে বীট বা স্বরকম্প বলে। দুটি বাদ্যযন্ত্রের কোনো একটির কম্পাঙ্ক স্থির রেখে অপর বাদ্যযন্ত্রের কম্পাঙ্ক হ্রাস বা বৃদ্ধি করে স্বরকম্পের সংখ্যা শূন্য করলে ওই বাদ্যযন্ত্র দুটি সামঞ্জস্যপূর্ণ হয়।

টানা তারে ও বায়ুস্তম্ভে কম্পন

২২। সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে নিরাপদে রাখে– ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৯]

অথবা, মনের প্রশান্তির জন্য শ্রুতিমধুর শব্দের প্রভাব ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: যে শব্দ শুনলে ভাল লাগে তাকে শ্রুতিমধুর, সুরযুক্ত, সুরসমৃদ্ধ বা সুশ্রাব্য শব্দ বলে। সঙ্গীতগুণ শব্দের উৎসের কম্পন নিয়মিত পর্যায়বৃত্ত এবং নিরবচ্ছিন্ন হওয়ায় মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে এবং রক্তচাপ স্বাভাবিক রাখতে সাহায্য করে। অপরদিকে শ্রুতিকটু, সুরবর্জিত বা কোলাহল উৎসের কম্পন অনিয়মিত, অপর্যায়বৃত্ত এবং আকস্মিক হয়। এ ধরনের শব্দ মানুষের মনকে খিটখিটে করে তোলে এবং দীর্ঘদিন অবস্থান করলে মানুষের রক্তচাপ বেড়ে যেতে পারে। তাই সঙ্গীতগুণ শব্দ মানুষের মনে প্রশান্তি সৃষ্টি করে নিরাপদে রাখে।

২৩। তীক্ষ্ণতা ও কম্পাঙ্ক একই কি না? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৯]

উত্তর: শব্দের যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা কোন সুর সরু ও কোন সুর মোটা তা বোঝা যায় তাকে তীক্ষ্ণতা বা পিচ বলে। আর কোন একটি কম্পমান বস্তু এক সেকেন্ডে যত সংখ্যক পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে, তাকে উক্ত বস্তুর কম্পাঙ্ক বলে।

সরু বা চড়া সুরের কম্পাঙ্ক বেশি, তাই এর তীক্ষ্ণতাও বেশি। তেমনি মোটা বা খাদের সুরের কম্পাঙ্ক কম, তাই এর তীক্ষ্ণতাও কম। কোনো স্বরের তীক্ষ্ণতা বলতে ঐ স্বরের অন্তর্গত মূলসুরের তীক্ষ্ণতা বোঝায়। তাই বলা যায়, কম্পাঙ্কের সাথে তীক্ষ্ণতার সম্পর্ক থাকলেও এরা এক নয়।

২৪। তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়, আবার দেয়ালে আঘাত করলে ততটা জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয় না কেন ব্যাখ্যা কর? [কু. বো. ১৬]

অথবা, সেতার, বেহালা, গীটার প্রভৃতি তারের বাদ্যযন্ত্রে ফাঁপা খোল রাখা হয় কেন?

উত্তর: তবলায় একটি খোলের মুখে পাতলা চামড়ার পর্দা টানটান করে বাঁধা থাকে এবং খোলের ভিতরে বায়ু থাকে। আমরা জানি, শক্তি $E = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$ অর্থাৎ, $E \propto a^2$। তবলায় ফাঁকা জায়গা বিদ্যমান থাকায় এর চামড়ার পর্দায় আঘাত করলে কম্পাঙ্কের বিস্তার অধিক হয় তথা অধিক বিস্তারে কম্পিত হওয়ার সুযোগ পায়। এছাড়াও খোলের ভিতরের বায়ুতেও কম্পন সৃষ্টি হয় ফলে তবলায় আঘাত করলে জোরালো শব্দ হয়। কিন্তু দেয়ালে কোনো শূন্য জায়গা না থাকায় দেয়ালে আঘাত করলে এটি অধিক বিস্তারে কম্পনের সুযোগ হয় না, তাই এক্ষেত্রে শব্দ জোরালো হয় না।

২৫। ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৭]

উত্তর: একটি বিশেষ সুর ও এর অষ্টকের মধ্যবর্তী ছয়টি বিশেষ সুরকে সাজিয়ে ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম তৈরী করা হয়। যার শুরুর কম্পাঙ্ক যদি 256 Hz ও ছয়টি সুর পরের কম্পাঙ্ক হবে 512 Hz। ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম বা সঙ্গীত ও বাদ্যযন্ত্রে ব্যবহৃত স্বরগ্রামের পরপর দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাত 8:9। কোন একটি মূলসুরের স্কেলে এই অনুপাতে কম্পাঙ্কের বৃদ্ধি ঘটতে থাকে অর্থাৎ সুর চড়তে থাকে। এভাবে প্রতি 7টি সুর পরপর মুল সুরের অষ্টক পাওয়া যায়। আবার মধ্যবর্তী সুরগুলোও প্রতি 7 ঘর পরপর দ্বিগুণ কম্পাঙ্ক প্রাপ্ত হয়। যেহেতু মূলসুর ও তার অষ্টকের মধ্যবর্তী সুরগুলোও ডায়াটোনিক স্বরগ্রামের অন্তর্ভুক্ত, তাই বলা যায় যে, ডায়াটেনিক স্বরগ্রামের সকল উপসুর সমমেল নয়।

২৬। ত্রয়ীর মধ্যে কোনো অষ্টক নেই- ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ১৭]

উত্তর: তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে ত্রয়ী বলে। আবার, উপসুরের কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হয় তবে তাকে অষ্টক বা দ্বিতীয় সমমেল বলে। এক্ষেত্রে, ত্রয়ীর যেকোনো দুটি সুরের কম্পাঙ্ক একে অপরের দ্বিগুণ হতে পারে না। তাই ত্রয়ীর মধ্যে কোনো অষ্টক নেই।

২৭। সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয় কেন? [দি. বো. ১৭; য. বো. ১৫]

উত্তর: উপসুরের কম্পাঙ্ক যদি মূলসুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে। আবার, কোনো স্বরের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূলসুর বা প্রথম সমমেল বলে। এখন স্বরের মধ্যে যাদের কম্পাঙ্ক মূলসুর অপেক্ষা বেশি তা উপসুর। যেমন: কোনো স্বর থেকে প্রাপ্ত সুরের কম্পাঙ্ক 256 Hz, 384 Hz, 512 Hz, 640 Hz, 768 Hz। এদের মধ্যে 256 Hz, কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট সুর মূলসুর বা প্রথম সমমেল। বাকী সব কম্পাঙ্কের সুর উপসুর। কিন্তু 512 Hz ও 768 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুর যথাক্রমে দ্বিতীয় সমমেল ও তৃতীয় সমমেল। তাই বলা যায়, সকল হারমোনিক উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়।

২৮। একসাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রিজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কেন? - ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৫]

উত্তর: একসাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রিজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয় কারণ এক্ষেত্রে অনুনাদ সৃষ্টি হয় এবং ব্রিজটি ভেঙ্গে পড়তে পারে।

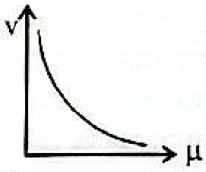
একটি ঝুলন্ত ব্রিজের উপর দিয়ে সৈন্যদল যখন মার্চ করে যায় তখন সৈন্যদলের পা মিলিয়ে যাবার কারণে আরোপিত কম্পনের সৃষ্টি হয়। ফলে ব্রিজের লোহা বা অন্যান্য উপাদানের কণাগুলোও কম্পিত হয়। যখন আরোপিত কম্পন এবং ব্রিজের উপাদানের কণাগুলোর কম্পন সমান হয় তখন ব্রিজটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এক পর্যায়ে ব্রিজটি ভেঙ্গেও পড়তে পারে। একারণে একসাথে অনেকগুলো সৈন্য ব্রিজের উপর দিয়ে মার্চ করে যাওয়া সঠিক নয়।

২৯। টানা তারের বেগ ও একক দৈর্ঘ্যের ভরের সম্পর্কযুক্ত লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: টানা তারের ক্ষেত্রে, $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ $\therefore v \propto \frac{1}{\sqrt{\mu}}$ [যখন টান, T = ধ্রুবক]

অর্থাৎ, টানা তারের বেগ তার একক দৈর্ঘ্যের ভরের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

এখানে তারের একক দৈর্ঘ্যের ভর বৃদ্ধি পেলে বেগ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে হ্রাস পাবে আর ভর হ্রাস পেলে বেগ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে বৃদ্ধি পাবে।



চিত্র: v বনাম μ এর লেখচিত্র

৩০। সুর ও স্বর এর মধ্যে পার্থক্য নিরুপণ কর।

উত্তর: কোনো উৎস থেকে নিঃসৃত শব্দে যদি একটি মাত্র কম্পাঙ্ক থাকে তাহলে সে শব্দকে সুর বলে। আবার কোন শব্দের মধ্যে যদি একাধিক কম্পাঙ্ক থাকে তাহলে সে শব্দকে স্বর বলে। অর্থাৎ, স্বর হচ্ছে একাধিক সুরের সমষ্টি।

উদাহরণস্বরূপ: কোনো সুরশলাকাকে আঘাত করলে যে শব্দ সৃষ্টি হয় তা সুর কারণ তাতে একটি মাত্র কম্পাঙ্কের শব্দ থাকে। আর বেহালার ছড় টেনে কোনো শব্দ উৎপন্ন করলে তাকে স্বর বলা হয়, কারণ এতে একাধিক কম্পাঙ্কের শব্দ মিশ্রিত থাকে। আমরা যে কথা বলি তা স্বর, কারণ তা অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমষ্টি।

৩১। "খালি কলস বাজে বেশি" ব্যাখ্যা কর।

অথবা, পানিপূর্ণ পাত্র অপেক্ষা শূন্য পাত্রকে আঘাত করলে জোরালো শব্দ হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: কোনো একটি পাত্রকে আঘাত করলে যে কম্পনের সৃষ্টি হয় তা পাত্রের ভেতরের বায়ু বা পানিতে পরবশ কম্পন সৃষ্টি করে।

এখন পাত্র পানিপূর্ণ থাকলে কম্পনের বিস্তার কম হয়। ফলে উৎপন্ন শব্দের প্রাবল্যও কম হয়। তবে তা খালি থাকলে তখন পাত্র হালকা থাকে। তাই খালি পাত্রকে আঘাত করলে কম্পনের বিস্তার বেশি হয়। ফলে সৃষ্ট শব্দের প্রাবল্যও বেশি হয়। অর্থাৎ জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয়।

৩২। কোন ধর্মের জন্য সেতার ও বেহালার শব্দের পার্থক্য কানে ধরা পড়ে?

উত্তর: শব্দের গুণ বা জাতি ধর্মের জন্য সেতার ও বেহালার শব্দের পার্থক্য কানে ধরা পড়ে। যে বৈশিষ্ট্যের দ্বারা একই তীব্রতা ও তীক্ষ্মতার দুটি শব্দকে পরস্পর থেকে আলাদা করা যায় তাকে শব্দের গুণ বা জাতি বলে। এক সাথে কয়েকটি বাদ্যযন্ত্র (যেমন: সেতার, বেহলা, বাঁশি) যদি একই তীব্রতা ও তীক্ষ্মতায় বাজানো হয় তাহলেও আমরা কোন সুরটি কোন যন্ত্রের তা সহজে বুঝতে পারি। আসলে কোনো বাদ্যযন্ত্রই একটি কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট বিশুদ্ধ সুর উৎপন্ন করে না। স্বরের গুন নির্ভর করে এর মূলসুরের সাথে যতগুলো উপসুর মিশে আছে তাদের আপেক্ষিক তীব্রতা এবং তারা যে ক্রমে সাজানো আছে তার উপর।

তাই বলা যায়, সেতার ও বেহালার শব্দের তীব্রতা ও তীক্ষ্মতা এক হলেও শব্দের জাতি বা গুণ ধর্মের জন্য এদের মধ্যকার শব্দে পার্থক্য কানে ধরা পড়ে।

৩৩। বদ্ধ নল থেকে নিঃসৃত শব্দ অপেক্ষা খোলা নল থেকে নিঃসৃত শব্দ বেশি মধুর হয় কেন?

উত্তর: কোনো স্বরের জাতি নির্ভর করে স্বরে উপস্থিত উপসুরের সংখ্যার উপর। স্বরে উপসুরের সংখ্যা যত বেশি হয় স্বর তত বেশি শ্রুতিমধুর হয়। একমুখ বদ্ধ নল থেকে মূলসুর ও তার শুধুমাত্র অযুগ্ম সমমেলগুলো নিঃসৃত হতে পারে। পক্ষান্তরে, দুই মুখ খোলা নল থেকে মূলসুর ও তার যুগ্ম ও অযুগ্ম উভয় ধরনের সমমেল পাওয়া যায়। অতএব, খোলা নল থেকে নিঃসৃত শব্দে উপসুরের সংখ্যা বেশি থাকায় স্বরটি বেশি শ্রুতিমধুর হয়।

৩৪। তীব্র ভূমিকম্পে ঘরবাড়ি ভেঙ্গে পড়ে কেন? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: ভূমিকম্প ঘরবাড়ির দেওয়ালে পরবশ কম্পন সৃষ্টি করে।
তীব্র ভূমিকম্পে পরবশ কম্পনের বিস্তার অনেক বেশি হয়, যা ঘরবাড়িতে ব্যবহৃত উপাদানসমূহের স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করে। তাই বলা যায়, তীব্র ভূমিকম্পে ঘরবাড়ি ভেঙ্গে পড়ে।

৩৫। মুক্ত কম্পন ও পরবশ কম্পনের মধ্যে পার্থক্য লিখ।

উত্তর: মুক্ত কম্পন ও পরবশ কম্পনের মধ্যকার পার্থক্য নিম্নরূপ:

মুক্ত কম্পন (Free Vibration)	পরবশ কম্পন (Forced vibration)
১। শুধুমাত্র প্রত্যায়নক বল ছাড়া অন্য কোনো বল বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল হয় না।	১। বাইরে থেকে পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করলে পরবশ কম্পন সৃষ্টি হয়।
২। মুক্ত কম্পনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির ভর, আকৃতি ও স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের উপর নির্ভর করে।	২। পরবশ কম্পনের কম্পাঙ্ক বস্তুর উপর প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্কের সমান হয়।
৩। বাধাজনিত বলের ক্রিয়ায় বস্তুর মুক্ত কম্পন আস্তে আস্তে কমে যায়।	৩। প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত বল বস্তুর ওপর যতক্ষণ ক্রিয়া করে, পরবশ কম্পনও ততক্ষণ স্থায়ী হয়।
৪। মুক্ত কম্পনের বিস্তার সাধারনত কম হয়।	৪। পরবশ কম্পনের বিস্তার সাধারণত মুক্ত কম্পনের বিস্তারের বেশি হয়।

৩৬। "সকল অনুনাদই পরবশ কম্পন কিন্তু সকল পরবশ কম্পন অনুনাদ নয়।" ব্যাখ্যা কর।

অথবা, পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। [চ.বো. ১৫]

উত্তর: অনুনাদী কম্পনকে পরবশ কম্পন বলা গেলেও পরবশ কম্পনকে অনুনাদ বলা যাবে না কারণ অনুনাদী কম্পনে বিস্তার সর্বোচ্চ হলেও পরবশ কম্পনে বিস্তার কম-বেশি হতে পারে।

একটি পর্যাবৃত্ত বল প্রয়োগ করে কোনো বস্তুকে কম্পিত করলে বস্তুটি প্রথমে তার নিজস্ব স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার চেষ্টা করে। কিন্তু পরবর্তীতে বস্তুটি পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক অনুযায়ী স্পন্দিত হয়। বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক যাই হোক না কেন পর্যাবৃত্ত বলটি যতক্ষণ ক্রিয়াশীল থাকবে বস্তুটিও ততক্ষণ ধরে পর্যাবৃত্ত বলের কম্পনে কম্পিত হতে থাকবে। এ ধরনের কম্পনকে পরবশ কম্পন বলে। অন্য দিকে, অনুনাদ বিশেষ ধরনের পরবশ কম্পন। বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক ও তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হতে থাকে, এ ধরনের কম্পনই অনুনাদ। সুতরাং, সকল অনুনাদ পরবশ কম্পন হলেও সকল পরবশ কম্পন অনুনাদ নয়।

৩৭। শব্দ কখন নয়েজ বা গোলমাল মনে হয়? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: অর্থবহ সমস্ত শব্দ যা আমরা শুনতে পাই তার বেশিরভাগ অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্টি।

কম্পাঙ্কগুলো যদি পরস্পরের সরল গুনিতক হয় তাহলে এদের দ্বারা উৎপন্ন শব্দ আমাদের কাছে সংগীত গুনসম্পন্ন মনে হবে। আর যদি পরস্পরের সাথে সম্পর্কবিহীন অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে শব্দ সৃষ্টি হয় তাহলে সে শব্দ আমাদের কাছে নয়েজ বা গোলমাল বলে মনে হবে। নয়েজ এর ফলে সৃষ্ট শব্দ দূষনের ব্যাপক প্রভাব রয়েছে আমাদের জীবনে। শব্দ দূষন মানুষ ও অন্যান্য প্রাণীর স্বাভাবিক কাজ কর্মকে ব্যাহত করে ভারসাম্য বিনষ্ট করে।

৩৮। একটি খালি বালতিতে পানি ঢালতে শুরু করলে বালতিটি থেকে উৎপন্ন শব্দের তীক্ষ্মতা পরিবর্তিত হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: বালতির একমুখ বদ্ধ থাকায় এটি বদ্ধ নলের ন্যায় আচরণ করে। এক মুখ বদ্ধ নলের মূলসুরের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{4l}$

যেখানে, v = শব্দের বেগ, l = নলের দৈর্ঘ্য

এখন বালতিটিতে পানি ভরা শুরু করলে বদ্ধ নলে বায়ু স্তম্ভের দৈর্ঘ্য কমতে শুরু করে। অর্থাৎ, মূলসুরের কম্পাঙ্ক পরিবর্তিত হয়। ফলে শব্দের তীক্ষ্মতাও পরিবর্তিত হয়।

৩৯। একটি বদ্ধ নল এবং একটি খোলা নলের বায়ুস্তম্ভের কম্পনের তুলনা কর।

উত্তর: একটি বদ্ধ নল এবং খোলা নলের বায়ুস্তম্ভের তুলনা নিম্নরূপ:

বদ্ধ নল	খোলা নল
১। নলের খোলা মুখে সুস্পন্দ বিন্দু এবং বদ্ধ মুখে নিস্পন্দ বিন্দু অবস্থান করে।	১। নলের খোলা মুখ দুটিতে সুস্পন্দ বিন্দু অবস্থান করে।
২। নলে সৃষ্ট সুরের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_A = \frac{4l}{(2n+1)} = \frac{\lambda_0}{(2n+1)}$ যেখানে, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ ইত্যাদি।	২। নলে সৃষ্ট সুরের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda_n = \frac{2l}{(n+1)} = \frac{\lambda_0}{(n+1)}$ এখানে, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ ইত্যাদি।
৩। মূলসুরের ক্ষেত্রে, $n = 0$, $\lambda_0 = 4l$ এবং কম্পাঙ্ক $N = \frac{v}{4l}$	৩। মূলসুরের ক্ষেত্রে $n = 1$, $\lambda_0 = 2l$ এবং কম্পাঙ্ক $N_0 = \frac{v}{2l}$
৪। মূলসুর এবং উপসুরগুলোর অনুপাত 1:3:5 : 7 ইত্যাদি। অর্থাৎ, শুধুমাত্র অযুগ্ম হারমোনিক গুলোই উপস্থিত থাকে।	৪। মূলসুর এবং উপসুরগুলোর কম্পাঙ্কের অনুপাত 1:2:3:4 ইত্যাদি। অর্থাৎ, যুগ্ম ও অযুগ্ম সকল প্রকার হারমোনিক উপস্থিত থাকে।
৫। নিঃসৃত সুর খুব বেশি শ্রুতিমধুর নয়।	৫। নিঃসৃত সুর খুব বেশি শ্রুতিমধুর।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

তরঙ্গ ও শক্তি

১। **কৌণিক কম্পাঙ্ক এর মাত্রা কোনটি?** [ঢা. বো. ১৯]

ⓐ $[M^0LT]$ ⓑ $[M^0L^0T^{-1}]$ ⓒ $[M^0L^{-1}T]$ ⓓ $[M^0LT^{-1}]$

উত্তর: ⓑ $[M^0L^0T^{-1}]$

ব্যাখ্যা: $[\text{কৌণিক কম্পাঙ্ক}] = \frac{[\text{কৌণিক সরণ}]}{[\text{সময়}]} = [T^{-1}] = [M^0L^0T^{-1}]$

২। **কোনটি আড়তরঙ্গ?** [কু. বো. ১৯]

ⓐ বাঁশির সুর ⓑ স্প্রিং-এ সৃষ্ট তরঙ্গ

ⓒ পানি তরঙ্গ ⓓ শব্দ তরঙ্গ

উত্তর: ⓒ পানি তরঙ্গ

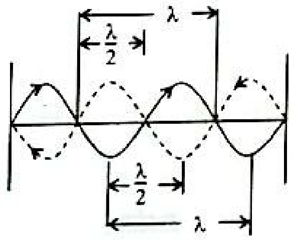
ব্যাখ্যা: আড় তরঙ্গ: আলোক তরঙ্গ, পানি তরঙ্গ, এক্সরে, টানা তারের তরঙ্গ।
লম্বিক তরঙ্গ: শব্দ, বাঁশির সুর, ঢোলের বাড়ির শব্দ, স্প্রিং এ সৃষ্ট তরঙ্গ।

৩। **তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে পরপর তিনটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?** [কু. বো. ১৯]

ⓐ $\frac{\lambda}{2}$ ⓑ λ ⓒ $\frac{3\lambda}{2}$ ⓓ 4λ

উত্তর: ⓑ λ

ব্যাখ্যা: স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে, পরপর দুটি সুস্পন্দ অথবা নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$; পরপর তিনটি সুস্পন্দ অথবা নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \lambda$



৪। **কোনো বস্তুতে স্পন্দন সৃষ্টি করা হলে, ঐ স্পন্দন বায়ুতে–** [রা. বো. ১৯]

i. রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় সঞ্চালিত হয়

ii. মাধ্যমের সংকোচন ও প্রসারণের মাধ্যমে সঞ্চালিত হয়

iii. সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি করে

ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

উত্তর: ⓓ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: স্পন্দন বায়ু মাধ্যমের অনুগুলোর দ্রুত সংকোচন ও সম্প্রসারণের মাধ্যমে চলে, যেখানে তাপ বিনিময়ের জন্য সময় থাকে না। ফলে এটি রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় সঞ্চালিত হয়। স্পন্দনরত বস্তুর স্পন্দন মাধ্যমের সংকোচন ও প্রসারণের মাধ্যমে সঞ্চালিত হয় এবং সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি করে।

❖ **নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

22.5 cm ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 3.14 rad। উৎসের কম্পাঙ্ক 420 Hz।

৫। **তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?** [য. বো. ১৯]

ⓐ 0.25 m ⓑ 0.45 m ⓒ 0.75 m ⓓ 45 m

উত্তর: ⓑ 0.45 m

ব্যাখ্যা: দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথ পার্থক্য

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi \times 22.5}{3.14} = 45 \text{ cm} = 0.45 \text{ m}$$

৬। **উদ্দীপক অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?** [য. বো. ১৯]

i. তরঙ্গ বেগ 189 ms^{-1}

ii. উৎপন্ন শব্দ শোনা যাবে

iii. পর্যায়কাল হবে 2.38 sec

ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও iii

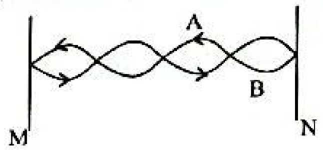
উত্তর: ⓐ i ও ii

ব্যাখ্যা: তরঙ্গ বেগ, $v = f\lambda = 420 \times 0.45 = 189 \text{ ms}^{-1}$

পর্যায়কাল, $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{420} = 2.38 \times 10^{-3}$ s

মানুষের শ্রাব্যতার পাল্লা 20 Hz থেকে 20,000 Hz হওয়ায় উৎপন্ন শব্দ শোনা যাবে।

❖ **নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**



৭। **উদ্দীপকটির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য–** [চ. বো. ১৯]

i. এটি একটি স্থির তরঙ্গ

ii. দুটি অগ্রগামী তরঙ্গের দ্বারা সৃষ্ট

iii. এক লুপের শক্তি অন্য লুপে স্থানান্তরিত হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓒ i ও iii ⓓ i, ii ও ii

উত্তর: ⓐ i ও ii

ব্যাখ্যা: সমান বিস্তার ও পর্যায়কাল/ কম্পাঙ্ক/ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী অগ্রগামী তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি। স্থির তরঙ্গের জন্য প্রতিটি বিন্দুতে অগ্রগামী তরঙ্গ দুটির জন্য সরণ সমান ও বিপরীত হওয়ায় এক লুপের শক্তি অন্য লুপে স্থানান্তরিত হয় না।

৮। **MN = 40 cm হলে AB =?** [চ. বো. ১৯]

ⓐ 20 cm ⓑ 10 cm ⓒ 5 cm ⓓ 2.5 cm

উত্তর: ⓑ 10 cm

ব্যাখ্যা: চারটি লুপের দূরত্ব, $2\lambda = 40$ cm

$\therefore$ পাশাপাশি দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব, $\frac{\lambda}{2} = 10$ cm

৯। **নিচের কোনটি লম্বিক তরঙ্গ?** [চ. বো. ১৯; অনুরূপ দি. বো. ১৯]

ⓐ পানিতে তরঙ্গ ⓑ শব্দ তরঙ্গ

ⓒ আলোক তরঙ্গ ⓓ বেতার তরঙ্গ

উত্তর: ⓑ শব্দ তরঙ্গ

১০। **সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $Y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$, কণাটির সর্বোচ্চ সরণ–** [ব. বো. ১৯]

ⓐ $\frac{1}{2}A$ ⓑ A ⓒ $\frac{1}{2}\lambda$ ⓓ λ

উত্তর: ⓑ A

ব্যাখ্যা: সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ সরণ তার বিস্তার।

$\therefore$ কণাটির সর্বোচ্চ সরণ = বিস্তার = A

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১১ ও ১২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সরণ $x = \sqrt{4}\sin 4\pi t$ ।

১১। কণাটির স্পন্দনের পর্যায়কাল কত? [ব. বো. ১৯]

ক 0.5 sec খ 1 sec গ 2 sec ঘ 4π sec

উত্তর: ক 0.5 sec

ব্যাখ্যা: সরল দোলন গতিসম্পন্ন কণার সরণ, $x = \sqrt{4}\sin 4\pi t$
একে $x = a\sin\omega t$ এর সাথে তুলনা করে, $\omega = 4\pi$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 4\pi \quad \therefore T = 0.5$ s

১২। সাম্যাবস্থান থেকে 2 m দূরে কণাটির– [ব. বো. ১৯]

i. গতিশক্তি সর্বোচ্চ
ii. বিভবশক্তি সর্বোচ্চ
iii. মোটশক্তি = বিভবশক্তি

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও ii

উত্তর: গ ii ও iii

ব্যাখ্যা: সরলদোলন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার, $A = \sqrt{4} = 2$ m

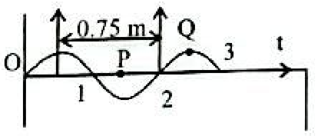
সাম্যাবস্থান থেকে 2 m দূরে কণাটির বিভবশক্তি, $Ep_{max} = \frac{1}{2}KA^2$

গতিশক্তি, $E_{k_{min}} = \frac{1}{2}K(A^2 - A^2) = 0$

মোটশক্তি, $E = \frac{1}{2}KA^2 = E_{p_{max}}$

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১৩ ও ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

তরঙ্গের সরণ-সময় গ্রাফটি নিম্নরূপ:



১৩। তরঙ্গটির বেগ কত? [সি. বো. ১৯; অনুরূপ রা. বো. ১৫; চ. বো. ১৫]

ক 5 ms^{-1} খ 0.5 ms^{-1} গ 2 ms^{-1} ঘ 0.2 ms^{-1}

উত্তর: খ 0.5 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $\frac{3\lambda}{4} = 0.75 \quad \therefore \lambda = 1$m আবার, $V = f\lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2} = 0.5\ ms^{-1}$

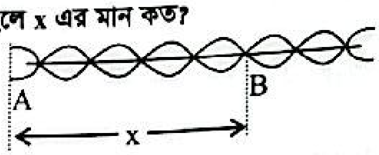
১৪। তরঙ্গটির P ও Q এর দশা পার্থক্য– [সি. বো. ১৯ অনুরূপ রা. বো. ১৫; য. বো. ১৫]

ক 0 খ $\frac{\pi}{2}$ গ π ঘ 2π

উত্তর: গ π

ব্যাখ্যা: P ও Q এর মধ্যকার দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথ পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{2} = \pi$

১৫। তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ হলে x এর মান কত? [দি. বো. ১৯]



ক $\frac{3\lambda}{4}$ খ $\frac{5\lambda}{4}$ গ $\frac{7\lambda}{4}$ ঘ $\frac{9\lambda}{4}$

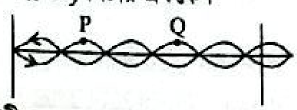
উত্তর: ঘ $\frac{9\lambda}{4}$

ব্যাখ্যা: একটি লুপের জন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= \frac{\lambda}{2}$

$\therefore x = 4 \times \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{8\lambda + \lambda}{4} = \frac{9\lambda}{4}$

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$y = 0.6\sin 0.12x\cos 24t$ একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ যা নিম্নলিখিত চিত্র দ্বারা প্রকাশিত। x ও y মিটার এককে।



১৬। স্থির তরঙ্গ গঠনকারী তরঙ্গের বেগ– [ম. বো. ১৮]

ক 100 ms^{-1} খ 200 ms^{-1} গ 300 ms^{-1} ঘ 400 ms^{-1}

উত্তর: খ 200 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: স্থির তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 0.6\sin 0.12x\cos 24t$

একে $y = 2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\frac{2\pi}{\lambda}vt$ এর সাথে তুলনা করে,

$\frac{2\pi}{\lambda} = 0.12 \quad \therefore \lambda = 52.36$ m

আবার, $\frac{2\pi}{\lambda}v = 24 \quad \therefore v = 200\ ms^{-1}$

১৭। তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হলে– [মা. বো. ১৮]

ক $PQ = \frac{\lambda}{2}$ খ $PQ = \frac{3\lambda}{4}$ গ $PQ = \lambda$ ঘ $PQ = \frac{5\lambda}{4}$

উত্তর: গ $PQ = \lambda$

ব্যাখ্যা: একটি লুপের জন্য তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= \frac{\lambda}{2}$ ∴ PQ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2} \times 2 = \lambda$

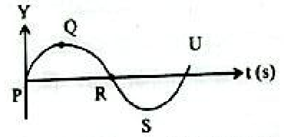
১৮। পাশাপাশি দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দশা পার্থক্য কত? [ঢা. বো. ১৭; অনুরূপ য. বো. ১৬; সি. বো. ১৫]

ক $\frac{\pi}{4}$ খ $\frac{\pi}{2}$ গ π ঘ 2π

উত্তর: গ π

ব্যাখ্যা: পাশাপাশি দুটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথপার্থক্য
$= \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{2} = \pi$

১৯। নিচের চিত্রে কোন দুটি বিন্দু সমদশায়? [ঢা. বো. ১৭]



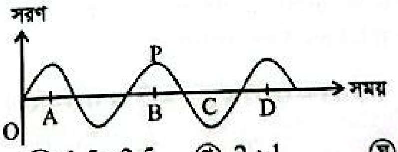
ক P ও Q খ P ও U গ Q ও S ঘ P ও R

উত্তর: খ P ও U

ব্যাখ্যা: P ও U বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথপার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times \lambda$
$= 2\pi = 0$

∴ P ও U বিন্দু দুটি সমদশায় অবস্থিত।

২০। চিত্র হতে P বিন্দুর সাপেক্ষে A বিন্দুর এবং C বিন্দুর দশা পার্থক্যের অনুপাত হবে– [রা. বো. ১৭]



ক 1.5 : 2 খ 1.5 : 2.5 গ 2 : 1 ঘ 3 : 2

উত্তর: গ 2 : 1

ব্যাখ্যা: $\frac{\text{P ও A বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য}}{\text{P ও C বিন্দুর মধ্যকার দশা পার্থক্য}} = \frac{\lambda}{\frac{\lambda}{2}} = 2$

২১। কোনো কণার স্পন্দন গতির সমীকরণ $x = 10 \sin(6\pi t + 3\pi)$। কণাটির কম্পাঙ্ক কত? [য. বো. ১৭]

ক 1.5 Hz খ 3 Hz গ 6 Hz ঘ 10 Hz

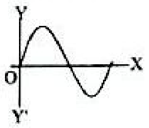
উত্তর: খ 3 Hz

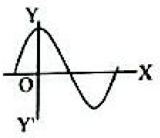
ব্যাখ্যা: কোনো কণার স্পন্দনরত গতির সমীকরণ, $x = 10 \sin(6\pi t + 3\pi)$

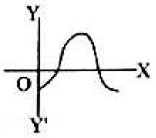
একে $x = a \sin(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে, $\omega = 6\pi$

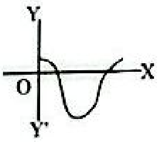
$\therefore 2\pi f = 6\pi \quad \therefore f = 3$ Hz

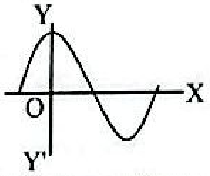
২২। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের আদি দশা $\frac{\pi}{2}$ হলে তরঙ্গটির সরণ-সময় লেখচিত্র নিচের কোনটি হবে? [সি. বো. ১৭]

ক 

খ 

গ 

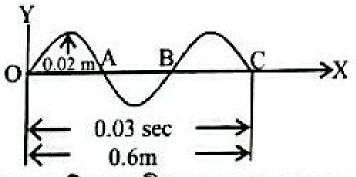
ঘ 

উত্তর: খ 

ব্যাখ্যা: অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = a \sin(\omega t + \delta)$

সময় $t = 0$ s হলে, $y = a \sin(0 + \frac{\pi}{2}) = a$

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



চিত্রে একটি অগ্রগামী তরঙ্গ দেখানো হয়েছে।

২৩। A ও B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য কত? [সি. বো. ১৭; অনুরূপ ঢা. বো. ১৯]

ক 0 খ $\frac{\pi}{2}$ গ π ঘ $\frac{3\pi}{2}$

উত্তর: গ π

ব্যাখ্যা: A ও B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথপার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{2} = \pi$

২৪। চিত্রে প্রদর্শিত তরঙ্গের অনুরূপ আরেকটি তরঙ্গ বিপরীতক দিক হতে সঞ্চালিত হয়ে উদ্দীপকের তরঙ্গটির উপর আপতিত হয়ে যে তরঙ্গ সৃষ্টি করে m দূরত্ব তার সমীকরণ– [সি. বো. ১৭]

ক $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 100\pi t$ খ $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 200\pi t$

গ $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 300\pi t$ ঘ $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 400\pi t$

উত্তর: ক $Y = 0.04 \cos 5\pi x \sin 100\pi t$

ব্যাখ্যা: $T = \frac{2}{3} \times 0.03 = 0.02$ s ; $\lambda = \frac{2}{3} \times 0.6 = 0.4$ m

স্থির তরঙ্গ, $y = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \frac{2\pi}{\lambda} vt = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin 2\pi ft$

$= 2 \times 0.02 \cos\left(\frac{2\pi}{0.4} \times x\right) \sin\left(2\pi \times \frac{1}{0.02} \times t\right)$

$= 0.04 \cos 5\pi x \sin 100\pi t$

২৫। একটি তরঙ্গ 200 টি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে 8 m দূরত্ব 0.25 s এ অতিক্রম করলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য হবে– [ব. বো. ১৭]

ক 8 cm খ 4 cm গ 32 cm ঘ 25 cm

উত্তর: খ 4 cm

ব্যাখ্যা: $200\lambda = 8 \quad \therefore \lambda = 0.04$ m $= 4$ cm

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৬ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ: $y = 10 \sin\left(\frac{\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$, যার পর্যায়কাল 5 sec।

২৬। 1.25 sec এ কণাটির সরণ কত একক হবে? [দি. বো. ১৭]

ক 6 একক খ 10 একক গ 12 একক ঘ 18 একক

উত্তর: খ 10 একক

ব্যাখ্যা: $t = 1.25$ s এ কণার সরণ, $y = 10 \sin\left(\frac{\pi \times 1.25}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$

$= 10 \sin \frac{\pi}{2} = 10$ একক

২৭। কণাটির– [দি. বো. ১৭]

i. আদি দশা $\frac{\pi}{4}$ ii. কম্পাঙ্ক 0.1 Hz iii. বিস্তার 7 একক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সমীকরণ, $y = 10 \sin\left(\frac{\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$

একে $y = a \sin(\omega t + \delta)$ এর সাথে তুলনা করে, আদি দশা, $\delta = \frac{\pi}{4}$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{\pi}{T} \Rightarrow 2\pi f = \frac{\pi}{T} \quad \therefore f = 0.1$ Hz

এবং বিস্তার, $A = 10$ একক

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

P মাধ্যমে শব্দের বেগ Q মাধ্যমে শব্দের বেগের 4 গুন। শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2m এবং Q মাধ্যমে শব্দের বেগ 350 ms^{-1}।

২৮। Q মাধ্যমে শব্দের কম্পাঙ্ক– [ঢা. বো. ১৬]

ক 425 Hz খ 525 Hz গ 625 Hz ঘ 725 Hz

উত্তর: খ 525 Hz

ব্যাখ্যা: $\lambda_P - \lambda_Q = 2 \; [\because v_P > v_Q] \quad \Rightarrow \frac{v_P}{f} - \frac{v_Q}{f} = 2$

$\Rightarrow \frac{1}{f}(v_P - v_Q) = 2 \quad \therefore f = \frac{350 \times 4 - 350}{2} = 525$ Hz

২৯। P মাধ্যমে 100 কম্পনে শব্দের অতিক্রান্ত দূরত্ব– [ঢা. বো. ১৬]

ক 21.67 m খ 37.5 m গ 183.75 m ঘ 266.67 m

উত্তর: ঘ 266.67 m

ব্যাখ্যা: P মাধ্যমে শব্দের অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 100\,\lambda_P = 100 \times \frac{v_P}{f}$

$= 100 \times \frac{350 \times 4}{525} = 266.67$ m

৩০। নিচের কোনটি শূন্য দশার সমতুল্য– [য. বো. ১৬]

ক $\frac{\pi}{2}$ খ π গ $\frac{3\pi}{2}$ ঘ 2π

উত্তর: ঘ 2π

ব্যাখ্যা: $0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \ldots\ldots$ এরা সমদশা।

৩১। কোনো তরঙ্গের দুটি বিন্দুর মধ্যে দশা পার্থক্য 2π হলে পথ পার্থক্য কত? [চ. বো. ১৬; অনুরূপ সি. বো. ১৬]

ক $\frac{\lambda}{4}$ খ $\frac{\lambda}{2}$ গ λ ঘ 2λ

উত্তর: গ λ

ব্যাখ্যা: দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথপার্থক্য $\therefore$ পথপার্থক্য $= \frac{\lambda}{2\pi} \times 2\pi = \lambda$

৩২। স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গগুলোর বিস্তার A হলে সুস্পন্দ বিন্দুগুলোর বিস্তার কত হবে? [ব. বো. ১৬; অনুরূপ চ. বো. ১৫]

ক $\pm 2A$ খ $\pm A$ গ $\pm\frac{A}{2}$ ঘ শূন্য

উত্তর: ক $\pm 2A$

ব্যাখ্যা: স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে,

সুস্পন্দ বিন্দুর বিস্তার $= 2 \times$ স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গগুলোর বিস্তার

$= \pm 2A$

৩৩। কম্পাঙ্কের একক হলো– [কু. বো. ১৫]

i. cycle s^{-1}
ii. cycle
iii. hertz

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: খ i ও iii

ব্যাখ্যা: কম্পাঙ্ক, $f = \frac{\text{ঘূর্ণন}}{\text{সময়}} = \frac{\text{cycle}}{\text{s}} = \text{cycle s}^{-1} = \text{hertz}$

৩৪। সরলছন্দিত তরঙ্গ (SHW) এর ক্ষেত্রে– [কু. বো. ১৫]

i. অনুপ্রস্থ তরঙ্গ
ii. অগ্রগামী তরঙ্গ
iii. অনুদৈর্ঘ্যতরঙ্গ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: সরল ছন্দিত তরঙ্গ তরঙ্গশীর্ষ বা চূড়া এবং তরঙ্গপাদ বা তল দ্বারা বৈশিষ্ট্যায়িত। অনুপ্রস্থ তরঙ্গ, অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ ও অগ্রগামী তরঙ্গ সরল ছন্দিত তরঙ্গের উদাহরণ।

৩৫। যখন শব্দ বায়ু থেকে পানিতে প্রবেশ করে তখন — পরিবর্তন হয়? [য. বো. ১৫; দি. বো. ১৫]

i. বেগ
ii. কম্পাঙ্ক
iii. তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: খ i ও iii

ব্যাখ্যা: শব্দের কম্পাঙ্ক মাধ্যমের উপর নির্ভরশীল নয়। শব্দ বায়ু থেকে পানিতে প্রবেশ করলে এর তরঙ্গবেগ ও তরঙ্গদৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।

৩৬। কোন স্থির তরঙ্গে পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 50 cm। এর তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত? [দি. বো. ১৫]

ক 50 cm খ 75 cm গ 100 cm ঘ 200 cm

উত্তর: গ 100 cm

ব্যাখ্যা: স্থির তরঙ্গে পরপর দুটি নিঃশব্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব, $\frac{\lambda}{2} = 50$ cm

$\therefore \lambda = 100$ cm

৩৭। উৎস হতে ধ্বনিত শব্দ একজন ব্যক্তি শুনতে পেলো 5 s পরে, যখন একই শব্দ আরেকজন ব্যক্তি শুনতে পেলো 6 s পরে। শব্দের বেগ 300m/s। এই দুই ব্যক্তির মধ্যে সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন দূরত্ব কত?

ক 1.8 km, 0.15 km খ 2.2 km, 0.20 km
গ 2.8 km, 0.25 km ঘ 3.3 km, 0.30 km

উত্তর: ঘ 3.3 km, 0.30 km

ব্যাখ্যা: $S_1 = 300 \times 5 = 1500 \text{ m} = 1.5 \text{ km}$

$S_2 = 300 \times 6 = 1800 \text{ m} = 1.8 \text{ km}$

$S_{max} = (1.5 + 1.8) = 3.3 \text{ km}$

$S_{min} = (1.8 - 1.5) = 0.3 \text{ km}$

৩৮। বায়ু ও পানিতে 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 3.9 m। বাতাসে শব্দের বেগ 345 ms^{-1} হলে পানিতে বেগ কত?

ক 1493 ms^{-1} খ 1590 ms^{-1} গ 1490 ms^{-1} ঘ 1593 ms^{-1}

উত্তর: ঘ 1593 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $\lambda_W - \lambda_a = 3.9 \Rightarrow \frac{v_W - v_a}{f} = 3.9$

$\Rightarrow v_W = 3.9 \times 320 + 345 = 1593 \text{ ms}^{-1}$

৩৯। একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 400 Hz। এই সুরশলাকার 48 বার কম্পনে যে সময় লাগে, সেই সময়ে 40 m দূরত্ব অতিক্রম করলে শব্দের বেগ কত?

ক 203.3 ms^{-1} খ 333.3 ms^{-1} গ 323.3 ms^{-1} ঘ 313.3 ms^{-1}

উত্তর: খ 333.3 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $48\lambda = 40 \Rightarrow 48 \times \frac{v}{f} = 40 \quad \therefore v = \frac{40 \times 400}{48} = 333.3 \text{ ms}^{-1}$

৪০। তিনটি সুর শলাকা নেওয়া হলো যাদের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 105 Hz, 315 Hz এবং 525 Hz। শলাকা তিনটি দিয়ে বায়ুতে শব্দ করলে সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অনুপাত কী হবে?

ক 1 : 3 : 5 খ 3 : 5 : 15 গ 15 : 5 : 3 ঘ 5 : 3 : 1

উত্তর: গ 15 : 5 : 3

ব্যাখ্যা: $f_1\lambda_1 = f_2\lambda_2 = f_3\lambda_3 = v$

$\Rightarrow \lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = \frac{1}{f_1} : \frac{1}{f_2} : \frac{1}{f_3} = \frac{1}{105} : \frac{1}{315} : \frac{1}{525}$

$= \frac{525}{105} : \frac{525}{315} : \frac{525}{525} = 5 : \frac{5}{3} : 1 = 15 : 5 : 3$

৪১। কোনো সুরশলাকা একটি মাধ্যমে 5 মিটার দৈর্ঘ্যের এবং 300 মিটার/সেকেন্ড বেগের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। অপর একটি মাধ্যমে এর বেগ 600 মিটার/ সেকেন্ড হলে ঐ সুরশলাকার 100 কম্পনে শব্দ কত দূরে যাবে?

ⓚ 1200 m ⓛ 1000 m ⓖ 10 m ⓘ 120 m

উত্তর: ⓛ 1000 m

ব্যাখ্যা: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

$\lambda_2 = \frac{600}{300} \times 5 = 10\text{ m} \quad \therefore s = 100\,\lambda_2 = 100 \times 10 = 1000\text{ m}$

৪২। কোনো মাধ্যমে 400 Hz এবং 300 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2 m হলে মাধ্যমে শব্দের বেগ কত?

ⓚ 1000 m/s ⓛ 2000 m/s ⓖ 2400 m/s ⓘ 2500 m/s

উত্তর: ⓖ 2400 m/s

ব্যাখ্যা: $\lambda_2 - \lambda_1 = 2 \qquad [\because f_1 > f_2]$

$\Rightarrow \frac{v}{f_2} - \frac{v}{f_1} = 2 \;\Rightarrow v\left(\frac{1}{300} - \frac{1}{400}\right) = 2 \quad \therefore v = 2400\text{ ms}^{-1}$

৪৩। সমুদ্রে নোঙর করা একটি জাহাজের ক্যাপ্টেন লক্ষ করেন যে ঢেউয়ের শীর্ষগুলি পরস্পর থেকে 16 m দূরে এবং প্রতি 2 sec পর পর একটি ঢেউ আসছে। ঢেউগুলোর বেগ কত?

ⓚ 8 ms^{-1} ⓛ 16 ms^{-1} ⓖ 32 ms^{-1} ⓘ 64 ms^{-1}

উত্তর: ⓚ 8 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $v = f\lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{16}{2} = 8\text{ ms}^{-1}$

৪৪। একটি স্থির তরঙ্গের নিস্পন্দ বিন্দুতে কণার বেগ কত?

ⓚ শূন্য ⓛ সর্বাধিক

ⓖ সর্বনিম্ন কিন্তু শূন্য নয় ⓘ অসীম

উত্তর: ⓚ শূন্য

ব্যাখ্যা: স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে, নিস্পন্দ বিন্দুতে কণার বেগ শূন্য এবং সুস্পন্দ বিন্দুতে কণার বেগ সর্বোচ্চ।

৪৫। দুইটি স্পন্দনরত কণার সরণ যথাক্রমে $x = A\sin\omega t$ এবং $x = A\cos\omega t$ হলে এদের মধ্যকার দশা পার্থক্য হবে–

ⓚ 2π ⓛ π ⓖ $\frac{\pi}{2}$ ⓘ $\frac{\pi}{4}$

উত্তর: ⓖ $\frac{\pi}{2}$

ব্যাখ্যা: দুটি স্পন্দনরত কণার সরণ যথাক্রমে $x = A\sin\omega t$

এবং $x = A\cos\omega t \quad \Rightarrow x = A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$\therefore$ এদের মধ্যকার দশা পার্থক্য $= \frac{\pi}{2}$

৪৬। কোনটি ঋণাত্মক x- অক্ষ অভিমুখে অগ্রগামী তরঙ্গের সরণ সমীকরণ?

ⓚ $Y = Y_0\sin(kx - \omega t)$ ⓛ $y = y_0\sin\frac{2\pi}{T}t$

ⓖ $y = y_0\sin(kx + \omega t)$ ⓘ $y = y_0\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt$

উত্তর: ⓖ $y = y_0\sin(kx + \omega t)$

ব্যাখ্যা: অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$y = y_0\sin(\omega t - kx)$ [ধনাত্মক x-অক্ষ অভিমুখে]

$y = y_0\sin(\omega t + kx)$ [ঋণাত্মক x-অক্ষ অভিমুখে]

৪৭। শব্দ কোন মাধ্যমে সবচেয়ে দ্রুত প্রাবাহিত হবে?

ⓚ ইস্পাত ⓛ পানি ⓖ বাতাস ⓘ শূন্য

উত্তর: ⓚ ইস্পাত

ব্যাখ্যা: শব্দের বেগ, $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$

ইস্পাতের ইয়ং এর গুণাঙ্ক বেশি হওয়ায়, শব্দ ইস্পাত মাধ্যমে সবচেয়ে দ্রুত প্রবাহিত হবে।

৪৮। বায়ু ও পানিতে কোনো একটি নির্দিষ্ট কম্পনের শব্দের বেগ 350 ms^{-1} ও 1400 ms^{-1}। শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের যোগফল 5 m হলে কম্পাঙ্ক কত?

ⓚ 300 Hz ⓛ 325 Hz ⓖ 350 Hz ⓘ 400 Hz

উত্তর: ⓖ 350 Hz

ব্যাখ্যা: $\lambda_a + \lambda_W = 5$

$\Rightarrow \frac{v_a + v_W}{f} = 5$

$\therefore f = \frac{350 + 1400}{5} = 350\text{ Hz}$

৪৯। বস্তুর স্বাভাবিক কম্পনের সময় কোন রাশিটি অপরিবর্তিত থাকে?

ⓚ বেগ ⓛ ত্বরণ ⓖ বিস্তার ⓘ দশা

উত্তর: ⓖ বিস্তার

অনুনাদ, তীব্রতা, বীট

৫০। দুটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 260 Hz এবং 255 Hz। তারা কত সময় পরপর বিট উৎপন্ন করবে? [ঢা. বো. ১৯]

ⓚ 0.1 sec ⓛ 0.2 sec ⓖ 0.5 sec ⓘ 0.8 sec

উত্তর: ⓛ 0.2 sec

ব্যাখ্যা: কম্পাঙ্কের পার্থক্য, $\Delta f = (260 - 255) = 5\text{ Hz}$

$\therefore t = \frac{1}{5} = 0.2\text{ sec}$

৫১। তরঙ্গের তীব্রতা– [কু. বো. ১৯; অনুরূপ চ. বো. ১৫; দি. বো. ১৫]

i. ঘনত্বের সমানুপাতিক

ii. বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক

iii. কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: তরঙ্গের তীব্রতা, $I = 2\pi^2 f^2 a^2 \rho v$

$\therefore I \propto \rho;\ I \propto a^2;\ I \propto f^2$

৫২। শব্দের উৎস হতে শ্রোতার দূরত্ব দ্বিগুণ হলে শব্দের তীব্রতার ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [য. বো. ১৯]

ক দ্বিগুণ বৃদ্ধি পায় খ চারগুণ বৃদ্ধি পায়
গ দ্বিগুণ হ্রাস পায় ঘ চারগুণ হ্রাস পায়

উত্তর: ঘ চারগুণ হ্রাস পায়

ব্যাখ্যা: $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$; $I_2 = \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 \times I_1 = \frac{I_1}{4}$

$\therefore$ তীব্রতা হ্রাস $\Delta I = I_1 - \frac{I_1}{4} = \frac{3I_1}{4}$

বি.দ্র: বাস্তবে শব্দের তীব্রতা তিন চতুর্থাংশ হ্রাস পেলেও অপশন বিবেচনায় চারগুণ হ্রাস পাবে। অপশনটি হওয়া উচিৎ শব্দের তীব্রতা এক-চতুর্থাংশ হবে।

৫৩। বিট ব্যবহার করে– [ব. বো. ১৯]

i. হারমোনিয়ামের রিড টিউন করা যায়
ii. অজানা সুর শলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়
iii. খনিতে দূষিত বায়ুর উপস্থিতি নির্ণয় করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

৫৪। বিট কোন ঘটনার ফল? [সি. বো. ১৬; অনুরূপ মা. বো. ১৭]

ক অপবর্তন খ প্রতিফলন গ উপরিপাতন ঘ অনুনাদ

উত্তর: গ উপরিপাতন

৫৫। 20 Watt ক্ষমতার শব্দের উৎস হতে 2 km দূরে শব্দের তীব্রতা হবে– [দি. বো. ১৯]

ক 3.98×10^{-7} Wm^{-2} খ 1.59×10^{-6} Wm^{-2}
গ 5.0×10^{-6} Wm^{-2} ঘ 1.59×10^{-3} Wm^{-2}

উত্তর: ক 3.98×10^{-7} Wm^{-2}

ব্যাখ্যা: $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{20}{4\pi (2 \times 1000)^2} = 3.98 \times 10^{-7}$ Wm^{-2}

৫৬। প্রমাণ তীব্রতার একক কোনটি? [কু. বো. ১৭; অনুরূপ ঢা. বো. ১৫]

ক Wm^{-1} খ Wm^{-2} গ Bel ঘ dB

উত্তর: খ Wm^{-2}

ব্যাখ্যা: শব্দের তীব্রতা, $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ $\therefore$ প্রমাণ তীব্রতার একক = Wm^{-2}

৫৭। তীব্রতা লেভেল 1 dB পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতার পরিবর্তন কত হবে? [ব. বো. ১৭; অনুরূপ ঢা. বো. ১৬; রা. বো. ২৪; য. বো. ১৫]

ক 10% খ 26% গ 50% ঘ 100%

উত্তর: খ 26%

ব্যাখ্যা: $\beta = 10\, log \frac{I}{I_0}$

$\Rightarrow 1 = 10\, log \frac{I}{I_0}$

$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{0.1}$ $\therefore \frac{I}{I_0} = 1.26$

অর্থাৎ, শব্দের তীব্রতা 26% পরিবর্তনের জন্য তীব্রতা লেভেল 1 dB পরিবর্তিত হয়।

৫৮। যদি A এর ভর কমানো হয় তাহলে বিট সংখ্যা কমে যায়। A এর কম্পাঙ্ক হবে– [দি. বো. ১৭]

ক 420 Hz খ 425 Hz গ 435 Hz ঘ 440 Hz

উত্তর: খ 425 Hz

ব্যাখ্যা: $f_B = 430$ Hz ; $f_A = 425$ Hz অথবা 435 Hz
ভর কমালে কম্পাঙ্ক বাড়ে। ফলে বিট সংখ্যা কমানোর জন্য A শলাকার কম্পাঙ্ক 425 Hz হতে হবে।

৫৯। A এর ভর কমালে বিট সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে। A এর কম্পাঙ্ক হবে– [দি. বো. ১৭]

ক 440 Hz খ 435 Hz গ 430 Hz ঘ 425 Hz

উত্তর: ঘ 425 Hz

ব্যাখ্যা: ভর কমালে কম্পাঙ্ক বাড়ে। ফলে A সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 425 Hz হলে কেবল বীট সংখ্যা অপরিবর্তিত রাখা সম্ভব।

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৬০ ও ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
100 Hz ও 110 Hz কম্পাঙ্কের দুটি সুরশলাকা যথাক্রমে A ও B। B-এর বাহুতে সামান্য পরিমাণ মোম লাগিয়ে A ও B কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ড 5টি বিট উৎপন্ন করে।

৬০। B-এর বাহুতে মোম লাগানোর পূর্বে A ও B কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বিট উৎপন্ন হবে? [রা. বো. ১৬]

ক 5টি খ 10টি গ 15টি ঘ 20টি

উত্তর: খ 10টি

ব্যাখ্যা: $f_A = 100$ Hz এবং $f_B = 110$ Hz
$\therefore$ মোম লাগানোর পূর্বে বীট সংখ্যা = 110 – 100 = 10টি

৬১। B-এর বাহুতে মোম লাগানোর পর A ও B এর কম্পাঙ্কের অনুপাত? [রা. বো. ১৬]

ক 10 : 11 খ 20 : 21 গ 11 : 10 ঘ 21 : 20

উত্তর: খ 20 : 21

ব্যাখ্যা: B সুরশলাকার বাহুতে মোম লাগানোর পর অর্থাৎ ভর বৃদ্ধিতে কম্পাঙ্ক হ্রাস পাবে।
নতুন ক্ষেত্রে বীট সংখ্যা 5 হলে B এর কম্পাঙ্ক হবে 105 Hz।

$\therefore \frac{f_A}{f_B} = \frac{100}{105} = \frac{20}{21}$ $\Rightarrow f_A : f_B\ 20 : 21$

৬২। তরঙ্গের তীব্রতা লেভেলের একক– [রা. বো. ১৬]

ক Js^{-1} খ Watt m^{-2} গ Bel ঘ J

উত্তর: গ Bel

৬৩। দুটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ায় লব্ধি শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে চারবার পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি পায়। এ থেকে বুঝা যায় প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বিট সংখ্যা– [ঢা. বো. ১৫১]

ক 0 খ 2 গ 4 ঘ 8

উত্তর: গ 4

৬৪। কোন তীব্রতা লেভেলকে কানের শ্রুতির শুরু বলে? [কু. বো. ১৫১]

ক 1 dB খ 0 dB গ 10 dB ঘ 2 dB

উত্তর: খ 0 dB

৬৫। প্রমাণ তীব্রতার ক্ষেত্রে– [রা. বো. ১৫]

ⓐ কম্পাঙ্ক 1000 Hz ও তীব্রতা 10^{-12} Wm^{-2}
ⓑ কম্পাঙ্ক 100 Hz ও তীব্রতা 10^{-12} Wm^{-2}
ⓒ কম্পাঙ্ক 1000 Hz ও তীব্রতা 10^{-10} Wm^{-2}
ⓓ কম্পাঙ্ক 100 Hz ও তীব্রতা 10^{-10} Wm^{-2}

উত্তর: ⓐ কম্পাঙ্ক 1000 Hz ও তীব্রতা 10^{-12} Wm^{-2}

৬৬। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 9 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডেসিবেল? [সি. বো. ১৫; অনুরূপ সি. বো. ১৬; দি. বো. ১৫]

ⓐ 0.095 ⓑ 0.95 ⓒ 9.54 ⓓ 95.4

উত্তর: ⓒ 9.54

ব্যাখ্যা: $\beta = 10\ log\frac{I}{I_0} = 10\ log\ 9 = 9.54$

৬৭। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার কতগুণ হলে তীব্রতা লেভেল 20 dB হবে?

ⓐ 10 ⓑ 2 ⓒ 200 ⓓ 100

উত্তর: ⓓ 100

ব্যাখ্যা: $\beta = 10\ log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 20 = 10\ log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^2 \quad \therefore I = 100\ I_0$

৬৮। কোনো বিন্দু উৎস থেকে শব্দ চারিদিকে ছড়িয়ে পড়ছে। উৎস থেকে 9 m ও 25 m দূরে শব্দের বিস্তারের অনুপাত–

ⓐ 25 : 9 ⓑ 9 : 25 ⓒ 3 : 5 ⓓ 81 : 625

উত্তর: ⓐ 25 : 9

ব্যাখ্যা: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$ [$\therefore I \propto \frac{1}{r^2}$ এবং $I \propto A^2$]

$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{25}{9} \quad \therefore A_1 : A_2 = 25 : 9$

৬৯। শব্দের সর্বোচ্চ কত তীব্রতা মানুষের কর্ণ সহ্য করতে পারে?

ⓐ 200 dB ⓑ 180 dB ⓒ 80 dB ⓓ 120 dB

উত্তর: ⓓ 120 dB

ব্যাখ্যা: মানুষের ক্ষেত্রে কানে বেদনা দানকারী সূচন শব্দের তীব্রতা লেভেল 120 dB। অর্থাৎ মানুষের কর্ণ সর্বোচ্চ 120 dB এর শব্দ সহ্য করতে পারে।

৭০। শব্দের উপরিপাতন নীতির উপর ভিত্তি করে নিচের কোনটি ব্যাখ্যা করা যায়?

ⓐ মুক্ত কম্পন ⓑ পরবশ কম্পন ⓒ অনুনাদ ⓓ স্বরকম্প

উত্তর: ⓓ স্বরকম্প

ব্যাখ্যা: **মুক্ত কম্পন বা স্বাভাবিক কম্পন:** স্পন্দনক্ষম যেকোনো বস্তুকে আন্দোলিত করলে বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্ক ও পর্যায়কালে স্পন্দিত হয়। এই স্পন্দনকে মুক্ত কম্পন বা স্বাভাবিক কম্পন বলে।

পরবশ কম্পন: স্পন্দনক্ষম বস্তুর ওপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে যখন আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হতে থাকে তখন এ কম্পনকে আরোপিত বা পরবশ কম্পন বলে।

অনুনাদ: কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বলের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।

বীট বা স্বরকম্প: সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট একইদিকে অগ্রগামী দুটি শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস বৃদ্ধির ঘটনাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

৭১। শব্দের কোন বৈশিষ্ট্যের জন্য তীব্র ভূমিকম্পের সময় ঘরবাড়ি ভেঙ্গে যায়?

ⓐ স্বরকম্প ⓑ মুক্ত কম্পন
ⓒ পরবশ কম্পন ⓓ তীব্রতা

উত্তর: ⓒ পরবশ কম্পন

ব্যাখ্যা: ভূমিকম্প বাড়ির দেয়ালে পরবশ কম্পনের সৃষ্টি করে। ভূমিকম্প তীব্র হলে এই পরবশ কম্পনের বিস্তারও খুব বেশি হয়, যা বহুক্ষেত্রেই ঘরবাড়ির উপাদানসমূহের স্থিতিস্থাপক সীমাকে ছাড়িয়ে যায়। এজন্যই বহু ঘরবাড়ি ভেঙ্গে পড়ে।

৭২। মানুষের শ্রবণ সীমার দুই-প্রান্তের তীব্রতার অনুপাত–

ⓐ 10^{10} ⓑ 10^{-10} ⓒ 10^{12} ⓓ 10^{-12}

উত্তর: ⓒ 10^{12}

ব্যাখ্যা: সর্বনিম্ন শ্রাব্য শব্দের তীব্রতা 1×10^{-12} Wm^{-2} এবং কানে বেদনা দানকারী সূচন শব্দের তীব্রতা 1×10^{0} Wm^{-2}।

মানুষের শ্রবণ সীমার দুই প্রান্তের তীব্রতার অনুপাত $= \frac{1 \times 10^{0}}{1 \times 10^{-12}} = 10^{12}$

৭৩। শব্দের কোন বৈশিষ্ট্যটি উৎস নির্ভর নয়?

ⓐ তীব্রতা ⓑ তীক্ষ্ণতা ⓒ শব্দোচ্চতা ⓓ গুণ বা জাতি

উত্তর: ⓒ শব্দোচ্চতা

ব্যাখ্যা: শব্দোচ্চতা বলতে শব্দ কতটা জোরে বা আস্তে হচ্ছে তা বোঝায়। শব্দোচ্চতা ব্যক্তি নির্ভর। শব্দোচ্চতা হলো অনুভূতি যা সকলের কাছে এক নয়। একই শব্দ একজনের কাছে জোরালো হলেও আরেক জনের কাছে ততটা জোরালো নাও হতে পারে। একই তীব্রতার বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দ শ্রোতার কাছে বিভিন্ন শব্দোচ্চতার মনে হতে পারে।

৭৪। অনুনাদের ক্ষেত্রে কোনো বস্তুর স্বাভাবিক কম্পন ও তার উপর আরোপিত কম্পনের ক্ষেত্রে কোন ধর্মটি অভিন্ন হয়?

ⓐ বিস্তার ⓑ কম্পাঙ্ক ⓒ বেগ ⓓ দশা

উত্তর: ⓑ কম্পাঙ্ক

ব্যাখ্যা: কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয় তথা অনুনাদের সৃষ্টি হয়।

৭৫। কথা বলার সময় মাইক্রোফোনের পর্দাটির কম্পন হল–

ⓐ স্বাভাবিক কম্পন ⓑ অবনমিত কম্পন
ⓒ পরবশ কম্পন ⓓ অনুনাদ

উত্তর: ⓒ পরবশ কম্পন

ব্যাখ্যা: স্পন্দনক্ষম বস্তুর ওপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হয়। কম্পাঙ্ক স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের চেয়ে ভিন্নতর হলে বস্তুটি প্রথমে অনিয়মিতভাবে কম্পিত হয় পরে আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্কে কম্পিত হয়। এই ধরনের কম্পনকে পরবশ কম্পন বলে। কথা বলার সময় মাইক্রোফোনের পর্দাটির কম্পন পরবশ কম্পন।

৭৬। শব্দোচ্চাতার একক–

ⓐ sone ⓑ Bel ⓒ Wm^{-2} ⓓ phon

উত্তর: ⓓ phon

ব্যাখ্যা: 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট প্রমাণ তীব্রতার এক ডেসিবেলের একটি বিশুদ্ধ সুর যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে ফন (Phon) বলে।

৭৭। শব্দের তীব্রতার পরিবর্তন 26% হলে তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন হবে–

ⓐ 2 dB ⓑ 1 dB ⓒ 0.5 dB ⓓ 1.5 dB

উত্তর: ⓑ 1 dB

ব্যাখ্যা: $\beta = 10\ log\frac{I}{I_0} = 10\ log\frac{1.26\ I_0}{I_0} = 1\ dB$

৭৮। সাধারণ কথাবার্তার তীব্রতা লেভেল–
ⓚ 10 dB ⓛ 50 dB ⓜ 70 dB ⓝ 80 dB

উত্তর: ⓜ 70 dB

ব্যাখ্যা: কয়েকটি শব্দের তীব্রতা লেভেল:

শব্দ	তীব্রতা লেভেল (dB)
সর্বনিম্ন শ্রাব্য শব্দ	0
পাতার মর্মর শব্দ	10
ফিসফিসানি/ নির্জন রাস্তা	30
শ্রেণিকক্ষের শব্দ	50
স্বাভাবিক কথাবার্তা	60
ব্যস্ততম রাস্তার শব্দ	70
কারখানার কোলাহল/ কোলাহল পূর্ণ অফিস	90
মাথার উপরের জেট প্লেনের শব্দ	100
তীব্র বজ্রনির্ঘোষের শব্দ	110
কানে বেদনা দানকারী সূচন শব্দ	120

৭৯। বীট সৃষ্টির শর্ত হলো– [সি. বো. ১৬]
i. বীট সৃষ্টিকারী শব্দতরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন হতে হবে। অনুনাদ, প্রতিফলন হয় না।
ii. তরঙ্গ দুটির কম্পাঙ্ক ও তীব্রতা প্রায় সমান হতে হবে এবং উপরিপাতন হতে হবে।
iii. তরঙ্গ দুটির মিলিত ক্রিয়ার বিস্তার সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে এবং অপবর্তন হয় না।

নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

উত্তর: ⓝ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: বীট সৃষ্টির শর্ত:
i. বীট সৃষ্টিকারী শব্দতরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন হতে হবে।
ii. তরঙ্গ দুটির কম্পাঙ্ক ও তীব্রতা প্রায় সমান হতে হবে।
iii. তরঙ্গ দুটির দরুন মাধ্যমের কোনো একটি কণার সরণ একই রেখায় হতে হবে।
iv. মাধ্যমের কোনো একটি কণার উপর তরঙ্গ দুটি মিলিত হবার পর তাদের মধ্যে দশা বৈষম্য সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।
v. তরঙ্গ দুটির মিলিত ক্রিয়ার বিস্তার সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।

৮০। যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে কত বেশি জোরালো তা বুঝা যায়, তাকে কী বলে?
ⓚ তীব্রতা ⓛ স্বরকম্প ⓜ স্বরগ্রাম ⓝ শব্দোচ্চতা

উত্তর: ⓝ শব্দোচ্চতা

৮১। পরবশ কম্পন অনুনাদ হবে না, যদি না পরবশ কম্পন সৃষ্টিকারী তরঙ্গদ্বয়ের সমান হয়— [সকল বো. ১৮]
ⓚ বিস্তার ⓛ তরঙ্গ বেগ ⓜ তরঙ্গদৈর্ঘ্য ⓝ কম্পাঙ্ক

উত্তর: ⓝ কম্পাঙ্ক

৮২। কোন উক্তিটি পরবশ কম্পাঙ্কের বেলায় সঠিক নয়?
ⓚ কোনো একটি বস্তু যদি একটি পর্যায় বলের ক্রিয়ায় কাঁপতে থাকে তখন ওই বস্তুর কম্পনকে পরবশ কম্পন বলে
ⓛ সকল পরবশ কম্পন অনুনাদ নয়
ⓜ পরবশ কম্পনের বিস্তার ছোট বা বড় হতে পারে
ⓝ পরবশ কম্পনে বস্তুর কম্পন শুরু হবার অল্প সময় পরই নিয়মিত হয়

উত্তর: ⓜ পরবশ কম্পনের বিস্তার ছোট বা বড় হতে পারে

স্বরগ্রাম ও টানা তার

৮৩। তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে কী বলে? [ঢা. বো. ১৯; অনুরূপ ব. বো. ১৭]
ⓚ সমমেল ⓛ ত্রয়ী ⓜ সমতান ⓝ স্বরসঙ্গতি

উত্তর: ⓛ ত্রয়ী

ব্যাখ্যা: সমমেল: উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুনিতক হয়, তা হলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে।

ত্রয়ী: তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে ত্রয়ী বলে।

সমতান বা হারমনি: একই সময় কতগুলো শব্দ উৎপন্ন হলে যদি তাদের মধ্যে একটি ঐক্যতানের সৃষ্টি হয় তবে তাকে সমতান বা হারমনি বলে।

স্বরসঙ্গতি: চারটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4:5:6:8 হলে তাদের সমন্বয়ে এক প্রকার শ্রুতিমধুর শব্দের উৎপত্তি হয়। এরূপ সমন্বয়কে স্বরসঙ্গতি বা সমসঙ্গতি বলে।

৮৪। বেহালা (Violin) থেকে নিঃসৃত শব্দ– [কু. বো. ১৯]
i. সুর ii. স্বর iii. অর্কেস্ট্রা

নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓛ ii ⓜ i ও iii ⓝ ii ও ii

উত্তর: ⓚ i

৮৫। উপসুরের কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হলে তাকে বলে– [রা. বো. ১৯]
ⓚ মেলডি ⓛ সুর বিরাম ⓜ স্বরগ্রাম ⓝ অষ্টক

উত্তর: ⓝ অষ্টক

ব্যাখ্যা: মেলডি বা স্বর মাধুর্য: কতগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে স্বর মাধুর্য বা মেলডি বলে।

সুরবিরাম বা সুরানুপাত: দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে সুরবিরাম বা সুরানুপাত বলে।

স্বরগ্রাম: সমসঙ্গতি পূর্ণ কতগুলো সুরের সমষ্টিকে স্বরগ্রাম বলে।

অষ্টক: উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হলে, তাকে অষ্টক বা দ্বিতীয় সমমেল বলে।

৮৬। L m দৈর্ঘ্যের টানা তারের ভর M kg হলে কম্পাঙ্ক f হবে– [য. বো. ১৯]
ⓚ $f \propto \sqrt{\frac{L}{M}}$ ⓛ $f \propto \sqrt{LM}$
ⓜ $f \propto \sqrt{\frac{M}{L}}$ ⓝ $f \propto \sqrt{\frac{1}{ML}}$

উত্তর: ⓝ $f \propto \sqrt{\frac{1}{ML}}$

ব্যাখ্যা: $f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{TL}{M}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T}{ML}}$

$\therefore f \propto \sqrt{\frac{1}{ML}}$ [যেখানে, তারের টান, T = ধ্রুবক]

৮৭। সংগীত গুণ (Musical Sound) বিশিষ্ট শব্দের– [মা. বো. ১৭]

i. তীব্রতার তাৎক্ষণিক পরিবর্তন হয়

ii. উৎসের কম্পন নিয়মিত

iii. কম্পাঙ্কের হ্রাস-বৃদ্ধি নির্দিষ্ট

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓔ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ ii ও iii

ব্যাখ্যা: শব্দ উৎপন্নকারী উৎসের কম্পন যদি নিয়মিত ও নিরবিচ্ছিন্ন হয় তাহলে উৎপন্ন শব্দকে সুরেলা শব্দ বা সংগীতগুণ সম্পন্ন শব্দ বলে। সংগীত গুণ সম্পন্ন শব্দের বৈশিষ্ট্যকে তীব্রতা, তীক্ষ্মতা এবং গুণ বা জাতি এই তিনটি বিষয় দ্বারা নির্ধারণ করা হয়। সংগীত গুণ বিশিষ্ট শব্দের তীব্রতার তাৎক্ষণিক পরিবর্তন হয় না।

৮৮। সমসংগতিপূর্ণ স্বর সমষ্টিকে বলা হয়– [কু. বো. ১৬]

ⓚ উপসুর ⓔ হারমোনিক ⓖ মূলসুর ⓖ স্বরগ্রাম

উত্তর: ⓖ স্বরগ্রাম

৮৯। একটি স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর কম্পাঙ্ক নিম্নরূপ:

200 Hz, 250 Hz, 330 Hz, 400 Hz, 620 Hz [দি. বো. ১৬]

i. 400 Hz হলো মূল সুরের অষ্টক

ii. 200 Hz হলো মূল সুর

iii. 330 Hz হচ্ছে সমমেল

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓔ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

ব্যাখ্যা: মূলসুর = সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দ = 200 Hz

অষ্টক = 2 × মূলসুরের কম্পাঙ্ক = 2 × 200 = 400 Hz

সমমেল = মূলসুরের সরলগুণিতক = 400 Hz, 600 Hz, 800 Hz, ...

৯০। একমুখ বন্ধ নলে একটি শব্দতরঙ্গ সৃষ্টি করা হলো। নলে দৈর্ঘ্য এমনভাবে ঠিক করা হলো যেন নলের ভেতরে শব্দ সর্বোচ্চ জোরালো হয়। নলের ভেতরে শব্দ তরঙ্গের প্রকৃতি কিরূপ? [চ. বো. ১৫]

ⓚ লম্বিক ও স্থির ⓔ লম্বিক ও অগ্রগামী

ⓖ আড় ও অগ্রগামী ⓖ আড় ও স্থির

উত্তর: ⓚ লম্বিক ও স্থির

ব্যাখ্যা: শব্দ তরঙ্গ হলো লম্বিক তরঙ্গ। একমুখ বন্ধ নলে শব্দ তরঙ্গ উপরিপাতনের ফলে স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন হয় যার বন্ধ প্রান্তে নিস্পন্দ বিন্দু আর মুক্ত প্রান্তে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরী হয়।

৯১। নিচের কোন সেটটি হারমোনিক? [ব. বো. ১৫]

ⓚ 50, 75 ও 125 Hz ⓔ 75, 100 ও 125 Hz

ⓖ 75, 125 ও 175 Hz ⓖ 50, 100 ও 150 Hz

উত্তর: ⓖ 50, 100 ও 150 Hz

৯২। একটি টানা তারে টানের পরিমাণ 4 গুণ বৃদ্ধি করলে কম্পাঙ্ক কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?

ⓚ 16 ⓔ 4 ⓖ 3 ⓖ 2

উত্তর: ⓖ 2

ব্যাখ্যা: $\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

$\Rightarrow f_2 = \sqrt{4} \times f_1 \quad \therefore f_2 = 2\,f_1$

প্রকৃতপক্ষে: $\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{4T_1 + T_1}{T_1}} = \sqrt{5}$

$\Rightarrow f_2 = \sqrt{5}\,f_1 \quad \therefore \Delta f = (\sqrt{5} - 1)\,f_1 = 1.24\,f_1$

অর্থাৎ, টানা তারে টানের পরিমাণ 4 গুণ বৃদ্ধি করলে কম্পাঙ্ক 1.24 গুণ বৃদ্ধি পাবে। প্রশ্নটি হওয়া উচিৎ টানা তারের টানের পরিমাণ 4 গুণ করলে।

৯৩। অর্ধসুর এর সুরানুপাত কত?

ⓚ 8 : 9 ⓔ 10 : 9 ⓖ 6 : 5 ⓖ 16 : 15

উত্তর: ⓖ 16 : 15

ব্যাখ্যা: স্বরগ্রামে সন্নিহিত উপসুরসমূহের সুরবিভেদ হয় $\frac{9}{8}$ বা $\frac{10}{9}$ বা $\frac{16}{15}$।

যে দুটি উপসুরের সুরবিভেদ $\frac{9}{8}$ বা $\frac{10}{9}$, তাদের মধ্যবর্তী সুরকে পূর্ণ সুর (whole tone) এবং যে দুটি উপসুরের সুরবিভেদ $\frac{16}{15}$ তাদের মধ্যবর্তী সুরকে অর্ধসুর (half tone) বলা হয়।

৯৪। কতগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে, তাকে কী বলে?

ⓚ হারমোনি ⓔ অষ্টক ⓖ মেলোডি ⓖ স্বরসঙ্গতি

উত্তর: ⓖ মেলোডি

৯৫। কোনো মাধ্যমের ঘনত্ব বায়ুর ঘনত্বের 100 গুণ এবং স্থিতিস্থাপকতা 2500 গুণ। ঐ মাধ্যমে শব্দের বেগ বায়ু মাধ্যমে শব্দের বেগের কত গুণ?

ⓚ $\frac{1}{25}$ ⓔ $\frac{1}{5}$ ⓖ 5 ⓖ 25

উত্তর: ⓖ 5

ব্যাখ্যা: $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{Y_2\,\rho_1}{Y_1\,\rho_2}} = \sqrt{\frac{2500\,Y_1 \times \rho_1}{Y \times 100\,\rho_1}} = 5 \quad \therefore v_2 = 5v_1$

৯৬। লঘু সুরের সুর বিরাম হলো–

ⓚ 8 : 5 ⓔ 8 : 9 ⓖ 10 : 9 ⓖ 16 : 15

উত্তর: ⓖ 10 : 9

৯৭। কোকিলের কুহু কুহু ও কাকের কা-কা'র ভিন্ন হওয়ার কারণ–

i. কম্পাঙ্ক ভিন্ন ii. দশা ভিন্ন iii. বেগ ভিন্ন

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓔ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

উত্তর: ⓚ i ও ii

৯৮। বায়ুতে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায় বায়ুর–
i. আর্দ্রতা বৃদ্ধিতে
ii. তাপমাত্রা হ্রাস
iii. চাপ বৃদ্ধিতে
নিচের কোনটি সত্য?
ⓚ i ও ii ⓑ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii
উত্তর: ⓚ i ও ii

৯৯। L দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি টানা তার কোনো একটি সুর শলাকার সাথে ঐক্যতানে আছে। টান চারগুণ করলে ঐক্যতানে আনতে কত দৈর্ঘ্যের দরকার?
ⓚ 2 L ⓑ $\frac{L}{2}$ ⓖ 4 L ⓓ $\frac{L}{4}$
উত্তর: ⓚ 2 L
ব্যাখ্যা: $\frac{L_2}{L_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \Rightarrow L_2 = \sqrt{4} \times L_1 = 2L_1$

১০০। একটি টানা তারের টান T, একক দৈর্ঘ্যের ভর m, তারের উপাদানের ঘনত্ব ρ এবং ব্যাসার্ধ r হলে তারের কম্পাঙ্ক (n)–
i. $n \propto \frac{1}{r}$ ii. $n \propto \sqrt{\rho}$ iii. $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$
নিচের কোনটি সত্য?
ⓚ i ও ii ⓑ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii
উত্তর: ⓑ i ও iii
ব্যাখ্যা: $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$
$= \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\pi r^2 \rho}}$
$= \frac{1}{2lr}\sqrt{\frac{T}{\pi\rho}}$

১০১। 256 Hz, 320 Hz, 384 Hz, ও 512 Hz এর সমন্বয়ে গঠিত হবে–
ⓚ ত্রয়ী ⓑ স্বর সঙ্গতি ⓖ সলো ⓓ স্বরগ্রাম
উত্তর: ⓑ স্বর সঙ্গতি

১০২। দুই সুরে কম্পাঙ্কের অনুপাতকে কী বলা হয়?
ⓚ সুর বিরাম ⓑ স্বরগ্রাম
ⓖ ডায়াটোনিক স্বরগ্রাম ⓓ স্বর-সঙ্গতি
উত্তর: ⓚ সুর বিরাম

১০৩। কোনো স্বরে বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে মৌলিক সুরের কম্পাঙ্ক–
ⓚ সবচেয়ে বেশি
ⓑ সবচেয়ে কম
ⓖ সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ
ⓓ সবচেয়ে বেশি কম্পাঙ্কের অর্ধেক
উত্তর: ⓑ সবচেয়ে কম

১০৪। গঠনমূলক ব্যতিচারের ক্ষেত্রে তরঙ্গদ্বয়—
ⓚ সমদশায় মিলিত হয় ⓑ বিপরীত দশায় মিলিত হয়
ⓖ তরঙ্গদ্বয়ের দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ হয় ⓓ তরঙ্গদ্বয়ের দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{4}$ হয়
উত্তর: ⓚ সমদশায় মিলিত হয়

১০৫। দুই প্রান্তে আবদ্ধ একটি তারের দৈর্ঘ্য 20 cm। তারটিতে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত হবে?
ⓚ 5 cm ⓑ 10 cm ⓖ 20 cm ⓓ 40 cm
উত্তর: ⓓ 40 cm
ব্যাখ্যা: সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে, 20 cm দৈর্ঘ্যের তারে একটি লুপ তৈরি হবে।
$\therefore \frac{\lambda}{2} = 20 \quad \Rightarrow \lambda = 40$ cm

১০৬। বদ্ধ নলে উৎপন্ন পঞ্চম সমমেল হলো এই নলের—
ⓚ দ্বিতীয় উপসুর ⓑ তৃতীয় উপসুর
ⓖ চতুর্থ উপসুর ⓓ পঞ্চম উপসুর
উত্তর: ⓚ দ্বিতীয় উপসুর
ব্যাখ্যা: বদ্ধ নলের মূলসুরের ক্ষেত্রে, $\frac{\lambda}{4} = l$
$\Rightarrow \lambda = 4l \quad \therefore f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3v}{4l}$
প্রথম উপসুরের ক্ষেত্রে, $\frac{3\lambda}{4} = l$
$\Rightarrow \lambda = \frac{4l}{3} \quad \therefore f_1 = \frac{v}{\lambda} = \frac{3v}{4l} = 3f$ (তৃতীয় সমমেল)
দ্বিতীয় উপসুরের ক্ষেত্রে, $\frac{5\lambda}{4} = l$
$\Rightarrow \lambda = \frac{4l}{5}$
$\therefore f_2 = \frac{v}{\lambda} = \frac{5v}{4l} = 5f$ (পঞ্চম সমামেল)

১০৭। একটি দুইমুখ খোলা নলের মূলসুরের কম্পাঙ্ক 100 Hz। নলটির একমুখ বদ্ধ করলে এর তৃতীয় সমমেলের কম্পাঙ্ক হবে—
ⓚ 300 Hz ⓑ 150 Hz ⓖ 200 Hz ⓓ 250 Hz
উত্তর: ⓑ 150 Hz
ব্যাখ্যা: দুই মুখ খোলা নলের মূলসুরের কম্পাঙ্ক, $f = \frac{v}{2l} = 100$ Hz
এক মুখ খোলা নলের মূলসুরের কম্পাঙ্ক, $f' = \frac{v}{4l} = \frac{1}{2} \times f = \frac{1}{2} \times 100$
$= 50$ Hz

১০৮। নিচের কোন ধর্ম শব্দতরঙ্গ প্রকাশ করে না?
[ব. বো. ১৭; অনুরূপ চ. বো. ১৫]
ⓚ ব্যতিচার ⓑ অপবর্তন ⓖ প্রতিসরণ ⓓ সমবর্তন
উত্তর: ⓓ সমবর্তন
ব্যাখ্যা: শব্দতরঙ্গ এক প্রকার লম্বিক তরঙ্গ। লম্বিক তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য:
i. মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমান্তরাল।
ii. তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে সংকোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি হয়
iii. মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারণ ঘটে না।
iv. স্থিতিস্থাপক ধর্মসম্পন্ন মাধ্যমে এই তরঙ্গ উৎপন্ন হয়।

নিজেকে যাচাই করো

১। কোনটি আড়তরঙ্গ?
ⓚ বাঁশির সুর ⓛ স্প্রিং-এ সৃষ্ট তরঙ্গ
ⓜ পানি তরঙ্গ ⓝ শব্দ তরঙ্গ

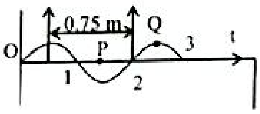
❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ২ ও ৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
22.5 cm ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 3.14 rad। উৎসের কম্পাঙ্ক 420 Hz।

২। তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?
ⓚ 0.25 m ⓛ 0.45 m ⓜ 0.75 m ⓝ 45 m

৩। উদ্দীপক অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?
i. তরঙ্গ বেগ 189 ms^{-1}
ii. উৎপন্ন শব্দ শোনা যাবে
iii. পর্যায়কাল হবে 2.38 sec
ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓜ i ও iii ⓝ i, ii ও iii

৪। সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কণার সমীকরণ $Y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$, কণাটির সর্বোচ্চ সরণ–
ⓚ $\frac{1}{2}A$ ⓛ A ⓜ $\frac{1}{2}\lambda$ ⓝ λ

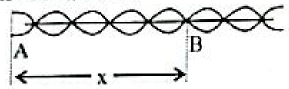
❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
তরঙ্গের সরণ-সময় গ্রাফটি নিম্নরূপ:



৫। তরঙ্গটির বেগ কত?
ⓚ 5 ms^{-1} ⓛ 0.5 ms^{-1} ⓜ 2 ms^{-1} ⓝ 0.2 ms^{-1}

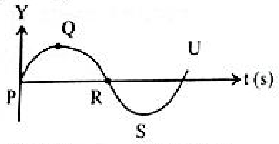
৬। তরঙ্গটির P ও Q এর দশা পার্থক্য–
ⓚ 0 ⓛ $\frac{\pi}{2}$ ⓜ π ⓝ 2π

৭। তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ হলে x এর মান কত?



ⓚ $\frac{3\lambda}{4}$ ⓛ $\frac{5\lambda}{4}$ ⓜ $\frac{7\lambda}{4}$ ⓝ $\frac{9\lambda}{4}$

৮। নিচের চিত্রে কোন দুটি বিন্দু সমদশায়?



ⓚ P ও Q ⓛ P ও U ⓜ Q ও S ⓝ P ও R

৯। কোনো কণার স্পন্দন গতির সমীকরণ $x = 10 \sin (6\pi t + 3\pi)$। কণাটির কম্পাঙ্ক কত?
ⓚ 1.5 Hz ⓛ 3 Hz ⓜ 6 Hz ⓝ 10 Hz

১০। 256 Hz, 320 Hz, 384 Hz, ও 512 Hz এর সমন্বয়ে গঠিত হবে–
ⓚ ত্রয়ী ⓛ স্বর সঙ্গতি ⓜ সলো ⓝ স্বরগ্রাম

১১। নিচের কোনটি শূন্য দশার সমতুল্য–
ⓚ $\frac{\pi}{2}$ ⓛ π ⓜ $\frac{3\pi}{2}$ ⓝ 2π

১২। কম্পাঙ্কের একক হলো–
i. cycle s^{-1}
ii. cycle
iii. hertz
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

১৩। উৎস হতে ধ্বনিত শব্দ একজন ব্যক্তি শুনতে পেলো 5 s পরে, যখন একই শব্দ আরেকজন ব্যক্তি শুনতে পেলো 6 s পরে। শব্দের বেগ 300m/s। এই দুই ব্যক্তির মধ্যে সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন দূরত্ব কত?
ⓚ 1.8 km, 0.15 km ⓛ 2.2 km, 0.20 km
ⓜ 2.8 km, 0.25 km ⓝ 3.3 km, 0.30 km

১৪। বায়ু ও পানিতে 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 3.9 m। বাতাসে শব্দের বেগ 345 ms^{-1} হলে পানিতে বেগ কত?
ⓚ 1493 ms^{-1} ⓛ 1590 ms^{-1}
ⓜ 1490 ms^{-1} ⓝ 1593 ms^{-1}

১৫। তিনটি সুর শলাকা নেওয়া হলো যাদের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 105 Hz, 315 Hz এবং 525 Hz। শলাকা তিনটি দিয়ে বায়ুতে শব্দ করলে সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অনুপাত কী হবে?
ⓚ 1 : 3 : 5 ⓛ 3 : 5 : 15
ⓜ 15 : 5 : 3 ⓝ 5 : 3 : 1

১৬। শব্দ কোন মাধ্যমে সবচেয়ে দ্রুত প্রবাহিত হবে?
ⓚ ইস্পাত ⓛ পানি ⓜ বাতাস ⓝ শূন্য

১৭। তীব্রতা লেভেল 1 dB পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতার পরিবর্তন কত হবে?
ⓚ 10% ⓛ 26% ⓜ 50% ⓝ 100%

❖ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
100 Hz ও 110 Hz কম্পাঙ্কের দুটি সুরশলাকা যথাক্রমে A ও B। B-এর বাহুতে সামান্য পরিমাণ মোম লাগিয়ে A ও B কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বিট উৎপন্ন করে।

১৮। B-এর বাহুতে মোম লাগানোর পূর্বে A ও B কে একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে কয়টি বিট উৎপন্ন হবে?
ⓚ 5টি ⓛ 10টি ⓜ 15টি ⓝ 20টি

১৯। B-এর বাহুতে মোম লাগানোর পর A ও B এর কম্পাঙ্কের অনুপাত?
ⓚ 10 : 11 ⓛ 20 : 21 ⓜ 11 : 10 ⓝ 21 : 20

২০। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার কতগুণ হলে তীব্রতা লেভেল 20 dB হবে?
ⓚ 10 ⓛ 2 ⓜ 200 ⓝ 100

২১। শব্দের কোন বৈশিষ্ট্যের জন্য তীব্র ভূমিকম্পের সময় ঘরবাড়ি ভেঙ্গে যায়?
ⓚ স্বরকল্প ⓛ মুক্ত কম্পন
ⓜ পরবশ কম্পন ⓝ তীব্রতা

২২। L m দৈর্ঘ্যের টানা তারের ভর M kg হলে কম্পাঙ্ক f হবে–
ⓚ $f \propto \sqrt{\frac{L}{M}}$ ⓛ $f \propto \sqrt{LM}$
ⓜ $f \propto \sqrt{\frac{M}{L}}$ ⓝ $f \propto \sqrt{\frac{1}{ML}}$

২৩। একটি স্বরের মধ্যে বিদ্যমান সুরগুলোর কম্পাঙ্ক নিম্নরূপ:
200 Hz, 250 Hz, 330 Hz, 400 Hz, 620 Hz
i. 400 Hz হলো মূল সুরের অষ্টক
ii. 200 Hz হলো মূল সুর
iii. 330 Hz হচ্ছে সমমেল
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

২৪। বায়ুতে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায় বায়ুর–
i. আর্দ্রতা বৃদ্ধিতে
ii. তাপমাত্রা হ্রাসে
iii. চাপ বৃদ্ধিতে
নিচের কোনটি সত্য?
ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ⓝ i, ii ও iii

২৫। দুই প্রান্তে আবদ্ধ একটি তারের দৈর্ঘ্য 20 cm। তারটিতে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত হবে?
ⓚ 5 cm ⓛ 10 cm ⓜ 20 cm ⓝ 40 cm

উত্তরপত্র																									
	১	গ	২	খ	৩	ক	৪	খ	৫	খ	৬	গ	৭	ঘ	৮	খ	৯	খ	১০	খ	১১	ঘ	১২	খ	
১৩	ঘ	১৪	ঘ	১৫	গ	১৬	ক	১৭	খ	১৮	খ	১৯	খ	২০	ঘ	২১	গ	২২	ঘ	২৩	ক	২৪	ক	২৫	ঘ

দশম অধ্যায়

আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব
Ideal Gas & Kinetic Theory of Gas

Board Questions Analysis

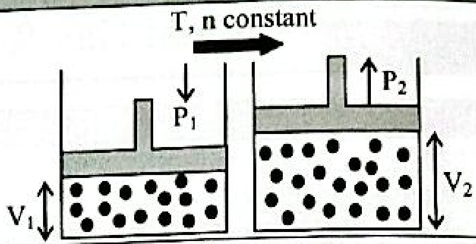
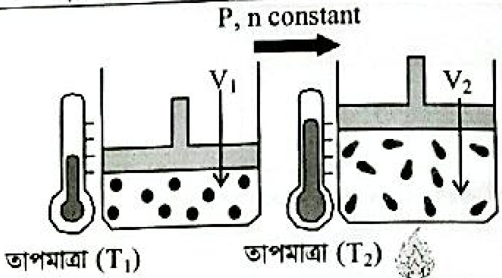
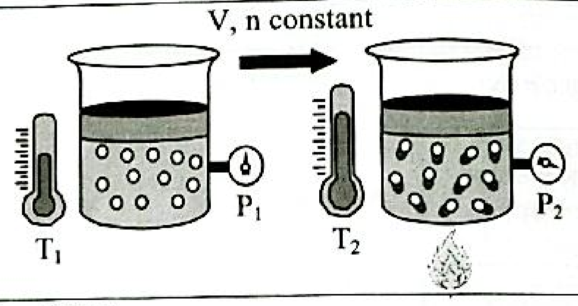
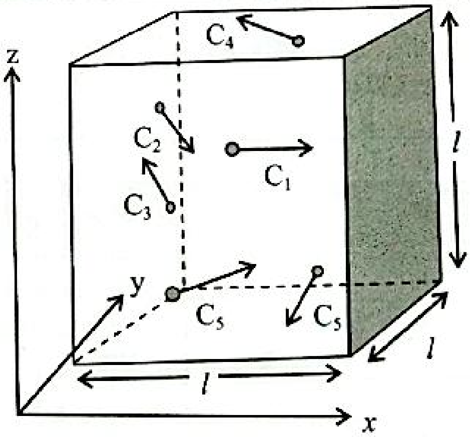
সৃজনশীল প্রশ্ন

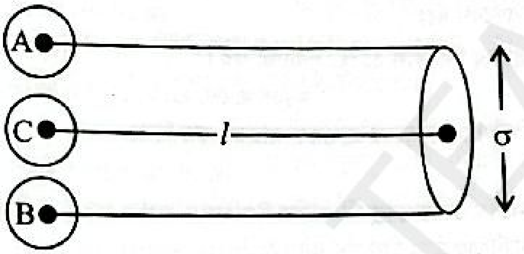
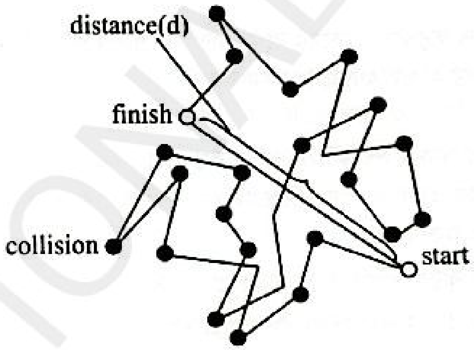
টপিকের নাম	টপিকটির গুরুত্ব	যতবার প্রশ্ন এসেছে		CQ প্রশ্নসমূহ যে বোর্ডে যে বছর এসেছে	বইয়ের সৃজনশীল প্রশ্ন নম্বরসমূহ	
		'গ'	'ঘ'		বাছাইকৃত CQ	Practice CQ
আদর্শ গ্যাস সমীকরণ	★★★★★	২০	২০	ম. বো., দি. বো., সি. বো., চ. বো., রা. বো., ২৫; য. বো., কু. বো., সি. বো., ব. বো., ম. বো., ২৪; রা. বো., য. বো., কু. বো., সি. বো., ২৩; য. বো., চ. বো., সি. বো., দি. বো. ২২; রা. বো., ব. বো., ২১; ঢা. বো., চ. বো., দি. বো., রা. বো., কু. বো., ১৯; সকল বোর্ড ১৮, চ. বো., ব. বো. ১৭; য. বো. ১৬	গ → ১, ৩, ৭, ১০, ১১, ১২ ঘ → ১, ১৩, ৩, ৪, ৫, ৯	গ → ২, ৮, ৯, ১২, ১৬, ২৫, ২৭ ঘ → ৫, ৭, ৯, ১০, ১৩, ১৭, ১৯, ২২, ২৩, ২৬, ২৭
গড় মুক্ত পথ	★	---	২	দি. বো. ১৭; রা. বো. ১৬	ঘ → ১২	গ → ৫ ঘ → ২, ২৯
গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ	★★★★	৫	১১	দি. বো., ব. বো., য. বো., চ. বো. ২৫; য. বো., ব. বো. ২৪; দি. বো., ম. বো. ২৩; সি. বো., দি. বো. ২২; য. বো. ১৯, ১৭; কু. বো. ১৭, ১৬; রা. বো. ১৬	গ → ৫, ৬ ঘ → ৬, ৭, ৮, ১১	গ → ১০, ২২, ২৩ ঘ → ৪, ৮, ২৫
স্বাধীনতার মাত্রা ও গ্যাসের গতিশক্তি	★★★	১৪	৪	ম. বো., সি. বো., য. বো. ২৫; সি. বো. ২৪, ঢা. বো., য. বো., কু. বো., দি. বো., ম. বো. ২৩; য. বো. ২২, ঢা. বো., রা. বো., য. বো., কু. বো. ১৯; চ. বো., ১৭; দি. বো ১৭; য. বো., কু. বো. ১৬	গ → ১৩, ৪, ৮, ৯ ঘ → ১০	গ → ৪, ১৩, ১৭, ১৯, ২৬, ২৮, ২৯ ঘ → ৩, ১২, ১৬, ২৮
আপেক্ষিক আদ্রতা, বাষ্পচাপ ও শিশিরাঙ্ক	★★★★★	৩০	৩২	ঢা. বো., দি. বো., সি. বো. ২৫; রা. বো., চ. বো., দি. বো. ২৪; ঢা. বো., য. বো., চ. বো., সি. বো., ব. বো. ২৩; ঢা. বো., রা. বো., য. বো., কু. বো., চ. বো., ব. বো., ম. বো. ২২; ঢা. বো., রা. বো., ব. বো., ম. বো. ২১; সকল বোর্ড ১৮; রা. বো., ঢা. বো., সি. বো. ১৭; চ. বো., সি. বো., ব. বো., দি. বো. ১৬	গ → ২, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ২২ ঘ → ২, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ২২	গ → ১, ৩, ৬, ১১, ১৪, ১৫, ১৮, ২০, ২১, ২৪ ঘ → ১, ৬, ১১, ১৪, ১৫, ১৮, ২০, ২১, ২৪

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

বোর্ড / সাল	ঢাকা	রাজশাহী	চট্টগ্রাম	বরিশাল	যশোর	সিলেট	কুমিল্লা	দিনাজপুর	ময়মনসিংহ
২০২৫	৪	৫	৬	৬	২	৩	৩	৩	৫
২০২৪	৪	৪	৩	৪	৩	৪	৪	৩	৩
২০২৩	৪	২	২	২	৩	৩	৪	২	৩
২০২২	৪	৩	৩	১	৩	৩	৫	—	৩
২০২১	৫	৪	৫	৫	৪	৪	৫	৫	৫
২০১৯	২	৪	১	২	২	১	১	২	—
২০১৮	সম্মিলিত বোর্ড-৩								৩
২০১৭	৩	১	৩	২	২	৩	৩	২	—
২০১৬	৩	৪	৪	২	৩	৪	৩	৪	—
২০১৫	৩	৩	৩	৪	২	৩	২	৩	—

গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলি ও বিশ্লেষণ

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
■ **বয়েলের সূত্র:** • $P_1V_1 = P_2V_2$ [যখন, T স্থির] প্রাথমিক চাপ = P_1 চূড়ান্ত চাপ = P_2 প্রাথমিক আয়তন = V_1 চূড়ান্ত আয়তন = V_2	
■ **চার্লসের সূত্র:** • $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ [যখন, P স্থির] প্রাথমিক তাপমাত্রা = T_1 চূড়ান্ত তাপমাত্রা = T_2	
■ **চাপীয় সূত্র:** • চাপীয় সূত্র গে-লুসাকের সূত্র নামে পরিচিত। $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ [যখন, V স্থির]	
■ **আদর্শ গ্যাস সমীকরণ** $PV = nRT$	যেখানে, n = মোল সংখ্যা $n = \frac{w}{M} = \frac{\text{নির্দিষ্ট গ্যাসের ভর}}{\text{আণবিক ভর}}$
■ **সমন্বিত সূত্র:** • $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ • $\frac{P_1}{d_1T_1} = \frac{P_2}{d_2T_2}$	যেখানে, d_1 = প্রাথমিক ঘনত্ব d_2 = চূড়ান্ত ঘনত্ব
■ **গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব সংক্রান্ত:** • $PV = \frac{1}{3}mNc^2$ m = একটি অণুর ভর $= \frac{1}{3}Mc^2$ N = অণুর সংখ্যা c = অণুর বর্গমূল গড় বর্গবেগ M = mN = মোট ভর • $P = \frac{1}{3}\rho c^2$ ρ = গ্যাসের ঘনত্ব • $PV = \frac{2}{3}E$ E = গ্যাসের গতিশক্তি • $E = \frac{f}{2}nRT$ • প্রত্যেক স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}kT$ • $\bar{E} = \frac{f}{2}kT$ k = বোল্টজম্যান ধ্রুবক $= \frac{R}{N_A}$ $= 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$	 f = স্বাধীনতার মাত্রা • এক পারমাণবিক গ্যাস (He, Ar ইত্যাদি) : f = 3 • দ্বি পারমাণবিক গ্যাস (O_2, N_2) এবং সরলরৈখিক বহু পারমাণবিক গ্যাস (CO_2) : f = 5 • বহু পারমাণবিক গ্যাস (NH_3) : f = 6

সূত্রাবলি	বিশ্লেষণ
• $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3PV}{M}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$ • $C_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$	যেখানে, C_{rms} = বর্গমূল গড় বর্গবেগ M = আণবিক ভর (kg) m = একটি অণুর ভর (kg)
■ গড় মুক্তপথ সংক্রান্ত : • ক্লসিয়াসের রাশিমালা, $\lambda = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{ধাক্কা সংখ্যা}} = \frac{l}{n\pi\sigma^2 l}$ $\lambda = \frac{1}{n\pi\sigma^2} = \frac{m}{\pi\sigma^2(mn)} = \frac{m}{\pi\sigma^2\rho}$ • বোল্টজম্যানের রাশিমালা, $\lambda = \frac{3}{4\pi\sigma^2 n}$ • ম্যাক্সওয়েলের রাশিমালা, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi\sigma^2}$ যেখানে, σ = অণুর ব্যাস n = একক আয়তনে অণুর সংখ্যা m = একটি অণুর ভর ρ = গ্যাসের ঘনত্ব	 যদি N সংখ্যার ধাক্কার ভেতর অণু মোট l দূরত্ব অতিক্রম করে তবে গড় মুক্ত পথ $\lambda = \frac{l}{N}$  চিত্র: গড় মুক্ত পথ
■ আর্দ্রতা (Humidity) • আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$ • গ্রেইসারের ধ্রুবক = G • শিশিরাংক, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$	যেখানে, f = শিশিরাংকে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ অথবা, f = বায়ুর তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ F = বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ θ_1 = শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা θ_2 = সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা

একক রূপান্তর

- P = 1 atm = 101.325 kPa = 101325 Pa = 1.01325×10^5 Pa
  = 101325 Nm^{-2} = 760 mm Hg = 76 cm Hg = 760 torr = 1 bar
- V = 1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000 L = 10^6 cm^3
- V = 1 cm^3 = 1 cc = 1 mL
- R = 8.314 $Jmol^{-1}K^{-1}$ = 0.0821 $LatmK^{-1}mol^{-1}$

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর

প্রশ্ন ▸ ১ একটি গ্যাসপূর্ণ বেলুনকে হ্রদের তলদেশে 50 m গভীরতায় নিয়ে যাওয়ায় 2 লিটার আয়তন ধারণ করে। হ্রদের তলদেশে বেলুনে আরো 1 লিটার গ্যাস প্রবেশ করিয়ে ছেড়ে দেওয়া হলো। বেলুনের সর্বোচ্চ ধারণ ক্ষমতা 8 লিটার।

[বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2}, পানির ঘনত্ব 10^3 kgm^{-3}, $g = 9.8$ ms^{-2}]

(ক) মূল গড় বর্গবেগ কী? [য. বো. ২৪; সি. বো. ১৭]

(খ) কোনো স্থানের শিশিরাঙ্ক 22°C –ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২১; ঢা. বো. ১৯; কু. বো. ১৭]

(গ) পানির উপরিতলে বেলুনের প্রাথমিক আয়তন কত ছিল? [য. বো. ২৪; অনুপরূপ ব. বো. ২৪]

(ঘ) হ্রদের তলদেশ থেকে বেলুনটি পানির উপরিতলে অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে কি-না– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২৪; অনুরূপ কু. বো. ২৪, ২১, ১৯; ব. বো. ২৪; রা. বো ২৩; য. বো. ২৩; সি. বো. ২৩; ঢা. বো ২১; রা. বো. ২১; ব. বো ২১; চ. বো. ২১; সি. বো. ২১; চ. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮; ব. বো. ১৭]

সমাধান:

ক কোনো গ্যাসের অণুগুলোর বেগের বর্গের গাণিতিক গড়ের বর্গমূলকে এদের মূল গড় বর্গবেগ বা গড় বর্গবেগের বর্গমূল বলে।

খ যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে। শিশিরাঙ্কে শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে।

কোনো স্থানের বায়ুর শিশিরাঙ্ক 22°C বলতে বোঝায়, 22°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ু তার মধ্যস্থ জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে। অর্থাৎ 22°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ুর আর্দ্রতা 100% হবে। ফলে শিশির গঠিত বা অদৃশ্য হতে শুরু করবে।

গ পানির উপরিতলে চাপ, $P_1 = 1 \times 10^5$ Nm^{-2}

হ্রদের তলদেশে চাপ, $P_2 = P_1 + h\rho g$

হ্রদের তলদেশে বেলুনের আয়তন, $V_2 = 2$ L

আমরা জানি, $P_1V_1 = P_2V_2$

$\Rightarrow P_1V_1 = (P_1 + h\rho g)V_2$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{(P_1 + h\rho g) \times V_2}{P_1}$$

$$= \frac{(10^5 + 50 \times 9.8 \times 10^3) \times 2}{1 \times 10^5} = 11.8 \text{ L } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ হ্রদের তলদেশে বেলুনে আরো 1 L গ্যাস প্রবেশ করানোর পর, বেলুনের আয়তন, $V_2 = 2 + 1 = 3$ L

এক্ষেত্রে বেলুনটি পুনরায় হ্রদের উপরিতলে পৌঁছালে, $P_1V_1 = P_2V_2$

$\Rightarrow P_1V_1 = (P_1 + h\rho g)\, V_2$

$\Rightarrow 1 \times 10^5 \times V_1 = \{1 \times 10^5 + (5 \times 10^3 \times 9.8)\} \times 3$

$\therefore V_1 = 17.7$ L

যা বেলুনটি সর্বোচ্চ ধারণক্ষমতা 8 L এর চেয়ে বেশি।

সুতরাং বেলুনটি হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে না। পানির উপরিতলে পৌঁছানোর পূর্বেই বেলুনটি ফেটে যাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ২ একজন গবেষক ঢাকা ও গাইবান্ধায় স্থাপিত দুটি শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে নিচের উপাত্তগুলো সংগ্রহ করলেন:

স্থান	শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠ	আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠ	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেইসারের ধ্রুবক
ঢাকা	30.4°C	22.4°C	1.65
গাইবান্ধা	33.6°C	26.6°C	1.62

17°C, 18°C, 22°C, 23°C, 30°C, 31°C, 33°C এবং 34°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 14.56 mm, 15.48 mm, 19.83 mm, 21.11 mm, 31.85 mm, 33.75 mm, 37.78 mm এবং 39.90 mm পারদ চাপ।

(ক) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে? [সি. বো., চ. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; সি. বো. ২৩; চ. বো. ১৯]

(খ) মেঘমুক্ত দিন আরামদায়ক কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

(গ) উদ্দীপক অনুসারে ঢাকার শিশিরাংক নির্ণয় কর। [সি. বো. ২৫; অনুরূপ ঢা. বো. ২৪; চ. বো. ২৪, ২১; দি. বো. ২৪; রা. বো. ২১; কু. বো. ২১; সম্মিলিত ১৮; সি. বো. ১৭]

(ঘ) উপরোক্ত তথ্যমতে কোন স্থানে কাপড় দ্রুত শুকাবে? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। [সি. বো. ২৫; অনুরূপ ঢা. বো. ২৪; দি. বো. ২৪; য. বো. ২৩; চ. বো. ২৩; সি. বো. ২৩; চ. বো. ২২; য. বো. ২১; ঢা. বো. ১৭]

সমাধান:

ক কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প সর্বাধিক যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।

খ মেঘমুক্ত দিনে সূর্যের বিকিরণ বাধাহীনভাবে পৃথিবীর পৃষ্ঠে পৌঁছে যায়। এর ফলে পর্যাপ্ত আলো ও তাপ পাওয়া যায়, যা মানবদেহে স্বাভাবিক উষ্ণতার অনুভূতি সৃষ্টি করে। একই সঙ্গে বায়ুমণ্ডলে আর্দ্রতা তুলনামূলকভাবে কম থাকায় শ্বাস-প্রশ্বাস স্বস্তিদায়ক হয়। তাই মেঘমুক্ত দিনকে আরামদায়ক বলা হয়।

গ শিশিরাঙ্ক, $\theta = \theta_1 - G\,(\theta_1 - \theta_2)$

$\therefore$ ঢাকার শিশিরাঙ্ক,

$= 30.4 - 1.65\,(30.4 - 22.4)$

$= 17.2°C$ **(Ans.)**

এখানে,
শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 30.4°C$
আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 22.4°C$
গ্লেইসারের ধ্রুবক, $G = 1.65$

ঘ 'গ' হতে পাই, ঢাকার শিশিরাঙ্ক 17.2°C

গাইবান্ধার শিশিরাঙ্ক $= 33.6 - 1.62\,(33.6 - 26.6) = 22.26°C$

$(18 - 17) = 1°C$ তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প বৃদ্ধি, $(15.48 - 14.56) = 0.92$ mmHg

$\therefore (17.2 - 17) = 0.2°C$ তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প বৃদ্ধি, $(0.92 \times 0.2) = 0.184$ mmHg

শিশিরাঙ্ক তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প, $f = 14.56 + 0.184$ mmHg $= 14.744$ mmHg

বায়ুর তাপমাত্রা 30.4°C এ সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প,

$$F = 31.85 + \frac{(33.75 - 31.85) \times 0.4}{31 - 30} \text{ mmHg} = 32.61 \text{ mmHg}$$

$\therefore$ ঢাকায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_1 = \frac{f}{F} \times 100\%$

$$= \frac{14.744}{32.61} \times 100\% = 45.21\%$$

গাইবান্ধায় শিশিরাঙ্ক 22.26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প,

$$f = 19.83 + \frac{(21.11 - 19.83) \times 0.26}{23 - 22} \text{ mmHg}$$
$$= (19.83 + 0.3328) \text{ mmHg}$$
$$= 20.1628 \text{ mmHg}$$

বায়ুর তাপমাত্রা, 33.6°C এ সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প,

$$F = 37.78 + \frac{(39.90 - 37.78) \times 0.6}{34 - 33} \text{ mmHg} = 39.052 \text{ mmHg}$$

$\therefore$ গাইবান্ধার আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_2 = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{20.1628}{39.052} \times 100\%$
$= 51.63\%$

যেহেতু $R_1 < R_2$ সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম থাকায় ঢাকায় কাপড় দ্রুত শুকাবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৩ লবণাক্ত কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বুদবুদের ব্যাস তিনগুণ হয়। [হ্রদের পানির সর্বত্র তাপমাত্রা সমান এবং লবণাক্ত পানির ঘনত্ব $\rho = 1020 \text{ kgm}^{-3}$। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ 10^5 Pa]

(ক) আদর্শ চাপ কাকে বলে? [সি. বো. ২৪; সম্মিলিত বো. ১৮]

(খ) শিশির ও শিশিরাঙ্ক এক-না। ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

(গ) হ্রদের গভীরতা কত? [রা. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপকের হ্রদটি মিঠাপানির হলে হ্রদের গভীরতার তারতম্য হবে কি-না গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

সমাধান:

ক সমুদ্রপৃষ্টে 45° অক্ষাংশে 0°C তাপমাত্রায় উলম্বভাবে অবস্থিত 76 cm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে আদর্শ চাপ বলে।

খ শিশির হলো গঠিত পানির ফোঁটা আর শিশিরাঙ্ক হলো নির্দিষ্ট তাপমাত্রা। শিশির একটি প্রাকৃতিক দৃশ্যমান অবস্থা। বাতাসে থাকা জলীয়বাষ্প ঠাণ্ডা হয়ে যে ক্ষুদ্র পানির ফোঁটায় রূপান্তরিত হয় তাই শিশির। অপরদিকে যে তাপমাত্রায় বাতাস ঠান্ডা হলে তার মধ্যে থাকা জলীয়বাষ্প সম্পৃক্ত হয়ে শিশির গঠন করে, সেই তাপমাত্রাই শিশিরাঙ্ক। এটি একটি ভৌত তাপমাত্রাগত মান। অতএব, শিশির ও শিশিরাংক এক না।

গ এখানে, হ্রদের তলদেশে বুদবুদের চাপ, $P_1 = P + h\rho g$; ব্যাস, $d_1 = d$

পানির উপরিতলে বুদবুদের চাপ, $P_2 = P$; ব্যাস, $d_2 = 3d$

বায়ুমন্ডলীয় চাপ, $P = 10^5$ Pa এবং পানির ঘনত্ব, $\rho = 1020 \text{ kgm}^{-3}$

আমরা জানি, $\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2}$

$$\Rightarrow \frac{P}{P + h\rho g} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^3}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^3} \Rightarrow \frac{10^5}{10^5 + h \times 1020 \times 9.8} = \left(\frac{d}{3d}\right)^3$$

$$\Rightarrow 10^5 \times 27 = 10^5 + h \times 1020 \times 9.8 \Rightarrow h = 260.10 \text{ m } \textbf{(Ans.)}$$

ঘ এখানে, মিঠা পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000 \text{ kgm}^{-3}$

আমরা জানি, $\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{P}{P + h\rho g} = \left(\frac{d}{3d}\right)^3$

$$\Rightarrow \frac{10^5}{10^5 + h \times 1000 \times 9.8} = \frac{1}{27}$$

$\therefore h = 265.30 \text{ m} > 260.10 \text{ m}$

$\therefore$ হ্রদ মিঠাপানির হলে গভীরতা বাড়বে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৪ দুই বন্ধু মিলে সমুদ্রের 200 m গভীরে যেতে চায়। ১ম বন্ধু বলল, 144 gm অক্সিজেন গ্যাস ভর্তি একটি বেলুনকে সমুদ্রের তলদেশে নিয়ে গেলে যদি আয়তন এক-তৃতীয়াংশ হয় তবে কাঙ্ক্ষিত গভীরতায় পৌঁছা যাবে। সমুদ্র পৃষ্ঠে চাপ বায়ুর চাপের সমান এবং তাপমাত্রা 27°C। সমুদ্র তলদেশের তাপমাত্রা 15°C। (পানির ঘনত্ব 1025 kgm^{-3}, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, R = 8.314 J/mol/K)

(ক) পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? [সি. বো. ২৫; দি. বো. ২২; কু. বো. ২১; রা. বো., কু. বো., চ. বো. (সম্মিলিত) বো. ১৮]

(খ) কোনো গ্যাসের গড় মুক্তপথ 9×10^{-12} m — ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

(গ) সমুদ্রপৃষ্ঠে অক্সিজেন গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। [সি. বো. ২৫; অনুরূপ য. বো. ২২; ঢা. বো. ১৯]

(ঘ) তাপমাত্রায় পরিবর্তন বিবেচনায় ১ম বন্ধুর হিসেব অনুযায়ী প্রত্যাশিত সমুদ্র গভীরতায় যেতে পারবে কিনা — গাণিতিক ব্যাখ্যাসহ মতামত দাও। [সি. বো. ২৫; অনুরূপ য. বো. ২২; চ. বো. ২২; ঢা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো স্থানের বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয় বাষ্পকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

খ কোনো গ্যাসের গড় মুক্তপথ 9×10^{-12} m বলতে বোঝায় গ্যাসের প্রতিটি অণু গড়ে এতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করার পরই আরেকটি অণুর সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয়। অর্থাৎ অণুগুলো খুব ঘনভাবে অবস্থান করে এবং তাদের অবাধে চলাচলের সুযোগ অত্যন্ত কম।

গ দেওয়া আছে, সমুদ্রপৃষ্ঠে তাপমাত্রা, T = 27°C = 300 K

অক্সিজেন গ্যাসের ভর, w = 144 gm

অক্সিজেন গ্যাসের পারমাণবিক ভর, M = 32 gm

মোলার গ্যাস ধ্রুবক, $R = 8.314 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$

অক্সিজেন গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা, f = 5

গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{f}{2}nRT = \frac{f}{2} \times \frac{w}{M} \times RT$

$\therefore$ O_2 গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{5}{2} \times \frac{144}{32} \times 8.314 \times 300$
$= 2.8059 \times 10^4$ J

$\therefore$ সমুদ্রপৃষ্ঠে অক্সিজেন গ্যাসের গতিশক্তি 2.8059×10^4 J **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

$$\Rightarrow \frac{P \times V}{300} = \frac{(P + h\rho g) \times \frac{V}{3}}{288}$$
$$\Rightarrow 2.88 P = P + h\rho g$$
$$\Rightarrow h\rho g = 1.88 P$$
$$\therefore h = \frac{1.88 \times 101325}{1025 \times 9.8}$$
$$= 18.96 \text{ m}$$

সমুদ্রের পৃষ্ঠে চাপ, $P_1 = P$

সমুদ্রের তলদেশে চাপ, $P_2 = P + h\rho g$

সমুদ্রপৃষ্ঠে তাপমাত্রা, $T_1 = 27°C = 300$ K

সমুদ্র তলদেশে তাপমাত্রা, $T_2 = 15°C = 288$ K

সমুদ্রপৃষ্ঠে আয়তন, $V_1 = V$

সমুদ্র তলদেশে আয়তন, $V_2 = \frac{V}{3}$

যেহেতু 18.96 m গভীরে যাওয়া যাবে তাই 200 m গভীরে যাওয়া যাবে না। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৫ 4×10^{-2} m^3 আয়তনের সিলিন্ডারে 300 K তাপমাত্রায় ও 2.5×10^5 Nm^{-2} চাপে অক্সিজেন গ্যাস ভর্তি করা আছে। তাপমাত্রা অপরিবর্তিত রেখে কিছু পরিমাণ অক্সিজেন ব্যবহার করার পর চাপ 1.3×10^5 Nm^{-2} পাওয়া গেল। অক্সিজেনের আণবিক ভর 32 gmol^{-1}।

(ক) **সরল ছন্দিত গতি কাকে বলে?** [সি. বো. ২২]

(খ) **শীতকালে দোলক ঘড়ির দোলনকাল কিরূপ হবে? ব্যাখ্যা কর।** [সি. বো. ২২]

(গ) **উদ্দীপকের বর্ণিত অক্সিজেন গ্যাস ব্যবহারের পূর্বে এর অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ কত ছিল নির্ণয় কর।** [সি. বো. ২২]

(ঘ) **উদ্দীপকের বর্ণনামতে যে পরিমাণ অক্সিজেন গ্যাস ব্যবহৃত হয়েছে তা নির্ণয় সম্ভব কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।** [সি. বো. ২২]

সমাধান:

ক যদি কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে এর সরণের সমানুপাতিক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয়, তাহলে বস্তুর এ গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

খ শীতকালে দোলক ঘড়ির দোলনকাল কমে যায়। কারণ শীতকালে দোলক ঘড়ির কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়।

আমরা জানি, সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ অর্থাৎ, $T \propto \sqrt{L}$

এখানে, কার্যকর দৈর্ঘ্য বাড়লে দোলনকাল বাড়বে এবং দৈর্ঘ্য কমলে দোলনকাল কমবে। শীতকালে তাপমাত্রা কম থাকায় সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়। এর ফলে দোলনকালও হ্রাস পাবে এবং ঘড়িটি দ্রুত চলবে।

গ আমরা জানি, মূল গড় বর্গবেগ,

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 300}{32 \times 10^{-3}}} = 483.561 \text{ ms}^{-1} \textbf{ (Ans.)}$$

দেওয়া আছে,
আণবিক ভর,
$M = 32$ g $= 32 \times 10^{-3}$ kg
তাপমাত্রা, $T = 300$ K

ঘ আদি অবস্থায়, $P_1V = n_1RT$ .... (i)

পরবর্তী অবস্থায়, $P_2V = n_2RT$ ...... (ii)

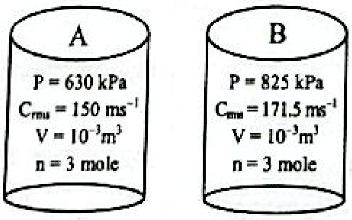
(i) – (ii) করে, $(P_1 - P_2)V = \Delta nRT$

$$\therefore \Delta n = \frac{(P_1 - P_2) \times V}{RT} = \frac{(2.5 - 1.3) \times 10^5 \times 4 \times 10^{-2}}{8.314 \times 300} = 1.92 \text{ mol}$$

এখন, $\Delta w = \Delta nM = 1.92 \times 32 = 61.44$ g

∴ ব্যবহৃত অক্সিজেন গ্যাসের পরিমাণ 61.44 g। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৬ নিচের চিত্রে A ও B দুটি সিলিন্ডারের একটির মধ্যে নাইট্রোজেন গ্যাস ও অন্যটিতে একটি অজানা গ্যাস নেওয়া হলো।



(ক) **শক্তির সমবিভাজন নীতি কী?** [ব. বো. ২৫; দি. বো., ম. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

(খ) **গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে পার্থক্য লেখ।** [ব. বো. ২৫; সি. বো. ২৩]

(গ) **'A' সিলিন্ডারের গ্যাসের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।** [ব. বো. ২৫]

(ঘ) **উভয় সিলিন্ডারে একই গ্যাস রাখা ছিল কিনা– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।** [ব. বো. ২৫]

সমাধান:

ক কোনো পদার্থের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং যেকোনো একটি অণুর প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার সাথে সংশ্লিষ্ট গতিশক্তির মান $\frac{1}{2}kT$। এটিই শক্তির সমবিভাজন নীতি।

খ গ্যাস ও বাষ্পের পার্থক্য নিম্নরূপ:

গ্যাস	বাষ্প
১. কোনো বায়বীয় পদার্থের তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রার চেয়ে বেশি হলে তাকে গ্যাস বলে।	১. কোনো বায়বীয় পদার্থের তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রার চেয়ে কম হলে তাকে বাষ্প বলে।
২. গ্যাসকে চাপ প্রয়োগে তরলে পরিণত করা যায় না।	২. বাষ্পকে সহজেই চাপ প্রয়োগে তরলে পরিণত করা যায়।
৩. উদাহরণ: অক্সিজেন, নাইট্রোজেন	৩. উদাহরণ: পানি থেকে বাষ্প।

গ আমরা জানি, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$$\Rightarrow C_{rms}^2 = \frac{3RT}{M}$$

$$\therefore \text{তাপমাত্রা, } T = \frac{C_{rms}^2 \times M}{3R} = \frac{150^2 \times 28 \times 10^{-3}}{3 \times 8.314} = 25.26 \text{ K}$$

এখানে,
$C_{rms} = 150$ ms^{-1}
নাইট্রোজেন গ্যাসের পারমাণবিক ভর,
$M = 28$ gm $= 28 \times 10^{-3}$ kg

সুতরাং, 'A' সিলিন্ডারের গ্যাসের তাপমাত্রা 25.26 K। **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি, $PV = nRT$

∴ অজানা গ্যাসের জন্য,

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{8.25 \times 10^3 \times 10^{-3}}{3 \times 8.314} \text{ K} = 33.07 \text{ K}$$

অজানা গ্যাসের সিলিন্ডার,
$P = 825 \times 10^3$ Pa
$C_{rms} = 171.5$ ms^{-1}
$V = 10^3$m^3
$n = 3$ mol

আবার, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow C_{rms}^2 = \frac{3RT}{M}$

∴ অজানা গ্যাসের পারমাণবিক ভর,

$$M = \frac{3RT}{C_{rms}^2} = \frac{3 \times 8.314 \times 33.07}{(171.5)^2} \text{ kg} = 0.028 \text{ kg} = 28 \text{ gm}$$

যেহেতু অজানা গ্যাসের আণবিক ভর নাইট্রোজেন গ্যাসের সমান, তাই সিলিন্ডারে একই গ্যাস রাখা ছিল। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৭ প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে দুটি গ্যাসের ঘনত্ব যথাক্রমে 1.25 kgm^{-3} ও 0.09 kgm^{-3}। পরবর্তীতে প্রথম গ্যাসের তাপমাত্রা 52°C এ উন্নীত করায় এর চাপ দ্বিগুণ হয়। প্রথম গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন 3 cm^3।

(ক) **মোল কী?** [চ. বো. ১৭]

(খ) **বাতাসের আর্দ্রতা বেড়ে গেলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপের কীরূপ পরিবর্তন হয়? ব্যাখ্যা কর।** [চ. বো. ২৫; দি. বো. ২২]

(গ) **প্রথম গ্যাসের চূড়ান্ত আয়তন নির্ণয় কর।** [চ. বো. ২৫]

(ঘ) **প্রমাণ তাপমাত্রা ও প্রমাণ চাপে ২য় গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রথম গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগের কতগুণ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।** [চ. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ২৪; সি. বো. ২২; সি. বো. ২২; দি. বো. ২২; ব. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো পদার্থের যে পরিমাণের মধ্যে 6.023×10^{23} টি পরমাণু, অণু বা আয়ন থাকে সেই পরিমাণকে ঐ পদার্থের মোল বলা হয়।

খ বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ কমে যায়। জলীয়বাষ্পের ঘনত্ব একই তাপমাত্রার বায়ুর ঘনত্ব অপেক্ষা কম। অর্থাৎ কোনো স্থানের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বাড়লে বায়ুর ঘনত্ব কমে যায়। আবার, নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ এর ঘনত্বের সমানুপাতিক। তাই বায়ুর ঘনত্ব কমলে বায়ুমণ্ডলের চাপও কমে যায়।

গ আমরা জানি, $\frac{PV}{T}$ = ধ্রুবক

$\therefore \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

$\Rightarrow V_2 = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1} \times V_1$

$= \frac{P}{2P} \times \frac{325}{273} \times 3 = 1.78\ cm^3$

প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_1 = 273$ K
পরবর্তী তাপমাত্রা,
$T_2 = 52 + 273 = 325$ K
প্রাথমিক চাপ, $P_1 = P$
পরবর্তী চাপ, $P_2 = 2P$
প্রাথমিক আয়তন, $V_1 = 3\ cm^3$
চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = ?$

$\therefore$ প্রথম গ্যাসের চূড়ান্ত আয়তন $1.78\ cm^3$ **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি,

মূল গড় বর্গবেগ, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

$\therefore \frac{C_{rms_2}}{C_{rms_1}} = \sqrt{\frac{P_2\,\rho_1}{P_1\,\rho_2}}$

এখানে,
প্রথম গ্যাসের ঘনত্ব,
$\rho_1 = 1.25\ kgm^{-3}$
দ্বিতীয় গ্যাসের ঘনত্ব,
$\rho_2 = 0.09\ kgm^{-3}$
দুটি গ্যাসের চাপ, $P_1 = P_2 = P$

$= \sqrt{\frac{P \times 1.25}{P \times 0.09}} = 3.72 \quad \therefore C_{rms_2} = 3.72\, C_{rms_1}$

$\therefore$ ২য় গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ ১ম টির 3.72 গুণ হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৮ A ও B দুটি পাত্রে দুটি গ্যাস রক্ষিত আছে যাদের আয়তন যথাক্রমে 3V ও 6V এবং মোল সংখ্যা যথাক্রমে 6 mole ও 3 mole। উভয়ের চাপ সমান এবং B এর আণবিক ভর A এর আণবিক ভরের 36 গুণ।

(ক) বয়েলের সূত্রটি লেখ। [য. বো. ২৫; রা. বো. ২২; চ. বো. ২২; য. বো. ২১, ১৯, ১৫]

(খ) পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে কোনটি অধিক গুরুত্বপূর্ণ? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫; কু. বো. ১৯]

(গ) A পাত্রের গ্যাসটির অণুপ্রতি গড় গতিশক্তি নির্ণয় কর যখন তাপমাত্রা 37°C। [য. বো. ২৫]

(ঘ) গ্যাসদ্বয়ের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ সমান হবে কি-না? গাণিতিকভাবে মতামত দাও। [য. বো. ২৫; অনুরূপ দি. বো. ২৩]

সমাধান:

ক তাপমাত্রা স্থির থাকলে, কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার ওপর প্রযুক্ত চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

খ কোনো সময় কোন স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে। অন্যদিকে কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা দ্বারা উক্ত স্থানে নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর এবং একই তাপমাত্রায় উক্ত বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে বোঝায়। অর্থাৎ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বায়ুমণ্ডলের সম্পৃক্ততার মাত্রা অর্থাৎ বায়ু কতখানি শুষ্ক বা সিক্ত তা নির্দেশ করে। কোনো স্থান স্বস্তিদায়ক কি না, ঝড় বা বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কতটুকু এসব কিছুই আপেক্ষিক আর্দ্রতার ওপর নির্ভরশীল। তাই পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে আপেক্ষিক আর্দ্রতা অধিক গুরুত্বপূর্ণ।

গ আমরা জানি,
অণুপ্রতি গড় গতিশক্তি,

A পাত্রের গ্যাসের তাপমাত্রা,
$T = 37°C = 310$ K

$E = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 310$

$\therefore E = 6.417 \times 10^{-21}$ J/molecule **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি,

$\frac{PV}{nT}$ = ধ্রুবক

$\therefore \frac{P_AV_A}{n_AT_A} = \frac{P_BV_B}{n_BT_B}$

$\Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{V_A\,n_B}{V_B\,n_A} \quad [\because P_A = P_B]$

$= \frac{3 \times 3}{6 \times 6}$

$\therefore \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{4}$

এখানে,
B পাত্রের গ্যাসের আণবিক ভর,
$M_B = 36 \times M_A \therefore \frac{M_B}{M_A} = 36$
B এর আয়তন, $V_B = 6V$
A এর আয়তন, $V_A = 3V$
B পাত্রের গ্যাসের মোলসংখ্যা,
$n_B = 3$ mol
A পাত্রের গ্যাসের মোলসংখ্যা,
$n_A = 6$ mol
দুটি পাত্রের জন্য চাপ, $P_A = P_B = P$

মূল গড় বর্গবেগ, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

$\therefore \frac{C_{rms_A}}{C_{rms_B}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_B}} \times \sqrt{\frac{M_B}{M_A}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \times \sqrt{36} = 3$

$\therefore C_{rms_A} = 3\, C_{rms_B}$

$\therefore$ গ্যাসদ্বয়ের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ সমান নয়, এক্ষেত্রে প্রথমটির মান দ্বিতীয়টির 3 গুণ। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ৯ স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে একটি খোলা লিটার ফ্লাস্কের মধ্যে 1.32×10^{-3} kg নাইট্রোজেন গ্যাস থাকতে পারে। 90°C তাপমাত্রার গরম পানি দ্বারা ফ্লাস্কটি অর্ধপূর্ণ করা হলে গ্যাস পানির সাথে তাপীয় সাম্যাবস্থায় থাকে।

(ক) হাইগ্রোমিটার কী? [সি. বো. ২১]

(খ) বর্ষাকালে ভেজা কাপড় দেরিতে শুকায় কেন? [কু. বো. ২৩]

(গ) পানির তাপমাত্রায় একটি নাইট্রোজেন অণুর গতিশক্তি নির্ণয় করো। [কু. বো. ২৩]

(ঘ) গরম পানি দ্বারা অর্ধপূর্ণ করার পর পূর্বের অর্ধেক পরিমাণ গ্যাস ধারণ করবে না– উক্তিটির যথার্থতা যাচাই করো।
[কু. বো. ২৩; অনুরূপ সি. বো. ২৪, ২২; কু. বো. ২১; চ. বো. ১৯; দি. বো. ১৯]

সমাধান:

ক কোনো স্থানের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা পরিমাপের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয়, তাকে আর্দ্রতামাপক যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার বলে।

খ বর্ষাকালে বায়ুমণ্ডলের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি থাকায় কাপড় দেরিতে শুকায়।
ভেজা কাপড় শুকানো অর্থাৎ ভেজা কাপড়ের পানি বাষ্পায়ন নির্ভর করে আপেক্ষিক আর্দ্রতা তথা বায়ুমণ্ডলে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ওপর। আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হলে বাষ্পায়ন ধীরে হয় এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন দ্রুত হয়। বর্ষাকালে বায়ুমণ্ডলে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতাও বেশি হয়। ফলে পানির বাষ্পায়ন প্রক্রিয়া ধীর হয়ে যায়।

গ একটি নাইট্রোজেন অণুর গতিশক্তি,

$E = \frac{f}{2}kT = \frac{5}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times (90 + 273)$

[N_2 এর স্বাধীনতার মাত্রা, f = 5]

$= 1.252 \times 10^{-20}$ J **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, চাপ, P = 101325 Pa

আয়তন, $V = \frac{1 \times 10^{-3}}{2} m^2 = 0.5 \times 10^{-3} m^3$

আণবিক ভর, $M = 28 \times 10^{-3}$ kg ও তাপমাত্রা, T = (90 + 273) = 363 K

এখানে, $PV = nRT = \frac{w}{M}RT$

$$\Rightarrow w = \frac{PVM}{RT} = \frac{101325 \times 0.5 \times 10^{-3} \times 28 \times 10^{-3}}{8.314 \times 363}$$

$$= 4.7 \times 10^{-4} kg < \frac{1.32 \times 10^{-3}}{2}$$

∴ গরম পানি দ্বারা অর্ধপূর্ণ করার পর, পূর্বের অর্ধেক এর চেয়ে কম পরিমাণ গ্যাস ধারণ করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১০ পরীক্ষাগারে একটি ঘর্ষণমুক্ত পিস্টনযুক্ত সিলিন্ডারে 2 বায়ুমণ্ডলীয় চাপে 30°C তাপমাত্রায় 5 mol হাইড্রোজেন রাখা আছে। তাপ প্রয়োগ করে গ্যাসের চাপ ও আয়তন দ্বিগুণ করা হলো। একজন শিক্ষার্থী মন্তব্য করলো "এতে গ্যাসটির মোট গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে"। $[R = 8.31 \text{ J mol}^{-1}K^{-1}]$

(ক) শিশিরাঙ্ক কাকে বলে? [ম. বো., কু. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৩, ২২, ২১; সি. বো. ২৩, ২২; রা. বো., চ. বো. ২১; কু. বো., ব. বো. ১৯; রা. বো. ১৭]

(খ) ভারী যন্ত্রপাতির নাট বল্টু খোলার জন্য লম্বা হাতলযুক্ত হাতিয়ার ব্যবহার করা সুবিধাজনক কেন– ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৫]

(গ) গ্যাসটির প্রাথমিক আয়তন নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৫]

(ঘ) শিক্ষার্থীর মন্তব্য সঠিক কি না- গাণিতিকভাবে সিদ্ধান্ত দাও। [ম. বো. ২৫; অনুরূপ সি. বো. ২৪; ঢা. বো. ২৩; দি. বো. ২৩; য. বো. ২৩, ২২, ১৯; ঢা. বো. ১৯; কু. বো. ১৯; দি. বো. ১৭]

সমাধান:

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ওই বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

খ নাট-বল্টু খোলা জন্য বল প্রয়োগ করে টর্ক সৃষ্টি করতে হয়। টর্কের সূত্র হলো, $\tau = F \times r$।
এখানে, F = প্রয়োগকৃত বল, r = বল প্রয়োগের বাহু (হাতলের দৈর্ঘ্য)
যত লম্বা হাতল হবে, r এর মান তত বেশি হবে। ফলে একই বল প্রয়োগ করলেও টর্ক অনেক বেশি পাওয়া যায়। এর ফলে নাট-বল্টু সহজে খোলা যায়। তাই ভারী যন্ত্রপাতির নাট বল্টু খোলার জন্য লম্বা হাতলযুক্ত হাতিয়ার ব্যবহার করা সুবিধাজনক।

গ এখানে, চাপ, P = 2 atm = 2 × 101325 = 202650 Pa
তাপমাত্রা, T = 30°C = 303 K
মোলসংখ্যা, n = 5 mol ; মোলার ধ্রুবক, $R = 8.31 \text{ Jmol}^{-1}K^{-1}$

আমরা জানি, PV = nRT

$$\therefore \text{আয়তন, } V = \frac{nRT}{P} = \frac{5 \times 8.31 \times 303}{202650} = 0.0621 m^3$$

সুতরাং গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন, $0.0621 m^3$ **(Ans.)**

ঘ ধরি,আদি মোট গতিশক্তি,

এখানে,
নতুন চাপ, $P_2 = 2P_1$
নতুন আয়তন, $V_2 = 2V_1$

$$E = \frac{3}{2}nRT$$

$$= \frac{3}{2}P_1V_1 \quad [PV = nRT]$$

$$\therefore \text{নতুন মোট গতিশক্তি, } E' = \frac{3}{2}P_2V_2 = \frac{3}{2}(2P_1)(2V_1) = 4 \times \frac{3}{2}P_1V_1$$

$$\therefore E' = 4E$$

∴ মোট গতিশক্তি পূর্বের চার গুণ হবে। তাই মন্তব্যটি সঠিক নয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১১ X এবং Y গ্যাসের যথাক্রমে 450 gm এবং 300 gm ভরকে দুটি পাত্রে রাখা আছে। প্রত্যেকটি গ্যাসের ক্ষেত্রেই মোল সংখ্যা 10। প্রথম পাত্রে গ্যাসের চাপ ও তাপমাত্রা যথাক্রমে 20 kPa এবং 350 K। অন্যদিকে দ্বিতীয় পাত্রে গ্যাসের চাপ ও তাপমাত্রা যথাক্রমে 30 kPa এবং 450 K।

(ক) আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? [দি. বো. ২৫; ব. বো. ২৪; রা. বো. ২৩, ১৯]

(খ) গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় বর্গের বর্গমূল মান নেয়া হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫; ঢা. বো. ২১]

(গ) X গ্যাসের আয়তন নির্ণয় কর। [দি. বো. ২৫; অনুরূপ কু. বো. ১৭]

(ঘ) পাত্র দুটিকে একসাথে খুলে দিলে কোন পাত্রটি থেকে অধিক দ্রুত বেগে গ্যাস নির্গত হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২৫; অনুরূপ কু. বো. ১৭]

সমাধান:

ক কোনো তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের ভর এবং ঐ একই তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয়বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

খ গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের অণুগুলো চারিদিকে ছুটাছুটি করে। এ ছুটাছুটির সময় অণুগুলোর মধ্যে অবিরাম সংঘর্ষ ঘটে। ফলে তাদের গতিবেগ পরিবর্তিত হয়। এ অবস্থায় সকল অণুর গতিবেগ সমান থাকে না। সাধারণ প্রয়োগের জন্য গড় মানকে একক মান হিসেবে ব্যবহার করা যায়। কিন্তু গ্যাস অণুসমূহের বেগসমূহের গড় মান ব্যবহার করলে প্রচুর ত্রুটির সম্ভাবনা থাকে। তাই গ্যাস অণুর গতিবেগের একটি বিশেষ গড় মান ব্যবহার করা যায়। এটিই বর্গমূল গড় বর্গ বেগ যা ইংরেজিতে Root mean sqaure বা RMS বেগ নামে পরিচিত। কোন গ্যাসের অণুসমূহের বিভিন্ন গতিবেগের বর্গের গড়মান গ্রহণ করে তার বর্গমূল করলে গ্যাসটির অণুসমূহের বর্গমূল গড় বর্গবেগ পাওয়া যায়।

গ আমরা জানি, PV = nRT

$$\therefore \text{আয়তন, } V = \frac{nRT}{P}$$

$$= \frac{10 \times 8.314 \times 350}{20 \times 10^3}$$

$$= 1.45 m^3$$

এখানে,
X গ্যাসের মোলসংখ্যা, $n_x = 10$ mol
চাপ, $P = 20 \times 10^3$ Pa
মোলার গ্যাস ধ্রুবক,
তাপমাত্রা, T = 350 K

সুতরাং X গ্যাসের আয়তন $1.45 m^3$ **(Ans.)**

ঘ আমরা জানি,

$$n = \frac{w}{M}$$

∴ X গ্যাসের পারমাণবিক ভর,

$$M_X = \frac{w_X}{n} = \frac{450}{10} = 45 \text{ gm/mol}$$

∴ Y গ্যাসের পারমাণবিক ভর,

$$M_Y = \frac{w_Y}{n} = \frac{300}{10} = 30 \text{ gm/mol}$$

এখানে,
X ও Y গ্যাসের মোলসংখ্যা, n = 10 mol
X গ্যাসের মোলসংখ্যা, $w_x = 450$ gm
Y গ্যাসের ভর, $w_y = 300$ gm
X গ্যাসের পাত্রে চাপ, $P_x = 20 \times 10^3$ Pa
Y গ্যাসের পাত্রে চাপ, $P_y = 30 \times 10^3$ Pa

আমরা জানি, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $\quad \therefore C_{rms} \propto \sqrt{\frac{T}{m}}$

$$\therefore \frac{C_{rms_X}}{C_{rms_Y}} = \sqrt{\frac{T_X}{T_Y}} \times \sqrt{\frac{M_Y}{M_X}} = \sqrt{\frac{350}{450}} \times \sqrt{\frac{30}{45}} = 0.72$$

$$\Rightarrow C_{rms_X} = C_{rms_Y} \times 0.72 \quad \therefore C_{rms_Y} > C_{rms_X}$$

সুতরাং, Y গ্যাসের rms বেগ বেশি হওয়ায় Y গ্যাসের পাত্র হতে অধিক দ্রুত বেগে গ্যাস নির্গত হবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১২ **দৃশ্যকল্প-১:** একটি গ্যাস সিলিন্ডারের আয়তন $1.5\ m^3$। সিলিন্ডারটিতে $27°C$ তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাসের অণুর ব্যাস 25×10^{-10} m। পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারটি সমআয়তনের অপর একটি খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করা হল।

দৃশ্যকল্প-২: নাইট্রোজেন গ্যাস দ্বারা একটি পাত্র 20 atm চাপে $27°C$ তাপমাত্রায় ভর্তি করা হল। এরপর অর্ধেক ভরের গ্যাস বের করে দেয়া হল এবং অবশিষ্ট গ্যাসের তাপমাত্রা $87°C$ এ বাড়ানো হল।

(ক) **আর্দ্রতামিতি কাকে বলে?** [ব. বো. ২৩]

(খ) **পরম শূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে কী না? ব্যাখ্যা কর।** [ব. বো. ২৩]

(গ) **দৃশ্যকল্প-২ থেকে পরিবর্তিত অবস্থায় গ্যাসের চাপ পূর্বের চাপের চেয়ে কম না বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।** [দি. বো. ২২]

(ঘ) **দৃশ্যকল্প-১ এ খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের পরিবর্তন হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।** [দি.বো. ১৭]

সমাধান:

ক পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ নিয়ে আলোচনা করা হয় তাকে আর্দ্রতামিতি বলে।

খ চার্লস-এর সূত্রানুসারে পাই, $V_\theta = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$

যদি তাপমাত্রা ক্রমান্বয়ে কমিয়ে $\theta = -273°C$ করা যায়, তবে

$$V_{-273} = V_0\left(1 - \frac{273}{273}\right) = 0$$

দেখা যায় যে, $-273°C$ বা 0K উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন শূন্য হয়ে যায়। এই তাপমাত্রাকে পরমশূন্য তাপমাত্রা বলে।

আবার, যদি তাপমাত্রা কমিয়ে $\theta = -274°C$ করা যায়, তবে

$$V_{-274} = V_0\left(1 - \frac{274}{273}\right) = -\frac{V_0}{273}$$

দেখা যায় যে, গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক মান প্রাপ্ত হয়। কিন্তু আয়তন ঋণাত্মক হতে পারে না। সুতরাং, পরমশূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে না।

গ আমরা জানি, $PV = nRT$

$\therefore P \propto nT$

$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1}$

দেওয়া আছে,
আদি চাপ, $P_1 = 20$ atm
আদি তাপমাত্রা, $T_1 = 300$ K
চূড়ান্ত তাপমাত্রা, $T_2 = 273 + 87 = 360$ K

$\Rightarrow P_2 = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} \times P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{360}{300} \times 20 = 12\ \text{atm} < 20\ \text{atm}$

সুতরাং পরিবর্তিত অবস্থায় গ্যাসের চাপ পূর্বের চাপের চেয়ে কম হবে। **(Ans.)**

ঘ প্রথম ক্ষেত্রে, একক আয়তনে অণু সংখ্যা, $n_1 = \frac{N}{V_1} = \frac{30 \times 10^{25}}{1.5}$

$= 2 \times 10^{26}$ molecules/m^3

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,একক আয়তনে অণু সংখ্যা, $n_2 = \frac{N}{V_2} = \frac{30 \times 10^{25}}{1.5 \times 2}$

$= 10^{26}$ molecules/m^3

আমরা জানি, গড় মুক্ত পথ, $\lambda \propto \frac{1}{n}$

$\therefore \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2 \times 10^{26}}{10^{26}}$ $\quad \therefore \lambda_2 = 2\lambda_1$

সুতরাং, খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথ পূর্বের দ্বিগুণ হয়। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৩ একটি হ্রদের তলদেশ ও পৃষ্ঠের পানির তাপমাত্রা যথাক্রমে $8°C$ ও $30°C$। 2 L আয়তনবিশিষ্ট একটি বায়ুপূর্ণ বেলুন হ্রদের তলদেশ হতে ছেড়ে দেয়া হলো। বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা 15 L। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ $10^5\ Nm^{-2}$, হ্রদের গভীরতা 15 m এবং পানির ঘনত্ব $1000\ kgm^{-3}$।

(ক) **স্বাধীনতার মাত্রা কী?** [দি. বো. ২৫; কু. বো. ২২, ১৭; ঢা. বো. ১৯, রা. বো. ১৭]

(খ) **বোলজম্যান ধ্রুবক $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K বলতে কী বোঝায় ব্যাখ্যা কর।** [রা. বো. ১৯]

(গ) **বেলুনে আবদ্ধ বায়ুর অণুসমূহের গতিশক্তির পরিবর্তন নির্ণয় কর।** [রা. বো. ১৯]

(ঘ) **বেলুনটি হ্রদের পৃষ্ঠে এসে বিস্ফোরিত হওয়ার সম্ভাবনা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [রা. বো. ১৯]

সমাধান:

ক একটি গতিশীল বস্তু বা সিস্টেমের অবস্থাকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

খ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা জানি, $PV = N_0kT \therefore k = \frac{PV}{N_0T}$ .... (i)

যেখানে P হলো গ্যাসের চাপ, V গ্যাসের আয়তন, N_0 অ্যাভোগেড্রোর সংখ্যা এবং T গ্যাসের তাপমাত্রা। সুতরাং বোলজম্যান ধ্রুবক $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K বলতে বোঝায়, স্থির চাপে একটি আদর্শ গ্যাসাণুর তাপমাত্রা 1 K বৃদ্ধিতে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধির জন্য সম্পাদিত কাজ হয় 1.38×10^{-23} J।

গ হ্রদের তলদেশে বেলুনের মধ্যে বায়ু চাপ,

$P = P_{atm} + h\rho g$
$= 10^5 + 15 \times 10^3 \times 9.8$
$= 2.47 \times 10^5$ Pa

আমরা জানি, $PV = nRT$

$\Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{2.47 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3}}{8.314 \times 281}$
$= 0.2114$ mol

দেওয়া আছে,
তলদেশে তাপমাত্রা,
$T = 281$ K
আয়তন, $V = 2$ L
$= 2 \times 10^{-3}\ m^3$
গভীরতা, $h = 15$ m

$\therefore$ গতিশক্তির পরিবর্তন, $\Delta E_K = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2} \times 0.2114 \times 8.314 \times (30 - 8)$

$= 58$ J

সুতরাং, বেলুনে আবদ্ধ বায়ুর অণুসমূহের গতিশক্তির পরিবর্তন 58 J। **(Ans.)**

ঘ দেওয়া আছে, তলদেশে তাপমাত্রা, $T_1 = 281$ K

চাপ, $P_1 = 2.47 \times 10^5\ Nm^{-2}$; আয়তন, $V_1 = 2$ L

পৃষ্ঠে তাপমাত্রা, $T_2 = 303$ K; চাপ, $P_2 = 10^5\ N/m^2$

$\therefore$ আয়তন, $V_2 = ?$

আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

$\therefore V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{T_1P_2} = \frac{2.47 \times 10^5 \times 2 \times 303}{281 \times 10^5} = 5.326\ \text{L} < 15\ \text{L}$

সুতরাং হ্রদের পৃষ্ঠে বেলুনের আয়তন (5.326 L) সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা হতে কম হওয়ায় বেলুনটির বিস্ফোরণের সম্ভাবনা নেই। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৪ একজন আবহাওয়াবিদ দৈনিক প্রতিবেদন তৈরির জন্য একদিন ঢাকা এবং রাজশাহীতে স্থাপিত দুটি সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতা মাপক যন্ত্রের মাধ্যমে নিম্নের উপাত্তগুলো সংগ্রহ করলেন।

স্থান	শুষ্ক বাল্ব থার্মো: পাঠ	সিক্ত বাল্ব থার্মো: পাঠ	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদকের মান
ঢাকা	28.6°C	20°C	1.664
রাজশাহী	32.5°C	22°C	1.625

[14°C, 16°C, 28°C, 30°C, 32°C এবং 34°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 11.99, 13.63, 28.35, 31.83, 35.66 এবং 39.90 mm Hg। স্বাস্থ্যের জন্য আপেক্ষিক আর্দ্রতার স্বাচ্ছন্দ্যকর মান হলো 40% থেকে 60% পর্যন্ত।]

(ক) অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে?

(খ) একই তাপমাত্রায় ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুব থাকে কি না? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৩; রা. বো. ১৭]

(গ) ঐ দিন ঢাকার শিশিরাঙ্ক কত ছিল? [ব. বো. ২৩; অনুরূপ কু. বো. ২৫; চ. বো. ২৪; দি. বো. ২৪; রা. বো. ২৪, ২২, ২১; ঢা. বো. ২২; য. বো. ২২; কু. বো. ২১; চ. বো. ২১; সম্মিলিত বো. ১৮; সি. বো. ১৭]

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে কোন ব্যক্তি কোথায় অধিকতর স্বস্তি বোধ করবেন? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [ব. বো. ২৩; অনুরূপ কু. বো. ২৫; ব. বো. ২১; ঢা. বো. ২৩, ২২; রা. বো. ২২, ২১, ১৭; য. বো. ২২, ২১; কু. বো. ২২, ২১; ম. বো. ২১; চ. বো. ২১; দি. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮]

সমাধানঃ

ক কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প, যদি সর্বাধিক বাষ্পচাপ অপেক্ষা কম চাপ প্রয়োগ করে তবে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

খ গ্যাসের গতিসূত্র হতে পাই, গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির দুই তৃতীয়াংশ।

$\therefore P = \frac{2}{3}\frac{E}{V}$

$\Rightarrow E = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT$ $[\because PV = nRT]$

$\therefore$ প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি $E = \frac{3}{2}RT$

সকল এক মোল গ্যাসের জন্য গতিশক্তি কেবলমাত্র পরম তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে।

$\therefore$ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সকল গ্যাসের গড় গতিশক্তি ধ্রুব।

গ গ্লেইসারের উৎপাদক, $G = \frac{\theta_1 - \theta}{\theta_1 - \theta_2}$

$\Rightarrow 1.664 = \frac{28.6 - \theta}{28.6 - 20}$

$\therefore \theta = 14.2896°C$

দেওয়া আছে,
শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 28.6°C$
সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 20°C$

$\therefore$ ঐ দিন ঢাকার শিশিরাঙ্ক ছিল 14.2896°C। **(Ans.)**

ঘ ঢাকায়, (16 – 14)°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি পায় (13.63 – 11.99) mm (Hg)

$\therefore$ 0.2896°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি পায়

$= \frac{13.63 - 11.99}{16 - 14} \times 0.2896 = 0.2374$ mm (Hg)

$\therefore$ 14.2896°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 11.99 + 0.2374
= 12.2274 mm (Hg)

অনুরূপভাবে, 28.6°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ

$= 28.35 + \frac{31.83 - 28.35}{30 - 28} \times 0.6 = 29.394$ mm (Hg)

$\therefore$ ঢাকায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R_1 = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{12.2274}{29.394} \times 100\%$
$= 41.6\%$

রাজশাহীতে, গ্লেইসারের উৎপাদক, $G = \frac{\theta_1 - \theta}{\theta_1 - \theta_2}$

$\Rightarrow 1.625 = \frac{32.5 - \theta}{32.5 - 22}$ $\therefore \theta = 15.4375°C$

$\therefore$ শিশিরাঙ্ক 15.4375°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ

$= 11.99 + \frac{13.63 - 11.99}{16 - 14} \times 1.4375 = 13.16875$ mm (Hg)

বায়ুর তাপমাত্রা 32.5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ

$= 35.66 + \frac{39.90 - 35.66}{34 - 32} \times 0.5 = 36.72$ mm (Hg)

$\therefore$ রাজশাহীতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$R_2 = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{13.16875}{36.72} \times 100\% = 35.862\%$

$\therefore$ ঢাকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা (41.6%)। সাচ্ছন্দ্যকর আপেক্ষিক আর্দ্রতার সীমার মধ্যে থাকায়, ব্যক্তি ঢাকায় অধিকতর স্বস্তি বোধ করবেন। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৫ দৃশ্যকল্প-১: কোনো একদিন আবহাওয়া রিপোর্টে বরিশালের শিশিরাংক 15.5°C। বায়ুর তাপমাত্রা 25°C এবং 15°C, 16°C ও 25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 12.5×10^{-3} mHg, 13.63×10^{-3} mHg এবং 24×10^{-3} mHg। উক্ত দিনে কুয়াকাটার তাপমাত্রা একই থাকা সত্ত্বেও অস্বস্তিকর ছিল।

দৃশ্যকল্প-২: কোনো একস্থানে হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা 24°C এবং শিশিরাঙ্ক 11.5°C। 24°C, 12°C এবং 11°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 22.38×10^{-3} m, 10.52×10^{-3} m এবং 9.9×10^{-3} m পারদ চাপ। 24°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1.72।

(ক) স্প্রিং ধ্রুবক কাকে বলে? [ঢা. বো. ২১]

(খ) শূন্য কাজ ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২১]

(গ) দৃশ্যকল্প-২ হতে, উক্ত স্থানে সিক্ত বাল্বের পাঠ কত? নির্ণয় কর। [ঢা. বো. ২১; অনুরূপ ব. বো. ২১; দি. বো. ২১; ম. বো. ২১]

(ঘ) দৃশ্যকল্প-১ হতে, বরিশাল ও কুয়াকাটার কোথায় শিশির ও কুয়াশা সৃষ্টির সম্ভাবনা বেশি তা কারণসহ ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

সমাধানঃ

ক কোনো স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তের একক সরণ ঘটালে স্প্রিংটি সরণের বিপরীত দিকে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর সরণ ঘটে তাহলে তাকে কাজ বলে।

$W = \vec{F}.\vec{s} = Fs\cos\theta$

অর্থাৎ, বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশকে কাজ বলে। এখন, বল প্রয়োগ করার ফলে যদি বস্তুর সরণ না হয় অথবা বল প্রয়োগের দিক যদি সরণের উলম্বের দিকে হয় তাহলে কৃতকাজকে শূন্য কাজ বলে।

অর্থাৎ, s = 0 হলে, W = 0 এবং θ = 90° হলে, W = Fscos90° = 0

গ দেওয়া আছে, শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 24°C$ ও শিশিরাঙ্ক, $\theta = 11.5°C$

24°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক, G = 1.72

সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = ?$

আমরা জানি, $G = \frac{\theta_1 - \theta}{\theta_1 - \theta_2} \Rightarrow \theta_1 - \theta_2 = \frac{\theta_1 - \theta}{G}$

$\Rightarrow \theta_2 = \theta_1 - \frac{\theta_1 - \theta}{G} = 24 - \frac{24 - 11.5}{1.72} = 16.73°C$ **(Ans.)**

THE EDUCATIONAL TEAM

ঘ আপেক্ষিক আর্দ্রতা হলো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বিদ্যমান জলীয় বাষ্পের পরিমাণ ও বাতাসে সর্বোচ্চ জলীয় বাষ্পের ধারণক্ষমতার শতকরা অনুপাত। অর্থাৎ, নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় যত বেশি বাতাসে জলীয় বাষ্প থাকবে, তার আপেক্ষিক আর্দ্রতা তত বেশি হবে। অধিক আপেক্ষিক আর্দ্রতা অস্বস্তির সৃষ্টি করে। অন্যদিকে, যদি বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি অর্থাৎ প্রচুর জলীয় বাষ্প থাকে, তখন ঠান্ডা পৃষ্ঠের সংস্পর্শে এলে বাতাস দ্রুত শিশিরাঙ্কে পৌছায়। আবার আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হলে বাতাসের জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হওয়ার সম্ভাবনা বাড়ে, যা কুয়াশা তৈরির অনুকূল পরিবেশ তৈরি করে।

যেহেতু কুয়াকাটায় অস্বস্তিকর পরিবেশ, তাই কুয়াকাটায় আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি, ফলে সেখানের শিশির ও কুয়াশা তৈরির সম্ভাবনা বেশি।

প্রশ্ন ▶ ১৬ কোনো স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 20°C এবং শিশিরাঙ্ক 7.4°C। বায়ুর তাপমাত্রা কমে 16°C হল। 7°C, 8°C এবং 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 7.53 mm, 8.05 mm ও 17.54 mm পারদ চাপ।

(ক) গড়মুক্ত পথ কাকে বলে? [য. বো. ২৩, ২২]

(খ) গ্যাসের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি গ্যাসের পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

(গ) উদ্দীপকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত? [য. বো. ২৩; অনুরূপ: দি. বো. ২৪; চ. বো. ২৩; সি. বো. ২৩; চ. বো. ২২; ব. বো. ২১; ঢা. বো. ১৭]

(ঘ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা অপরিবর্তিত রেখে বায়ুর তাপমাত্রা কমার ফলে শিশিরাঙ্কের পরিবর্তন হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [য. বো. ২৩; অনুরূপ ঢা. বো. ১৭]

সমাধান:

ক পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে অণু যে সরলরৈখিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্ত পথ বলে।

খ গ্যাসের গতিসূত্র হতে পাই, গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির দুই তৃতীয়াংশ। $\therefore P = \frac{2}{3}\frac{E}{V}$

$\Rightarrow E = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT$

$\therefore$ প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}RT$

$\therefore$ অণুগুলোর গড় গতিশক্তি, $\bar{E} = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T$

$\Rightarrow \bar{E} = \frac{3}{2}kT$ [যেখানে k = বোলজম্যান ধ্রুবক] $\therefore \bar{E} \propto T$

গ (8 – 7)°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায় (8.05 – 7.53) mm Hg

$\therefore$ 0.4°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায়

$$= \frac{8.05 - 7.53}{8 - 7} \times 0.4 = 0.208 \text{ mm Hg}$$

$\therefore$ 7.4°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 7.53 + 0.208 = 7.738 mm Hg

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{7.738}{17.54} \times 100\% = 44.11\%$

সুতরাং, উদ্দীপকের ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 44.11%। **(Ans.)**

ঘ আপেক্ষিক আর্দ্রতা অপরিবর্তিত রেখে বায়ুর তাপমাত্রা কমালে শিশিরাঙ্ক পরিবর্তিত হবে। কেননা আপেক্ষিক আর্দ্রতা ধ্রুব রাখতে হলে বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণ কমাতে হবে। অতঃপর তাপমাত্রা হ্রাস করতে হবে।

(20 – 8)°C তাপমাত্রা হ্রাস পাওয়ার ফলে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ হ্রাস পায় (17.54 – 8.05) mm Hg

$\therefore$ 4°C তাপমাত্রা হ্রাস পাওয়ার ফলে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ হ্রাস পায়

$$= \frac{17.54 - 8.05}{20 - 8} \times 4 = 3.16 \text{ mm Hg}$$

$\therefore$ 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 17.54 – 3.16 = 14.38 mm (Hg)

$\therefore R = \frac{f}{F} \times 100\% \Rightarrow 44.11\% = \frac{f}{14.38}$ $\therefore f = 6.342$ mm (Hg)

(8.05 – 7.53) mm সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ হ্রাস পেলে তাপমাত্রা হ্রাস পায় (8 – 7)°C

$\therefore$ (7.53 – 6.342) mm সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ হ্রাস পেলে তাপমাত্রা হ্রাস পায় $= \frac{8 - 7}{8.05 - 7.53} \times (7.53 - 6.342) = 2.29°C$

$\therefore$ নতুন শিশিরাংক = (7 – 2.29)°C = 4.71°C **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ১৭ একদিন কোনো স্থানে একটি হাইগ্রোমিটারে শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 25°C ও 19°C এবং শিশিরাঙ্ক 14.77°C। 15°C, 16°C এবং 25°C এ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 17.54 mm Hg, 19.83 mm Hg এবং 25.21 mm Hg চাপ।

(ক) চার্লসের সূত্রটি লিখ। [চ. বো. ২৩; রা. বো. ২১]

(খ) শীতকালে গায়ের চামড়া শুষ্ক অনুভব হয় কেন? [ম. বো. ২১]

(গ) গ্রেইসারের উৎপাদক নির্ণয় কর। [ম. বো. ২১]

(ঘ) ঐ দিনে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 20% কমে গেলে শিশিরাঙ্কের কীরূপ পরিবর্তন হবে তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২১]

সমাধান:

ক স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C হতে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য 0°C এর আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা 0.00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।

খ শীতকালে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম থাকায় গায়ের চামড়া শুষ্ক হয়ে যায়। শীতকালে বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ অত্যন্ত কম থাকে। ফলে বায়ু শুষ্ক থাকে এবং বাষ্পায়ন দ্রুত ঘটে। ফলে বায়ু যেকোনো স্থান থেকে জলীয় বাষ্প সংগ্রহ করে। দেহের অনাবৃত অংশের অপেক্ষাকৃত কোমল স্থানগুলো থেকে বায়ুমণ্ডল জলীয় বাষ্প টেনে নেয়। এর ফলে শীতকালে গায়ের চামড়া শুষ্ক অনুভব হয়।

গ গ্রেইসারের উৎপাদক,

$$G = \frac{\theta_1 - \theta}{\theta_1 - \theta_2} = \frac{25 - 14.77}{25 - 19} = 1.705$$

দেওয়া আছে,
শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 25°C$
আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 19°C$
শিশিরাঙ্ক, $\theta = 14.77°C$

সুতরাং গ্রেইসারের উৎপাদক 1.705। **(Ans.)**

ঘ $(16-15)°C$ তাপমাত্রা হ্রাস পেলে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ হ্রাস পায় $(19.83-17.54)$ বা, 2.29 mm(Hg)

$\therefore$ 0.23°C তাপমাত্রা হ্রাস পেলে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ হ্রাস পায়

$$= \frac{19.83-17.54}{16-15} \times 0.23 = 0.5267 \text{ mm(Hg)}$$

$\therefore$ 14.77°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ $= 17.54 - 0.5267 = 17.0133$ mm(Hg)

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{17.0133}{25.21} \times 100\% = 67.486\%$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা 20% হ্রাস পেলে, নতুন আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$R_2 = 67.486 - 20$

$\Rightarrow R_2 = 47.486\% \quad \therefore R_2 = \frac{f_2}{F}$

$\Rightarrow f_2 = 47.486\% \times 25.21 = 11.971$ mm(Hg)

2.29 mm(Hg) চাপ পরিবর্তনের জন্য তাপমাত্রার পরিবর্তন হয় 1°C

$\therefore$ (17.54 − 11.971)mm (Hg) চাপ বা 5.569 mm(Hg) চাপ পরিবর্তনের জন্য তাপমাত্রার পরিবর্তন $\left(\frac{1}{2.29} \times 5.569\right)°C = 2.43°C$

$\therefore$ নতুন শিশিরাঙ্ক $= (15 - 2.43)°C = 12.57°C$

$\therefore$ শিশিরাঙ্কের পরিবর্তন হবে $= (14 - 2.43)°C = 2.2°C$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ▸ ১৮ কোনো একটি পরীক্ষণে খাগড়াছড়িতে বায়ুর তাপমাত্রা 28°C শিশিরাঙ্ক 7.8°C পাওয়া গেল। হঠাৎ শৈত্যপ্রবাহের ফলে ঐ স্থানের তাপমাত্রা কমে 14°C হলে। 7°C, 8°C এবং 28°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 7.51, 8.05 এবং 28.35 mm পারদ।

(ক) বন্ধনশক্তি কাকে বলে? [সি. বো. ১৯]

(খ) আকাশ মেঘলা থাকলে শিশির পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর? [য. বো. ২২]

(গ) খাগড়াছড়ির আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করো। [সি. বো. ২৩; অনুরূপ দি. বো. ২৪; য. বো. ২৩, ২১; চ. বো. ২৩, ২২; সি. বো. ২৩; ঢা. বো. ১৭]

(ঘ) তাপমাত্রার পরিবর্তনে উক্ত স্থানের আবদ্ধ বায়ুর শিশিরাঙ্ক একই থাকবে নাকি ভিন্ন হবে? গাণিতিক যুক্তিসহ মতামত দাও। [সি. বো. ২৩]

সমাধানঃ

ক কোনো পদার্থের অণুতে 1 মোল নির্দিষ্ট প্রকৃতির যতগুলো বন্ধন আছে তার সবগুলো ভাঙতে যে পরিমাণ শক্তির প্রয়োজন হয় তার গড় মানকে ওই পদার্থের বন্ধনশক্তি বলে।

খ আকাশ মেঘাচ্ছন্ন হলে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে তাপ বিকিরণ বিঘ্নিত হওয়ায় শিশির পড়ে না।

দিনের বেলা সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘহীন রাতে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে শিশিরাঙ্কে পৌছালে শিশির জমতে শুরু করে। কিন্তু মেঘ তাপরোধী পদার্থ। তাই আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে তাপ বিকিরিত হতে পারে না। ফলে তাপমাত্রা যথেষ্ট কমে শিশিরাঙ্কের নিচে যেতে পারে না এবং শিশির জমে না।

গ $(8-7)°C$ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায় $= (8.05 - 7.51)$ mm Hg

$\therefore$ 0.8°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায়

$$= \frac{8.05-7.51}{8-7} \times 0.8 = 0.432 \text{ mm Hg}$$

$\therefore$ 7.8°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ $= 7.51 + 0.432 = 7.942$ mm Hg

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{7.942}{28.35} \times 100\% = 28.014\% \textbf{ (Ans.)}$$

ঘ তাপমাত্রার পরিবর্তনে ঐ স্থানের শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না। যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভিতরের জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে। সুতরাং শিশিরাঙ্ক নির্ভর করে বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণের উপর। তাপমাত্রা হ্রাস করলে বায়ুর জলীয়বাষ্প ধারণ ক্ষমতা হ্রাস পায়। ফলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। তবে বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের কোনো পরিবর্তন হয় না। কেবল শিশিরাঙ্কে পৌছালে বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্প শিশিররূপে জমতে শুরু করে। বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কে পৌছানোর পূর্বে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণ ধ্রুব থাকে। যেহেতু শিশিরাঙ্ক বায়ুতে অবস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে, তাই তাপমাত্রার পরিবর্তন করলে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হবে না।

প্রশ্ন ▸ ১৯ কোনো নির্দিষ্ট দিনে একটি বদ্ধ ঘরের ভিতরে রক্ষিত একটি হাইগ্রোমিটারের শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্বের পাঠ যথাক্রমে 25°C ও 20°C। একই সময়ে ঘরের বাইরের তাপমাত্রা 15°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70%। 14°C, 16°C ও 18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 11.99 mm Hg, 13.63 mm Hg ও 15.48 mm Hg, 25°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক 1.70।

(ক) বাষ্পায়ন কী? [ঢা. বো. ২৫]

(খ) গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে তাপমাত্রা ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৪]

(গ) ঘরের ভিতরে শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। [চ. বো. ২৪; অনুরূপ দি. বো. ২৪; রা. বো. ২৪, ২২; ব. বো. ২৩; ঢা. বো. ২২; কু. বো. ২২, ২১; য. বো. ২২; রা. বো. ২১; চ. বো. ২১; সম্মিলিত ১৮; সি. বো. ১৭]

(ঘ) ঘরের জানালা খুলে দিলে জলীয় বাষ্প কোনদিকে প্রবাহিত হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [চ. বো. ২৪]

সমাধানঃ

ক কোনো তরলের উপরিভাগ থেকে অণুগুলো পর্যাপ্ত শক্তি পেয়ে গ্যাসে রূপান্তরিত হওয়ার প্রক্রিয়াকে বাষ্পায়ন বলে।

খ গ্যাসের অণুর গতিশীলতার জন্য তাপ উৎপন্ন হয়। এটি হলো গ্যাসের অণুর গতিতত্ত্ব। গ্যাসের অণুগুলো সতত সঞ্চারণশীল। তাদের গতিবেগ শূন্য হতে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত হতে পারে। অর্থাৎ গ্যাসের শক্তিই গতিশক্তি।

আবার, আমরা জানি, $E_k = \frac{3}{2}kT$ [যেখানে বোল্টজম্যান ধ্রুবক = k]

$\therefore E_k \propto T$

ফলে তাপমাত্রা বাড়ালে গতিশক্তি বাড়ে এবং তাপ অপসারণ করলে অণুগুলোর গড় গতিশক্তি হ্রাস পায়। অর্থাৎ গ্যাসের গতিতত্ত্ব তাপমাত্রার সাথে সম্পর্কিত।

গ দেওয়া আছে, শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 25°C$

সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 20°C$

25°C তাপমাত্রায় গ্লেইসিয়ারের উৎপাদক, $G = 1.70$

শিশিরাঙ্ক, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2) = 25 - 1.70(25-20) = 16.5°C$ **(Ans.)**

ঘ ঘরের ভেতরে, $(18-16)°C = 2°C$ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি $= (15.48 - 13.63)$ mm (Hg)

$$\therefore 0.5°C \text{ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি} = \frac{15.48-13.63}{2} \times 0.5 = 0.4625 \text{ mm (Hg)}$$

$\therefore$ শিশিরাঙ্কে (16.5°C) সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পচাপ,

$f_1 = 13.63 + 0.4625$ mm (Hg) $= 14.0925$ mm (Hg)

ঘরের বাইরে–

$$15°C \text{ এ সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পচাপ, } F = \frac{(13.63-11.99)}{2} + 11.99 \text{ mm (Hg)} = 12.81 \text{ mm (Hg)}$$

$\therefore$ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপ, $f_2 = R \times F = 0.7 \times 12.81 = 8.967$ mm (Hg)

শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপই বায়ুর তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্পচাপ। $f_1 > f_2$ হওয়ায় ঘরের ভেতরে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের চাপ বাইরের চেয়ে বেশি। তাই জানালা খুলে দিলে জলীয়বাষ্প ঘরের ভেতর থেকে বাইরের দিকে প্রবাহিত হবে।

প্রশ্ন ▶ ২০ কোন একদিন দুপুরের তাপমাত্রা 30°C এবং আর্দ্রতা 80%। হেলেন বাসায় AC চালু করায় তাপমাত্রা 21°C নেমে এল। সেদিন শিশিরাঙ্ক ছিল 9.5°C। [30°C, 21°C, 9°C ও 10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 28.02 mm, 20.35 mm, 8.91 mm ও 9.2 mm Hg.]

(ক) বাস্তব গ্যাস কী? [ব. বো. ২২]

(খ) আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্ক কমে না বাড়ে? ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২২]

(গ) তাপমাত্রা নেমে আসায় বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হয়? নির্ণয় কর। [ম. বো. ২২]

(ঘ) হেলেন AC চালু করায় আরাম বোধ করবে কেন? গাণিতিক ব্যাখ্যা কর। [অনুরূপ ঢা. বো. ২৩, ২২, ২১; দি. বো. ২৪, ১৯; য. বো. ২৩, ২২, ২১; চ. বো. ২৩, ২২, ২১; সি. বো. ২৩; রা. বো. ২২, ২১, ১৭; কু. বো. ২২, ২১; ম. বো. ২২; ব. বো. ২১; সম্মিলিত ১৮]

সমাধান:

ক যে গ্যাস বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে না তাকে বাস্তব গ্যাস বলে।

খ আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হয় না কারণ শিশিরাঙ্ক তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে না।

যে তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে। শিশিরাঙ্ক বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা কমতে কমতে শিশিরাঙ্কে যাওয়া পর্যন্ত যদি বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণের কোনো পরিবর্তন না হয় তবে শিশিরাঙ্ক পরিবর্তিত হবে না। আবার, তাপমাত্রা বাড়ালেও জলীয়বাষ্পের ধারণ ক্ষমতা বাড়বে। কিন্তু বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণের কোনো পরিবর্তন হবে না। তাই আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধি করলেও শিশিরাঙ্ক স্থির থাকে।

গ 30°C তাপমাত্রা বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের চাপ,

$$f = RF = 80\% \times 28.02 = 22.416 \text{ mm (Hg)}$$

আবার, 21°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 20.35 mm (Hg)

$\therefore$ ঘনীভূত জলীয়বাষ্পের পরিমাণ $= \frac{22.416 - 20.35}{22.416} \times 100\%$

$= 9.216\%$

সুতরাং, বায়ুস্থ জলীয়বাষ্পের 9.216% ঘনীভূত হয়। **(Ans.)**

ঘ (10 – 9)°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায় (9.2 – 8.91) mm

$\therefore$ 0.5°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি পায়

$$= \frac{9.2 - 8.91}{10 - 9} \times 0.5 = 0.145 \text{ mm (Hg)}$$

$\therefore$ 9.5°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ = 8.91 + 0.145 = 9.055 mm (Hg)

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{9.055}{20.35} \times 100\% = 44.5\% < 80\%$

হেলেন AC চালু করায় ঘরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা হ্রাস পায়, এজন্য AC চালু করায় সে আরামবোধ করবে। **(Ans.)**

প্রশ্ন ▶ ২১ এসি চালু করার পূর্বে একটি আবদ্ধ ঘরে কোনো একদিন শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের পাঠ 30°C ও 28°C পাওয়া গেল। কিন্তু ঘরটিতে আরামদায়ক অবস্থায় রাখতে তাপমাত্রা 24°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% থাকা প্রয়োজন। 30°C এ রাখতে গ্লেসিয়ারের উৎপাদক 1.65 এবং 24°C, 26°C, 28°C এবং 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 22.38 mm Hg, 25.21 mm Hg, 28.35 mm Hg ও 31.83 mm Hg।

(ক) সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক কাকে বলে? [ব. বো. ২১]

(খ) গ্যাসের অণুগুলোর শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

(গ) এসি চালু করার পূর্বে ঘরটিতে শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। [অনুরূপ ঢা. বো. ২৪, ২২; দি. বো. ২৪; রা. বো. ২৪, ২৩, ২২, ২১; কু. বো. ২২, ২১; য. বো. ২২; চ. বো. ২১; সম্মিলিত ১৮; সি. বো. ১৭]

(ঘ) এসি চালু করে ঘরটিতে জলীয় বাষ্পচাপের কীরূপ পরিবর্তন করলে ঘরটি আরামদায়ক অবস্থায় আসবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [রা. বো. ২৪]

সমাধান:

ক স্থিরচাপে একমোল পরিমাণ কোন আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা 1 K বৃদ্ধি করতে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে।

খ গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য অনুযায়ী, অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে বা পাত্রের দেয়ালের সাথে ধাক্কা খাওয়ার সময় ব্যতীত এদের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ ক্রিয়া করে না। আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল না থাকায় এদের মধ্যে কোনো বিভবশক্তি সৃষ্টি হয় না। আবার স্বীকার্য অনুযায়ী, অণুগুলো সবসময় বিভিন্ন দিকে বিক্ষিপ্তভাবে ছুটে বেড়ায়। ফলে অণুগুলো পরস্পরের সাথে ও পাত্রের দেয়ালে ধাক্কা খায়। সুতরাং অণুগুলির মধ্যে গতিশক্তি বিদ্যমান। যেহেতু, বিভবশক্তি না থাকায় গ্যাসের অণুগুলোর শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি।

গ দেওয়া আছে, শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 30°C$

সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 28°C$

25°C তাপমাত্রায় গ্লেইসিয়ারের উৎপাদক, G = 1.65

আমরা জানি, শিশিরাঙ্ক, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$= 30 - 1.65(30 - 28) = 26.7°C$ **(Ans.)**

ঘ 'গ' হতে পাই, শিশিরাঙ্ক 26.7°C (28 – 26)°C = 2°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি = (28.35 – 25.21) mm (Hg)

$\therefore$ 0.7°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে চাপ বৃদ্ধি $= \frac{28.35 - 25.21}{2} \times 0.7$

$= 1.099$ mm (Hg)

$\therefore$ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পচাপ, $f_1 = 25.21 + 1.099$

$= 26.309$ mm (Hg)

$\therefore$ এসি চালু করার পূর্বে ঘরে জলীয়বাষ্পের চাপ 26.309 mm (Hg)

এসি চালু করার পর, $R = \frac{f_2}{F} \Rightarrow f_2 = 0.6 \times 22.38 = 13.428$ mm (Hg)

$\therefore$ ঘরে জলীয়বাষ্প হ্রাস করতে হবে $= \frac{f_1 - f_2}{f_1} \times 100\%$

$$= \frac{26.309 - 13.428}{26.309} \times 100\% = 48.96\%$$

সুতরাং এসি চালু করে ঘরটিতে জলীয় বাষ্প 48.96% হ্রাস করলে ঘরটি আরামদায়ক অবস্থায় আসবে।

প্রশ্ন ▶ ২২ শুষ্ক এবং আর্দ্র বাল্ব হাইগ্রোমিটারের তাপমাত্রা যথাক্রমে 30°C এবং 28°C। 30°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদকের মান 1.65। 18°C, 26°C, 28°C এবং 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 15.48 mm, 25.25 mm, 28.45 mm এবং 31.85 mm পারদ চাপ।

(ক) আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? [দি বো., রা. বো. ২৫; ব. বো. ২৪; রা. বো. ২৩, ১৯; সি. বো. ২১; ম. বো. ২১; দি. বো. ১৭]

(খ) ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 6 অথবা 7– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]

(গ) উদ্দীপক অনুসারে আপেক্ষিক আর্দ্রতা হিসাব কর। [দি. বো. ২৫]

(ঘ) যদি দিনের তাপমাত্রা কমে 18°C হয়, তবে ঘনীভূত পানির শতকরা পরিমাণ আপেক্ষিক আর্দ্রতার সমান হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দি. বো. ২৫]

সমাধান:

ক যে সকল গ্যাস গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ মেনে চলে এবং সকল তাপমাত্রায় ও চাপে বয়েল ও চার্লস-এর সূত্র যুগ্মভাবে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস (Ideal gas) বলে।

ঘ ত্রি-পরমাণুক গ্যাস অণু দুইভাবে সজ্জিত থাকতে পারে। যেমন মাঝখানে একটি এবং দু'পাশে দুটি বা ত্রিভুজের তিন কোণে তিনটি। এদের মোট স্বাধীনতার মাত্রা নির্ধারিত হয় এর স্থানান্তর ঘূর্ণন ও কম্পন স্বাধীনতা দ্বারা। সরলরৈখিক ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে 3 টি স্থানান্তর ও 2 টি ঘূর্ণন স্বাধীনতা সক্রিয় থাকে, ফলে স্বাধীনতার মাত্রা হয় 5। তবে উচ্চ তাপমাত্রায় কম্পন স্বাধীনতাও যুক্ত হয়ে এটি 7 এ উন্নীত হয়। অপরদিকে, অসরলরৈখিক ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে 3 টি স্থানান্তর ও 3 টি ঘূর্ণন স্বাধীনতা বিদ্যমান থাকায় এর স্বাধীনতার মাত্রা হয় 6।

সুতরাং, গ্যাস অণুর গঠন ও তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 6 অথবা 7 হতে পারে।

গ দেওয়া আছে,

শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_1 = 30°C$; আর্দ্র বাল্বের তাপমাত্রা, $\theta_2 = 28°C$

গ্লেইসারের উৎপাদক, $G = 1.65$

শিশিরাঙ্ক $= \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$

$= 30 - 1.65(30 - 28) = 26.7$

$(28 - 26) = 2°C$ তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি $= (28.45 - 25.25) = 3.2$ mmHg

$1°C$ তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি $= \frac{3.2}{2}$ mmHg

$0.7°C$ তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বৃদ্ধি

$= 1.6 \times 0.7$

$= 1.12$ mmHg

$\therefore$ শিশিরাঙ্ক তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, $f = (25.25 + 1.12)$

$= 26.37$ mmHg

বাতাসের তাপমাত্রায় $(30°C)$ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, $F = 31.85$ mmHg

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{26.37}{31.85} \times 100\%$

$= 82.79\%$ **(Ans.)**

ঘ তাপমাত্রা কমে $18°C$ হওয়ার পর,

বাতাসে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের চাপ, $f = 26.37$ mmHg

$18°C$ তাপমাত্রায় বাতাসে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ,

$f = 15.98$ mmHg (প্রদত্ত)

$\therefore$ ঘনীভূত পানির শতকরা পরিমাণ $= \frac{f - F}{f} \times 100\%$

$= \frac{26.37 - 15.48}{26.37} \times 100\%$

$= 41.29\%$

$\therefore$ ঘনীভূত পানির শতকরা পরিমাণ, আপেক্ষিক আর্দ্রতার সমান নয়।

সৃজনশীল অংশ (Practice)

প্রিয় পরীক্ষার্থী, তোমাদের জন্য এ অধ্যায়ে পরীক্ষায় আসার মতো সকল টাইপের সৃজনশীল প্রশ্ন বিগত বছরগুলোর বোর্ড পরীক্ষা এবং বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ কলেজের প্রশ্ন অ্যানালাইসিস করে ইতোমধ্যে পূর্ণাঙ্গভাবে কভার করে দেওয়া হয়েছে। অধিকতর প্র্যাকটিসের জন্য আরো কিছু প্রশ্ন যোগ করা হলো যার সমাধান তোমরা QR কোডে স্ক্যান করে দেখতে পারবে।

১ রনি এবং মনি ল্যাবরেটরিতে হাইগ্রোমিটার এবং থার্মোমিটার ব্যবহার করে যথাক্রমে শিশিরাঙ্ক $10.5°C$ এবং বায়ুর তাপমাত্রা $19.4°C$ পেলো। এছাড়া তারা রেনোর তালিকা থেকে বিভিন্ন তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ পেলো।

তাপমাত্রা (°C)	চাপ (mm HgP)	তাপমাত্রা (°C)	চাপ (mm HgP)
10	9.2	19	16.5
11	9.9	20	17.7

(গ) উক্ত দিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [উত্তর: 56.24%]

(ঘ) যদি বায়ু চাপ 756 mm HgP হয় তবে উপরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা ব্যবহার করে শুষ্ক বায়ুর চাপ নির্ণয় করা সম্ভব কি? –যাচাই কর। [উত্তর: সম্ভব]

২ একটি 1 L কনটেইনারে অক্সিজেন গ্যাসের 10^{25} টি অণু আবদ্ধ আছে। অক্সিজেন অণুর ভর 5.3×10^{-23} gm যেখানে, প্রতিটি অণুর ব্যাস 2 Å এবং RMS বেগ 9×10^4 cms^{-1}।

(গ) গ্যাসের চাপ নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.431×10^8 Pa]

(ঘ) ম্যাক্সওয়েল এবং বোলজম্যানের মধ্যে কোন ক্ষেত্রে প্রতি সেকেন্ডে সংঘটিত সংঘর্ষের সংখ্যা বেশি? –গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও।
[উত্তর: ম্যাক্সওয়েলের ধাক্কার সংখ্যা 1.6×10^{12} টি এবং বোলজম্যানের 1.50×10^{12} টি। অতএব ম্যাক্সওয়েলের ধাক্কার সংখ্যার বেশি হবে।]

৩ 60 m গভীরতার হ্রদের তলদেশ থেকে একটি বুদবুদ পানির উপরিভাগে উঠে আসলে এর আয়তন পাঁচগুণ হয়। ঐ দিনের বায়ুর তাপমাত্রা 26° C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। 20° C, 22° C এবং 26° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17.54, 19.8 এবং 25.21 mm পারদ চাপ। (বায়ুর চাপ 10^5 Pa)

(গ) ঐ দিনের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। [উত্তর: 17.86°C]

(ঘ) হ্রদের পানির তলদেশে এবং উপরিতলে বুদবুদের গ্যাসের rms বেগ এবং গতিশক্তির তুলনা কর এবং তোমার উত্তরের পক্ষে মন্তব্য কর। [উত্তর: 1.173 গুণ এবং 1.376 গুণ]

৪ 4×10^4 Nm^{-2} চাপে 2 kg ভরের O_2 গ্যাস একটি পাত্রে রাখা আছে। গ্যাসটির ঘনত্ব 8 kgm^{-3}।

(গ) উদ্দীপকের গ্যাসের ঘূর্ণনজনিত শক্তির মান নির্ণয় কর। [উত্তর: 10^5 J]

(ঘ) কোন তাপমাত্রায় গ্যাস অণুর মূল গড় বর্গ বেগের মান পৃথিবী হতে মুক্তিবেগের মানের সমান হবে? –গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: 160936.57 K]

৫ একটি সিলিন্ডার 30° C তাপমাত্রায় 15 atm চাপে 30 L O_2 গ্যাস ধারণ করে। কিছু পরিমাণ গ্যাস অপসারণ করায় তাপমাত্রা ও চাপ 17° C ও 11 atm এ নেমে আসে। O_2-এর গড় মুক্তপথ 9.5×10^{-6} cm।

(গ) শুরুতে O_2 গ্যাসের পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময় নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.95×10^{-10} s]

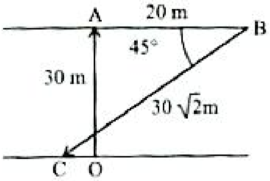
(ঘ) কিছু পরিমাণ O_2 গ্যাস অপসারণের পর অবশিষ্ট ও অপসারিত মোলসংখ্যা নির্ণয় করা সম্ভব কি? গাণিতিকভাবে মতামত দাও। [উত্তর: অপসারিত মোলসংখ্যা হবে 4.2316 mol]

৬ কোনো স্থানে ঘরের বাইরের তাপমাত্রা 40°C, বায়ুমন্ডলের চাপ 1 atm P এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50%। ঘরের ভিতরে রাখা আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে শুষ্ক ও সিক্ত বাল্বের পাঠ যথাক্রমে 34°C এবং 26°C। 40°C, 34°C, 22°C ও 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 55.32 mm HgP, 39.90 mm HgP, 19.83 mm HgP এবং 17.54 mm HgP। 32°C ও 33°C তাপমাত্রায় গ্লেইসিয়ার এর উৎপাদক যথাক্রমে 1.63 ও 1.62।

(গ) **ঘরের বাইরের শুষ্ক বায়ুর চাপ কত?** [উত্তর: 732.34 mn Hg]

(ঘ) **ঘরের জানালা খুলে দিলে জলীয় বাষ্প কোন দিকে প্রবাহিত হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: বাইরে থেকে ভিতরে]

৭ রাফসান 30 m গভীর একটি হ্রদের তলদেশ থেকে 1 লিটার আয়তনের একটি ফোলানো বেলুন নিয়ে OA বরাবর হ্রদের পৃষ্ঠে উঠে আসে। হ্রদের পৃষ্ঠে বেলুনটি ফেটে যাবার উপক্রম হয়। সে বেলুনটিকে সাবধানে A থেকে B অবস্থানে নিয়ে আবার হ্রদের তলদেশে চলে যায় এবং C বিন্দুতে পৌছায়। হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমন্ডলের চাপ 10^5 Nm^{-2}।



(গ) **উদ্দীপকের হ্রদের তলদেশে রাফসানের মোট সরণ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 10 m]

(ঘ) **উদ্দীপকের বেলুনটির সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা সম্পর্কে গাণিতিক যুক্তিসহ তোমার মতামত দাও।** [উত্তর: 3.94 L]

৮ 98 gm ভরের হিলিয়াম গ্যাস দ্বারা পূর্ণ একটি সিলিন্ডারের আয়তন 5 m^3 এবং অভ্যন্তরের তাপমাত্রা 27° C। অপর একটি অর্ধেক আয়তনের কোনো সিলিন্ডার পূর্ণ অজানা গ্যাসের একই তাপমাত্রায় মূল গড় বর্গ বেগ হিলিয়াম গ্যাসের $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গুণ।

(গ) **হিলিয়ামপূর্ণ গ্যাস সিলিন্ডারের অভ্যন্তরের চাপ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 12221.58 Pa]

(ঘ) **অজানা গ্যাসটির পরিচয় উদ্দীপকের আলোকে গাণিতিকভাবে যাচাই কর।** [উত্তর: বেরিলিয়াম]

৯ 56 gm নাইট্রোজেন গ্যাস পূর্ণ একটি বুদবুদ, একটি হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠে আসার ফলে এর ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ হয়ে যায়। বায়ুমন্ডলীয় চাপ 10 m উচ্চতার পানির চাপের সমান। [g = 9.8 ms^{-2}]

(গ) **তাপমাত্রা ধ্রুব বিবেচনা করে হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর।** [উত্তর: 70 m]

(ঘ) **পৃষ্ঠে 27° C তাপমাত্রায় 100 cm^3 আয়তনের নাইট্রোজেন গ্যাস দ্বারা কতগুলো বেলুন পূর্ণ করা যাবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।** [উত্তর: 509 টি]

১০ মাতারবাড়ি গভীর সমুদ্র বন্দরে জাহাজ চলাচলের জন্য পানির ন্যূনতম গভীরতা প্রয়োজন 30 m। গভীরতার পরীক্ষায় ডুবুরি 1 mol অক্সিজেন গ্যাস ভর্তি একটি বেলুন পানির তলদেশে নেওয়ায় বেলুনের ব্যাস অর্ধেক হয়। পানির ঘনত্ব 1040 kgm^{-3} এবং বায়ুর চাপ 1.013×10^5 Nm^{-2}।

(গ) **স্বাভাবিক তাপমাত্রায় সমুদ্রের পৃষ্ঠে বেলুনের গ্যাসের মূল গড় বর্গবেগ নির্ণয় কর।** [উত্তর: 461.2878 ms^{-1}]

(ঘ) **উল্লিখিত বন্দরে জাহাজ চলাচলে কোনো সমস্যা হবে কী? গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।** [উত্তর: সমস্যা হবে না।]

১১ কোনো স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 28° C, বায়ুর চাপ 758 × 10^{-3} m পারদ চাপ এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 45%। 15° C, 16° C এবং 28° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 12.76 × 10^{-3} m, 14.50 × 10^{-3} m এবং 28.35 × 10^{-3} m পারদ চাপ।

(গ) **ঐ স্থানে শুষ্ক বায়ুর চাপ কত?** [উত্তর: 745.2425× 10^{-3} m Hg]

(ঘ) **ঐ দিনে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 10% কমে গেলে শিশিরাঙ্কের কেমন পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।** [উত্তর: হ্রাস পাবে।]

১২ 100° C তাপমাত্রা ও চাপে 2 gm হিলিয়াম গ্যাস রাখা হলো। একই পরিমাণ হিলিয়াম গ্যাস অপর একটি সিলিন্ডারে STP তে রাখা হলো।

(গ) **দ্বিতীয় সিলিন্ডারে গ্যাসের আয়তন বের কর।** [উত্তর: 0.0112 m^3]

(ঘ) **সিলিন্ডার দুটিতে গ্যাসের গতিশক্তি ভিন্ন হবে– গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক যুক্তির সপক্ষে মতামত দাও।** [উত্তর: গতিশক্তি ভিন্ন হবে।]

১৩ দুটি আবদ্ধ পাত্র A ও B এ একই পরিমাণ ভরের যথাক্রমে হাইড্রোজেন ও অজানা গ্যাস আবদ্ধ করে রাখা আছে। 300 K তাপমাত্রায় A এর আয়তন B এর আয়তনের অর্ধেক এবং পাত্রদ্বয়ের চাপের অনুপাত 64 : 2।

(গ) **উদ্দীপকে 1 mole হাইড্রোজেন গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর।** [উত্তর: 6235.5 J]

(ঘ) **উদ্দীপকে অজানা গ্যাসটি কি হতে পারে তার সপক্ষে গাণিতিক যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।** [উত্তর: অক্সিজেন]

১৪

দিন	বায়ুর তাপমাত্রা	আপেক্ষিক আর্দ্রতা	সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ
শনিবার	30° C	75%	38.16 mm HgP
রবিবার	25° C	60%	26.21 mm HgP

কোনো এক স্থানে ঐ দুই দিনের সন্ধ্যার তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে 15° C হলো। 15° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ 12.40 mm HgP।

(গ) **শনিবার বাতাসে উপস্থিত জলীয় বাষ্পচাপ কত?** [উত্তর: 28.62 mm Hg]

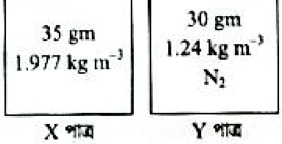
(ঘ) **বায়ুস্থ জলীয় বাষ্পের ঘনীভূত অংশের পরিমাণ কোনদিন বেশি হবে?** [উত্তর: শনিবার]

১৫ চলমান তীব্র তাপদাহে একটি অফিসে এসি চালিয়ে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 40% রাখার ব্যবস্থা করা হয়। কিন্তু একদিন যান্ত্রিক গোলযোগ দেখা দেয়। ঐ দিন শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটার পাঠ নিচ্ছে যথাক্রমে 23° C এবং 15.8° C; (গ্লেইসার উৎপাদক 23° C এ 1.74) 10° C, 11° C এবং 23° C-এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 9.2, 9.86 এবং 21.105 mm Hg।

(গ) **ঐ দিনের শিশিরাঙ্ক কত ছিল?** [উত্তর: 10.47°C]

(ঘ) **ঐ দিন অফিসের কর্মকর্তাগণ কোনো অসুবিধা বোধ করেছেন কিনা? বিশ্লেষণের মাধ্যমে বুঝিয়ে দাও।** [উত্তর: অসুবিধা বোধ করেননি।]

১৬ একজন শিক্ষার্থী X পাত্রে অজানা গ্যাস ও Y পাত্রে N_2 গ্যাস নিয়ে N.T.P-তে গবেষণাগারে পরীক্ষা করে ধারণা করল যে, "উভয় পাত্রে গ্যাসের অণুর গতিশক্তি ভিন্ন হলেও গড় গতিশক্তি সমান হতে পারে।"



(গ) **X পাত্রের অজানা গ্যাসটি শনাক্ত কর।** [উত্তর: ওজোন (O_3)]

(ঘ) **উদ্দীপকের উক্ত শিক্ষার্থীর ধারণাটি সঠিক ছিল কিনা? গাণিতিকভাবে মতামত দাও।** [উত্তর: ধারণা সঠিক ছিলনা।]

১৭ 2 cm^3 আয়তনের দুটি অভিন্ন পাত্র A ও B। A পাত্রে O_2 ও B পাত্রে N_2 নিয়ে যথাক্রমে 3 × 10^5 Nm^{-2} এবং 3.66 × 10^5 Nm^{-2} চাপ পাওয়া গেল।

(গ) **A পাত্রে গ্যাসের গতিশক্তি কত?** [উত্তর: 1.5 J]

(ঘ) **পাত্র A ও পাত্র B-এর মধ্যে কোনটি বেশি উত্তপ্ত হবে– গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।** [উত্তর: B পাত্রের গ্যাস।]

১৮ একজন আবহাওয়াবিদ শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব আর্দ্রতামাপক হাইগ্রোমিটার ব্যবহার করে ঢাকা ও চট্টগ্রামের তথ্য কোনো একদিন একই সময়ে নিম্নলিখিত ছকে রেকর্ড করলেন।

স্থান	শুষ্ক বাল্বের পাঠ (° C)	সিক্ত বাল্বের পাঠ (° C)	বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক
ঢাকা	32	23	1.63
চট্টগ্রাম	28	22	1.67

17° C, 18° C, 28° C ও 32° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 14.56, 15.48, 28.35 ও 35.36 mm পারদ।

(গ) চট্টগ্রামের শিশিরাঙ্ক বের কর। [উত্তর: 17.98°C]

(ঘ) কোন অঞ্চলের মানুষ বেশি অস্বস্তিবোধ করবেন? আপেক্ষিক আর্দ্রতার ভিত্তিতে তোমার মতামত ব্যক্ত কর। [উত্তর: চট্টগ্রাম অঞ্চলের মানুষ]

১৯ 270 m^3 আয়তনের একটি কক্ষের বাতাসের তাপমাত্রা 33° C। এয়ারকুলার ব্যবহার করে কক্ষের তাপমাত্রা 20° C এ নামিয়ে আনা হলো।

(গ) উদ্দীপকে বর্ণিত বাতাসের একটি অণুর গড় গতিশক্তি হ্রাসের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উত্তর: 0.449×10^{-21} J]

(ঘ) কক্ষের চাপ ঠিক রাখতে হলে বাতাস ঘরে প্রবেশ করবে না-কি বের হবে– গাণিতিক বিশ্লেষণসহ ব্যাখ্যা কর।

[উত্তর: চাপ ঠিক রাখতে পূর্বের বাতাসের আরো 4.436% বাতাস ঘরে প্রবেশ করবে।]

২০ কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 22° C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। 12° C ও 22° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 10.5×10^{-3} m এবং 19.8×10^{-3} m। ২য় ক্ষেত্রে বায়ুর তাপমাত্রা কমে 12° C হলো।

(গ) উদ্দীপকে বায়ুর শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। [উত্তর: 11.983°C]

(ঘ) তাপমাত্রা কমে 12° C হওয়ায় বায়ুর জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হবে কি-না– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: 11.616% ঘনীভূত হবে।]

২১ Mr 'X' তার কলেজ ল্যাবে স্থাপিত একটি হাইগ্রোমিটার যন্ত্রে আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠ পেল যথাক্রমে 17° C ও 21° C এবং শিশিরাঙ্ক পেল 13.7° C। 10° C, 11° C, 13° C ও 21° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ যথাক্রমে 15.61 mm, 16.54 mm, 17.32 mm ও 19.78 mm পারদ চাপ।

(গ) উদ্দীপক হতে ঐ দিনের বায়ুর তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক নির্ণয় কর। [উত্তর: 1.825]

(ঘ) ঐ দিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 10% কমে গেলে Mr 'X' শিশিরাঙ্কের কিরূপ পরিবর্তন দেখেছিল তার গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। [উত্তর: 3.7°C হ্রাস পাবে]

২২ নুসরাত একটি সিলিন্ডারে 25° C তাপমাত্রায় 1 মোল অক্সিজেন নিয়ে কাজ শুরু করল। পরবর্তীতে প্রয়োজন হবে বলে সে আরো কিছু অক্সিজেন প্রবেশ করালো। এতে গ্যাসের তাপমাত্রা বেড়ে 37° C হলো এবং চাপ 1.5 গুণ হলো। সে সিলিন্ডারে আরো 2 gm অক্সিজেন প্রবেশ করাতে চাইলো। কিন্তু শেষোক্ত তাপমাত্রা ও চাপে সিলিন্ডারে সর্বাধিক 50 gm অক্সিজেন রাখা যাবে।

(গ) নুসরাতের সিলিন্ডারের প্রাথমিক অবস্থায় গ্যাস অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ কত ছিল? [উত্তর: 481.9 ms^{-1}]

(ঘ) সর্বশেষ পরিমাণের গ্যাস সিলিন্ডারে প্রবেশ করাতে পারবে কি-না- গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর। [উত্তর: পারবে]

২৩ প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে কোনো গ্যাসের ঘনত্ব 1.4 kgm^{-3}। ঐ গ্যাসের একটি বুদবুদ 91 m গভীরতা সম্পন্ন লেকের তলদেশ থেকে উপরিতলে আসলো। লেকের উপরিপৃষ্ঠের বায়ুর চাপ 76 cmHg।

(গ) উদ্দীপকের গ্যাসের অণুর গড় বর্গ বেগের বর্গমূল মান নির্ণয় কর। [উত্তর: 465.97 ms^{-1}]

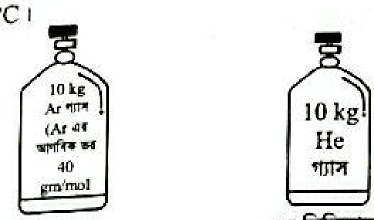
(ঘ) লেকের উপরিতলে আসায় বুদবুদের আয়তনের পরিবর্তন গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: 9.8 গুণ হবে।]

২৪ A স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 30° C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। B স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা ও শিশিরাঙ্ক যথাক্রমে 32° C ও 22.8° C। 32° C, 30° C, 22° C, 20° C ও 18° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ যথাক্রমে 36.3 mm, 34.8 mm, 24.5 mm, 21.5 mm ও 20.6 mm পারদ চাপ।

(গ) A স্থানের শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর। [উত্তর: 18.622°C]

(ঘ) A ও B স্থানের মধ্যে ভ্রমণের জন্য কোনটি অধিক উপযোগী? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: A স্থান]

২৫ কর্ণফুলী নদীর তলদেশে নির্মানাধীন টিউব টানেল, সড়ক যোগাযোগের এক নতুন দিগন্ত। সেখানে ঝালাই কাজে ব্যবহৃত দুই ধরনের গ্যাস সিলিন্ডারের গায়ে লেখা তথ্য দেখে ইঞ্জিনিয়ার নিধি বললো, ১ম সিলিন্ডারের গ্যাসীয় কণাগুলো ২য়টির তুলনায় বেশি বেগে ছুটাছুটি করছে। প্রত্যেক সিলিন্ডারের আয়তন 10×10^{-3} m^3 এবং তাপমাত্রা 27°C।



১ম সিলিন্ডার ২য় সিলিন্ডার

(গ) ১ম সিলিন্ডারের গ্যাসের চাপ নির্ণয় কর। [উত্তর: 62.355×10^6 Nm^{-2}]

(ঘ) নিধির মন্তব্য সঠিক ছিলো কী? গাণিতিকভাবে বুঝিয়ে দাও। [উত্তর: সঠিক ছিলনা]

২৬ একটি 50 m গভীর হ্রদের তলদেশের পানির তাপমাত্রা 12°C। 4 লিটার অক্সিজেন গ্যাস ভর্তি বেলুনকে পৃষ্ঠ থেকে হ্রদের তলদেশে নিয়ে তাতে আরও 2 লিটার গ্যাস ভর্তি করা হলো এবং বেলুনটি সর্বোচ্চ 15 লিটার গ্যাস ধারণ করতে পারে। হ্রদের পৃষ্ঠদেশে বায়ুর চাপ 1.01×10^5 Pa এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g = 9.8 ms^{-2}। হ্রদের পৃষ্ঠে বেলুনের মধ্যে অক্সিজেনের মূল গড় বর্গবেগের মান 483.44 ms^{-1} (পানির ভিতরের সকল অবস্থানের তাপমাত্রা সমান বিবেচনা কর)

(গ) 4 লিটার অক্সিজেন গ্যাস ভর্তি বেলুনে গ্যাসের গতিশক্তি কত? [উত্তর: 1.01×10^3 J]

(ঘ) হ্রদের তলদেশ থেকে পৃষ্ঠদেশে আসার আগেই বেলুনটি ফেটেছিলো কিনা তা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। [উত্তর: ফেটেছিল]

২৭ কোন একটি CNG গ্যাস চালিত যানবাহনের 0.5 m^3 আয়তনের সিলিন্ডারে 27°C তাপমাত্রায় CNG গ্যাস সরবরাহ করায় সিলিন্ডারে গ্যাসের চাপ 7.5×10^5 Nm^{-2} হলো। যানবাহনটি 1 ঘণ্টা চলার পর গ্যাসের চাপ কমে 6.25×10^5 Nm^{-2} হলো। সিলিন্ডারের সহনীয় তাপমাত্রা 600 K।

(গ) উদ্দীপকের যানবাহনটি এক ঘণ্টা চললে কি পরিমাণ জ্বালানি গ্যাস ব্যবহৃত হবে নির্ণয় কর। [উত্তর: 25.058 mol]

(ঘ) যানবাহনটি এক ঘণ্টা চলার পর কী পরিমাণ জ্বালানি উক্ত সিলিন্ডারে নেয়া যাবে, যাতে সিলিন্ডার বিস্ফোরিত না হয়? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: 0.7 m^3]

২৮ 25°C তাপমাত্রায় ও 2 atm চাপে 5 L আয়তনের একটি সিলিন্ডারে N_2 গ্যাস আছে।

(গ) গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় রৈখিক গতিশক্তি কত? [উত্তর: 6.168×10^{-21} J]

(ঘ) গ্যাসটির মোট আণবিক গতিশক্তি নির্ণয় সম্ভব– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [উত্তর: সম্ভব মোট গতিশক্তি 2.533×10^{-3} J]

২৯ একটি গ্যাস সিলিন্ডারের আয়তন 1.5 m^3। সিলিন্ডারটিতে 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের 30×10^{23} টি অণু আবদ্ধ আছে। গ্যাস অণুর ব্যাস 25×10^{-10} m। পরবর্তীতে উক্ত গ্যাসপূর্ণ সিলিন্ডারটি সমআয়তনের অপর একটি খালি সিলিন্ডারের সাথে যুক্ত করা হলো।

(গ) সিলিন্ডারে আবদ্ধ গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উত্তর: 18.635 kJ]

(ঘ) খালি সিলিন্ডার যুক্ত করায় গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথের পরিবর্তন হবে কি না– গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। [উত্তর: দ্বিগুণ হবে।]

সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞানমূলক প্রশ্নোত্তর

আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের সূত্রাবলি

১। গ্যাসের ক্ষেত্রে বয়েলের সূত্র বিবৃত কর। [য. বো. ২৫; রা. বো. ২২; চ. বো. ২২; য. বো. ২১, ১৯, ১৫]

উত্তর: তাপমাত্রা স্থির থাকলে, কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার ওপর প্রযুক্ত চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

২। চার্লসের সূত্রটি লিখ। [চ. বো. ২৩; রা. বো. ২১]

উত্তর: স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন $0°C$ হতে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য $0°C$ এর আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা 0.00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।

৩। বাস্তব গ্যাস কী? [বা. বো. ২২]

উত্তর: যে গ্যাস বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে না তাকে বাস্তব গ্যাস বলে ধরা হয়। পৃথিবীর প্রায় সকল গ্যাসই বাস্তব গ্যাস।

৪। সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক কাকে বলে? [ব. বো. ২১]

উত্তর: স্থিরচাপে একমোল পরিমাণ কোন আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা 1 K বৃদ্ধি করতে সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে।

৫। আদর্শ গ্যাস কাকে বলে। [দি বো., রা. বো. ২৫; ব. বো. ২৪; রা. বো. ২৩, ১৯; সি. বো. ২১; ম. বো. ২১; দি. বো. ১৭]

উত্তর: যে সকল গ্যাস গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ মেনে চলে এবং সকল তাপমাত্রায় ও চাপে বয়েল ও চার্লস-এর সূত্র যুগ্মভাবে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস (Ideal gas) বলে।

৬। রেনোর চাপীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

উত্তর: স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ $0°C$ হতে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য তার $0°C$-এর চাপের একটি নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ পরিবর্তিত হয়।

৭। পরম শূন্য তাপমাত্রা কি?

উত্তর: স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা ক্রমশ কমাতে থাকলে চার্লসের সূত্রানুযায়ী যে তাপমাত্রায় পৌঁছে তার আয়তন শূন্য হয় ও গ্যাসের গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে।

৮। গ্যাসের চলরাশি কি?

উত্তর: চাপ (P), তাপমাত্রা(T) এবং আয়তন (V) এই তিনটি রাশিকে গ্যাসের চলরাশি বলে।

৯। আর্দশ গ্যাস সমীকরণটি লিখ?

উত্তর: আর্দশ গ্যাস সমীকরণটি হল: $PV = nRT$

গড় বেগ, RMS বেগ ও গড় মুক্ত পথ

১০। মূল গড় বর্গবেগ কী? [ম. বো. ২৪; সি. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো গ্যাসের অণুগুলোর বেগের বর্গের গাণিতিক গড়ের বর্গমূলকে এদের মূল গড় বর্গবেগ বা গড় বর্গবেগের বর্গমূল বলে।

১১। গড়মুক্ত পথ কাকে বলে? [য. বো. ২৩, ২২; সি. বো. ১৭]

উত্তর: পরপর দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে অণু যে সরলরৈখিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্ত পথ বলে।

১২। গড় বর্গবেগ কাকে বলে?

উত্তর: দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানকে গড় বর্গ বেগ বলে।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব ও সমবিভাজন নীতি

১৩। শক্তির সমবিভাজন নীতি বিবৃত করো। [ব. বো. ২৫; দি. বো., ম. বো. ২৩; রা. বো. ২২]

উত্তর: কোনো পদার্থের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং যেকোনো একটি অণুর প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার সাথে সংশ্লিষ্ট গতিশক্তির মান $\frac{1}{2}kT$। এটিই শক্তির সমবিভাজন নীতি।

১৪। স্বাধীনতার মাত্রা কী? [দি. বো. ২৫; কু. বো. ২২, ১৭; ঢা. বো. ১৯, রা. বো. ১৭]

উত্তর: একটি গতিশীল বস্তু বা সিস্টেমের অবস্থাকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

১৫। মৌলিক স্বীকার্য কাকে বলে?

উত্তর: গ্যাসের অণুর গতিতত্ত্ব সুপ্রতিষ্ঠিত করার জন্য কতকগুলো পূর্ব শর্তকে মৌলিক স্বীকার্য বলে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা ও শিশিরাংক

১৬। বাষ্পায়ন কী? [ঢা. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো তরলের উপরিভাগ থেকে অণুগুলো পর্যাপ্ত শক্তি পেয়ে গ্যাসে রূপান্তরিত হওয়ার প্রক্রিয়াকে বাষ্পায়ন বলে।

১৭। আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? [দি. বো. ২৫; ব. বো. ২৪; রা. বো. ২৩, ১৯]

উত্তর: কোনো তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের ভর এবং ঐ একই তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয়বাষ্পের ভরের অনুপাতকে ঐ স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

১৮। হাইগ্রোমিটার কী? [ব. বো. ২৪; য. বো. ২২; সি. বো. ২১; কু. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো স্থানের বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা পরিমাপের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয়, তাকে আর্দ্রতামাপক যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার বলে।

১৯। আর্দ্রতামিতি কাকে বলে? [ব. বো. ২৩]

উত্তর: পদার্থবিজ্ঞানের যে শাখায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ নিয়ে আলোচনা করা হয় তাকে আর্দ্রতামিতি বলে।

২০। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কী? [সি. বো., চ. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪; কু. বো. ২৩; সি. বো. ২৩; চ. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প সর্বাধিক যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।

২১। অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কাকে বলে?

উত্তর: কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প যদি সর্বাধিক বাষ্পচাপ অপেক্ষা কম চাপ প্রয়োগ করে তবে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

২২। শিশিরাঙ্ক কাকে বলে? [কু. বো. ২৫; ম. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৩, ২২, ২১; সি. বো. ২৩, ২২; রা. বো., চ. বো. ২১; কু. বো., ব. বো. ১৯; রা. বো. ১৭]

উত্তর: যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ওই বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

২৩। পরম আর্দ্রতা কাকে বলে? [সি. বো. ২৫; দি. বো. ২২; কু. বো. ২১; রা. বো., কু. বো., চ. বো. (সম্মিলিত) বো. ১৮]

উত্তর: কোনো স্থানের বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয় বাষ্পকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

বিবিধ

২৪। আদর্শ চাপ কাকে বলে? [সি. বো. ২৪; সম্মিলিত ১৮]

উত্তর: সমুদ্রপৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে $0°C$ তাপমাত্রায় উলম্বভাবে অবস্থিত 76 cm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপকে আদর্শ চাপ বলে।

২৫। মোল কী? [চ. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো পদার্থের যে পরিমাণের মধ্যে 6.023×10^{23} টি পরমাণু, অণু বা আয়ন থাকে সেই পরিমাণকে ঐ পদার্থের মোল বলা হয়।

২৬। বায়ুচাপ কাকে বলে?

উত্তর: বায়ুতে অণুসমূহ অবিরত ইতস্তত ছুটাছুটি করার ফলে পাত্রের একক ক্ষেত্রফলের উপর যে বল প্রয়োগ করে তাকে বায়ুচাপ বলে।

২৭। বন্ধনশক্তি কাকে বলে? [সি. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো পদার্থের অণুতে 1 মোল নির্দিষ্ট প্রকৃতির যতগুলো বন্ধন আছে তার সবগুলো ভাঙতে যে পরিমাণ শক্তির প্রয়োজন হয় তার গড় মানকে ওই পদার্থের বন্ধনশক্তি বলে।

গুরুত্বপূর্ণ অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

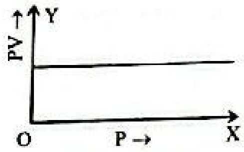
আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের সূত্রাবলি

১। স্থির তাপমাত্রায় একটি আদর্শ গ্যাসের PV বনাম P গ্রাফের প্রকৃতি কিরূপ হবে ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ১৯]

উত্তর: স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের ওপর প্রযুক্ত চাপ P এবং এর আয়তন V হলে, $V \propto \frac{1}{P}$ [বয়েলের সূত্রানুসারে]

$\Rightarrow V = k.\frac{1}{P}$ [k = ধ্রুবক] $\therefore PV = k$

অর্থাৎ, স্থির তাপমাত্রায় চাপ ও আয়তনের গুণফল সর্বদা ধ্রুবক। এক্ষেত্রে লেখের X অক্ষে চাপ P এবং Y অক্ষে PV স্থাপন করলে যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তা X অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা। যেহেতু স্থির তাপমাত্রায় PV = ধ্রুবক অর্থাৎ,



PV এর কোনো পরিবর্তন হবে না। তাই P এর যেকোনো মানের জন্য PV এর মান ধ্রুবক। এ কারণে PV বনাম P গ্রাফ অঙ্কন করলে X অক্ষের সমান্তরাল রেখা পাওয়া যায়।

২। পরম শূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে কী না? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৩; দি. বো. ২১; সি. বো. ১৯]

উত্তর: চার্লস-এর সূত্রানুসারে পাই, $V_\theta = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$

যদি তাপমাত্রা ক্রমান্বয়ে কমিয়ে θ = – 273°C করা যায়, তবে

$$V_{-273} = V_0\left(1 - \frac{273}{273}\right) = 0$$

দেখা যায় যে, – 273°C বা 0K উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন শূন্য হয়ে যায়। এই তাপমাত্রাকে পরমশূন্য তাপমাত্রা বলে।

আবার, যদি তাপমাত্রা কমিয়ে θ = – 274°C করা যায়, তবে

$$V_{-274} = V_0\left(1 - \frac{274}{273}\right) = -\frac{V_0}{273}$$

দেখা যায় যে, গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক মান প্রাপ্ত হয়। কিন্তু আয়তন ঋণাত্মক হতে পারে না। সুতরাং, পরমশূন্য তাপমাত্রার নিচে গ্যাসের তাপমাত্রা থাকতে পারে না।

৩। স্থির তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব এর চাপের সমানুপাতিক- ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৪]

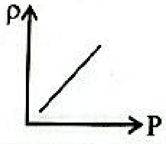
উত্তর: ধরি P_1 চাপ ও T_1 তাপমাত্রায় m ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন V_1 ও ঘনত্ব ρ_1 এবং P_2 চাপে ও T_2 তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের আয়তন V_2 এবং ঘনত্ব ρ_2।

সুতরাং $V_1 = \frac{m}{\rho_1}$ এবং $V_2 = \frac{m}{\rho_2}$

আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে আমরা জানি,

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1m}{\rho_1T_1} = \frac{P_2m}{\rho_2T_2}$

$\Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2}$ = ধ্রুবক [∵ তাপমাত্রা স্থির]



$\therefore P \propto \rho$; সুতরাং স্থির তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের ঘনত্ব এর চাপের সমানুপাতিক।

৪। গ্যাসের তাপমাত্রার সাথে ঘনত্বের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২২]

অথবা, নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ঘনত্ব তার পরম তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল- ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ১৯]

উত্তর: যদি স্থির চাপে T_1 ও T_2 তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট ভর (m) বিশিষ্ট একটি গ্যাসের আয়তন ও ঘনত্ব যথাক্রমে V_1 ও V_2 এবং ρ_1 ও ρ_2 হয়; তবে

চার্লসের সূত্রমতে, $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = K$ ……… (i) [যেখানে, K = ধ্রুবক]

(i) নং সমীকরণ হতে, $\frac{m}{\rho_1T_1} = \frac{m}{\rho_2T_2} = K$ $\left[\because \rho = \frac{m}{V}\right]$

$\Rightarrow \rho_1T_1 = \rho_2T_2 = K$

অর্থাৎ $\rho T = K \Rightarrow \rho = \frac{K}{T}$ অর্থাৎ, $\rho \propto \frac{1}{T}$

সুতরাং, স্থির চাপে কোন গ্যাসের ঘনত্ব ঐ গ্যাসের কেলভিন তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক হয়।

৫। মোলার গ্যাস ধ্রুবক 8.31 J mole^{-1}K^{-1} বলতে কী বুঝ? [ব. বো. ২১]

উত্তর: এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রি বাড়ালে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বা মোলার গ্যাস ধ্রুবক বলে।

এখন, মোলার গ্যাস ধ্রুবক 8.31 J mole^{-1}K^{-1} বলতে বুঝায়- 1 মোল কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 1 K বৃদ্ধি করতে 8.31 J কাজ করতে হবে।

৬। এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাস ধ্রুবককে সর্বজনীন বলা হয় কেন? [সি. বো. ২১]

উত্তর: এক মোল গ্যাসের জন্য গ্যাস ধ্রুবককে সর্বজনীন বলা হয়। কারণ এক মোল গ্যাসের জন্য PV = RT এই সমীকরণ যেকোনো আদর্শ গ্যাসের বেলায় সকল তাপমাত্রা ও চাপের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। সুতরাং, $R = \frac{PV}{T} = \frac{P_0V_0}{T_0}$

এখানে, প্রমাণ চাপ P_0, প্রমাণ তাপমাত্রা T_0 এবং প্রমাণ তাপমাত্রা ও চাপে এক মোল গ্যাসের আয়তন V_0।

প্রমাণ অবস্থায় চাপ, $P_0 = 1.013 \times 10^5$ Nm^{-2}; তাপমাত্রা, $T_0 = 273.15$ K

এক মোল গ্যাসের আয়তন, $V_0 = 22.4 \times 10^{-3}$ m^3 mol^{-1}

$$\therefore R = \frac{P_0V_0}{T_0} = \frac{(1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2})(22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1})}{273.15 \text{ K}}$$

$$= 8.31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

৭। চার্লসের সূত্রের আলোকে পরমশূন্য তাপমাত্রা ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২১]

উত্তর: চার্লসের সূত্র:

স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C হতে প্রতি ডিগ্রি সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য 0°C এর আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ অংশ পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ $V_\theta = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$

নির্দিষ্ট চাপে ও 0°C তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন যদি V_0 হয় তবে –273°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের আয়তন হবে,

$V_{-273} = V_0 - \frac{273}{273} V_0 = 0$।

অর্থাৎ, –273°C তাপমাত্রায় যে কোনো গ্যাসের আয়তন তত্ত্বীয়ভাবে শূন্য হয়। এই তাপমাত্রাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলা হয়।

৮। একটি হাইড্রোজেন গ্যাস বেলুন ভূমি হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় উঠার পরে ফেটে যায় কেন—ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ১৯]

অথবা, ভূ-পৃষ্ঠে বায়ুপূর্ণ বেলুন উর্ধ্বাকাশে অক্ষত থাকে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২৫]

উত্তর: বয়েলের সূত্রানুসারে, $P_1V_1 = P_2V_2$ = ধ্রুবক।

এখানে, স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন চাপের ব্যস্তানুপাতিক। অর্থাৎ, চাপ কমলে আয়তন বাড়ে। কাজেই, নির্দিষ্ট চাপে নির্দিষ্ট আয়তনের বেলুনে হাইড্রোজেন গ্যাস ভর্তি করে ছেড়ে দিলে তা উপরের দিকে গতিশীল হয়। ভূপৃষ্ঠে বায়ুর ঘনত্ব বেশি। যত উপরে উঠা যায় বায়ুর ঘনত্ব তত কমতে থাকে। ফলে বায়ুর চাপও কমতে থাকে। বাইরের চাপ যত কমতে থাকে বেলুনের আয়তন ততই বাড়তে থাকে। নির্দিষ্ট উচ্চতায় ওঠার পর বেলুনের সর্বোচ্চ প্রসারণ ক্ষমতা অতিক্রম করায় নির্দিষ্ট উচ্চতায় হাইড্রোজেন গ্যাস বেলুন ফেটে যায়।

৯। একক চাপে এক মোল কোনো গ্যাসের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রা লেখচিত্রের ঢাল কী নির্দেশ করে? [চ. বো. ১৯]

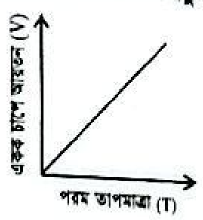
উত্তর: আমরা জানি, স্থির চাপে কোনো গ্যাসের আয়তন এর পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

এখানে, মোল সংখ্যা $n = 1$

একক চাপের ক্ষেত্রে, $P = 1$

এখন, $PV = nRT$

$\Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{nR}{P} = \frac{1 \times R}{1} = R =$ ঢাল



অতএব, একক চাপে এক মোল কোনো গ্যাসের আয়তন বনাম পরম তাপমাত্রা লেখচিত্রের ঢাল, সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবককে নির্দেশ করে।

১০। "আদর্শ গ্যাস একটি কল্পনামাত্র"- ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২১]

উত্তর: যে সকল গ্যাস সকল তাপমাত্রায় বয়েল এবং চার্লসের সূত্র পুরোপুরি মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে। সাধারণভাবে, কোনো গ্যাসই সকল তাপমাত্রায় বা চাপে বয়েল অথবা চার্লসের সূত্র মেনে চলে না। তবে H_2, O_2 প্রভৃতি প্রকৃত গ্যাসগুলো সাধারণ চাপে ও তাপমাত্রায় মোটামুটি গ্যাসের সূত্র মেনে চলে। উচ্চচাপে এবং নিম্নতাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের ক্ষেত্রেই আদর্শ গ্যাসের সূত্রাবলি প্রযোজ্য হয় না। অর্থাৎ, আদর্শ গ্যাস একটি কল্পনামাত্র।

১১। চলন্ত গাড়ির টায়ারের চাপ বৃদ্ধি পায় কেন- ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২৫; য. বো. ১৫]

উত্তর: গাড়ি চলার সময় রাস্তা এবং টায়ারের মধ্যে অনবরত ঘর্ষণের ফলে টায়ারের রাবার উষ্ণ হয়ে যায়। তাপমাত্রা বৃদ্ধির ফলে গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায়। গ্যাসের চাপ সূত্র অনুযায়ী, $P \propto T$ (যদি আয়তন প্রায় ধ্রুব থাকে) অর্থাৎ ভেতরের বাতাসের তাপমাত্রা বেড়ে গেলে তার অণুগুলো দ্রুত গতিতে আঘাত করে, ফলে টায়ারের ভেতরের চাপ বেড়ে যায়। এছাড়াও গাড়ি চলতে থাকলে টায়ার ক্রমাগত চেপে ও আবার ছড়িয়ে কাজ করে। এই প্রক্রিয়াই অতিরিক্ত তাপ উৎপাদন করে এবং ভেতরের চাপ বাড়ায়।

গড় বেগ, RMS বেগ ও গড় মুক্ত পথ

১২। গ্যাসের বেগ নির্ণয়ে r.m.s বেগ নেয়া হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [দি . বো. ২৫; ঢা. বো. ২১]

উত্তর: গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের অণুগুলো চারিদিকে ছুটাছুটি করে। এ ছুটাছুটির সময় অণুগুলোর মধ্যে অবিরাম সংঘর্ষ ঘটে। ফলে তাদের গতিবেগ পরিবর্তিত হয়। এ অবস্থায় সকল অণুর গতিবেগ সমান থাকে না। সাধারণ প্রয়োগের জন্য গড় মানকে একক মান হিসেবে ব্যবহার করা যায়। কিন্তু গ্যাস অণুসমূহের বেগসমূহের গড় মান ব্যবহার করলে প্রচুর ত্রুটির সম্ভাবনা থাকে। তাই গ্যাস অণুর গতিবেগের একটি বিশেষ গড় মান ব্যবহার করা যায়। এটিই বর্গমূল গড় বর্গ বেগ যা ইংরেজিতে Root mean sqaure বা RMS বেগ নামে পরিচিত। কোন গ্যাসের অণুসমূহের বিভিন্ন গতিবেগের বর্গের গড়মান গ্রহণ করে তার বর্গমূল করলে গ্যাসটির অণুসমূহের বর্গমূল গড় বর্গবেগ পাওয়া যায়।

১৩। কোনো গ্যাসের গড় মুক্তপথ 9×10^{-12} m ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৫]

উত্তর: কোনো গ্যাসের গড় মুক্তপথ 9×10^{-12} m বলতে বোঝায় গ্যাসের প্রতিটি অণু গড়ে এতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করার পরই আরেকটি অণুর সাথে সংঘর্ষে লিপ্ত হয়। অর্থাৎ অণুগুলো খুব ঘনভাবে অবস্থান করে এবং তাদের অবাধে চলাচলের সুযোগ অত্যন্ত কম।

১৪। গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে গড়মুক্ত পথ বেশি হয় কি? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ১৯]

উত্তর: বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস এর গড় মুক্তপথের সূত্রটি:

$$\lambda = \frac{1}{\pi a^2 n} = \frac{m}{\pi a^2 mn} = \frac{m}{\pi a^2 \rho}$$

যদি, m, a ধ্রুব হয় তাহলে, $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$

যেখানে,
n = একক আয়তনে অণুর সংখ্যা
a = আণবিক ব্যাস
$\rho = mn$ = গ্যাসের ঘনত্ব
$m = 1$ টি অণুর ভর

অর্থাৎ গড় মুক্তপথ গ্যাসের ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক যার অর্থ গ্যাসের ঘনত্ব যত বেশি হবে অণুগুলোর গড় মুক্তপথ তত কম হবে। অতএব, গ্যাসের ঘনত্ব বেশি হলে গড় মুক্তপথ বেশি হয় না।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব ও সমবিভাজন নীতি

১৫। একই তাপমাত্রায় ভিন্ন ভিন্ন এক মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে গড় গতিশক্তি ধ্রুব থাকে কি না? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২৩; রা. বো. ১৭]

উত্তর: গ্যাসের গতিসূত্র হতে পাই, গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির দুই তৃতীয়াংশ।

$\therefore P = \frac{2}{3}\frac{E}{V} \Rightarrow E = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT$ [$\because PV = nRT$]

$\therefore$ প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি $E = \frac{3}{2}RT$

সকল এক মোল গ্যাসের জন্য গতিশক্তি কেবলমাত্র পরম তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে।

$\therefore$ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সকল গ্যাসের গড় গতিশক্তি ধ্রুব।

১৬। গ্যাসের অণুগুলোর গড় গতিশক্তি গ্যাসের পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৩]

উত্তর: গ্যাসের গতিসূত্র হতে পাই, গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির দুই তৃতীয়াংশ।

$\therefore P = \frac{2}{3}\frac{E}{V} \Rightarrow E = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}nRT$

$\therefore$ প্রতি মোল গ্যাসের গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}RT$

$\therefore$ অণুগুলোর গড় গতিশক্তি, $\bar{E} = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T$

$\Rightarrow \bar{E} = \frac{3}{2}kT \;\therefore \bar{E} \propto T$ [যেখানে k = বোল্টজম্যান ধ্রুবক।]

১৭। গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে তাপমাত্রা ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৪]

উত্তর: গ্যাসের অণুর গতিশীলতার জন্য তাপ উৎপন্ন হয়। এটি হলো গ্যাসের অণুর গতিতত্ত্ব। গ্যাসের অণুগুলো সতত সঞ্চারণশীল। তাদের গতিবেগ শূন্য হতে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত হতে পারে। অর্থাৎ গ্যাসের শক্তি গতিশক্তি।

আবার, আমরা জানি, $E_k = \frac{3}{2}kT$ [যেখানে বোল্টজম্যান ধ্রুবক = k]

$\therefore E_k \propto T$

ফলে তাপমাত্রা বাড়ালে গতিশক্তি বাড়ে এবং তাপ অপসারণ করলে অণুগুলোর গড় গতিশক্তি হ্রাস পায়। অর্থাৎ গ্যাসের গতিতত্ত্ব তাপমাত্রার সাথে সম্পর্কিত।

১৮। গ্যাসের অণুগুলোর শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৪]

উত্তর: গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য অনুযায়ী, অণুগুলোর পরস্পরের মধ্যে বা পাত্রের দেয়ালের সাথে ধাক্কা খাওয়ার সময় ব্যতীত এদের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ ক্রিয়া করে না। আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল না থাকায় এদের মধ্যে কোনো বিভবশক্তি সৃষ্টি হয় না। আবার স্বীকার্য অনুযায়ী, অণুগুলো সবসময় বিভিন্ন দিকে বিক্ষিপ্তভাবে ছুটে বেড়ায়। ফলে অণুগুলো পরস্পরের সাথে ও পাত্রের দেয়াল ধাক্কা খায়। সুতরাং অণুগুলির মধ্যে গতিশক্তি বিদ্যমান। যেহেতু, বিভবশক্তি না থাকায় গ্যাসের অণুগুলোর শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি।

১৯। ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 6 অথবা 7 ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ২৫]

উত্তর: ত্রি-পরমাণুক গ্যাস অণু দুইভাবে সজ্জিত থাকতে পারে। যেমন মাঝখানে একটি এবং দু'পাশে দুটি বা ত্রিভুজের তিন কোণে তিনটি। এদের মোট স্বাধীনতার মাত্রা নির্ধারিত হয় এর স্থানান্তর ঘূর্ণন ও কম্পন স্বাধীনতা দ্বারা। সরলরৈখিক ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে 3 টি স্থানান্তর ও 2 টি ঘূর্ণন স্বাধীনতা সক্রিয় থাকে, ফলে স্বাধীনতার মাত্রা হয় 5। তবে উচ্চ তাপমাত্রায় কম্পন স্বাধীনতাও যুক্ত হয়ে এটি 7 এ উন্নীত হয়। অপরদিকে, অসরলরৈখিক ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের ক্ষেত্রে 3 টি স্থানান্তর ও 3 টি ঘূর্ণন স্বাধীনতা বিদ্যমান থাকায় এর স্বাধীনতার মাত্রা হয় 6।

সুতরাং, গ্যাস অণুর গঠন ও তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে ত্রি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 6 অথবা 7 হতে পারে।

TDF EDUCATIONAL TEAM

২০। পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি শূন্য হয়– ব্যাখ্যা কর। [কু. বো. ২২]

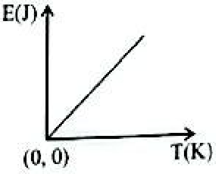
অথবা, পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে– ব্যাখ্যা কর। [দি. বো. ১৭]

অথবা, পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাস-অণুর বেগ শূন্য হওয়ার কারণ কী? ব্যাখ্যা কর। [রা. বো., কু. বো., চ. বো., সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি,

T কেলভিন তাপমাত্রায় প্রতি মোল গ্যাসের

গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}RT$



অর্থাৎ, গতিশক্তি তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

এখন, পরম শূন্য তাপমাত্রায় $T = 0K$; সেক্ষেত্রে, $E = \frac{3}{2} \times R \times 0 = 0$

অর্থাৎ, পরমশূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি শূন্য হয়। তাই পরম শূন্য তাপমাত্রায় গ্যাসের সকল অণু স্থির থাকে।

২১। গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে কি? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২২]

উত্তর: গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে। T তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V এবং চাপ P হলে,বয়েলের সূত্র হতে পাই,

$V \propto \frac{1}{P}$ $\therefore PV =$ ধ্রুব সংখ্যা [তাপমাত্রা (T) স্থির]

আবার, গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে আমরা পাই,

$PV = \frac{1}{3} M\overline{c^2}$ [M = গ্যাসের আণবিক ভর]

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} M\overline{c^2} = \frac{2}{3}E$ [$\because$ গ্যাসের গতিশক্তি $E = \frac{1}{2}M\overline{c^2}$]

আবার, $E = \frac{3}{2}RT$; স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের মোট গতিশক্তি, E = ধ্রুব সংখ্যা

$\therefore PV =$ ধ্রুবসংখ্যা $\therefore$ গ্যাসের গতিতত্ত্ব বয়েলের সূত্রকে সমর্থন করে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা ও শিশিরাংক

২২। বডি স্প্রে ব্যবহার করার সময় ঠাণ্ডা অনুভূত হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫]

উত্তর: বডি স্প্রে ব্যবহারের সময় ঠাণ্ডা অনুভূত হয় কারণ যখন স্প্রে করা হয় তখন বডি স্প্রে-এর রাসায়নিক পদার্থগুলো তরল থাকে কিন্তু শরীরের সংস্পর্শে এসে শরীর থেকে সুপ্ত তাপ গ্রহণ করে তরল রাসায়নিক পদার্থগুলো গ্যাসে পরিণত হয় তাই বডি স্প্রে ব্যবহারের সময় ঠাণ্ডা অনুভূত হয়।

২৩। কোনো স্থানের শিশিরাঙ্ক 12°C– ব্যাখ্যা কর।

[সি. বো. ২৫; ম. বো. ২৪, ২১; ঢা. বো. ১৯; কু. বো. ১৭]

উত্তর: যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে। শিশিরাঙ্কে শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে।কোনো স্থানের বায়ুর শিশিরাঙ্ক 12°C বলতে বোঝায়, 12°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ু তার মধ্যস্থ জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে। অর্থাৎ 12°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ুর আর্দ্রতা 100% হবে। ফলে শিশির গঠিত বা অদৃশ্য হতে শুরু করবে।

২৪। মেঘমুক্ত দিন আরামদায়ক কেন? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২৫]

উত্তর: মেঘমুক্ত দিনে সূর্যের বিকিরণ বাধাহীনভাবে পৃথিবীর পৃষ্ঠে পৌছে যায়। এর ফলে পর্যাপ্ত আলো ও তাপ পাওয়া যায়, যা মানবদেহে স্বাভাবিক উষ্ণতার অনুভূতি সৃষ্টি করে। একই সঙ্গে বায়ুমণ্ডলে আর্দ্রতা তুলনামূলকভাবে কম থাকায় শ্বাস-প্রশ্বাস স্বস্তিদায়ক হয়।

তাই মেঘমুক্ত দিনকে আরামদায়ক বলা হয়।

২৫। আকাশ মেঘলা থাকলে শিশির পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর? [য. বো. ২২]

উত্তর: আকাশ মেঘাচ্ছন্ন হলে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে তাপ বিকিরণ বিঘ্নিত হওয়ায় শিশির পড়ে না। দিনের বেলা সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘহীন রাতে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে শিশিরাঙ্কে পৌছালে শিশির জমতে শুরু করে। কিন্তু মেঘ তাপরোধী পদার্থ। তাই আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে তাপ বিকিরিত হতে পারে না। ফলে তাপমাত্রা যথেষ্ট কমে শিশিরাঙ্কের নিচে যেতে পারে না এবং শিশির জমে না।

২৬। শিশির ও শিশিরাংক এক না– ব্যাখ্যা কর। [রা. বো. ২৫]

উত্তর: শিশির হলো গঠিত পানির ফোঁটা আর শিশিরাঙ্ক হলো নির্দিষ্ট তাপমাত্রা। শিশির একটি প্রাকৃতিক দৃশ্যমান অবস্থা। বাতাসে থাকা জলীয়বাষ্প ঠান্ডা হয়ে যে ক্ষুদ্র পানির ফোঁটায় রূপান্তরিত হয় তাই শিশির। অপরদিকে যে তাপমাত্রায় বাতাস ঠান্ডা হলে তার মধ্যে থাকা জলীয়বাষ্প সম্পৃক্ত হয়ে শিশির গঠন করে, সেই তাপমাত্রাই শিশিরাঙ্ক। এটি একটি ভৌত তাপমাত্রাগত মান। অতএব, শিশির ও শিশিরাংক এক না।

২৭। আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% হলে শিশিরাঙ্ক কেমন হবে?

[ব. বো. ২৪; য. বো. ২৩; ব. বো. ২১; চ. বো. ২১; রা. বো. ২৩]

উত্তর: আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ}}$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% হলে বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ, শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্প চাপের সমান হয়। অর্থাৎ বায়ু উপস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়। তখন হাইগ্রোমিটারে শুষ্ক ও সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা সমান হয়ে যায়। অর্থাৎ $\theta_1 = \theta_2$ হয়।

সেক্ষেত্রে, শিশিরাঙ্ক, $\theta = \theta_1 - (\theta_1 - \theta_2) = \theta_1 - 0 = \theta_1$

অর্থাৎ শিশিরাঙ্ক বায়ুর তাপমাত্রার সমান হয়।

২৮। বিষুব অঞ্চলের আবহাওয়া অস্বস্তিকর–ব্যাখ্যা কর। [দি. বো., ম. বো. ২৩]

উত্তর: অতিরিক্ত তাপমাত্রা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার জন্য বিষুব অঞ্চলের আবহাওয়া বেশ অস্বস্তিকর। বিষুব অঞ্চল সূর্যের কাছাকাছি অবস্থান করায় এ অঞ্চলের তাপমাত্রা একটু বেশি। আবার বিষুব অঞ্চলের অধিকাংশ এলাকা জুড়ে রেইনফরেস্ট থাকায় সারা বছর বৃষ্টিপাত হয়। ফলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি থাকে। পরিবেশের তাপমাত্রা 26°C অপেক্ষা বেশি হলে দেহ থেকে তাপ বর্জনের হার কম হয়। তখন দেহ লোমকূপের মধ্য দিয়ে ঘাম নিঃসরণের মাধ্যমে তাপমাত্রা হ্রাস করতে চায়। কিন্তু আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হলে ঘাম বাষ্পায়নের হার কমে যায় ফলে গরম লাগে এবং শরীরের ঘাম অস্বস্তি সৃষ্টি করে।

২৯। বর্ষাকালে ভেজা কাপড় দেরিতে শুকায় কেন? [কু. বো. ২৩]

উত্তর: বর্ষাকালে বায়ুমন্ডলের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি থাকায় কাপড় দেরিতে শুকায়। ভেজা কাপড় শুকানো অর্থাৎ ভেজা কাপড়ের পানি বাষ্পায়ন নির্ভর করে আপেক্ষিক আর্দ্রতা তথা বায়ুমণ্ডলে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ওপর। আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হলে বাষ্পায়ন ধীরে হয় এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাষ্পায়ন দ্রুত হয়। বর্ষাকালে বায়ুমণ্ডলে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতাও বেশি হয়। ফলে পানির বাষ্পায়ন প্রক্রিয়া ধীর হয়ে যায়।

৩০। দিনের তুলনায় রাতে বেশি শিশির জমে কেন? ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ২৪;]

উত্তর: যে তাপমাত্রায় কোনো স্থানের বায়ু উপস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে তাকে উক্ত বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয়বাষ্প ধারণ করতে পারে। তাপমাত্রা হ্রাস পেলে বায়ুর জলীয়বাষ্প ধারণ ক্ষমতা কমে যায়। ফলে উপস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়। এ অবস্থায় তাপমাত্রা আর একটু কমলে শিশির জমা শুরু হয়। দিনের চেয়ে রাতে বায়ুর তাপমাত্রা অধিক হ্রাস পায়। তাই দিনের তুলনায় রাতে বেশি শিশির জমে।

৩১। শীতকালে গায়ের চামড়া শুষ্ক অনুভব হয় কেন? [ম. বো. ২১]

উত্তর: শীতকালে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম থাকায় গায়ের চামড়া শুষ্ক হয়ে যায়। শীতকালে বায়ুমন্ডলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ অত্যন্ত কম থাকে। ফলে বায়ু শুষ্ক থাকে এবং বাষ্পায়ন দ্রুত ঘটে। ফলে বায়ু যেকোনো স্থান থেকে জলীয় বাষ্প সংগ্রহ করে। দেহের অনাবৃত অংশের অপেক্ষাকৃত কোমল স্থানগুলো থেকে বায়ুমন্ডল জলীয় বাষ্প টেনে নেয়। এর ফলে শীতকালে গায়ের চামড়া শুষ্ক অনুভব হয়।

৩২। আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্ক কমে না বাড়ে? ব্যাখ্যা কর। [ম. বো. ২২]

উত্তর: আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হয় না কারণ শিশিরাঙ্ক তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে না। যে তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে। শিশিরাঙ্ক বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা কমতে কমতে শিশিরাঙ্কে যাওয়া পর্যন্ত যদি বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণের কোনো পরিবর্তন না হয় তবে শিশিরাঙ্ক পরিবর্তিত হবে না। আবার, তাপমাত্রা বাড়ালেও জলীয়বাষ্পের ধারণ ক্ষমতা বাড়বে। কিন্তু বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্পের পরিমাণের কোনো পরিবর্তন হবে না। তাই আবদ্ধ স্থানে তাপমাত্রা বৃদ্ধি করলেও শিশিরাঙ্ক স্থির থাকে।

৩৩। শীতের সকালে শিশির দেখা যায় কেন? [রা. বো. ২৩; কু. বো. ২১; চ. বো. ১৫]

উত্তর: শীতের সকালে তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে গেলে জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির তৈরি করে। শীতকালে দিনে ও রাতে যথেষ্ট তাপমাত্রার পার্থক্য পরিলক্ষিত হয়। দিনের বেলা সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ ও সংলগ্ন বায়ু উত্তপ্ত হয়। এসময় বায়ু জলীয়বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। রাতে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে শীতল হয়। ঘাস, পাতা ইত্যাদির তাপ বিকিরণ হার বেশি বলে এগুলো বেশি শীতল হয় এবং সংলগ্ন বায়ুকেও শীতল করে। এ তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে গেলে জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির হিসেবে জমা হয়।

৩৪। কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% বলতে কি বুঝ? [য. বো. ২৩; চ. বো. ২১; ঢা. বো. ১৬]

উত্তর: আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

$$= \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$$= \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ}}$$

কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 50% বলতে বোঝায়; বায়ুর তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প প্রয়োজন তার শতকরা 50 ভাগ জলীয় বাষ্প বায়ুতে আছে। বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ একই তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের অর্ধেক। ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের অর্ধেক।

৩৫। কোনো অঞ্চলে কুয়াশা কেন পড়ে? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৩]

উত্তর: কোনো কোনো সময় বিস্তীর্ণ অঞ্চল জুড়ে ভূ-সংলগ্ন বায়ুমন্ডলের তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে গেলে কুয়াশা সৃষ্টি হয়ে থাকে।

তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নেমে গেলে বায়ু জলীয় বাষ্প ধরে রাখার সামর্থ্য হারায়। তখন জলীয়বাষ্প সম্পৃক্ত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুর আকারে বায়ুমন্ডলে ভাসমান ধূলিকণা, কয়লার গুড়া বা পানি শোষণকারী পদার্থের কণাকে কেন্দ্র করে ভূ-পৃষ্ঠের উপরে ভাসতে থাকে। একেই কুয়াশা বলে। সাধারণত বায়ুপ্রবাহ না থাকলে মেঘহীন রাত্রিতে কুয়াশা বেশি পড়ে।

৩৬। পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধির সাথে অণুর গড় বর্গবেগও বৃদ্ধি পায়– ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫; ঢা. বো. ২২; রা. বো. ১৬]

উত্তর: পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধি পেলে বায়ুর ঘনত্ব হ্রাস পায়। তাই গড় বর্গবেগ বৃদ্ধি পায়। কোনো স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভরকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে। পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধি পেলে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। আবার জলীয় বাষ্পের ভর ও ঘনত্ব বায়ুতে চেয়ে কম হওয়ায় পরম আর্দ্রতা বাড়লে বায়ুর ঘনত্ব কমে যায়। অণুর গড় বর্গবেগ, $c^2 = \frac{3P}{\rho}$। অর্থাৎ চাপ স্থির থাকলে গ্যাস অণুর গড় বর্গবেগ ঘনত্বের ব্যস্তানুপাতিক। এজন্য পরম আর্দ্রতা বৃদ্ধিতে গড় বর্গবেগও বৃদ্ধি পায়।

৩৭। একই তাপমাত্রায় ঢাকা অপেক্ষা কক্সবাজারে অস্বস্তিকর অনুভূত হয় কেন? [রা. বো. ২২]

উত্তর: একই তাপমাত্রায় ঢাকা অপেক্ষা কক্সবাজারে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হওয়ায় কক্সবাজারে অস্বস্তি অনুভূত হয়।

আমাদের শরীর থেকে প্রতিনিয়ত ঘাম বের হয়। এ ঘাম শুকানোর হার নির্ভর করে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর। আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে ঘাম দ্রুত শুকায়। ঘাম শরীর থেকে প্রয়োজনীয় সুপ্ত তাপ গ্রহণ করে বাষ্পায়িত হয়। ফলে শরীর কিছু তাপ হারায় এবং আমরা ঠান্ডা অনুভব করি। কিন্তু আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হলে ঘাম দ্রুত বাষ্পায়িত হয় না ফলে ঘামে শরীর ভিজে যায়। ঘর্মাক্ত শরীর খুবই অস্বস্তিকর। এক্ষেত্রে একই তাপমাত্রায় হওয়ায় যেখানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি সেখানে বেশি অস্বস্তিবোধ হয়। কক্সবাজার ঢাকা অপেক্ষা সমুদ্রের নিকটবর্তী হওয়ায় সেখানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি, তাই গরমের দিনে একই তাপমাত্রায় ঢাকা অপেক্ষা কক্সবাজারে বেশি অস্বস্তিবোধ হয়।

৩৮। বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুমন্ডলীয় চাপের কীরূপ পরিবর্তন হয়? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২৫; দি. বো. ২২]

উত্তর: বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুমন্ডলীয় চাপ কমে যায়। জলীয়বাষ্পের ঘনত্ব একই তাপমাত্রার বায়ুর ঘনত্ব অপেক্ষা কম। অর্থাৎ কোনো স্থানের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বাড়লে বায়ুর ঘনত্ব কমে যায়। আবার, নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ এর ঘনত্বের সমানুপাতিক। তাই বায়ুর ঘনত্ব কমলে বায়ুমন্ডলের চাপও কমে যায়।

৩৯। গ্রীষ্মকালে বাতাসে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ অধিক হলেও শিশির পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর। [চ. বো. ২১]

উত্তর: সাধারণত বায়ুতে সবসময়ই কিছু জলীয়বাষ্প থাকে। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুর জলীয়বাষ্প ধারণ ক্ষমতা সীমাবদ্ধ। গ্রীষ্মকালে ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বায়ুমণ্ডল শীতকাল অপেক্ষা অধিক উত্তপ্ত থাকে এবং অধিক জলীয়বাষ্প দ্বারা বায়ু অসম্পৃক্ত থাকে। কিন্তু শিশির কণা জমতে হলে ভূ-পৃষ্ঠকে তাপ বিকিরণ করে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা কমিয়ে জলীয়বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হতে হবে। গ্রীষ্মকালে অধিক জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হয়ে সম্পৃক্ত হতে পারে না বলে শিশির পড়ে না।

৪০। পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে কোনটি অধিক গুরুত্বপূর্ণ? ব্যাখ্যা কর। [য. বো. ২৫; কু. বো. ১৯]

উত্তর: কোনো সময় কোন স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে। অন্যদিকে কোনো স্থানের আপেক্ষিক আর্দ্রতা দ্বারা উক্ত স্থানে নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর এবং একই তাপমাত্রায় উক্ত বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভরের অনুপাতকে বোঝায়। অর্থাৎ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বায়ুমণ্ডলের সম্পৃক্ততার মাত্রা অর্থাৎ বায়ু কতখানি শুষ্ক বা সিক্ত তা নির্দেশ করে। কোনো স্থান স্বস্তিদায়ক কি না, ঝড় বা বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা কতটুকু এসব কিছুই আপেক্ষিক আর্দ্রতার ওপর নির্ভরশীল। তাই পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে আপেক্ষিক আর্দ্রতা অধিক গুরুত্বপূর্ণ।

৪১। শীতকালে অপেক্ষা বর্ষাকালে কাপড় দেরীতে শুকায়–ব্যাখ্যা কর। [সম্মিলিত বোর্ড ১৮]

উত্তর: বর্ষকালে বাতাসের আর্দ্রতা বেশি থাকে, যার ফলে ভিজা কাপড় হতে পানির বাষ্পায়ন খুব ধীরে হয়। ফলে ভিজা কাপড় শুকাতে সময় বেশি লাগে। শীতকালে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম থাকে। অর্থাৎ, শীতকালে বাতাস খুব শুষ্ক থাকে। যার ফলে ভিজা কাপড়ের পানির বাষ্পায়ন খুব দ্রুত হয়। এ কারণে বর্ষাকাল অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।

৪২। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপই কোনো স্থানে সর্বাপেক্ষা বেশী এর যথার্থতা লিখ [ব. বো. ১৭]

উত্তর: কোনো স্থানের জলীয়বাষ্পের চাপ ঐ স্থানের জলীয়বাষ্পের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। জলীয়বাষ্পের পরিমাণ যত বেশি হবে তার চাপও তত বেশি হবে। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয়বাষ্প ধারণ করতে পারে। সম্পৃক্ত অবস্থায় নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু সর্বোচ্চ পরিমাণ জলীয়বাষ্প ধারণ করে। ফলে জলীয়বাষ্পের চাপও তখন সর্বোচ্চ হয়। সুতরাং সম্পৃক্ত বাষ্পচাপই কোনো স্থানে সর্বাপেক্ষা বেশি।

৪৩। ঠাণ্ডা পানির জন্য পিতলের কলসী এবং মাটির কলসীর মধ্যে কোনটি বেশি উপযোগী? ব্যাখ্যা কর। [ব. বো. ২২]

উত্তর: ঠাণ্ডা পানির জন্য পিতলের কলসীর চেয়ে মাটির কলসী বেশি উপযোগী। মাটির কলসীতে অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ছিদ্র থাকে। সেই ছিদ্রগুলো দিয়ে পানি চুইয়ে বের হয়ে আসে এবং বাষ্পীভূত হতে থাকে। বাষ্পীভবনের জন্য সুপ্ততাপ কলসীর ভেতরের পানি থেকেই সরবরাহ করে। ফলে মাটির কলসীতে রাখা পানি ঠাণ্ডা থাকে। কিন্তু পিতলের কলসীতে এরূপ ছিদ্র না থাকায় পানির বাষ্পায়ন কেবল কলসীর মুখ থেকে হয়। তাই ঠাণ্ডা পানির জন্য মাটির কলসী বেশি উপযোগী।

৪৪। সম্পৃক্ত বাষ্প ও অসম্পৃক্ত বাষ্পের মধ্যে পার্থক্য লিখ?

উত্তর:

সম্পৃক্ত বাষ্প	অসম্পৃক্ত বাষ্প
১. কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে যখন সর্বাধিক বাষ্প ধারণ করে তখন ঐ বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে।	১. কোনো নিদিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানে যখন সর্বাধিক ধারণ ক্ষমতা অপেক্ষা কম বাষ্প ধারণ করে তখন ঐ বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে।
২. সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মানে না।	২. অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মানে।
৩. আবদ্ধ স্থানে তৈরি করা যায়।	৩. যে কোনো স্থানে তৈরি করা যায়।

৪৫। লেখচিত্রের মাধ্যমে বায়ুর চাপ ও জলীয় বাষ্পের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর?

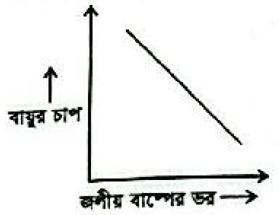
উত্তর: আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ = ধ্রুবক

$\Rightarrow \frac{P_1m}{\rho_1T_1} = \frac{P_2m}{\rho_2T_2}$ = ধ্রুবক $[\because V = \frac{m}{\rho}]$

$\Rightarrow \frac{P_1T_1}{\rho_1} = \frac{P_2T_2}{\rho_2}$ = ধ্রুবক

$\Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2}$ = ধ্রুবক $\therefore \frac{P}{\rho} \propto$ ধ্রুবক $[T_1 = T_2$ হলে$]$

অর্থাৎ, $\rho \propto P$ যা নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ ও জলীয় বাষ্পের ঘনত্বের সম্পর্ক নির্দেশ করে। স্থির তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব তার চাপের সমানুপাতিক। অর্থাৎ বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে গেলে বায়ুর ঘনত্ব কমে এবং বায়ুর চাপও কমে। আবার বিপরীতক্রমে বলা যায়, বায়ুর ঘনত্ব বাড়বে যদি বায়ুতে জলীয় বাষ্প কমে, ফলে চাপ বাড়বে। নিম্নে গ্রাফে এই সম্পর্ক দেখানো হল:



বিবিধ

৪৬। গ্যাস ও বাষ্পের মধ্যে পার্থক্য লেখ। [ব. বো. ২৫; সি. বো. ২৩]

উত্তর: গ্যাস ও বাষ্পের পার্থক্য নিম্নরূপ:

গ্যাস	বাষ্প
১. কোনো বায়বীয় পদার্থের তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রার চেয়ে বেশি হলে তাকে গ্যাস বলে।	১. কোনো বায়বীয় পদার্থের তাপমাত্রা সংকট তাপমাত্রার চেয়ে কম হলে তাকে বাষ্প বলে।
২. গ্যাসকে চাপ প্রয়োগে তরলে পরিণত করা যায় না।	২. বাষ্পকে সহজেই চাপ প্রয়োগে তরলে পরিণত করা যায়।
৩. উদাহরণ: অক্সিজেন, নাইট্রোজেন	৩. উদাহরণ: পানি থেকে বাষ্প।

৪৭। প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। [সি. বো. ১৭]

উত্তর: সমুদ্র পৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 273.15 K তাপমাত্রায় উলম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতা বিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয়, তাকে প্রমাণ চাপ বলে।

$\therefore$ প্রমাণ চাপ = 760 mm পারদস্তম্ভ চাপ

$= 0.76\ m \times 13596\ kg/m^3 \times 9.806\ ms^{-2}$

$= 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$ [পারদ স্তম্ভ চাপ = $h\rho g$]

$= 1.013 \times 10^3$ Pa

প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের চাপ ব্যবহার করা হয়। বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভের গলনাঙ্ক অনেক কম বলে 0°C এর নিচেও পারদচাপ মাপা সম্ভব। আবার, বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ সহজে বাষ্পীভূত হয় না বলে ব্যারোমিটার নলে প্রবেশ করে না। প্রমাণ চাপ নির্ণয়ে পানি ব্যবহার করলে যে উচ্চতার দরকার হতো, বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভে তা হতে অনেক কম উচ্চতার প্রয়োজন হয়।

৪৮। নিম্নচাপে বাস্তব গ্যাস আর্দশ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে কেন? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: নিম্নচাপে বাস্তব গ্যাস আর্দশ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে। যে সব গ্যাস বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে না তাদেরকে বাস্তব গ্যাস বলে আবার, যে সব গ্যাস গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যগুলো মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

এখন, কোনো একটি আবদ্ধ পাত্রে নিম্নচাপে গ্যাস রাখা হলে গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক দূরত্ব অনেক বেশি থাকে ফলে আন্তঃআণবিক বল অত্যন্ত কম। আবার, গ্যাস অণুর সংখ্যা কম হওয়ায় অণুগুলোর মোট আয়তন পাত্রের আয়তনের তুলনায় নগণ্য হয়। ফলে নিম্নচাপে বাস্তব গ্যাস গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যগুলো মেনে আর্দশ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে।

HSC পরীক্ষার্থীদের জন্য বাছাইকৃত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

গ্যাসের সূত্রাবলি

১। প্রমাণ চাপ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [য. বো. ২৪]

ক) পারদের ঘনত্ব 13596 $kg\ cm^{-3}$
খ) পারদ স্তম্ভের উচ্চতা 0.76 cm
গ) চাপের সমীকরণ = Fρg
ঘ) চাপের মান $1.013 \times 10^5\ N/m^2$

উত্তর: ঘ) চাপের মান $1.013 \times 10^5\ N/m^2$

ব্যাখ্যা: প্রমাণ চাপ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, পারদের ঘনত্ব 13596 kgm^{-3}, পারদ স্তম্ভের উচ্চতা 0.76 m, চাপের সমীকরণ hρg এবং চাপের মান $1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$।

২। এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ সমান– [কু. বো. ২১]

(i) $1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$
(ii) 1.013×10^5 Pa
(iii) 760 mmHg

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ, $1atm = 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$
$= 1.013 \times 10^5$ Pa = 76 cm Hg = 760 mm Hg

৩। নিচের কোন সমীকরণটি ঠিক?

ক) $1\ Pa = 1Nm^2$ খ) $1atm = 1.013 \times 10^5$ mm Hg
গ) 1atm = 101.32 Pa ঘ) $1atm = 1.01 \times 10^2$ kPa

উত্তর: ঘ) $1atm = 1.01 \times 10^2$ kPa

ব্যাখ্যা: $1\ Pa = 1\ Nm^{-2}$
$1\ atm = 1.013 \times 10^5\ Pa = 760\ mm\ Hg = 1.013 \times 10^2\ kPa$

৪। 1 torr = ?

ক) $\frac{1}{2}$ mmHg খ) 1 mmHg গ) $1\frac{1}{2}$ mmHg ঘ) 2 mmHg

উত্তর: খ) 1 mmHg

ব্যাখ্যা: 1 torr বলতে একটি ব্যারোমিটারে 1 mm Hg বা 1 mm পারদের সমান।

৫। STP তে সকল গ্যাসের মোলার আয়তন– [ঢা. বো., কু. বো. ২১]

ক) 22.4 L খ) 22.9 L গ) 28.4 L ঘ) 22.8 L

উত্তর: ক) 22.4 L

ব্যাখ্যা: স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাস যে আয়তন দখল করে তাকে প্রমাণ বা স্বাভাবিক বা আদর্শ আয়তন বলে। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় এক মোল গ্যাসের আয়তন 22.4 লিটার = $22.4 \times 10^{-3}\ m^3$।

৬। NTP তে 1 মোল গ্যাসের আয়তন–

(i) 22.4 লিটার
(ii) 22.4 সিসি
(iii) 22.4×10^3 মিলিলিটার

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: খ) i ও iii

ব্যাখ্যা: NTP তে 1 মোল গ্যাসের আয়তন,
$V = 22.4\ L = 22.4\ dm^3 = 22.4 \times 10^3\ cm^3 = 22.4 \times 10^3\ mL$

৭। 4 মোল O_2 গ্যাসের ক্ষেত্রে R এর মান হবে– [চ. বো. ১৯; য. বো. ১৬; কু. বো. ১৫]

ক) 33.24 $JK^{-1}\ mol^{-1}$ খ) 1.038 $JK^{-1}\ mol^{-1}$
গ) 8.31 $JK^{-1}\ mol^{-1}$ ঘ) $1.06 \times 10^3\ JK^{-1}\ mol^{-1}$

উত্তর: গ) 8.31 $JK^{-1}\ mol^{-1}$

ব্যাখ্যা: সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, R অক্সিজেনসহ সকল গ্যাসের জন্য একই থাকে। মোলসংখ্যা 1 বা একাধিক এর জন্য R এর মানের কোনো পরিবর্তন না ঘটলেও শক্তি বা অন্যান্য রাশি নির্ণয়ে মোল সংখ্যা ব্যবহৃত হবে।

৮। হাইড্রোজেন গ্যাসের সংকট তাপমাত্রা কত? [সি. বো. ২৫]

ক) – 235°C খ) – 240°C গ) – 245°C ঘ) – 250°C

উত্তর: খ) – 240°C

ব্যাখ্যা: H_2, He, O_2, N_2, CO_2, NH_3, CH_4, H_2O (জলীয়বাষ্প) এর সংকট তাপমাত্রা যথাক্রমে – 240°C, – 268.9°C, – 119°C, – 147°C, + 31°C, + 132°C, – 82°C, 374°C।

৯। বোল্টজম্যান ধ্রুবক k এর একক কোনটি?

ক) $J\ mol^{-1}\ K^{-1}$ খ) $J\ K^{-1}$
গ) J ঘ) কোনটিই নয়

উত্তর: খ) $J\ K^{-1}$

ব্যাখ্যা: বোল্টজম্যান ধ্রুবক, K হচ্ছে প্রতি অণুর জন্য গ্যাস ধ্রুবক।

আমরা জানি, $\bar{E} = \frac{3}{2}kT \Rightarrow k = \frac{2}{3}\frac{\bar{E}}{T}$ ∴ k এর একক = JK^{-1}

১০। CGS এককে বোলজম্যান ধ্রুবকের মান S.I এককের মান অপেক্ষা কতগুণ বেশি? [ঢা. বো. ২৫]

ক) 10^{-7} খ) 10^7 গ) 10^{-5} ঘ) 10^5

উত্তর: খ) 10^7

ব্যাখ্যা: CGS এককে $k = 1.38 \times 10^{-6}$ erg/k ; SI এককে $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/k অর্থাৎ, CGS এককে বোলজম্যান ধ্রুবকের মান SI এককের মান অপেক্ষা 10^7 গুণ বেশি।

১১। সব কণার জন্য এবং সব তাপমাত্রায় গ্যাসের জন্য কোনটি প্রযোজ্য

ক) ভর খ) ভরবেগ গ) আয়তন ঘ) গতিশক্তি

উত্তর: ক) ভর

ব্যাখ্যা: সব কণার জন্য এবং সব তাপমাত্রায় গ্যাসের ক্ষেত্রে ভর স্থির থাকে। গ্যাসের ক্ষেত্রে, ভরবেগ, আয়তন ও গতিশক্তি তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল।

১২। গ্যাসের ক্ষেত্রে তাপগতীয় স্থানাংকগুলো হচ্ছে– [রা. বো. ২৪; চ. বো. ২৩; দি. বো. ২১]

ক) আয়তন, তাপমাত্রা ও ঘনত্ব খ) ভর, আয়তন ও ঘনত্ব
গ) তাপমাত্রা, ভর ও আয়তন ঘ) চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তন

উত্তর: ঘ) চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তন

ব্যাখ্যা: গ্যাসের চলরাশি তিনটি। যথা– চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তন। এসব স্থানাঙ্কের পরিবর্তনে গ্যাসের ধর্ম পরিবর্তিত হয়।

১৩। 'PV' রাশিটি নির্দেশ করে– [চ. বো. ২৪; সি. বো. ২২]

ক) ভরবেগ খ) ক্ষমতা গ) বল ঘ) শক্তি

উত্তর: ঘ) শক্তি

ব্যাখ্যা: PV এর একক = $Pa \times m^3 = Nm^{-2} \times m^3 = Nm = J$ = শক্তির একক

১৪। PV = ধ্রুবক সমীকরণটি মেনে চলে কোন সূত্র?
[দি. বো. ২৪; অনুরূপ রা. বো. ২৪; চ. বো. ২১]

ⓚ বয়েলের সূত্র ⓚ চার্লসের সূত্র
ⓖ চাপীয় সূত্র ⓖ অ্যাভোগেড্রোর সূত্র

উত্তর: ⓚ বয়েলের সূত্র

ব্যাখ্যা: বয়েলের সূত্রানুসারে, $V \propto \frac{1}{P}$ [যখন তাপমাত্রা ও ভর স্থির থাকে]

$$\Rightarrow V = \text{ধ্রুবক} \times \frac{1}{P} \quad \therefore PV = \text{ধ্রুবক}$$

১৫। A ও B পাত্রে একই ভরের একই গ্যাস তাপীয় সাম্য অবস্থায় আছে। যদি পাত্র দুটির চাপ ও আয়তন যথাক্রমে P_A, P_B ও V_A, V_B তবে নিচের কোন শর্তটি সঠিক?

ⓚ $P_A \neq P_B, V_A = V_B$ ⓚ $P_A = P_B, V_A \neq V_B$
ⓖ $\frac{P_A}{P_B} = \frac{V_A}{V_B}$ ⓖ $P_A V_A = P_B V_B$

উত্তর: ⓖ $P_A V_A = P_B V_B$

ব্যাখ্যা: 2টি ভিন্ন পাত্রে, একই ভরের একই গ্যাস তাপীয় সাম্য অবস্থায় থাকলে তারা বয়েলের সূত্র মেনে চলবে। বয়েলের সূত্র হতে আমরা পাই, $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = \ldots\ldots = P_nV_n$

১৬। নিচের কোনটি তাপমাত্রা ও চাপের সাথে গ্যাসের ঘনত্বের সম্পর্ক নির্দেশ করে–
[কু. বো. ২৩]

ⓚ $\frac{\rho T}{P} = \text{ধ্রুবক}$ ⓚ $\frac{PT}{\rho} = \text{ধ্রুবক}$
ⓖ $\frac{\rho P}{T} = \text{ধ্রুবক}$ ⓖ $\rho PT = \text{ধ্রুবক}$

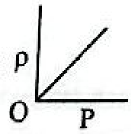
উত্তর: ⓚ $\frac{\rho T}{P} = \text{ধ্রুবক}$

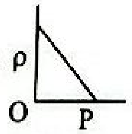
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \text{ধ্রুবক}$

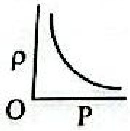
$$\Rightarrow \frac{P_1 \times \frac{m}{\rho_1}}{T_1} = \frac{P_2 \times \frac{m}{\rho_2}}{T_2} = \text{ধ্রুবক} \Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} = \text{ধ্রুবক}$$

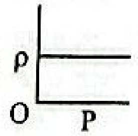
$$\Rightarrow \frac{\rho_1 T_1}{P_1} = \frac{\rho_2 T_2}{P_2} = \text{ধ্রুবক} \quad \therefore \frac{\rho T}{P} = \text{ধ্রুবক}$$

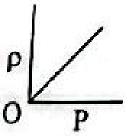
১৭। স্থির তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের ঘনত্ব ও চাপের সঠিক লেখচিত্র কোনটি?
[চ. বো. ২৫]

ⓚ 

ⓚ 

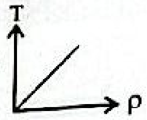
ⓖ 

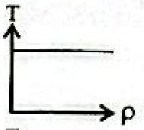
ⓖ 

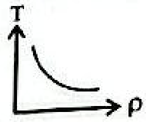
উত্তর: ⓚ 

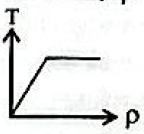
ব্যাখ্যা: $\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} \quad \therefore P \propto \rho$ [স্থির তাপমাত্রায়]

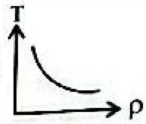
১৮। স্থির চাপে গ্যাসের তাপমাত্রা বনাম ঘনত্বের লেখচিত্র নিচের কোনটি? [রা. বো. ২৫]

ⓚ 

ⓚ 

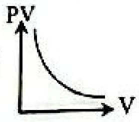
ⓖ 

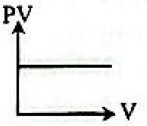
ⓖ 

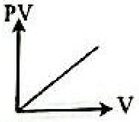
উত্তর: ⓖ 

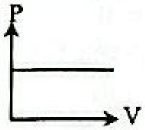
ব্যাখ্যা: $\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \Rightarrow \rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 \quad \therefore \rho \propto \frac{1}{T}$ [স্থির চাপে]

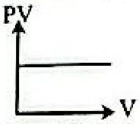
১৯। নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক, যখন T স্থির? [য. বো. ২৫]

ⓚ 

ⓚ 

ⓖ 

ⓖ 

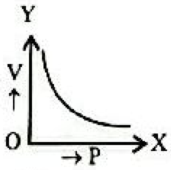
উত্তর: ⓚ 

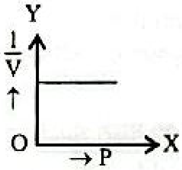
ব্যাখ্যা: বয়েলের সূত্র হতে,

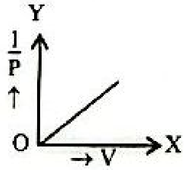
আমরা জানি, $V \propto \frac{1}{P}$ [যখন তাপমাত্রা ও ভর স্থির থাকে]

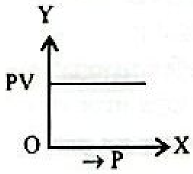
$\Rightarrow PV = k \quad \therefore$ চাপ এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য PV এর মান একই থাকবে।

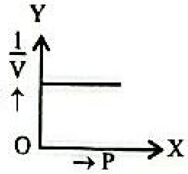
২০। স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের ক্ষেত্রে নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক নয়?
[দি. বো. ২৪]

ⓚ 

ⓚ 

ⓖ 

ⓖ 

উত্তর: ⓚ 

ব্যাখ্যা: বয়েলের সূত্রানুসারে, $V \propto \frac{1}{P}$ [যখন তাপমাত্রা ও ভর স্থির থাকে]

অর্থাৎ, আয়তন চাপের ব্যাস্তানুপাতিক। ফলে আয়তন বাড়লে চাপ কমবে।

আবার, $PV = k \Rightarrow V = k \times \frac{1}{P}$ [V কে y এবং $\frac{1}{p}$ কে x ধরে]

$\therefore y = kx$; যা মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ।

❖ উদ্দীপক থেকে ২১ ও ২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

50°C তাপমাত্রায় একটি দ্বি-পারমাণবিক গ্যাসের স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন 4 গুণ করা হল।

২১। উদ্দীপকের তথ্য কোন সূত্র সমর্থন করে? [ম. বো. ২৫]

ক) চার্লস এর সূত্র খ) বয়েলের সূত্র
গ) গে-লুসাকের সূত্র ঘ) অ্যাভোগেড্রো সূত্র

উত্তর: ক) চার্লস এর সূত্র

ব্যাখ্যা: চার্লসের সূত্রের ক্ষেত্রে চাপ স্থির থাকে এবং $V \propto T$

২২। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা– [ম. বো. ২৫]

ক) 185.51 K খ) 562.37 K
গ) 581.51 K ঘ) 652.37 K

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} \times T_1 = \frac{4V_1}{V_1} \times (273 + 50) = 1292 \text{ K}$

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

27°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসের আয়তন স্থির রেখে চাপ দ্বিগুণ করা হলো।

২৩। উদ্দীপকের ঘটনা নিচের কোন সূত্রকে সমর্থন করে? [ঢা. বো. ২৪]

ক) বয়েলের সূত্র খ) চার্লসের সূত্র
গ) চাপীয় সূত্র ঘ) এ্যাভোগ্যাড্রোর সূত্র

উত্তর: গ) চাপীয় সূত্র

ব্যাখ্যা: গ্যাসের চাপীয় সূত্র স্থির আয়তনে চাপ ও তাপমাত্রার সম্পর্ক নির্দেশ করে।

২৪। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত? [ঢা. বো. ২৪]

ক) 600 K খ) 600 K গ) 500 K ঘ) 150 K

উত্তর: ক) 600 K

ব্যাখ্যা: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ [গ্যাসের চাপীয় সূত্র হতে পাই]

$\Rightarrow \frac{P_1}{(273 + 27)} = \frac{2P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{2P_1}{P_1} \times 300 \quad \therefore T_2 = 600 \text{ k}$

২৫। গ্যাসের চাপীয় সূত্রটিতে নিচের কোন রাশিটির মান স্থির থাকে? [য. বো. ২১]

ক) তাপমাত্রা খ) তাপ গ) চাপ ঘ) আয়তন

উত্তর: ঘ) আয়তন

ব্যাখ্যা: চাপীয় সূত্র হতে, স্থির আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ এর পরম বা কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

২৬। পরম তাপমাত্রা স্কেলে চাপের সূত্র হলো– [ঢা. বো., কু. বো. ২১]

ক) $P \propto T$ খ) $P \propto T^2$ গ) $P \propto \frac{1}{T}$ ঘ) $P \propto \sqrt{T}$

উত্তর: ক) $P \propto T$

২৭। স্থির তাপমাত্রায় পানির তলদেশ হতে একটি বুদ বুদ উপরে উঠতে থাকলে বুদবুদের আয়তন বৃদ্ধির কারণ–

ক) পৃষ্ঠটান খ) সান্দ্রতা গ) চাপ ঘ) ঘনত্ব

উত্তর: গ) চাপ

ব্যাখ্যা: বয়েলের সূত্রানুসারে, চাপ যত কমতে থাকবে আয়তন তত বাড়তে থাকবে। পানির তলদেশে বুদবুদের উপর বায়ু ও পানির চাপ থাকলেও যত উপরে উঠা যায় পানির চাপ তত কমতে থাকে। ফলে বুদবুদ পানির তলদেশ থেকে যত উপরে উঠতে থাকে বুদবুদের আয়তন তত বাড়তে থাকে।

২৮। $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ সম্পর্কটি কোন সূত্রকে সমর্থন করে?

ক) বয়েলের সূত্র খ) চার্লসের সূত্র
গ) চাপের সূত্র ঘ) রেঁনোর সূত্র

উত্তর: খ) চার্লসের সূত্র

ব্যাখ্যা: চার্লসের সূত্র হতে, স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর পরম বা কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

$\therefore V \propto T$ [যখন চাপ ও ভর স্থির থাকে]

$\Rightarrow \frac{V}{T} = k$

$\therefore \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \ldots\ldots = \frac{V_n}{T_n}$

২৯। স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগের মান–

ক) $0.0366° C^{-1}$ খ) $0.366° C^{-1}$
গ) $\frac{1}{273°} C^{-1}$ ঘ) $273° C^{-1}$

উত্তর: গ) $\frac{1}{273°} C^{-1}$

ব্যাখ্যা: চার্লসের সূত্রানুসারে, $V_\theta = V_0 + \frac{\theta}{273} V_0$

এই নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ হচ্ছে স্থিরচাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগ। একে γ_p দিয়ে সূচিত করা হয়। সকল গ্যাসের জন্য আয়তন প্রসারণ সহগের মান $\frac{1}{273}$ °C^{-1} বা, 0.00366°C^{-1}

৩০। $\frac{PV}{2} = RT$ গ্যাস সমীকরণে V নির্দেশ করে–

ক) পাত্রের আয়তন খ) $\frac{1}{2}$ মোল গ্যাসের আয়তন
গ) 1 মোল গ্যাসের আয়তন ঘ) 2 মোল গ্যাসের আয়তন

উত্তর: ঘ) 2 মোল গ্যাসের আয়তন

ব্যাখ্যা: এখানে, $\frac{PV}{2} = RT$

$\Rightarrow PV = 2RT$ কে $PV = nRT$ এর সাথে তুলনা করে পাই, n = 2 mol.

৩১। 37°C তাপমাত্রা ও 1.5 atm চাপে 20 gm O_2 গ্যাসের আয়তন কত? [রা. বো. ২২]

ক) 0.8×10^{-3} m^3 খ) 1.05×10^{-2} m^3
গ) 1.26×10^{-2} m^3 ঘ) 1.07×10^{-2} m^3

উত্তর: ঘ) 1.07×10^{-2} m^3

ব্যাখ্যা: $PV = nRT$

$$\Rightarrow V = \frac{\frac{20}{32} \times 8.314 \times 310}{1.5 \times 10^5} = 1.07 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

৩২। 1atm বায়ুচাপ 27°C তাপমাত্রায় একটি হ্রদের তলদেশ হতে একটি বায়ু বুদ বুদ উপরিতলে আসায় আয়তন দ্বিগুণ হয়। হ্রদের গভীরতা হলো–

ক) −10.34 m খ) 10.34 m
গ) -1.02×10^{-4} m ঘ) 1.02×10^{-4} m

উত্তর: খ) 10.34 m

ব্যাখ্যা: $P_1V_1 = P_2V_2$

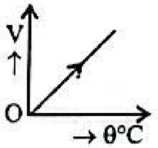
$\Rightarrow (P_1 + h\rho g)\, V_1 = P_2\,(2V_1)$

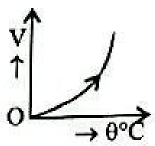
$\Rightarrow P_2 + h\rho g = 2P_2$

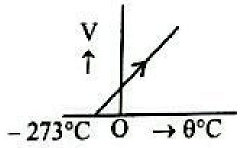
$\therefore h = \frac{P_2}{\rho g} = \frac{1.013 \times 10^5}{1000 \times 9.8} = 10.34$ m

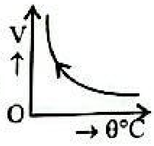
n = বুদবুদের পরিবর্তিত আয়তন যতগুণ হবে
Shortcut সূত্র:
$h = \frac{(n-1)}{\rho g} P$

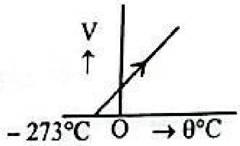
৩৩। কোন লেখচিত্রটি চার্লসের সূত্রের জন্য প্রযোজ্য? [য. বো. ২৪]
অথবা, স্থির চাপে আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে (নির্দিষ্ট ভরের গ্যাস) কোন লেখচিত্রটি সঠিক? [ব. বো. ২৫]

ⓚ 

ⓚh 

ⓖ 

ⓖh 

উত্তর: ⓖ 

ব্যাখ্যা: চার্লসের সূত্রের ক্ষেত্রে আমরা জানি, তাপমাত্রা কেলভিন স্কেলে থাকলে আয়তন বনাম তাপমাত্রার গ্রাফ মূলবিন্দুগামী হবে। ⓖ নং লেখচিত্রে সরলরেখাটিকে পেছনে বর্ধিত করলে এটি X অক্ষকে – 273°C এ ছেদ করবে। পরমশূন্য তাপমাত্রায় (– 273°C বা 0 K) গ্যাসের আয়তন তাত্ত্বিকভাবে শূন্য হয়।

৩৪। একটি পাত্রে 0°C তাপমাত্রায় কিছু গ্যাস রক্ষিত আছে। স্থির আয়তনে কত তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপ 0°C তাপমাত্রায় চাপের এক-তৃতীয়াংশ হবে? [ঢা. বো. ২৫]

ⓚ 91 K ⓚh 30 K ⓖ 11 K ⓖh 0 K

উত্তর: ⓚ 91 K

ব্যাখ্যা: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1} \times T_1 = \frac{\frac{P_1}{3}}{P_1} \times 273 = 91$ K

৩৫। স্থির আয়তনে 1 atm চাপের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C হতে 1°C বাড়ালে পরিবর্তিত চাপ হবে– [দি. বো. ২১]

ⓚ 0.00366 atm ⓚh 1 atm
ⓖ 1.00366 atm ⓖh 2 atm

উত্তর: ⓖ 1.00366 atm

ব্যাখ্যা: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{274}{273} \times 1 = 1.00366$ atm

$\therefore \Delta P = P_2 - P_1 = 1.00366^{-1} = 0.00366$ atm

৩৬। একটি আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা 20°C, যদি নমুনাটির চাপ ও আয়তন দ্বিগুণ করা হয় তবে পরিবর্তিত তাপমাত্রা কত? [দি. বো. ২৫]

ⓚ 20°C ⓚh 80°C ⓖ 899°C ⓖh 1199°C

উত্তর: ⓖ 899°C

ব্যাখ্যা: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

$\Rightarrow T_2 = \frac{2P_1 \times 2V_1}{P_1 \times V_1} \times T_1 = 4 \times (273 + 20) = 1172$ K

$\therefore T_2 = 899$°C

৩৭। 5×10^5 Nm^{-2} চাপে এবং 27°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন 100 cc। 10^6 Nm^{-2} চাপে ওই গ্যাসের আয়তন 58.3 cc হলে তাপমাত্রা কত? [য. বো. ২৩]

ⓚ 257.0°C ⓚh 87.45°C ⓖ 76.8°C ⓖh 31.482°C

উত্তর: ⓖ 76.8°C

ব্যাখ্যা: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$

$\Rightarrow \frac{5 \times 10^5 \times 100}{300} = \frac{10^6 \times 58.3}{T_2} \quad \therefore T_2 = 349.8 \text{ K} = 76.8$°C

৩৮। একটি গাড়ির চাকা 300 K তাপমাত্রায় এবং 3×10^5 Pa চাপে 0.02 m^3 আয়তনের বাতাস ধারণ করে রাখে। চাকার অভ্যন্তরস্থ বাতাসের ভর কত?

ⓚ 2.41 g ⓚh 28.8 g ⓖ 67.36 g ⓖh 239.3 g

উত্তর: ⓖ 67.36 g

ব্যাখ্যা: $PV = \frac{m}{M} RT$

$\Rightarrow m = \frac{PVM}{RT}$

$= \frac{3 \times 10^5 \times 0.02 \times 28}{8.314 \times 300} \quad \therefore m = 67.36$ g

বায়ুতে নাইট্রোজেনের আধিক্য থাকার দরুণ নাইট্রোজেনের আণবিক ভরকে বাতাসের আণবিক ভর বিবেচনা করা হয়েছে

৩৯। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি গ্যাসের চাপ 5% বৃদ্ধি করলে এর আয়তন হ্রাস পাবে? [কু. বো. ২৫]

ⓚ 4.26% ⓚh 4.76% ⓖ 5% ⓖh 5.26%

উত্তর: ⓚh 4.76%

ব্যাখ্যা: $P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{P_1}{(1 + 0.05)P_1} \times V_1 = 0.952\, V_1$

$\Rightarrow \Delta V = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \times 100\% = \frac{(1 - 0.952)V_1}{V_1} \times 100\%$

$\therefore \Delta V = 4.76\%$

❖ **নিচের উদ্দীপকের আলোকে এবং ৪০ ও ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**
40°C তাপমাত্রায় একটি গ্যাসকে স্থির চাপে উত্তপ্ত করে আয়তন দ্বিগুণ করা হলো। [কু. বো. ২২]

৪০। উদ্দীপকটির গ্যাস নিচের কোন সূত্র সমর্থন করে?

ⓚ গে-লুসাকের সূত্র ⓚh অ্যাভোগ্যাড্রোর সূত্র
ⓖ বয়েল এর সূত্র ⓖh চার্লস এর সূত্র

উত্তর: ⓖh চার্লস এর সূত্র

ব্যাখ্যা: চার্লসের সূত্রের ক্ষেত্রে চাপ স্থির থাকে এবং $V \propto T$

৪১। গ্যাসটির চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত?

ⓚ 80°C ⓚh 176.5°C ⓖ 353°C ⓖh 626°C

উত্তর: ⓖ 353°C

ব্যাখ্যা: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} \times T_1 = (2 \times 313)\text{K} = 626$ K

$\therefore T_2 = 353$°C

THE EDUCATIONAL TEAM

৪২। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে–

(i) $PV = kT$

(ii) $PV = nRT$

(iii) $P = \frac{R}{VT}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) ii ও iii খ) i ও ii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: খ) i ও ii

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, আদর্শ গ্যাস সমীকরণ বা গ্যাস সূত্রাবলির সমন্বয়,

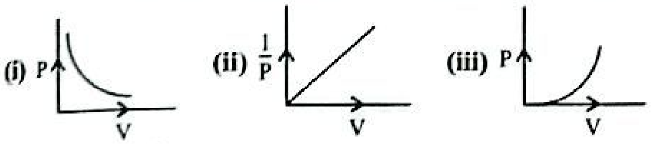
$PV = nRT$

$\Rightarrow PV = \frac{N}{N_A}RT = N\frac{R}{N_A}T$

$\therefore PV = kT$ [যখন অণুর সংখ্যা $N = 1$ এবং বোল্টজম্যান ধ্রুবক $= k$]

৪৩। নিম্নের চিত্রে P-V তিনটি লেখচিত্র দেয়া হল–

[দি. বো. ২৫; ঢা. বো. ১৬, ১৭; অনুরূপ সি. বো. ২৪; কু. বো. ১৭; রা. বো. ২১, ১৯; চ. বো., দি. বো. ১৬; ব. বো. ১৭]



নিচের কোনটি সঠিক?

ক) ii ও iii খ) i ও iii গ) i ও ii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: গ) i ও ii

৪৪। গ্যাস কর্তৃক প্রদত্ত চাপ নির্ভর করে গ্যাসের– [ব. বো. ২১]

(i) ঘনত্বের উপর

(ii) আণবিক বেগের উপর

(iii) প্রকৃতির উপর

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

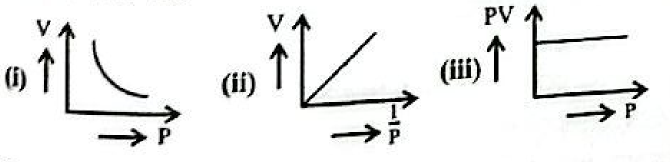
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $\frac{\rho T}{P} =$ ধ্রুবক

$\Rightarrow \rho T = k \times P$

আবার, $P = \frac{2}{3}\frac{E}{V}$ [যেখানে, $E = \frac{1}{2}Mc^2$]

চাপ নির্ভর করে গ্যাসটির প্রকৃতি তথা আণবিক ভরের উপর যা নির্ধারণ করে গ্যাসটি ভারী নাকি হালকা।

৪৫। তাপমাত্রা স্থির থাকলে আয়তন V ও চাপ P এর সম্পর্ক নিচের কোন লেখচিত্র প্রকাশ করে? [কু. বো. ২৪]



নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ঘ) i, ii ও iii

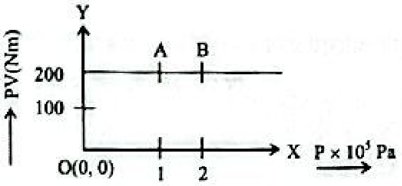
ব্যাখ্যা: বয়েলের সূত্র হতে, $V \propto \frac{1}{P}$ [যখন তাপমাত্রা ও ভর স্থির থাকে]

$\Rightarrow V = k \times \frac{1}{P}$; যা মূলবিন্দুগামী সরলরেখাকে নির্দেশ করে।

$\Rightarrow PV = k$

অর্থাৎ, চাপ এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য PV এর মান একই থাকবে।

❖ নিম্নের উদ্দীপক অনুসারে ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



উপরের লেখচিত্রে নির্দিষ্ট পরিমাণ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে PV বনাম P লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

৪৬। লেখচিত্রটি কোন সূত্রকে সমর্থন করে? [রা. বো. ১৬]

ক) বয়েলের খ) চার্লসের গ) চাপের ঘ) কেলভিন

উত্তর: ক) বয়েলের

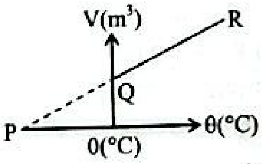
৪৭। A ও B বিন্দুতে গ্যাসের আয়তনের অনুপাত– [রা. বো. ১৬]

ক) 1 : 1 খ) 1 : 2 গ) 1 : 3 ঘ) 2 : 1

উত্তর: ঘ) 2 : 1

ব্যাখ্যা: $V \propto \frac{1}{P}$ $\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$ $\therefore V_1 : V_2 = 2 : 1$

৪৮। স্থির চাপে গ্যাসের তাপমাত্রার সাথে আয়তনের পরিবর্তনের লেখচিত্রে P বিন্দুর তাপমাত্রা হচ্ছে–



[ব. বো. ২৩]

(i) 0°C (ii) 0 K (iii) – 273°C

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: গ) ii ও iii

ব্যাখ্যা: উপরের চিত্রটি চার্লসের সূত্রের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। RQ রেখাকে পেছনের দিকে বর্ধিত করলে তা P বিন্দুতে অর্থাৎ – 273°C তাপমাত্রায় ছেদ করবে। সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী হতো যদি তাপমাত্রা কেলভিন স্কেলে অঙ্কিত হতো।

৪৯। তিনটি বিবৃতি দেওয়া হলো–

(i) ঘরের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করলে ঘরের আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পাবে।

(ii) স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর কেলভিন তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক।

(iii) কোন গ্যাসের মূল গড় বর্গ বেগ কেলভিন তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও iii খ) i ও ii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ক) i ও iii

ব্যাখ্যা: ঘরের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করলে ঘরের জলীয়বাষ্প ধারণ ক্ষমতা বৃদ্ধি পাবে ফলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পাবে। আবার, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $\therefore C_{rms} \propto \sqrt{T}$

পরম শূন্য তাপমাত্রা

৫০। যে তাপমাত্রায় প্রমাণ চাপে বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় তাকে কী বলা হয়?

ⓚ গলনাঙ্ক ⓑ হিমাঙ্ক
ⓖ প্রমাণ তাপমাত্রা ⓘ কোনোটিই নয়

উত্তর: ⓖ প্রমাণ তাপমাত্রা

ব্যাখ্যা: প্রমাণ চাপে প্রমাণ তাপমাত্রায় বরফ গলে পানিতে পরিণত হয়। STP তে প্রমাণ তাপমাত্রা হলো 0°C।

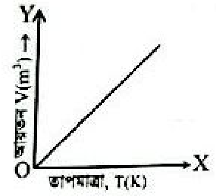
৫১। তাত্ত্বিকভাবে গ্যাসের আয়তন শূন্য হয় কোন তাপমাত্রায়? [ম বো. ২৪; রা. বো. ২১; চ. বো. ১৯; দি. বো. ১৬]

ⓚ 298 K ⓑ 0°C ⓖ – 273 K ⓘ – 273° C

উত্তর: ⓘ – 273° C

ব্যাখ্যা: চার্লসের সূত্রানুসারে,

$V \propto T$ [যেখানে চাপ ও ভর স্থির]
$V = kT$ যা মূলবিন্দুগামী সরলরেখা ফলে 0K বা, – 273°C তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন তাত্ত্বিকভাবে শূন্য।



৫২। গ্যাসের পরমশূন্য তাপমাত্রার মান হচ্ছে– [চ. বো. ১৬]

(i) 0°C (ii) 0K (iii) –273°C

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ ii ⓑ iii ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ ii ও iii

ব্যাখ্যা: 0 K বা, – 273°C তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন তাত্ত্বিকভাবে শূন্য হয়। তাপমাত্রা – 273°C থেকে কমালে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হয় যা অসম্ভব ও অবাস্তব।

আদর্শ গ্যাস ও বাস্তব গ্যাস

৫৩। কোন অবস্থায় বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস হিসেবে আচরণ করবে? [দি. বো. ২৩, ২১; রা. বো. ২৩; ব. বো. ২২]

ⓚ নিম্ন চাপ ও উচ্চ তাপমাত্রা ⓑ উচ্চ চাপ ও নিম্ন তাপমাত্রা
ⓖ নিম্ন চাপ ও নিম্ন তাপমাত্রা ⓘ উচ্চ চাপ ও উচ্চ তাপমাত্রা

উত্তর: ⓚ নিম্ন চাপ ও উচ্চ তাপমাত্রা

ব্যাখ্যা: চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তন গ্যাসের তিনটি চলরাশি। নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায় গ্যাসের অণুর নিজেদের মধ্যে আকর্ষণ তুলনামূলক কম কাজ করায় নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায় বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস হিসেবে আচরণ করে।

৫৪। আদর্শ গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য কোনটি? [ব. বো. ২৫]

ⓚ সংঘর্ষগুলো অস্থিতিস্থাপক
ⓑ নিউটনের গতিসূত্র মেনে চলে না
ⓖ তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে বেগ হ্রাস পায়
ⓘ শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি

উত্তর: ⓘ শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি

ব্যাখ্যা: গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্যসমূহ হতে গ্যাসের অণুগুলো কঠিন স্থিতিস্থাপক সদৃশ গোলক বিশেষ এবং অণুগুলোর নিজেদের মধ্যে কোনো আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল নেই। এদের শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি।

৫৫। গ্যাসের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে– [ব. বো. ১৫]

(i) একটি গ্যাসের সকল অণু সদৃশ
(ii) গ্যাসের শক্তি বিভব শক্তি
(iii) তাপমাত্রার সাথে অণুগুলোর বেগ বাড়ে

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓖ i ও iii

ব্যাখ্যা: গ্যাস অণুর মৌলিক স্বীকার্যসমূহের মধ্যে একটি হলো একটি গ্যাসের সকল অণু সদৃশ এবং একটি গ্যাসের অণু অন্য গ্যাসের অণু থেকে ভিন্ন। দ্বিতীয়টি হলো গ্যাসের অণুগুলো এলোমেলো গতিতে গতিশীল এবং এগুলো নিউটনের গতিসূত্রসমূহ মেনে চলে।

৫৬। নিচের উক্তিগুলো লক্ষ কর–

(i) আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে আকর্ষণ-বিকর্ষণ নেই।
(ii) আদর্শ গ্যাসের অনুসমূহ সকল তাপমাত্রায় ও চাপে $PV = nRT$ সমীকরণ মেনে চলে।
(iii) আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহ বাস্তব গ্যাসের অণুর তুলনায় ক্ষুদ্রাকার।

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓑ i ও ii ⓖ ii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: বাস্তবে গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে আকর্ষণ বল বিদ্যমান থাকে বিধায় গ্যাসীয় পদার্থ তরলে পরিণত হতে পারে। কিন্তু আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে বিবেচনা করা হয় গ্যাসের অণুগুলো পরস্পরকে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ করবে না এবং তারা $PV = nRT$ সূত্র মেনে চলবে। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে পাত্রের আয়তনই গ্যাসের আয়তন বিবেচনা করা হয়, গ্যাস অণুর আয়তনকে নগন্য ধরা হয়।

৫৭। আদর্শ গ্যাস হলো–

(i) যা গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যগুলো মেনে চলে।
(ii) সকল তাপমাত্রায় ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে।
(iii) $\left(\frac{du}{dv}\right) = 0$ মেনে চলে।

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓑ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: আদর্শ গ্যাস সর্বদা গতিতত্ত্বের সকল মৌলিক স্বীকার্যসমূহ মেনে চলে, সকল তাপমাত্রা ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে এবং গ্যাসের বিভবশক্তি শূন্য কেননা গতিতত্ত্ব অনুসারে আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহ সতত সঞ্চারণশীল এবং এদের সঞ্চিত শক্তি হলো গতিশক্তি।

৫৮। গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের সূত্রাবলি সর্বপ্রথম ব্যাখ্যা করেন কে? [রা. বো. ২২]

ⓚ ক্লসিয়াস ⓑ ম্যাক্সওয়েল ⓖ বার্নোলি ⓘ বোল্টজম্যান

উত্তর: ⓖ বার্নোলি

ব্যাখ্যা: গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের সূত্রাবলি সর্বপ্রথম 1730 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী বার্নোলি ব্যাখ্যা করেন। এজন্য বার্নোলিকে গ্যাসের গতিতত্ত্বের জনক বলা হয়।

৫৯। গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্য অনুযায়ী বেগ–
ক শূন্য
খ অসীম
গ শূন্য হতে অসীম
ঘ শূন্য ও অসীমের মাঝামাঝি
উত্তর: গ শূন্য হতে অসীম
ব্যাখ্যা: গতিতত্ত্ব অনুসারে, আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহ সতত সঞ্চারণশীল এবং এদের সঞ্চিত শক্তি হলো গতিশক্তি। অণুগুলো সকল দিকে গতিশীল এবং এদের বেগের মান বিভিন্ন।

৬০। গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. ১৯]
ক অণুগুলোর সংঘর্ষ অস্থিতিস্থাপক
খ অণুগুলোর স্থিতিশক্তি নেই
গ অণুগুলোর গতিশক্তি নেই
ঘ অণুগুলোর ভরবেগ নেই
উত্তর: খ অণুগুলোর স্থিতিশক্তি নেই

৬১। গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়– [ব. বো. ২৪]
(i) তাপমাত্রার সাথে গ্যাসের গতিশক্তির সম্পর্ক
(ii) তাপমাত্রার সাথে চাপের সম্পর্ক
(iii) তাপমাত্রার সাথে আয়তনের সম্পর্ক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
উত্তর: ঘ i, ii ও iii
ব্যাখ্যা: গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ ($PV = \frac{1}{3}M\overline{c^2}$) যার সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায় যথাক্রমে– $E = \frac{3}{2}RT$ যেখানে $E \propto T$
$P \propto T$ [চাপীয় সূত্র] $V \propto T$ [চার্লসের সূত্র]

৬২। গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে–
(i) সকল গ্যাসের অণু সদৃশ
(ii) গ্যাসের অণুগুলো একটি নির্দিষ্ট গতিতে গতিশীল
(iii) গ্যাসের অণুসমূহের সংঘর্ষগুলো সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও iii খ i ও ii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
উত্তর: ক i ও iii
ব্যাখ্যা: গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে, একই জাতীয় গ্যাসের সকল অণু সদৃশ। সংঘর্ষের পূর্বের মোট গতিশক্তি ও সংঘর্ষের পরের মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে ফলে সংঘর্ষ সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বিবেচনা করা হয়।

৬৩। গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্য অনুসারে– [ঢা. বো. ১৭]
(i) তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে অণুর বেগ বৃদ্ধি পায়
(ii) অণুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্বের তুলনায় অণুগুলোর আয়তন উপেক্ষণীয়
(iii) দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী সময়ে অণুগুলো সমবেগে সরলরেখায় চলে না
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii
উত্তর: ক i ও ii
ব্যাখ্যা: গ্যাসের গতিতত্ত্বের সমীকরণ থেকে আমরা জানি, গ্যাস অণুর গতিশক্তি কেলভিন তাপমাত্রার সমানুপাতিক। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে বেগ তথা গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। গ্যাস অণুর আয়তন এত ক্ষুদ্র যে গ্যাস অণুর আয়তন উপেক্ষণীয় বিবেচনা করে সূত্র প্রতিপাদন করা হয়েছে।

গড় বেগ, RMS বেগ এবং ঘনত্ব

৬৪। $PV = \frac{1}{3}m\overline{C^2}$ সমীকরণে $\overline{C^2}$ [কু. বো. ১৭]
ক গড় বেগ
খ গড় বর্গ বেগ
গ মূল গড় বর্গবেগ
ঘ আলোর বেগ
উত্তর: খ গড় বর্গ বেগ
ব্যাখ্যা: $PV = \frac{1}{3}mN\overline{C^2}$; এখানে চাপকে P, আয়তনকে V, প্রতিটি অণুর ভরকে m, অণুর সংখ্যাকে N ও গড় বর্গবেগ $\overline{C^2}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়েছে।

৬৫। গ্যাস অণুসমূহের গড় বর্গ বেগের বর্গমূল মান ও পরম তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোনটি? [কু. বো. ২৪; ব. বো. চ. বো. ২২; সি. বো. ২২; য. বো. ১৯, ১৬; দি. বো. ১৯]
ক $C_{r.m.s} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$
খ $C_{r.m.s} \propto T$
গ $C_{r.m.s} \propto \frac{1}{T}$
ঘ $C_{r.m.s} \propto \sqrt{T}$
উত্তর: ঘ $C_{r.m.s} \propto \sqrt{T}$
ব্যাখ্যা: $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow C_{rms} \propto \sqrt{T}$
[যেখানে সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক R ও এক মোল গ্যাসের ভর, M ধ্রুবক]

৬৬। N.T.P. তে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 0.09 kgm^{-3}। অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ নির্ণয় কর। [কু. বো. ২২]
ক $1.84\ kms^{-1}$
খ $2.84\ kms^{-1}$
গ $3.38\ kms^{-1}$
ঘ $4.00\ kms^{-1}$
উত্তর: ক $1.84\ kms^{-1}$
ব্যাখ্যা: $C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{0.09}} = 1837.5\ ms^{-1} = 1.84\ kms^{-1}$

৬৭। 1.0 লিটার বায়ুর ক্ষেত্রে– [য. বো. ২২]
(i) মোট অণুর সংখ্যা 2.7×10^{22}
(ii) 27°C তাপমাত্রায় গড় গতিশক্তি 6.12×10^{-21} J
(iii) বায়ুর ঘনত্ব 1.43 kgm^{-3} হলে 27°C তাপমাত্রায় মূল গড় বর্গবেগ 461.18 ms^{-1}
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
উত্তর: খ i ও iii
ব্যাখ্যা: $N = \frac{V}{V_{STP}} \times N_A = \frac{1}{22.4} \times 6.023 \times 10^{23} = 2.7 \times 10^{22}$
মোট গতিশক্তি,
$E_k = \frac{3}{2} \times \frac{N}{N_A}RT = \frac{3}{2} \times \frac{2.69 \times 10^{22}}{6.023 \times 10^{23}} \times 8.314 \times 300 = 167.022$ J
$C_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{1.43}} = 461.18\ ms^{-1}$

৬৮। মূল গড় বর্গ বেগ C এবং চাপ P এর মধ্যে সম্পর্ক হল– [ম. বো. ২২; ঢা. বো. ২১; ঢা. বো. ১৯]
ক $C = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$
খ $C = \sqrt{\frac{3\rho}{P}}$
গ $C = \sqrt{\frac{P}{3\rho}}$
ঘ $C = \sqrt{\frac{\rho}{3P}}$
উত্তর: ক $C = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3PV}{M}}$ [যেখানে মোলসংখ্যা, n = 1]

$= \sqrt{\frac{3P}{\frac{M}{V}}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

৬৯। গ্যাসীয় অণুর গড় বর্গবেগ ও এর পরম তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক হলো– [সি. বো. ২৫]

ⓚ $\overline{C^2} \propto T$ ⓛ $\overline{C^2} \propto \frac{1}{T}$ ⓖ $\overline{C^2} \propto \sqrt{T}$ ⓘ $\overline{C^2} \propto \sqrt{\frac{1}{T}}$

উত্তর: ⓚ $\overline{C^2} \propto T$

৭০। চূড়ান্ত তাপমাত্রা আদি তাপমাত্রার কত গুণ হলে কোনো নির্দিষ্ট গ্যাসের মূলগড় বর্গবেগ দ্বিগুণ হবে? [ঢা. বো. ২১]

ⓚ 2 গুণ ⓛ 3 গুণ ⓖ 4 গুণ ⓘ 9 গুণ

উত্তর: ⓖ 4 গুণ

ব্যাখ্যা: $\frac{C'_{rms}}{C_{rms}} = \sqrt{\frac{T'}{T}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{T'}{T}} \quad \therefore T' = 4T$

৭১। কোন তাপমাত্রায় অক্সিজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ – 200°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমান? [য. বো. ২৪]

ⓚ 7568 K ⓛ 1168 K ⓖ 895 K ⓘ 834 K

উত্তর: ⓛ 1168 K

ব্যাখ্যা: $(C_{rms})_O = (C_{rms})_H \Rightarrow \sqrt{\frac{3RT'}{M_O}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_H}}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{T'}{32 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{73}{2 \times 10^{-3}}} \quad \therefore T' = \frac{73 \times 32 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} = 1168 \text{ K}$

৭২। তিনটি গ্যাস অণুর বেগ যথাক্রমে 10 ms^{-1}, 15 ms^{-1} এবং 20 ms^{-1} এদের মূল গড় বর্গবেগ কত? [রা. বো. ২৩; সি. বো. ২৩; ঢা. বো. ২৩]

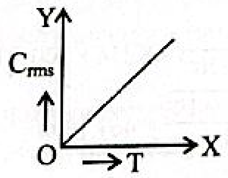
ⓚ 3.87 ms^{-1} ⓛ 15 ms^{-1} ⓖ 15.54 ms^{-1} ⓘ 241.66 ms^{-1}

উত্তর: ⓖ 15.54 ms^{-1}

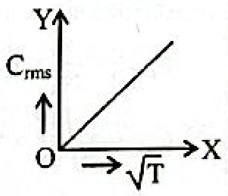
ব্যাখ্যা: $C_{rms} = \sqrt{\frac{(10^2 + 15^2 + 20^2)}{3}} = 15.54 \text{ ms}^{-1}$

৭৩। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ সমীকরণ অনুসারে লেখচিত্র হলো– [রা. বো. ২৪]

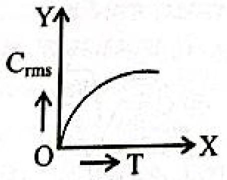
(i)



(ii)



(iii)



নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

উত্তর: ⓛ ii ও iii

ব্যাখ্যা: $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow C_{rms} \propto \sqrt{T}$

∴ গ্রাফটি C_{rms} বনাম $\sqrt{T}$ গ্রাফ হলে, y = mx এর অনুরূপ সরলরেখা হবে এবং C_{rms} বনাম T গ্রাফ হলে, পরাবৃত্তাকার হবে।

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

অক্সিজেন গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C হতে বৃদ্ধি করে 27°C করা হল।

৭৪। প্রাথমিক অবস্থায় অক্সিজেন গ্যাসের অণুগুলোর মূল গড় বর্গবেগ– [কু. বো. ২৩]

ⓚ 14.639 ms^{-1} ⓛ 20.629 ms^{-1}
ⓖ 461.287 ms^{-1} ⓘ 652.359 ms^{-1}

উত্তর: ⓖ 461.287 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $C_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.314 \times 273}{32 \times 10^{-3}}} \quad \therefore C_{rms} = 461.287 \text{ ms}^{-1}$

❖ উদ্দীপকটির আলোকে ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি পাত্রে রক্ষিত গ্যাসের তিনটি অণুর বেগ যথাক্রমে 3, 4 ও 5 একক। [সি. বো. ২৩]

৭৫। নিচের কোন মানটি বেশি?

ⓚ গড়বেগ ⓛ গড় বর্গবেগ
ⓖ গড় বর্গবেগের বর্গমূল ⓘ বেগের সমষ্টি

উত্তর: ⓛ গড় বর্গবেগ

ব্যাখ্যা: $\overline{C^2} > \Sigma C > \sqrt{\overline{C^2}} > \overline{C}$

❖ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৭৬ ও ৭৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

দুটি অণুর বেগ যথাক্রমে 4 ms^{-1} ও 5 ms^{-1}।

৭৬। অণুদ্বয়ের গড় বর্গবেগ কত?

ⓚ 16 ⓛ 25 ⓖ 20.5 $m^2 s^{-2}$ ⓘ 20.5 ms^{-1}

উত্তর: ⓖ 20.5 $m^2 s^{-2}$

ব্যাখ্যা: $\overline{C^2} = \frac{4^2 + 5^2}{2} = 20.5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

৭৭। অণুদ্বয়ের মূল গড় বর্গবেগ কত?

ⓚ 20.5 ms^{-1} ⓛ 4.53 ms^{-1}
ⓖ 4.53 m^2s^{-1} ⓘ 9 ms^{-1}

উত্তর: ⓛ 4.53 ms^{-1}

ব্যাখ্যা: $\sqrt{C'_{rms}} = \sqrt{20.5} = 4.53 \text{ ms}^{-1}$

৭৮। কোনো পাত্রে আবদ্ধ গ্যাস অণুগুলির সর্বাধিক সংখ্যক অণুর বেগকে বলে– [ম. বো. ২১]

ⓚ গড়বেগ ⓛ মূল গড় বর্গবেগ
ⓖ গড় বর্গবেগ ⓘ সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ

উত্তর: ⓘ সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ

ব্যাখ্যা: কোনো গ্যাসের বেশিরভাগ অণুগুলো যে বেগে গতিশীল থাকে তাকে সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ বলে। ম্যাক্সওয়েল বোল্টজম্যান পরিসংখ্যান হতে পাই,

সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ, $C_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

গ্যাসের অণুর গড় মুক্তপথ

৭৯। গড় মুক্তপথের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [য. বো. ২২]
ক) গড় মুক্তপথ তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক
খ) গড় মুক্তপথ চাপের ব্যস্তানুপাতিক
গ) গড় মুক্তপথ ঘনত্বের সমানুপাতিক
ঘ) গড় মুক্তপথ অণুর সংখ্যার সমানুপাতিক

উত্তর: খ) গড় মুক্তপথ চাপের ব্যস্তানুপাতিক

ব্যাখ্যা: ক্লসিয়াসের পদ্ধতি অনুসারে, গড় মুক্ত পথ, $\lambda = \frac{m}{\pi\sigma^2\rho}$

অর্থাৎ, $\lambda \propto \frac{1}{\rho}$ [যেখানে m, π, σ^2 ধ্রুবক]

যেহেতু ঘনত্ব চাপের সমানুপাতিক এবং তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক।

$\therefore \lambda \propto \frac{1}{P}$ এবং $\lambda \propto T$

৮০। গ্যাস অণুর গড় মুক্তপথ গ্যাসের ঘনত্বের– [ব. বো. ২২; সম্মিলিত বো. ১৮]
ক) বর্গের সমানুপাতিক
খ) সমানুপাতিক
গ) ব্যস্তানুপাতিক
ঘ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

উত্তর: গ) ব্যস্তানুপাতিক

৮১। কোন গ্যাসের অণুর গড় মুক্তপথ এর ব্যাসের–
ক) সমানুপাতিক
খ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক
গ) বর্গের সমানুপাতিক
ঘ) বর্গমূলের সমানুপাতিক

উত্তর: খ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

ব্যাখ্যা: ম্যাক্সওয়েলের পদ্ধতি অনুসারে, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$

অর্থাৎ, $\lambda \propto \frac{1}{\sigma^2}$ [যখন, n ও π স্থির]

৮২। ক্লসিয়াস, বোল্টজম্যান ও ম্যাক্সওয়েলের গড় মুক্তপথের সমীকরণের কোনটি সঠিক?
ক) $\lambda_C = \lambda_B = \lambda_M$
খ) $0.75\ \lambda_C = \lambda_B = 0.70\ \lambda_M$
গ) $0.707\ \lambda_C = 2\lambda_B = 0.75\ \lambda_M$
ঘ) $\lambda_C = \frac{\lambda_B}{0.75} = \frac{\lambda_M}{0.707}$

উত্তর: ঘ) $\lambda_C = \frac{\lambda_B}{0.75} = \frac{\lambda_M}{0.707}$

ব্যাখ্যা: $\frac{\lambda_C}{\lambda_B} = \frac{1}{n\pi\sigma^2} \div \frac{3}{4n\pi^2} = \frac{4}{3} = \frac{1}{0.75}$

$\frac{\lambda_C}{\lambda_M} = \frac{1}{n\pi\sigma^2} \div \frac{1}{\sqrt{2}\ \pi\sigma^2 n} = \sqrt{2} = \frac{1}{0.707}$

$\therefore \lambda_C : \lambda_B : \lambda_M = 1 : 0.75 : 0.707$

৮৩। কোন গ্যাসের অণুর গড় মুক্ত পথ 2.2×10^{-8} m এবং ব্যাস 2×10^{-10} m হলে প্রতি ঘনসেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা কত?
ক) 2.55×10^{26}
খ) 2.55×10^{24}
গ) 2.55×10^{20}
ঘ) 1.81×10^{26}

উত্তর: গ) 2.55×10^{20}

ব্যাখ্যা: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n\sigma^2}$

$\Rightarrow 2.2 \times 10^{-8} = \frac{1}{\sqrt{2} \times \pi \times n \times (2 \times 10^{-10})^2}$

$\therefore n = 2.55 \times 10^{26}\ m^{-3} = 2.55 \times 10^{20}\ cm^{-3}$

গতিতত্ত্বের প্রয়োগ

৮৪। পরম শূন্য তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের গতিশক্তি– [ঢা. বো. ২৪]
ক) শূণ্য
খ) সর্বনিম্ন
গ) সর্বোচ্চ
ঘ) অসীম

উত্তর: ক) শূণ্য

ব্যাখ্যা: – 273°C বা 0 K তাপমাত্রাকে সর্বনিম্ন তাপমাত্রা বা পরমশূন্য তাপমাত্রা বলা হয়। এই তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন তাত্ত্বিকভাবে শূন্য হয়। ফলে এই তাপমাত্রায় গ্যাসের গতিশক্তি শূন্য।

৮৫। কম্পনরত কণার ক্ষেত্রে স্বাধীনতার মাথাপিছু বন্টিত মোট শক্তি কত? [ঢা. বো. ২৫]
ক) $\frac{1}{2}kT$
খ) kT
গ) $\frac{3}{2}kT$
ঘ) 3 kT

উত্তর: খ) kT

ব্যাখ্যা: কম্পনরত কণার ক্ষেত্রে প্রতিটি কম্পন মোডে দুটি স্বাধীনতা থাকে–
i. একটি গতীয় শক্তির জন্য ii. একটি স্থিতিশক্তির জন্য

সমান বন্টনসূত্র অণুযায়ী প্রতিটি স্বাধীনতা $\frac{1}{2}kT$ শক্তি বহন করে।

$\therefore$ প্রতি কম্পন স্বাধীনতার মোট শক্তি $= \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT$

অর্থাৎ মাথাপিছু বন্টিত মোট শক্তি = kT

৮৬। 6 স্বাধীনতা মাত্রা সম্পন্ন কোনো অণুর মোট শক্তি হবে– [কু. বো. ২২]
ক) $\frac{1}{2}kT$
খ) kT
গ) 3 kT
ঘ) 6 kT

উত্তর: গ) 3 kT

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, কোনো অণুর রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা প্রতি গড় গতিশক্তি হলো $\frac{1}{2}kT$.

$\therefore$ 6 স্বাধীনতার মাত্রা সম্পন্ন কোনো অণুর মোট শক্তি,

$E_k = f \times \frac{1}{2}kT = \frac{6}{2}kT = 3\ kT$

৮৭। দ্বিপরমাণুক গ্যাসের গতিশক্তির পরিমাণ কত? [ম. বো. ২২]
ক) $\frac{1}{2}kT$
খ) $\frac{3}{2}kT$
গ) $\frac{7}{2}kT$
ঘ) $\frac{5}{2}kT$

উত্তর: ঘ) $\frac{5}{2}kT$

ব্যাখ্যা: দ্বিপরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা হলো 5

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_k = f \times \frac{1}{2}kT = 5 \times \frac{1}{2}kT = \frac{5}{2}kT$

৮৮। T তাপমাত্রার আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে একটি অণুর গড় গতিশক্তি– [চ. বো. ২২]
ক) $\frac{3}{2}RT$
খ) $\frac{3}{2}kT$
গ) $\frac{1}{3}RT$
ঘ) $\frac{1}{3}kT$

উত্তর: খ) $\frac{3}{2}kT$

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, এক পরমাণুক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। T তাপমাত্রার আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে একটি অণুর (ধরি, এক পরমাণুক, কিছু উল্লেখ না থাকলে) গড় গতিশক্তি, $E_k = f \times \frac{1}{2}kT = \frac{3}{2}kT$

৮৯। 27°C তাপমাত্রায় 4 gm অক্সিজেনের গতিশক্তি কত?

[সি. বো. ২৪; অনুরূপ য. বো. ২৫; ম. বো. ২৩; য. বো. ব. বো. ২২; ঢা. বো. ২১; কু. বো. ২১; চ. বো. ১৯; সম্মিলিত বো. ১৮; সি. বো. ১৭]

ⓚ 116.86 J ⓛ 207.75 J ⓖ 467.44 J ⓓ 14958 J

উত্তর: ⓖ 467.44 J

ব্যাখ্যা: দেওয়া আছে, তাপমাত্রা, $T = (273 + 27) = 300$ K

ভর, $m = 4$ g এবং অক্সিজেনের আণবিক ভর, $M = 32$ g/ mol

গতিশক্তি, $E = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2} \times \frac{m}{M}RT$

$= \frac{3}{2} \times \frac{4}{32} \times 8.31 \times 300$

$= 467.44$ J

৯০। 27°C তাপমাত্রায় একটি হিলিয়াম অণুর গতিশক্তি কত হবে? $(k = 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1})$ [য. বো. ২৪]

ⓚ 5.5×10^{-22} J ⓛ 1.11×10^{-21} J

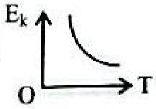
ⓖ 6.21×10^{-21} J ⓓ 1.24×10^{-23} J

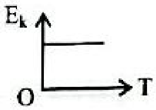
উত্তর: ⓖ 6.21×10^{-21} J

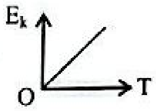
ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $E = \frac{3}{2}kT$ [যেহেতু হিলিয়াম গ্যাস এক পরমাণুক]

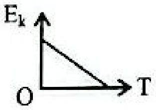
$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 27) = 6.21 \times 10^{-21}$ J

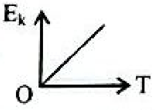
৯১। কোন আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুর গতিশক্তি E_k বনাম পরম তাপমাত্রা T এর জন্য প্রযোজ্য লেখচিত্র কোনটি? [কু. বো. ২৪; ম. বো. ২২]

ⓚ 

ⓛ 

ⓖ 

ⓓ 

উত্তর: ⓖ 

ব্যাখ্যা: আদর্শ গ্যাসের T তাপমাত্রায় গতিশক্তি E_k হলে,

$E_k = \frac{3}{2}RT$ [যখন মোলসংখ্যা, n = 1]

E_k = ধ্রুবক × T, যা মূলবিন্দুগামী সরলরেখা।

৯২। কোনো গ্যাসের চাপ তার একক আয়তনে অণুগুলোর গতিশক্তির কত অংশ? [ব. বো. ২৪]

ⓚ $\frac{2}{3}$ ⓛ $\frac{3}{2}$ ⓖ $\frac{4}{3}$ ⓓ $\frac{5}{3}$

উত্তর: ⓚ $\frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা: গতিশক্তি, $E_k = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2} \times PV$ [$\because PV = nRT$]

$\therefore P = \frac{2}{3} \times E$ [যেখানে V = 1 একক]

৯৩। কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 27°C হতে 227°C তাপমাত্রায় উন্নীত করলে গড় গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়– [ব. বো. ২৪]

ⓚ 66.67% ⓛ 100% ⓖ 150% ⓓ 200%

উত্তর: ⓚ 66.67%

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, $E \propto T$

$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$= \frac{(273 + 227)}{(273 + 27)}$

$= \frac{500}{300} = \frac{5}{3}$

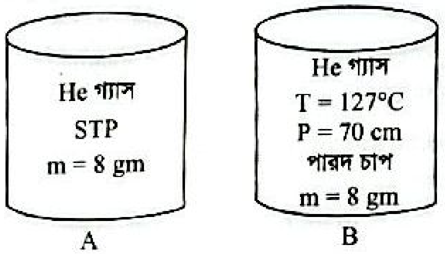
$\Rightarrow E_2 = \frac{5}{3} \times E_1 \quad \therefore E_2 = 1.66\ E_1$

$\therefore \Delta E = \frac{E_2 - E_1}{E_1} \times 100\%$

$= \frac{0.66E_1}{E_1} \times 100\%$

$= 66.67\%$

❖ উদ্দীপক থেকে ৯৪ ও ৯৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



[$R = 8.314\ J\ K^{-1}mol^{-1}$ এবং পারদের ঘনত্ব 13596 kgm^{-3}]

৯৪। B সিলিন্ডারে হিলিয়াম (He) গ্যাসের আয়তন কত? [রা. বো. ২৫]

ⓚ 5.13×10^{-2} m³ ⓛ 6.58×10^{-2} m³

ⓖ 7.13×10^{-2} m³ ⓓ 8.51×10^{-2} m³

উত্তর: ⓖ 7.13×10^{-2} m³

ব্যাখ্যা: PV = nRT

$\Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{\frac{w}{M}RT}{P}$

$= \frac{\frac{8}{4} \times 8.314 \times (273 + 127)}{\frac{70}{76} \times 101325}$

$= 7.13 \times 10^{-2}$ m³

৯৫। B সিলিন্ডারে হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি A সিলিন্ডারের কতগুণ? [রা. বো. ২৫]

ⓚ 1.38 ⓛ 1.46 ⓖ 1.59 ⓓ 1.64

উত্তর: ⓛ 1.46

ব্যাখ্যা: $\frac{E_B}{E_A} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{273 + 127}{273} = 1.46$

সমবিভাজন নীতি

৯৬। একটি দ্বি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা হলো– [দি. বো. ২৫; ঢা. বো. ২৪; রা. বো. ২২]

ⓚ 2 ⓦ 3 ⓖ 4 ⓖ 5

উত্তর: ⓘ 5

ব্যাখ্যা: দ্বি-পরমাণুক গ্যাস (যেমন– H_2, O_2, N_2) এর প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 5।

৯৭। হিলিয়াম গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা কত? [ব. বো. ২৫; য. বো. ২৩]

ⓚ 3 ⓦ 5 ⓖ 6 ⓘ 7

উত্তর: ⓚ 3

ব্যাখ্যা: হিলিয়াম গ্যাস এক পরমাণুক কারণ এটি নিষ্ক্রিয় গ্যাস। আর এক পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা 3।

৯৮। আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা– [কু. বো. ১৯]

ⓚ 2 ⓦ 3 ⓖ 4 ⓘ 5

উত্তর: ⓦ 3

ব্যাখ্যা: কোনো গতিশীল সিস্টেমের অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করতে যতগুলো স্থানাঙ্কের প্রয়োজন হয় তার সংখ্যাই হচ্ছে স্বাধীনতার মাত্রা। আদর্শ গ্যাসের প্রতিটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3।

৯৯। CO এর জন্য স্বাধীনতার মাত্রা কত? [দি. বো. ২২]

ⓚ 3 ⓦ 4 ⓖ 5 ⓘ 6

উত্তর: ⓖ 5

ব্যাখ্যা: যেহেতু CO একটি দ্বি-পরমাণুক গ্যাস আর আমরা জানি দ্বি-পরমাণুক গ্যাস এর স্বাধীনতার মাত্রা 5। সুতরাং, CO এর স্বাধীনতার মাত্রা 5।

১০০। অক্সিজেন গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি কত? [চ. বো. ২১; রা. বো. ২১]

ⓚ $\frac{1}{2}kT$ ⓦ $\frac{3}{2}kT$ ⓖ $\frac{5}{2}kT$ ⓘ $\frac{7}{2}kT$

উত্তর: ⓖ $\frac{5}{2}kT$

ব্যাখ্যা: অক্সিজেন যেহেতু একটি দ্বি-পরমাণুক গ্যাস। আর দ্বি-পরমাণুক গ্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা হলো 5।

∴ অক্সিজেন গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি,

$$E_k = f \times \frac{1}{2}kT = \frac{5}{2}kT$$

১০১। CO_2 গ্যাসের গতিশক্তির পরিমাণ কত? [য. বো. ২৪]

ⓚ $\frac{3}{2}kT$ ⓦ $\frac{9}{5}kT$ ⓖ $\frac{6}{2}kT$ ⓘ $\frac{9}{2}kT$

উত্তর: সঠিক উত্তর নেই।

ব্যাখ্যা: $\frac{5}{2}kT$ [CO_2 এর $f = 5$]

আপেক্ষিক আর্দ্রতা, জলীয় বাষ্প, বাষ্পচাপ, শিশিরাঙ্ক

১০২। সম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. ২১]

ⓚ বয়েল এর সূত্র মেনে চলে
ⓦ চার্লসের সূত্র মেনে চলে
ⓖ বয়েল এবং চার্লসের সূত্র মানে না
ⓘ একটি বদ্ধ স্থানে তৈরি করা যায় না

উত্তর: ⓖ বয়েল এবং চার্লসের সূত্র মানে না

ব্যাখ্যা: বয়েল ও চার্লসের সূত্র অসম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য তাই সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চালর্সের সূত্র মেনে চলে না। তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ সম্পৃক্ত বাষ্পকে অসম্পৃক্ত করা যায়।

১০৩। নির্দিষ্ট তাপমাত্রার সকল গ্যাস অণুর জন্য কোন রাশিটি ধ্রুবক? [দি. বো. ১৭]

ⓚ ভর ⓦ ভরবেগ ⓖ আয়তন ⓘ গতিশক্তি

উত্তর: ⓘ গতিশক্তি

ব্যাখ্যা: আমরা জানি, গতিশক্তি, $E_k = \frac{3}{2}nRT$ যা গ্যাসের আণবিক ভরের উপর নির্ভরশীল নয় বরং $E_k \propto T$। ফলে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সকল গ্যাস অণুর গতিশক্তি একই।

১০৪। শিশির হচ্ছে– [য. বো. ১৭]

ⓚ পানির ফোঁটা ⓦ তাপমাত্রা ⓖ তাপ ⓘ আর্দ্রতা

উত্তর: ⓚ পানির ফোঁটা

ব্যাখ্যা: যেহেতু জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির জমা হয়। তাই শিশির বলতে পানির ফোঁটাকে বোঝায়।

১০৫। বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হওয়ার ফল নয় কোনটি? [ব. বো. ২৫]

ⓚ শিশির ⓦ কুয়াশা ⓖ ঝড় ⓘ বৃষ্টি

উত্তর: ⓖ ঝড়

ব্যাখ্যা: জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির, মেঘ, কুয়াশা ইত্যাদি তৈরি হয়। আবার, মেঘ হতে বৃষ্টি হয় যা বায়ুমণ্ডলের জলীয়বাষ্প ঘনীভূত হওয়ার ফল।

১০৬। শিশিরাঙ্ক হল– [ম. বো., কু. বো. ২৫; সি. বো. ২৪; ব. বো. ২১]

ⓚ আপেক্ষিক আর্দ্রতা ⓦ তাপমাত্রা
ⓖ আর্দ্রতা ⓘ তাপ

উত্তর: ⓦ তাপমাত্রা

ব্যাখ্যা: একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্প যে তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত হয় সেই তাপমাত্রাকে শিশিরাংক বলা হয়।

১০৭। বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কে উপনীত হলে বাষ্পায়ন– [য. বো. ২১]

ⓚ দ্রুত ⓦ ধীরে ধীরে হবে ⓖ হবে না ⓘ একই থাকবে

উত্তর: ⓖ হবে না

ব্যাখ্যা: বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কে উপনীত হলে বায়ু আর জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারবে না কারণ বায়ু সম্পৃক্ত অবস্থায় থাকবে। ফলে বাষ্পায়ন সম্ভব নয়।

১০৮। বাষ্পায়ন নির্ভর করে না– [রা. বো. ২৫]

ⓚ তরলের প্রকৃতির উপর ⓦ তরলের তাপমাত্রার উপর
ⓖ বায়ুর তাপমাত্রার উপর ⓘ তরলের আয়তনের উপর

উত্তর: ⓘ তরলের আয়তনের উপর

১০৯। বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কমে গেলে– [দি. বো. ২১]
ⓚ বায়ুর ঘনত্ব কমে ⓑ বায়ুর ঘনত্ব বাড়ে
ⓖ জলীয় বাষ্পচাপ বাড়ে ⓓ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বাড়ে
উত্তর: ⓑ বায়ুর ঘনত্ব বাড়ে
ব্যাখ্যা: বায়ুর উপাদানগুলোর মধ্যে জলীয় বাষ্প তুলনামূলক হালকা। ফলে বায়ুতে জলীয় বাষ্প কমে গেলে বায়ুর অন্যান্য উপাদান বেড়ে যায় ফলে ঘনত্ব বেড়ে যায়।

১১০। বায়ুতে জলীয়বাষ্প বেড়ে গেলে– [ম. বো. ২৫]
i. জলীয়বাষ্প চাপ কমে
ii. বায়ুর চাপ কমে
iii. বায়ুর ঘনত্ব কমে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓑ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii
উত্তর: ⓖ ii ও iii

১১১। সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের দুই থার্মোমিটারের তাপমাত্রার পার্থক্য হঠাৎ বেড়ে গেলে বুঝা যায় ঐ স্থানে– [কু. বো. ২৫]
i. আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পেয়েছে
ii. আপেক্ষিক আর্দ্রতা হ্রাস পেয়েছে
iii. ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকাবে
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓑ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓓ i, ii ও iii
উত্তর: ⓖ ii ও iii

১১২। নিচের কোনটি সম্পৃক্ত বাষ্পের বৈশিষ্ট্য নয়? [সি. বো. ২৫]
ⓚ সম্পৃক্ত বাষ্প সাধারণ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে না
ⓑ সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ আয়তনের উপর নির্ভর করে না
ⓖ সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ সর্বাধিক হয়
ⓓ সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে
উত্তর: ⓓ সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে

১১৩। নিচের বক্তব্যগুলোর মধ্যে কোনটি সঠিক? [ঢা. বো. ২২]
ⓚ সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে
ⓑ অসম্পৃক্ত বাষ্প শুধুমাত্র আবদ্ধ স্থানে তৈরি করা হয়
ⓖ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি থাকলে বাষ্পায়ন দ্রুত হয়
ⓓ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও বায়ুর তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ পরস্পর সমান
উত্তর: ⓓ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও বায়ুর তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ পরস্পর সমান
ব্যাখ্যা: যেহেতু বায়ুতে উপস্থিত জলীয়বাষ্প যে তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত সে তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে। তাই শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও বায়ুর তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ পরস্পর সমান।

১১৪। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ F অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ f হলে, এদের মধ্যে নিম্নরূপ সম্পর্ক থাকে– [চ. বো. ২৩; রা. বো. ২১; দি. বো. ১৭]
ⓚ $F = f$ ⓑ $F > f$ ⓖ $F < f$ ⓓ $F \leq f$
উত্তর: ⓑ $F > f$
ব্যাখ্যা: নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প সর্বাধিক যে চাপ দিতে পারে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ আর যদি সর্বোচ্চ বাষ্পচাপের চেয়ে কম হয় তাহলে সে চাপকে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে। সম্পৃক্ত অবস্থায় সর্বাধিক পরিমাণ জলীয়বাষ্প থাকে। তাই $F > f$.

১১৫। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে– [ব. বো. ২১]
ⓚ বাষ্পায়ন ধীর গতিতে হবে ⓑ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা আছে
ⓖ বাষ্পায়ন দ্রুত গতিতে হবে ⓓ দিনটি কষ্টদায়ক হবে
উত্তর: ⓖ বাষ্পায়ন দ্রুত গতিতে হবে
ব্যাখ্যা: বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে বাতাস তুলনামূলক শুষ্ক থাকবে। ফলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম থাকবে। আর জলীয় বাষ্প কম থাকলে বাষ্পায়ন দ্রুত ঘটবে যাতে বাতাস সম্পৃক্ত হতে পারে।

১১৬। যদি সিক্ত ও শুষ্ক বালব হাইগ্রোমিটারের সিক্ত ও শুষ্ক বালবের তাপমাত্রার পার্থক্য কম প্রদর্শন করে তাহলে– [দি. বো. ২২; ম. বো. ২১]
ⓚ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হবে
ⓑ আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হবে
ⓖ নিম্ন শিশিরাঙ্ক হবে
ⓓ শরীরে আরাম অনুভব হবে
উত্তর: ⓚ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি হবে
ব্যাখ্যা: আপেক্ষিক আর্দ্রতা যত বেশি হবে শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটারে শুষ্ক ও সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রার পার্থক্য তত কম হবে। আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% অর্থাৎ বাতাস সম্পৃক্ত থাকলে বাল্ব 2 টির পাঠের কোন পার্থক্য থাকবে না।

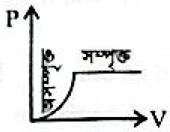
১১৭। শুষ্ক ও আর্দ্র বালব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়া পূর্বাভাসের জন্য নিচের কোনটি সঠিক? [সি. বো. ২১]
ⓚ থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য না থাকলে বাতাস সম্পৃক্ত আছে
ⓑ থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য কম হলে আবহাওয়া শুষ্ক থাকবে
ⓖ থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য ধীরে ধীরে কমতে থাকলে ঝড়ের সম্ভাবনা
ⓓ থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য বেশি হলে আবহাওয়া আর্দ্র থাকবে
উত্তর: ⓚ থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য না থাকলে বাতাস সম্পৃক্ত আছে

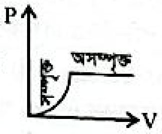
১১৮। কোনো স্থানে আর্দ্র ও শুষ্ক বালব হাইগ্রোমিটারের সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা ঐ স্থানের বায়ুর তাপমাত্রার সমান হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতার মান হবে– [ম. বো. ২২]
অথবা, কোনো স্থানের শিশিরাংক বায়ুর তাপমাত্রা সমান হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতার মান হবে– [ঢা. বো. ২৫]
ⓚ 0% ⓑ 30%
ⓖ 70% ⓓ 100%
উত্তর: ⓓ 100%

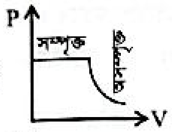
১১৯। মেঘমুক্ত দিনে দুপুরের আগেই শিশির তিরোহিত হয় কেন? [ব. বো. ১৯]
ⓚ দিনের আলোর তীব্রতা বৃদ্ধি পায়
ⓑ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পায়
ⓖ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে বায়ু অসম্পৃক্ত হয়
ⓓ বাষ্পায়নের হার হ্রাস পায়
উত্তর: ⓖ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে বায়ু অসম্পৃক্ত হয়
ব্যাখ্যা: সূর্যোদয়ের পর সময় বাড়ার সাথে সাথে বায়ু উত্তপ্ত হয়। আর আমরা জানি, তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে সাথে বায়ু অসম্পৃক্ত হয়ে পড়ে। ফলে মেঘমুক্ত দিনে দুপুরের আগেই শিশির শোষিত হয়।

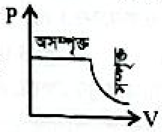
১২০। বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভরকে বলে– [সি. বো. ২৩; চ. বো. ২২; য. বো. ২১]
ⓚ আর্দ্রতা ⓑ আপেক্ষিক আর্দ্রতা
ⓖ পরম আর্দ্রতা ⓓ শিশিরাংক
উত্তর: ⓖ পরম আর্দ্রতা
ব্যাখ্যা: কোনো সময় কোনো স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ওই বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে।

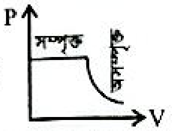
১২১। বাষ্পের আয়তন (V) বনাম অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ (P) এর সম্পর্ক নির্দেশক সঠিক লেখচিত্র নিচের কোনটি? [দি. বো. ২৩]

ক 

খ 

গ 

ঘ 

উত্তর: গ 

ব্যাখ্যা: অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে। আয়তন কমতে কমতে যখনই অসম্পৃক্ত বাষ্প সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত হয় তখনই চাপ স্থির হয়ে যায়।

১২২। গ্লেইসারের উৎপাদকের সমীকরণ অনুযায়ী কোনটি সঠিক? [য. বো. ২৩]

ক $\theta_1 - \theta = \frac{1}{G}(\theta_2 - \theta_1)$ খ $\theta_1 - \theta = G(\theta_2 - \theta_1)$

গ $\theta_1 - \theta = (\theta_1 - \theta_2)G$ ঘ $\theta_1 - \theta = (\theta_2 - \theta)G$

উত্তর: গ $\theta_1 - \theta = (\theta_1 - \theta_2)G$

ব্যাখ্যা: গ্লেইসারের উৎপাদকের সমীকরণ হলো–

$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2)$

যেখানে, G = θ_1 তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক

θ_1 = শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা

θ_2 = সিক্ত বাল্বের তাপমাত্রা

θ = শিশিরাঙ্ক

১২৩। কোনো স্থানের সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, F এবং অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, $f = \frac{F}{3}$ হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত হবে? [চ. বো. ২৪]

ক $\frac{1}{3}$ খ $\frac{2}{3}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{5}{6}$

উত্তর: ক $\frac{1}{3}$

ব্যাখ্যা:আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} = \frac{\frac{F}{3}}{F} = \frac{1}{3}$

১২৪। একটি স্থানে শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ 10.52 mmHg এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 75%। বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কত? [দি. বো. ২৩; কু. বো. ২২]

ক 14.027 mm HgP খ 7.89 mm Hg

গ 0.1403 mm Hg ঘ 0.0713 mm Hg

উত্তর: ক 14.027 mm Hg

ব্যাখ্যা: $R = \frac{f}{F} \times 100\% \Rightarrow 75\% = \frac{10.52}{F} \times 100\% \therefore F = 14.027\ mm\ (Hg)$

১২৫। আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য– [রা. বো. ২৫; অনুরূপ ঢা. বো. ১৭; চ. বো. ১৬]

i. কম হলে আর্দ্র আবহাওয়া নির্দেশ করে

ii. বেশি হলে শুষ্ক আবহাওয়া নির্দেশ করে

iii. হঠাৎ হ্রাস পেলে নিম্নচাপ নির্দেশ করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে থার্মোমিটার দুটির তাপমাত্রার পার্থক্য–

i. কম হলে পূর্বভাসে আর্দ্র আবহাওয়া বলা যায়।

ii. খুব বেশি হলে আবহাওয়া শুষ্ক হওয়া বুঝায়।

iii. ধীরে ধীরে কমতে থাকলে বলা যায়, বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।

iv. হঠাৎ হ্রাস পেলে পূর্বাভাসে ঝড় হতে পারে উল্লেখ করা যায়।

১২৬। কোনো স্থানের শিশিরাঙ্ক 20°C বলতে বুঝায়– [য. বো. ২৫]

i. 20°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ু জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত

ii. 20°C তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্প ধারণ ক্ষমতা সর্বোচ্চ

iii. 20°C তাপমাত্রায় বাষ্প ঘনীভূত হতে শুরু করে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা: কোনো স্থানে নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয়বাষ্প দ্বারা 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত হলে 0°C তাপমাত্রাকে শিশিরাংক বলে। শিশিরাঙ্কে শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে।

১২৭। কোনো স্থানের জলীয় বাষ্পচাপ সম্পর্কে বলা যায়– [রা. বো. ২১]

(i) সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প সর্বাধিক চাপ দেয়

(ii) অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে

(iii) বায়ুতে জলীয় বাষ্প কমলে বায়ুর ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ঘ i, ii ও iii

১২৮। সম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে– [দি. বো. ১৯]

(i) $\frac{\rho_1}{P_1T_1} = \frac{\rho_2}{P_2T_2}$ (ii) $\frac{\rho}{P}$ = ধ্রুবক, যখন T স্থির থাকে

(iii) এটি বয়েল ও চার্লসের সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

উত্তর: ক i ও ii

ব্যাখ্যা: তাপমাত্রা ও চাপের সাথে গ্যাসের ঘনত্বের পরিবর্তন,

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ [গ্যাস সূত্রাবলীর সমন্বয়]

$\Rightarrow \frac{P_1m}{\rho_1T_1} = \frac{P_2m}{\rho_2T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{\rho_1T_1} = \frac{P_2}{\rho_2T_2} \Rightarrow \frac{\rho_1T_1}{P_1} = \frac{\rho_2T_2}{P_2} \therefore \frac{\rho T}{P}$ = ধ্রুবক

এবং স্থির তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের ঘনত্ব এর চাপের সমানুপাতিক।

❖ উদ্দীপকের আলোকে ১২৯ ও ১৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি নির্দিষ্ট স্থানে কোনো নির্দিষ্ট দিনে বায়ুর উষ্ণতা 20°C এবং শিশিরাঙ্ক 12.5°C। 12°C, 13°C এবং 20°C উষ্ণতায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 9.2, 9.9 এবং 16.98 mm পারদচাপ।

১২৯। ঐ দিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত? [চ. বো. ২৫]

ক 16.24% খ 36.24% গ 56.24% ঘ 76.24%

উত্তর: গ 56.24%

ব্যাখ্যা: $f = 9.2 + (9.9 - 9.2) \times 0.5 = 9.55\ mm$

$R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{9.55}{16.98} \times 100\% = 56.24\%$

১৩০। নিচের কোনটি সঠিক? [চ. বো. ২৫]

ক বায়ুতে জলীয়বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকলে বাষ্পায়ন বেশি হবে

খ কম আপেক্ষিক আর্দ্রতার স্থানে শরীর কম তাপ হারাবে

গ শরীর থেকে নির্গত ঘাম বেশি শুকাতে কম সুপ্ততাপের প্রয়োজন

ঘ সম্পৃক্ত অবস্থায় তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হয় না

উত্তর: ঘ সম্পৃক্ত অবস্থায় তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হয় না

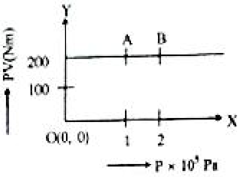
নিজেকে যাচাই করো

১। বায়ুর প্রতি একক আয়তনে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভরকে বলে–
ⓚ আর্দ্রতা ⓚ আপেক্ষিক আর্দ্রতা ⓖ পরম আর্দ্রতা ⓖ শিশিরাংক

২। 4 মোল O_2 গ্যাসের ক্ষেত্রে R এর মান হবে–
ⓚ $33.24\ JK^{-1}\ mol^{-1}$ ⓚ $1.038\ JK^{-1}\ mol^{-1}$
ⓖ $8.31\ JK^{-1}\ mol^{-1}$ ⓖ $1.06 \times 10^3\ JK^{-1}\ mol^{-1}$

৩। গ্যাসের ক্ষেত্রে তাপগতীয় স্থানাংকগুলো হচ্ছে–
ⓚ আয়তন, তাপমাত্রা ও ঘনত্ব ⓚ ভর, আয়তন ও ঘনত্ব
ⓖ তাপমাত্রা, ভর ও আয়তন ⓖ চাপ, তাপমাত্রা ও আয়তন

❖ নিম্নের উদ্দীপক অনুসারে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



উপরের লেখচিত্রে নির্দিষ্ট পরিমাণ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে PV বনাম P লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

৪। লেখচিত্রটি কোন সূত্রকে সমর্থন করে?
ⓚ বয়েলের ⓚ চার্লসের ⓖ চাপের ⓖ কেলভিন

৫। A ও B বিন্দুতে গ্যাসের আয়তনের অনুপাত–
ⓚ 1 : 1 ⓚ 1 : 2 ⓖ 1 : 3 ⓖ 2 : 1

৬। বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কমে গেলে–
ⓚ বায়ুর ঘনত্ব কমে ⓚ বায়ুর ঘনত্ব বাড়ে
ⓖ জলীয় বাষ্পচাপ বাড়ে ⓖ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বাড়ে

৭। গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়–
(i) তাপমাত্রার সাথে গ্যাসের গতিশক্তির সম্পর্ক
(ii) তাপমাত্রার সাথে চাপের সম্পর্ক
(iii) তাপমাত্রার সাথে আয়তনের সম্পর্ক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৮। অক্সিজেন গ্যাসের প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি কত?
ⓚ $\frac{1}{2}kT$ ⓚ $\frac{3}{2}kT$ ⓖ $\frac{5}{2}kT$ ⓖ $\frac{7}{2}kT$

৯। CO এর জন্য স্বাধীনতার মাত্রা কত?
ⓚ 3 ⓚ 4 ⓖ 5 ⓖ 6

১০। গড় মুক্তপথ ও গ্যাসের ঘনত্বের মধ্যে সম্পর্ক–
ⓚ সমানুপাতিক ⓚ ব্যস্তানুপাতিক
ⓖ বর্গের সমানুপাতিক ⓖ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

১১। $\frac{PV}{2} = RT$ গ্যাস সমীকরণে V নির্দেশ করে–
ⓚ পাত্রের আয়তন ⓚ $\frac{1}{2}$ মোল গ্যাসের আয়তন
ⓖ 1 মোল গ্যাসের আয়তন ⓖ 2 মোল গ্যাসের আয়তন

১২। একটি পাত্রে P_0 চাপে একটি গ্যাস রয়েছে। যদি গ্যাসের প্রতিটি অণুর ভর অর্ধেক করা হয় এবং গতিবেগ দ্বিগুণ করা হয় তবে গ্যাসের পরিবর্তিত চাপ হবে–
ⓚ $4P_0$ ⓚ P_0 ⓖ $2P_0$ ⓖ $\frac{P_0}{2}$

১৩। স্থির আয়তনে 1 atm চাপের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C হতে 1°C বাড়ালে পরিবর্তিত চাপ হবে–
ⓚ 0.00366 atm ⓚ 1 atm ⓖ 1.00366 atm ⓖ 2 atm

১৪। 37°C তাপমাত্রায় 0.8 m পারদ চাপে একটি গ্যাসের আয়তন 9 m^3। তাপমাত্রা 127°C ও আয়তন 3 m^3 করতে হলে কত চাপ প্রয়োগ করতে হবে?
ⓚ 5 m ⓚ 3.09 m ⓖ 3.2 m ⓖ 4 m

১৫। আদর্শ গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য কোনটি?
ⓚ সংঘর্ষগুলো অস্থিতিস্থাপক
ⓚ নিউটনের গতিসূত্র মেনে চলে না
ⓖ তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে বেগ হ্রাস পায়
ⓖ শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি

১৬। চূড়ান্ত তাপমাত্রা আদি তাপমাত্রার কত গুণ হলে কোনো নির্দিষ্ট গ্যাসের মূলগড় বর্গবেগ দ্বিগুণ হবে?
ⓚ 2 গুণ ⓚ 3 গুণ ⓖ 4 গুণ ⓖ 9 গুণ

১৭। নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় 8 atm চাপে কোনো গ্যাসের আয়তন 25 L হলে 12 atm চাপে আয়তন কত হবে?
ⓚ 37.5 L ⓚ 16.67 L ⓖ 20.2 L ⓖ 28.9 L

১৮। কোনো পাত্রে আবদ্ধ গ্যাস অণুগুলির সর্বাধিক সংখ্যক অণুর বেগকে বলে–
ⓚ গড়বেগ ⓚ মূল গড় বর্গবেগ
ⓖ গড় বর্গবেগ ⓖ সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ

১৯। কোনো একদিন বায়ুমন্ডলের তাপমাত্রা 30°C এবং শিশিরাঙ্ক 16°C। 16°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ 4.8 mmHg। আপেক্ষিক আর্দ্রতা 84% হলে বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ কত?
ⓚ 5.71 mmHg ⓚ 2 mmHg ⓖ 9.66 Pa ⓖ $3.25\ Nm^{-2}$

২০। দ্বিপরমাণুক গ্যাসের গতিশক্তির পরিমাণ কত?
ⓚ $\frac{1}{2}kT$ ⓚ $\frac{3}{2}kT$ ⓖ $\frac{7}{2}kT$ ⓖ $\frac{5}{2}kT$

২১। প্রতি ঘনসেন্টিমিটারে অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর, যদি কোন একটি গ্যাসের অণুগুলোর গড় মুক্ত পথ 2.4×10^{-6} cm এবং আণবিক ব্যাস 2×10^{-8} cm এর সমান হয়।
ⓚ $2.344 \times 10^{20}\ cm^{-3}$ ⓚ $2.4 \times 10^{22}\ cm^{-3}$
ⓖ $2.34 \times 10^{20}\ cm^{-3}$ ⓖ $3.044 \times 10^{20}\ cm^{-3}$

২২। কোনো গ্যাসের চাপ তার একক আয়তনে অণুগুলোর গতিশক্তির কত অংশ?
ⓚ $\frac{2}{3}$ ⓚ $\frac{3}{2}$ ⓖ $\frac{4}{3}$ ⓖ $\frac{5}{3}$

২৩। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম হলে–
ⓚ বাষ্পায়ন ধীর গতিতে হবে ⓚ বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা আছে
ⓖ বাষ্পায়ন দ্রুত গতিতে হবে ⓖ দিনটি কষ্টদায়ক হবে

২৪। দুই মোল আদর্শ গ্যাসের একক আয়তনের গড় গতিশক্তি ও চাপের মধ্যে সম্পর্ক হল–
ⓚ $P = \frac{2}{3}E$ ⓚ $P = \frac{3}{2}E$ ⓖ $P = \frac{2}{3}E^2$ ⓖ $P = \frac{1}{3}E^2$

২৫। মেঘমুক্ত দিনে দুপুরের আগেই শিশির তিরোহিত হয় কেন?
ⓚ দিনের আলোর তীব্রতা বৃদ্ধি পায়
ⓚ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বৃদ্ধি পায়
ⓖ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে বায়ু অসম্পৃক্ত হয়
ⓖ বাষ্পায়নের হার হ্রাস পায়

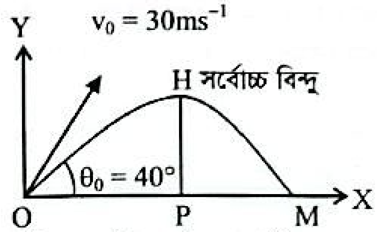
উত্তরপত্র		১	গ	২	গ	৩	ঘ	৪	ক	৫	ঘ	৬	খ	৭	ঘ	৮	গ	৯	গ	১০	খ	১১	ঘ	১২	ক
১৩	গ	১৪	খ	১৫	ঘ	১৬	গ	১৭	খ	১৮	ঘ	১৯	ক	২০	ঘ	২১	ক	২২	ক	২৩	গ	২৪	ক	২৫	গ

Model Test-01

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট | সৃজনশীল প্রশ্ন | পূর্ণমান: ৫০

[বি. দ্র.: ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। নিচের ৮টি প্রশ্ন থেকে যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

১।



ভূমি থেকে v_0 গতিতে একটি বস্তু θ_0 কোণে নিক্ষেপ করা হলো। ভূমি থেকে বস্তুটির সর্বোচ্চ উচ্চতা HP।

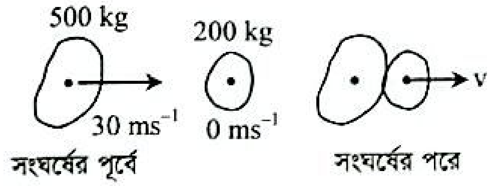
(ক) বৃত্তীয় গতি কাকে বলে? ১

(খ) বন্দুক হতে গুলি ছোঁড়ার সময় বন্দুক ও গুলির মধ্যে কোনটির গতিশক্তি বেশি– ব্যাখ্যা করো। ২

(গ) নিক্ষিপ্ত বস্তুটি কত বেগে M বিন্দুতে পতিত হবে– গাণিতিকভাবে বের করো। ৩

(ঘ) OP > PH কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

২।



(ক) বল কী? ১

(খ) নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো ব্যক্তির জড়তার ভ্রামক অর্ধেক হলে কৌণিক গতি দ্বিগুণ হয়– এর তাৎপর্য লিখ। ২

(গ) উপরের চিত্রের 'v' এর মান নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) সংঘর্ষটি কি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩। একটি ইঞ্জিন 1200 kg ভরের একটি গাড়িকে অনুভূমিকের সাথে 1.13° কোণে ঢালু ঘর্ষণবিহীন পথে $72\ kmh^{-1}$ ধ্রুব বেগে 5 m উপরে তুলতে পারে। ধরি, $g = 9.8\ ms^{-2}$। এক ব্যক্তি উক্ত ইঞ্জিনটির সাহায্যে 100 m গভীর একটি কুয়া থেকে 5 মিনিটে 1000 kg পানি তোলার কাজে ব্যবহার করতে চাইলেন।

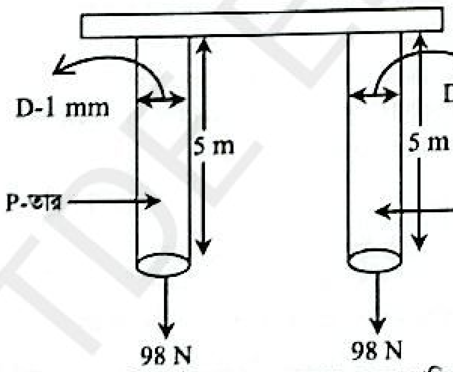
(ক) কাজ বলতে কী বুঝ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর। ১

(খ) কোনো বস্তুর গতিশক্তির সাথে ভরবেগের সম্পর্ক লেখচিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করো। ২

(গ) গাড়িটি তুলতে ইঞ্জিনটির কৃতকাজ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) ঐ ব্যক্তি পানি তুলতে সক্ষম হয়েছিল কি-না? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

৪।



P তার ও Q- তার দুটিতে উপরোক্ত ব্যবস্থায় ওজন ঝুলিয়ে উভয় তারে দৈর্ঘ্য প্রসারণ পাওয়া গেল যথাক্রমে 3.1×10^{-3} m এবং 4.8×10^{-3} m। P তারের ইয়ং গুণাঙ্ক $Y_P = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

(ক) ধাতব বন্ধন কী? ১

(খ) 'তামার পয়সনের অনুপাত 0.31'- ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) P তারটি প্রসারিত করতে কী পরিমাণ কাজ করতে হয়েছে? ৩

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে বিল্ডিং তৈরি করার জন্য কোন তারটি বেশি উপযোগী হবে? গাণিতিকভাবে মতামত দাও। ৪

৫। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। দোলকটিকে এমন একটি উপগ্রহে নিয়ে যাওয়া হয় যার ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ গুণ এবং ভর পৃথিবীর ভরের $\frac{1}{50}$ গুণ। পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg, ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $9.81\ ms^{-2}$।

(ক) কৌণিক বিস্তার কাকে বলে? ১

(খ) পৃথিবীর গতি সরল ছন্দিত গতি নয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) উপগ্রহটির পৃষ্ঠে মাধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) দোলকটি পৃথিবীর পৃষ্ঠের চেয়ে উপগ্রহের পৃষ্ঠে ধীরে চলবে– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বিবৃতিটি যাচাই কর। ৪

৬। কোনো এক দিন দ্বাদশ শ্রেণির দুই বান্ধবী পলি ও কলি দেশের দুই জেলায় অবস্থান করছিল। পলি ঐদিন যশোরের তাপমাত্রা দেখল 30°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা দেখল 55%। একই দিনে কলি কুমিল্লায় শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্ব হাইগ্রোমিটারের তাপমাত্রা দেখল যথাক্রমে 33°C এবং 25.5°C। 33°C তাপমাত্রায় গ্লেইসারের উৎপাদক 1.62। [33°C, 30°C, 21°C এবং 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 37.83 mm, 31.83 mm, 18.68 mm এবং 17.54 mm পারদ চাপ]

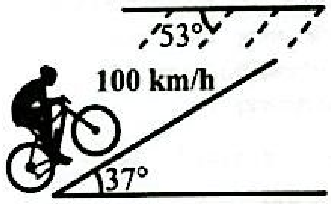
(ক) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কী? ১

(খ) স্থির তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব এর চাপের সমানুপাতিক– ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) ঐ দিন যশোরের শিশিরাংক হিসাব কর। ৩

(ঘ) ঐ দিন পলি বলছিল যে, সে কলির চেয়ে অধিক আরাম বোধ করবে– তার কথার সত্যতা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৭। একজন ইলেকট্রিক বাইসাইকেল চালক 37° কোণে আনত তল বরাবর $100\ kmh^{-1}$ বেগে সাইকেল চালাচ্ছে। বৃষ্টি $50\ kmh^{-1}$ বেগে 53° কোণে পড়ছে।



(ক) ভেক্টর বিভাজন কী? ১

(খ) একটি বিপ্রতীপ ভেক্টরকে সমরেখ ভেক্টর বলা যাবে কি? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) সাইকেল চালকের সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ কত? ৩

(ঘ) সাইকেল চালানোর সময় বৃষ্টি থেকে নিজেকে রক্ষা করতে হলে সাইকেল চালককে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৮। A এবং B দুটি সুরশলাকায় বাতাসে উৎপন্ন শব্দের তরঙ্গের সমীকরণ $Y_1 = 0.5 \sin \pi \left(100\,t - \frac{x}{3.4}\right)$; $Y_2 = 0.5 \sin \pi \left(110.03\,t - \frac{x}{3.09}\right)$। এককসমূহ SI পদ্ধতিতে প্রকাশিত। [বাতাসের ঘনত্ব $\rho = 1.293\ kg\ m^{-3}$]

(ক) তরঙ্গ মুখ কাকে বলে? ১

(খ) টানা তারের বেগ ও একক দৈর্ঘ্যের ভরের সম্পর্কযুক্ত লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) A সুরশলাকা বাতাসে কী পরিমাণ তীব্রতার শব্দ উৎপন্ন করবে? ৩

(ঘ) দুটি সুরশলাকা একই সাথে বাজালে বীট উৎপন্ন হবে কি না– গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

সময়: ২৫ মিনিট **বহুনির্বাচনি অভীক্ষা** পূর্ণমান: ২৫

[বি.দ্র.: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনির উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বলপয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১। নিচের কোন মানের জন্য কাজ ঋণাত্মক হবে?
ⓚ $90° < \theta \le 180°$ ⓚ $0° \le \theta < 180°$
ⓖ $90° > \theta \le 180°$ ⓖ $0° \ge \theta < 90°$

২। 15 ওয়াট ক্ষমতা বলতে বুঝায়–
ক 1 সেকেন্ডে 15 জুল কাজ খ 3 সেকেন্ডে 5 জুল কাজ
গ 5 সেকেন্ডে 3 জুল কাজ ঘ 15 সেকেন্ডে 1 জুল কাজ

৩। কোনো একটি বস্তুকণার গতিশক্তি (E_k) ও ভরবেগ (p) এর মধ্যকার লেখচিত্র একটি–
ক পরাবৃত্ত খ আয়তাকার অধিবৃত্ত গ সরলরেখা ঘ উপবৃত্ত

৪। যদি নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগ $v = \frac{v_e}{\sqrt{2}}$ হয় তবে বস্তুটি–
ক পৃথিবীতে ফিরে আসবে খ ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত হবে
গ চাঁদের মত উপগ্রহে পরিণত হবে
ঘ উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে

৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G = ?
ক 66.7×10^{-12} Nmkg^{-2} খ 6.67×10^{-11} Nm^{-2} kg^{-2}
গ 0.667×10^{-10} Nm^2 kg^{-2} ঘ 0.0667×10^{-9} Nm^{-2} kg^2

৬। একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষ ত্বরণ পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণের আটগুণ। গ্রহটির পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ কত?
ক 4.48×10^{-3} m/s খ 4.48×10^3 m/s
গ 4.48×10^3 cm/s ঘ 44.8×10^3 m/s

৭। পয়সনের অনুপাতের –
i. একক নেই
ii. এর মান –1 থেকে $+\frac{1}{2}$ এর মধ্যে
iii. এর মান নির্দিষ্ট উপাদানের জন্য নির্দিষ্ট
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

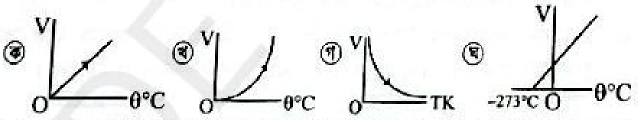
৮। 0.628 m দৈর্ঘ্য ও 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি তারের প্রান্তে 20 kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয়। ($g = 9.8$ ms^{-2})। তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্কের মান কত?
ক 2.23×10^{11} Nm^{-2} খ 12.33×10^{11} Nm^{-2}
গ 1.23×10^{11} Nm^{-2} ঘ 3.9×10^{12} Nm^{-2}

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৯ ও ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
সরলদোলন গতি সম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $Y = 20 \sin(\omega t + \delta)$ cm, পর্যায়কাল 20 sec এবং আদি সরণ 5 cm.

৯। কণাটির সর্বোচ্চ বেগ কত?
ক 2π cms^{-1} খ π cms^{-1} গ $\frac{\pi}{2}$ cms^{-1} ঘ 3π cms^{-1}

১০। কণাটির আদি দশা কত?
ক 0° খ 14.48° গ 28.10° ঘ 180°

১১। স্থির চাপে আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে (নির্দিষ্ট ভরের গ্যাস) কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



১২। কোনো স্থানের শিশিরাঙ্কে বায়ুর তাপমাত্রা সমান হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতার মান হবে–
ক 0% খ 30% গ 70% ঘ 100%

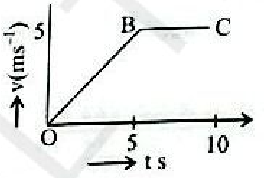
১৩। স্ফেরোমিটারের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক হলো–
i. স্ফেরোমিটারের ক্ষুদ্রতম যে দৈর্ঘ্য সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারে
ii. বৃত্তাকার স্কেলকে একবার ঘুরালে রৈখিক স্কেল বরাবর যে সরণ হয়
iii. স্ফেরোমিটারের পিচ এবং বৃত্তাকার স্কেলের ভাগ সংখ্যার অনুপাত
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৪। যদি $|\vec{A}+\vec{B}| = |\vec{A}-\vec{B}|$ হয়, তবে ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ কত হবে?
ক 0° খ 30° গ 90° ঘ 180°

১৫। একটি বিন্দুতে যুগপৎভাবে 1, 2, 3 একক মানের তিনটি গতিবেগ কার্যকর। তাদের মধ্যবর্তী কোণসমূহ পরস্পর সমান এবং যার মান 120°। লব্ধি হবে–
ক 5 খ 6 গ $\sqrt{2}$ ঘ $\sqrt{3}$

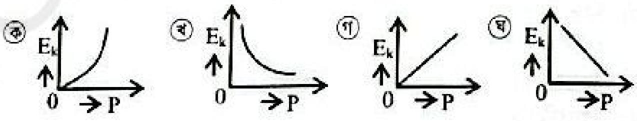
১৬। বেগ (v), সময় (t) লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর লম্ব টানলে যে ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তার ক্ষেত্রফল কী নির্দেশ করে?
ক তাৎক্ষণিক দ্রুতি খ তাৎক্ষণিক বেগ
গ তাৎক্ষণিক ত্বরণ ঘ অতিক্রান্ত দূরত্ব

১৭। একটি বস্তুর গতিপথের লেখচিত্র নিম্নরূপ–



i. OB অংশে বস্তুটি সমত্বরণে চলে
ii. BC অংশে ত্বরণ শূন্য
iii. 10 sec এ বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 62.5 m
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৮। বস্তুর ভর ধ্রুবক হলে রৈখিক ভরবেগ (P) বনাম গতিশক্তি (E_k) লেখচিত্রটি কীরূপ হবে?



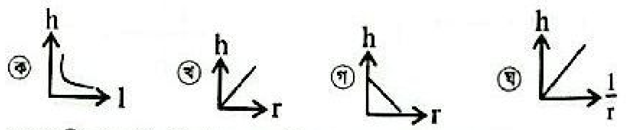
❖ উদ্দীপকটির আলোকে ১৯ ও ২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
3 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 5 g ভরের একটি বুলেট 150 ms^{-1} বেগে বের হয়ে গেল। বুলেটটি বের হওয়ার সময় একটি বল পেছনের দিকে ধাক্কা দিল।

১৯। বন্দুকের আদি ভরবেগ কত?
ক 0.75 kgms^{-1} খ –0.75 kgms^{-1} গ 3 kgms^{-1} ঘ 0 kgms^{-1}

২০। বন্দুকটি কত বেগে পেছনে সরে আসবে?
ক 0 ms^{-1} খ 0.25 ms^{-1} গ 2.5 ms^{-1} ঘ 150 ms^{-1}

২১। পানির উপরিতল হতে 0.5 m লম্বা আনুভূমিক তারকে টেনে তুলতে তারের ওজনসহ সর্বাধিক 72.8×10^{-3} N বলের প্রয়োজন হয়। পানির পৃষ্ঠটান কত?
ক 145.6×10^{-3} Nm^{-1} খ 72.8×10^{-3} Nm^{-1}
গ 14.56×10^{-3} Nm^{-1} ঘ 7.28×10^{-3} Nm^{-1}

২২। কোনো নির্দিষ্ট স্থানে কৈশিক নলে উত্থিত পানির উচ্চতা (h) ও কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ (r) এর মধ্যে নিচের কোন লেখচিত্রটি সঠিক?



২৩। শব্দের তীব্রতার পরিবর্তন 26% হলে তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন হবে–
ক 2 dB খ 1 dB গ 0.5 dB ঘ 1.5 dB

২৪। একটি টানা তারে টানের পরিমাণ 4 গুণ বৃদ্ধি করলে কম্পাঙ্ক কতগুণ বৃদ্ধি পাবে?
ক 16 খ 4 গ 3 ঘ 2

২৫। কতগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে, তাকে কী বলে?
ক হারমোনি খ অষ্টক গ মেলোডি ঘ স্বরসঙ্গতি

FDE EDUCATIONAL TEAM

RHOMBUS PUBLICATIONS

Model Test-02

সময়: ২ ঘণ্টা ৩৫ মিনিট | সৃজনশীল প্রশ্ন | পূর্ণমান: ৫০

ACS

[বি. দ্র.: ডান পাশের সংখ্যা প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক। নিচের ৮টি প্রশ্ন থেকে যেকোনো ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।]

১। 30 m উঁচু দালানের ছাদ থেকে একটি বস্তুকে $20\ ms^{-1}$ দ্রুতিতে ছাদের সাথে 30° কোণ করে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

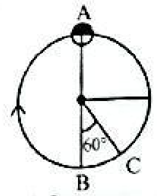
(ক) প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা কী? ১

(খ) প্রাসের বিচরণকাল বলতে কী বোঝ? ২

(গ) উদ্দীপকের বস্তুটি মাটিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে নির্ণয় করো। ৩

(ঘ) গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে দেখাও যে, বস্তুটি মাটিতে আঘাত করার আগে যে অনুভূমিক দূরত্ব অতিক্রম করে তা অনুভূমিক পাল্লার চেয়ে বেশি। ৪

২। নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ্য কর:



100 g ভরের একটি পাথরখণ্ডকে $4\ ms^{-1}$ বেগে উলম্বতলে উপরে বর্ণিত চিত্র মতে 1 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে।

(ক) মৌলিক বলের সংজ্ঞা দাও। ১

(খ) ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বৈদ্যুতিক পাখার সকল বিন্দুর কৌণিক বেগ সমান কিন্তু রৈখিক বেগ ভিন্ন ভিন্ন কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) ঘূর্ণনরত বস্তুটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উদ্দীপকে বর্ণিত A, B ও C বিন্দুগুলোর মধ্যে কোনটিতে সুতার টান সবচেয়ে বেশি হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ধারণ কর। ৪

৩। একটি উপগ্রহ পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতা $3.08\ kms^{-1}$ বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। [মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও পৃথিবীর ভর যথাক্রমে $G = 6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$ এবং $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg]

(ক) সংরক্ষণশীল বল কী? ১

(খ) রকেটের বেগ মুক্তিবেগ নয় কেন? ২

(গ) উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) উপগ্রহটি ভূ-স্থির কি-না গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৪। একটি সেকেন্ড দোলক ঠাকুরগাঁও-এ সঠিক সময় দেয় কিন্তু দার্জিলিং-এ নিয়ে গেলে দিনে 30 s স্লো যায়। [দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R = 6400 km]

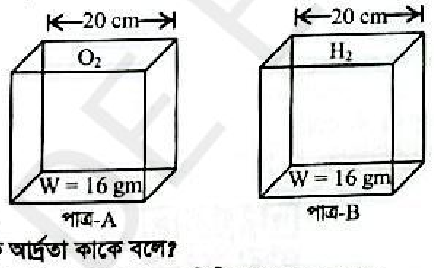
(ক) পর্যাবৃত্ত কাকে বলে? ১

(খ) ফাঁপা দোলকপিণ্ডকে তরল দ্বারা পূর্ণ করে তলায় ছোট ছিদ্র করে দিলে দোলকটি প্রথমে ধীরে এবং পরে দ্রুত চলবে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য কত? নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) তাপমাত্রাকে অগ্রাহ্য করে সমুদ্র সমতল থেকে দার্জিলিং-এর উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব কি-না গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৫। চিত্রে A ও B দুটি ঘনকাকৃতি গ্যাসপাত্র যাদের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 20 cm এবং উভয় পাত্রে গ্যাসের চাপ $24 \times 10^5\ Nm^{-2}$।



পাত্র-A পাত্র-B

(ক) আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে? ১

(খ) আপেক্ষিক আর্দ্রতা 100% হলে শিশিরাঙ্ক কেমন হবে? ২

(গ) তাপমাত্রা স্থির রেখে পাত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য অর্ধেক করা হলে পরিবর্তিত চাপ নির্ণয় কর। ৩

(ঘ) A ও B উভয় পাত্রের প্রাথমিক অবস্থায় গ্যাসের C_{rms} বেগের মান সমান হবে কিনা– গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬। সৃজন একটি নৌকায় $5\ ms^{-1}$ বেগে ন্যূনতম সময়ে নদীর অপর পাড়ে পৌঁছালো। অন্যদিকে মাহিম স্রোতের দিকের সাথে 110° কোণে ন্যূনতম দূরত্বে অপর পাড়ে পৌঁছাতে সৃজনের চেয়ে 1 মিনিট বেশি সময় নিল। সৃজন যখন যাত্রা শুরু করেছিল তখন নদীর অপর পাড়ে নদীর প্রস্থের সমান দূরত্বে স্টেশন থেকে একটি গাড়ি 72 km/hr বেগে যাত্রা করলো।

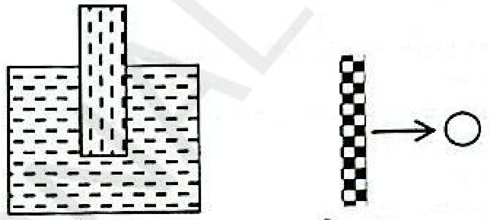
(ক) ডাইভারজেন্স কাকে বলে? ১

(খ) তিনটি ভেক্টরের লব্ধি কখন শূন্য হবে? ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) নদী পাড়ি দিতে মাহিমের কত সময় লেগেছিল? ৩

(ঘ) সৃজন গাড়ি ধরতে পারবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মতামত দাও। ৪

৭। চিত্রটি লক্ষ কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



চিত্র-০১ চিত্র-০২

চিত্র-০১ : নলের ব্যাস 0.4 mm এবং কাচনল ও পানির স্পর্শ কোণ 2°। আয়তার বস্তুটি পানি দ্বারা পূর্ণ।

চিত্র-০২ : 5×10^{-7} 10^{-7}m ব্যাসার্ধের 10টি ছোট ফোঁটা মিলে একটি।

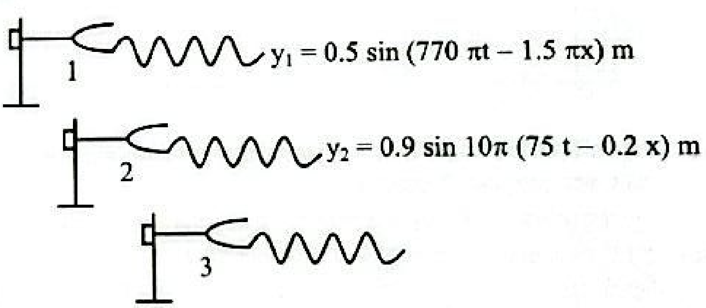
(ক) সংনম্যতা কী? ১

(খ) অ্যালুমিনিয়াম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $7.0 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে কী বুঝ? ২

(গ) ১ম চিত্রে তরলের আরোহণ কত? ৩

(ঘ) ২য় চিত্রের ঘটনায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে কি না– গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

৮।



চিত্রে, বায়ুর মাধ্যমে কম্পনরত তিনটি সুরশলাকা দেখানো হয়েছে। ৩য় সুরশলাকা হতে উৎপন্ন শব্দ ১ম ও ২য় উভয় সুরশলাকার সাথে 5টি করে বীট উৎপন্ন করে।

(ক) শব্দোচ্চতা কাকে বলে? ১

(খ) স্থির তরঙ্গে সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত ব্যাখ্যা কর। ২

(গ) ১ম সুরশলাকা হতে নিঃসৃত শব্দ তরঙ্গটি এক সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে? ৩

(ঘ) '৩য় সুরশলাকাটির কম্পাঙ্ক কেবল 380 হার্জ হলে ১ম ও ২য় উভয় সুরশলাকার সাথে 5টি করে বীট উৎপন্ন করতে পারে'– গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উক্তিটির যৌক্তিকতা তুলে ধর। ৪

সময়: ২৫ মিনিট

বহুনির্বাচনি অভীক্ষা

পূর্ণমান: ২৫

[বি.দ্র.: সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনির উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি (●) বলপয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।]

১। সর্বোচ্চ কাজের জন্য প্রযুক্ত বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ কত?
ক) 180° খ) 90° গ) 45° ঘ) 0°

২। 5 kg ভরের বস্তুকে টেনে অনুভূমিক বরাবর 5 m সরালে অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কাজের মান কত হবে?
ক) 0 J খ) 5 J গ) 25 J ঘ) 245 J

৩। কোনো নির্দিষ্ট ভরের বস্তুর গতিশক্তি এর ভরবেগের–
ক) বর্গের সমানুপাতিক খ) বর্গমূলের সমানুপাতিক
গ) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক ঘ) বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক

❖ উদ্দীপকের আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

একটি গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ $\frac{1}{8}$ g এবং ব্যাসার্ধ $\frac{1}{2}$ R. এখানে g হচ্ছে পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং R হচ্ছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

৪। গ্রহটির মুক্তিবেগ কত?
ক) $0.7\ kms^{-1}$ খ) $1.4\ kms^{-1}$ গ) $2.8\ kms^{-1}$ ঘ) $5.6\ kms^{-1}$

৫। 343 N ওজনের একটি বস্তুকে পৃথিবী থেকে উক্ত গ্রহে নিয়ে গেলে তা কতটুকু ওজন হারাবে?
ক) 35 N খ) 42.875 N গ) 300.125 N ঘ) 343 N

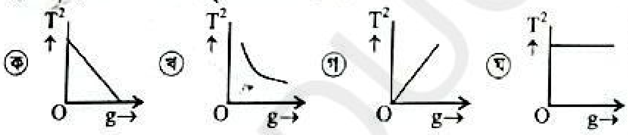
৬। অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর কোনটির প্রভাব নেই?
ক) দ্রাঘিমা খ) উচ্চতা গ) অক্ষাংশ ঘ) পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া

৭। বিকৃতি বনাম পীড়ন লেখচিত্রের ঢাল কী নির্দেশ করে?
ক) স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক খ) পয়সনের অনুপাত
গ) মোট কৃতকাজ ঘ) একক আয়তনে বিভবশক্তি

৮। পয়সনের অনুপাতের ক্ষেত্রে–
i. পার্শ্বীয় প্রসারণ অপরিবর্তিত থাকে
ii. এর মান –1 এর চেয়ে কম হতে পারে না
iii. এর মান $+\frac{1}{2}$ এর চেয়ে বেশি হতে পারে না
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৯। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির কণার পাশাপাশি সর্বোচ্চ অবস্থান ও সাম্যাবস্থানের মধ্যে দশা পার্থক্য কত?
ক) $\frac{\pi}{2}$ খ) π গ) $\frac{3\pi}{2}$ ঘ) 2π

১০। $(g - T^2)$ লেখচিত্রটির প্রকৃতি কীরূপ হবে?



১১। শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রে থার্মোমিটার দুটির তাপমাত্রার পার্থক্য হঠাৎ কমে গেলে কোনটি বোঝায়?
ক) বাতাস শুষ্ক খ) ঝড় হতে পারে গ) বাতাস আর্দ্র ঘ) বৃষ্টি হতে পারে

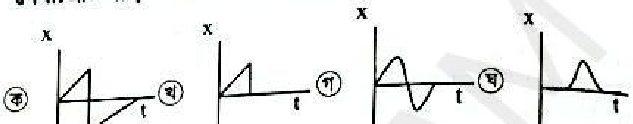
১২। STP তে 4 mole আদর্শ গ্যাসের গতিশক্তি কত হবে?
ক) 6816 J খ) 10706 J গ) 12612 J ঘ) 13612 J

১৩। কোনো তারের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়-
i. স্লাইড ক্যালিপার্স ii. স্ক্রু গজ iii. স্ফেরোমিটার
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i খ) ii গ) i ও ii ঘ) i ও iii

১৪। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\sqrt{3}\,\hat{j}$ ভেক্টরটি y-অক্ষের সাথে কত কোণে ক্রিয়াশীল?
ক) 0° খ) 30° গ) 60° ঘ) 90°

১৫। কোনো সামন্তরিকের দুটি কর্ণ $\vec{A} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ দ্বারা নির্দেশ করা হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
ক) 26 খ) 8 গ) $2\sqrt{2}$ ঘ) $\sqrt{2}$

১৬। একটি গাড়ি স্থির অবস্থা হতে সোজা রাস্তায় যাত্রা শুরু করল। কিছু সময় পরে গাড়িটি মন্দনের ফলে থেমে গেল এবং একইভাবে (প্রথমে গতি বাড়িয়ে এবং পরে গতি কমিয়ে) আবার যাত্রা শুরুর বিন্দুতে ফিরে আসলো। নিচের কোন লেখচিত্রটি গাড়ির গতিকে নির্দেশ করে?



১৭। প্রাসের ক্ষেত্রে–
i. প্রাসের উপর একমাত্র ক্রিয়াশীল বল অভিকর্ষজ বল
ii. প্রাসের গতির ক্ষেত্রে g এর মান স্থির ধরা হয়
iii. প্রাসের গতিপথ ত্রিমাত্রিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও ii

১৮। কোনো বস্তুর গতিশক্তি 300% বাড়লে ভরবেগ কত শতাংশ বাড়বে?
ক) 75% খ) 89% গ) 95% ঘ) 100%

❖ নিচের উদ্দীপকটি পড়ো এবং ১৯ ও ২০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

একটি সুষম সূক্ষ্ম দণ্ড যার দৈর্ঘ্য 50 cm এবং ভর 1 kg। দণ্ডটিকে প্রথমে মধ্যবিন্দুর সাপেক্ষে ঘুরানো হলো এবং পরবর্তীতে প্রান্তের সাপেক্ষে ঘুরানো হলো যেখানে অক্ষটি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের সাথে লম্ব–

১৯। প্রথম ঘটনায় দণ্ডের জড়তার ভ্রামক–
ক) $0.25\ kgm^2$ খ) $0.02083\ kgm^2$ গ) $0.042\ kgm^2$ ঘ) $10.021\ kgm^2$

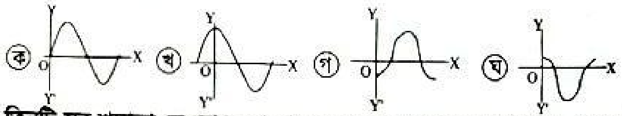
২০। ২য় ঘটনায় সমান মানের জড়তার ভ্রামক পেতে হলে দণ্ডের দৈর্ঘ্য কত পরিবর্তন করতে হবে?
ক) 0.175 cm খ) 0.7 cm গ) 26 cm ঘ) 150 cm

২১। পানির উপরিতলে আলতোভাবে রাখা 4 cm দীর্ঘ অত্যন্ত সরু ভাসমান একটি আলপিন টেনে তুলতে সর্বাধিক কত নিউটন বলের প্রয়োজন হবে? [পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$]
ক) 2.88×10^{-3} খ) 5.76×10^{-3} গ) 2.88×10^{-1} ঘ) 5.76×10^{-1}

২২। একটি কৈশিক নলকে গ্লিসারিন ডুবালে–
i. কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হয়
ii. তরলপৃষ্ঠ অবতল আকার ধারণ করে
iii. কাচ ও গ্লিসারিনের স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ হয়
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) ii ও iii

২৩। দুই প্রান্তে আবদ্ধ একটি তারের দৈর্ঘ্য 20 cm। তারটিতে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের সর্বোচ্চ তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত হবে?
ক) 5 cm খ) 10 cm গ) 20 cm ঘ) 40 cm

২৪। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের আদি দশা $\frac{\pi}{2}$ হলে তরঙ্গটির সরণ-সময় লেখচিত্র নিচের কোনটি হবে?



২৫। তিনটি সুর শলাকা নেওয়া হলো যাদের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 105 Hz, 315 Hz এবং 525 Hz। শলাকা তিনটি দিয়ে বায়ুতে শব্দ করলে সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অনুপাত কী হবে?
ক) 1 : 3 : 5 খ) 3 : 5 : 15 গ) 15 : 5 : 3 ঘ) 5 : 3 : 1

মডেল টেস্টের সমাধান দেখতে QR কোডটি স্ক্যান করো।

বোর্ড এবং ভর্তি পরীক্ষার গোছানো এবং পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতির জন্য আমাদের বইসমূহ

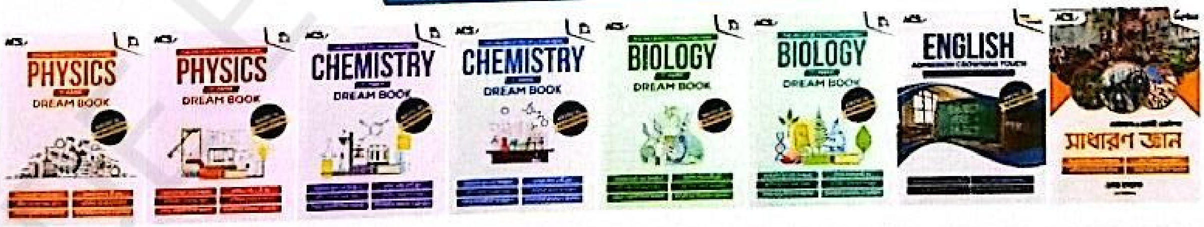
এইচএসসি একাডেমিক সিরিজ

এইচএসসি কম্প্যাক্ট সিরিজ

ইঞ্জিনিয়ারিং এডমিশন সিরিজ

ভার্সিটি এডমিশন সিরিজ

মেডিকেল এডমিশন সিরিজ



এচিভের সবগুলো অফলাইন ব্রাঞ্চ এবং তোমার নিকটস্থ যেসব লাইব্রেরিতে আমাদের বই পাবে তার ঠিকানা জানতে এখনই QR কোডটি স্ক্যান করো

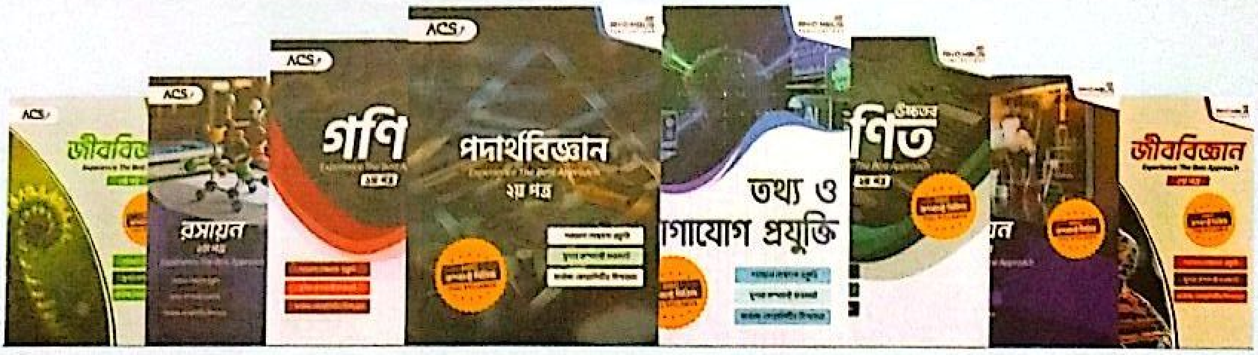
HSC 26
কম্প্যাক্ট সিরিজ বইয়ে কোনো তথ্য সংশোধন, সংযোজন এবং পরিমার্জন সম্পর্কে জানতে স্ক্যান করো

পদার্থবিজ্ঞান

Experience The Best Approach

১ম পত্র

এইচএসসি পরীক্ষার চূড়ান্ত প্রস্তুতির জন্য আমাদের বইসমূহ



SCAN
to
Discover our website

ACS | RHOMBUS
PUBLICATIONS

DON'T COPY MY WORK 😡